



Это цифровая копия книги, хранящейся для потомков на библиотечных полках, прежде чем ее отсканировали сотрудники компании Google в рамках проекта, цель которого - сделать книги со всего мира доступными через Интернет.

Прошло достаточно много времени для того, чтобы срок действия авторских прав на эту книгу истек, и она перешла в свободный доступ. Книга переходит в свободный доступ, если на нее не были поданы авторские права или срок действия авторских прав истек. Переход книги в свободный доступ в разных странах осуществляется по-разному. Книги, перешедшие в свободный доступ, это наш ключ к прошлому, к богатствам истории и культуры, а также к знаниям, которые часто трудно найти.

В этом файле сохранятся все пометки, примечания и другие записи, существующие в оригинальном издании, как напоминание о том долгом пути, который книга прошла от издателя до библиотеки и в конечном итоге до Вас.

Правила использования

Компания Google гордится тем, что сотрудничает с библиотеками, чтобы перевести книги, перешедшие в свободный доступ, в цифровой формат и сделать их широкодоступными. Книги, перешедшие в свободный доступ, принадлежат обществу, а мы лишь хранители этого достояния. Тем не менее, эти книги достаточно дорого стоят, поэтому, чтобы и в дальнейшем предоставлять этот ресурс, мы предприняли некоторые действия, предотвращающие коммерческое использование книг, в том числе установив технические ограничения на автоматические запросы.

Мы также просим Вас о следующем.

- Не используйте файлы в коммерческих целях.
Мы разработали программу Поиск книг Google для всех пользователей, поэтому используйте эти файлы только в личных, некоммерческих целях.
- Не отправляйте автоматические запросы.
Не отправляйте в систему Google автоматические запросы любого вида. Если Вы занимаетесь изучением систем машинного перевода, оптического распознавания символов или других областей, где доступ к большому количеству текста может оказаться полезным, свяжитесь с нами. Для этих целей мы рекомендуем использовать материалы, перешедшие в свободный доступ.
- Не удаляйте атрибуты Google.
В каждом файле есть "водяной знак" Google. Он позволяет пользователям узнать об этом проекте и помогает им найти дополнительные материалы при помощи программы Поиск книг Google. Не удаляйте его.
- Делайте это законно.
Независимо от того, что Вы используете, не забудьте проверить законность своих действий, за которые Вы несете полную ответственность. Не думайте, что если книга перешла в свободный доступ в США, то ее на этом основании могут использовать читатели из других стран. Условия для перехода книги в свободный доступ в разных странах различны, поэтому нет единых правил, позволяющих определить, можно ли в определенном случае использовать определенную книгу. Не думайте, что если книга появилась в Поиске книг Google, то ее можно использовать как угодно и где угодно. Наказание за нарушение авторских прав может быть очень серьезным.

О программе Поиск книг Google

Миссия Google состоит в том, чтобы организовать мировую информацию и сделать ее всесторонне доступной и полезной. Программа Поиск книг Google помогает пользователям найти книги со всего мира, а авторам и издателям - новых читателей. Полнотекстовый поиск по этой книге можно выполнить на странице <http://books.google.com/>



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

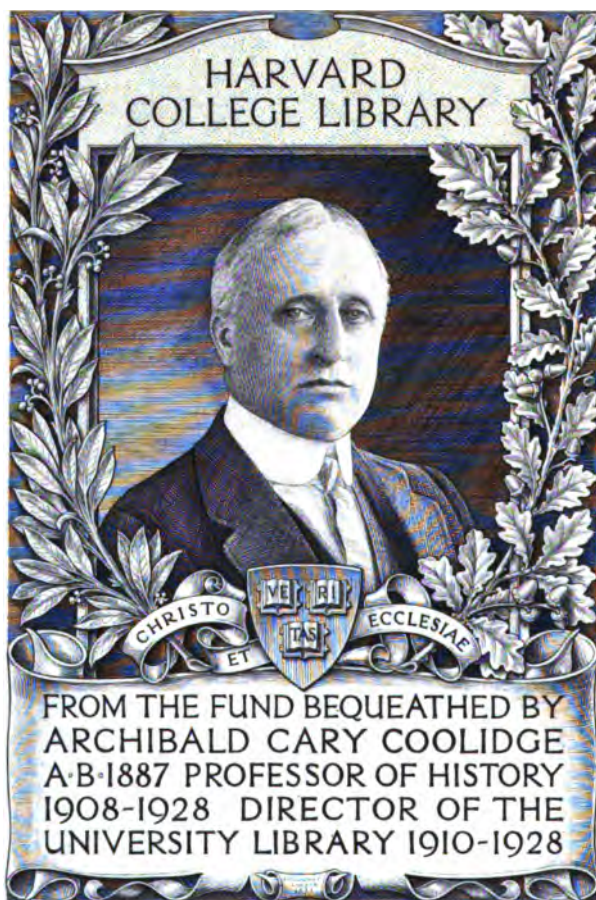
We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

PSlaw 392.10



Δ
P Slav 392.10
✓

HARVARD COLLEGE LIBRARY
FROM THE
J. BRIDGES CARY COLLEGE FUND
5 Mar 1938

Печатано по опредѣленію Совѣта Императорскаго Университета Св. Владиміра
Ректоръ Н. Бобрецькій.

СОДЕРЖАНІЕ.

Часть II—неофициальная.

- I. Амброзія и живая вода.—Стипендіата В. П. Клингера . . . 1—24
- II. Шиллеръ, Пушкинъ и Островскій въ изображеніи эпохи
смутнаго времени на Руси.—Стипендіата А. П. Лукьяненко. . . 1- 47
- III. Элементы математическаго анализа.—Проф. М. Ѳ. Хандрикова 321— 424

Научная хроника.

- IV. Приложенія къ протоколамъ Кіевского Юридическаго Обще-
ства. I. Крестьянскій порядокъ по трудамъ мѣстныхъ
комитетовъ о нуждахъ сельскохозяйственной промышлен-
ности.—Прив.-доц. А. Д. Билимовича 1 60

Прибавленія.

- I. Index Seminarum in Horto Universitatis Imperialis Kievensis
anno 1904 collectorum 1 -9
- II. Описаніе монетъ и медалей, хранящихся въ Нумизматиче-
скомъ музеѣ Университета св. Владиміра. III. Монеты
римскихъ императоровъ.—Проф. В. Б. Антоновича. . . . 111- 142
- III. Росписаніе лекцій въ Университетъ св. Владиміра на ве-
сеннее полугодіе 1904—1905 учебнаго года.
- IV. Объявленія объ изданіи журналовъ и газетъ 1—25
-

УНИВЕРСИТЕТСКІЯ ИЗВѢСТІЯ.

ГОДЪ СОРОКЪ ПЯТЫЙ.

№ 1 — ЯНВАРЬ.



КІЕВЪ.

Типографія Императорскаго Университета Св. Владиміра
Акц. Общ. Н. Т. Корчакъ-Новицкаго, Мерниговская ул.

1905
PRINTED IN RUSSIA

АМБРОЗІЯ И ЖИВАЯ ВОДА.

Если, по замѣчанію Ренана, справедливую оцѣнку какой-нибудь религіи въ ея совокупности можетъ дать только тотъ, кто самъ въ нее вѣритъ и лишь со временемъ отъ нея отстать, то приблизительно тоже самое приходится сказать относительно объясненія первоначальнаго смысла отдѣльныхъ религіозныхъ представленій и мифологическихъ образовъ.

Чрезвычайно трудно для современнаго человѣка съ его преобладаніемъ разсудка надъ остальными сторонами души—стать на точку зрѣнія первобытнаго народа и проникнуться его своеобразнымъ міросозерцаніемъ. Къ числу вопросовъ, рѣшеніе которыхъ, несмотря на массу потраченнаго труда, несмотря на остроуміе и широкія познанія изслѣдователей, не удавалось именно вслѣдствіе нежеланія или неумѣнія послѣднихъ стать въ уровень съ міропониманіемъ первобытнаго человѣка, принадлежитъ вопросъ о сущности того вещества, которымъ, по вѣрованію грековъ, обитатели лучезарнаго Олимпа возстановляли свои божественныя силы, употребляя его то въ видѣ пищи, какъ смертныя люди хлѣбъ и вино, то въ видѣ мази, придающей членамъ свѣжесть и красоту, то въ видѣ цѣлебнаго средства, излѣчивающаго раны и болѣзни.

Что же представляютъ собою амброзія и параллельный ей нектаръ, то и дѣло помнящее въ изображеніи блаженной жизни небожителей? Какой отвѣтъ намъ даетъ наука?

Еще въ началѣ прошлаго вѣка Бутманъ¹⁾ сдѣлалъ крупный шагъ къ разъясненію внутренняго смысла этого представленія. Ис-

¹⁾ Ph. Buttmann, *Lexilogus*. 1837², SS. 131---137.

ходя изъ правильной этимологiи слова *ἄμβροτος*, *ἄμβροσιος*, ¹⁾ онъ полагаетъ, что, въ виду весьма широкаго значенiя термина *ἄμβροσιή* пища боговъ, напитковъ, мазь, очистительное и цѣлебное снадобье, пѣтъ необходимости восполнять его подразумѣваемымъ *ἔδωδῃ*, но что это слово „изначала было существительнымъ, которое такъ образовано отъ *ἄμβροτος* какъ *ἀθανασία* отъ *ἀθάνατος*. Такимъ образомъ, по Бутману, боги пьютъ безсмертiе, ѣдятъ безсмертiе и помазываются безсмертiемъ.

Хотя подобное толкованiе предъявляетъ слишкомъ большiя требованiя абстрагирующимъ способностямъ древнихъ, мышленiю которыхъ еще долго суждено было вращаться въ чувственныхъ образахъ, тѣмъ не менѣ здѣсь замѣтно уже сквозить мысль, что амброзiя есть нѣчто, обусловливающее безсмертiе боговъ; и ошибка Бутмана лишь въ томъ, что онъ отождествилъ источникъ, принципъ безсмертiя съ самымъ безсмертiемъ. Итакъ, въ общемъ смыслѣ амброзiи *въ ея отношенiи къ богамъ* быть разгаданъ, и послѣдующiе ученные, не впадая въ ту же ошибку, все же всецѣло идутъ по слѣдамъ Бутмана: нектаръ и амброзiя объясняются всѣми, какъ особаго рода и, такъ сказать, высшаго порядка питье и пища, на которыхъ основано безсмертiе боговъ²⁾. Бергкъ одинъ составляетъ исключенiе³⁾ и прямо отрицаетъ, что на пользованiи этой пищей основано было безсмертiе боговъ, такъ какъ подобное представленiе „нигдѣ не высказано“ и даже „чуждо Гомеру и вообще всей древности: безсмертiе—продолжаетъ онъ—связано такъ неразрывно съ понятiемъ божества, что безъ него высшее существо прямо немислимо“. Утвержденiе это безусловно вѣрно, поскольку оно касается насъ, людей многовѣковой культуры, и безусловно ложно, поскольку оно относится къ первобытному человѣку. Если намъ, выросшимъ въ атмосферѣ созрѣвшей философской мысли съ ея понятiемъ „*αὐτάρχεια*“ божества

¹⁾ Корнемъ здѣсь является мор; срн. *μόρ-ος*; лат. *mors*, *mor-tuus* слав. мор-ъ, с-мер-ть — откуда совершенно правильно получается прилагательное *мор-тѣ*; (*Callimach. fr. 271 ἐδωκεν ἄστα μορτοῖ*), или, по аналогiи *μολεῖν*: *βλώσσω*, *βροτός* смертный. Последнее въ соединении съ *α*—privativum даетъ *ἄβροτος* или-съ удержанiемъ коренного *μ* по аналогiи *μολεῖν*: *μεμβλωκα*—*ἄμβροτος* безсмертный.

²⁾ См. Teuffel, *Hom. Theol. u. Eschat.* S. 8; Nägelsbach, *Hom. Theol.* 42 f.; Rohde, *Psyche* I 73,2; Roscher, *Nektar u. Ambrosia* SS. 51—4).

³⁾ Th. Bergk, *Die Geburt der Athene*, Fl. Jb. 1860, 316 sqq. *Opuscula* II 669.

и поневолѣ въ большей или меньшей степени отъ нея зависящимъ, трудно примириться съ божествомъ, въ своей обусловленности столь мало удовлетворяющимъ нашимъ представленіямъ о совершенствѣ, то далеко не такъ требовательны были наши праотцы. Въ своемъ стремленіи къ созданію типа высшаго существа, человѣкъ поневолѣ творилъ Господа своего „по образу и подобию своему“, и не могъ не отправляться отъ самого себя, все равно надѣлялъ-ли онъ предметъ своего поклоненія чертами, которыми въ самомъ себѣ наиболѣе дорожилъ, или, напротивъ, освобождалъ отъ чертъ, отъ которыхъ самъ наиболѣе страдалъ. Войдя въ жизнь путемъ рожденія въ опредѣленное время и опредѣленномъ мѣстѣ, онъ долженъ былъ и боговъ представлять себѣ родившимися, происшедшими во времени. Постоянно дрожа предъ ужасами болѣзней, старости, смерти, онъ долженъ былъ сдѣлать своихъ боговъ безболѣзненными, вѣчно юными, бессмертными. Само это бессмертіе могло ему рисоваться лишь какъ непрерывность тѣлеснаго существованія и, какъ таковое, не могло обойтись безъ питія и ѣды, которыя лишь настолько совершеннѣе питія и ѣды людей, насколько вообще жизнь боговъ выше и совершеннѣе людской. Эти соображенія лишаютъ основной аргументъ Бергка убѣдительной силы. Второй его аргументъ также оказывается мало убѣдительнымъ: у Гомера, правда, нигдѣ *не говорится прямо*, что именно питаніе нектаромъ и амброзіей дѣлаетъ боговъ бессмертными, но *въ косвенныхъ* указаніяхъ на эту мысль нѣтъ, какъ увидимъ, недостатка, такъ что молчаніе по этому поводу Гомера объясняется ея непосредственной ясностью¹⁾. Какъ и слѣдовало ожидать, взглядъ Бергка не удержался, такъ и оставшись совершенно одинокимъ.

До сихъ поръ все обстояло благополучно: по вопросу относительно роли нектара и амброзіи въ мифологіи грековъ наука сразу вступила на истинный путь, и несмотря на единичную попытку свернуть въ сторону, сумѣла удержаться на немъ. За то, коль скоро обратимся къ вопросу о значеніи амброзіи, о ея сокровенной сущности, положеніе сразу мѣняется, и напрасно мы стали бы требовать отъ науки удовлетворительнаго, всѣми признаннаго отвѣта. Въ общемъ можно сказать, что до сихъ поръ наука лишь свела воедино всѣ разрозненныя части относящагося сюда преданія, но окончательнаго синтеза, примиряющаго и истолковывающаго всѣ

¹⁾ Ср. W. H. Roscher, Nectar u. Ambrosia. Leipzig. 1883. S. 51.

противорѣчія этого преданія, до сихъ поръ достигнуть ей не удалось. Попытку В. Г. Рошера въ этомъ направленіи¹⁾ нельзя, какъ увидимъ, признать удачной, а ученый, который по глубинѣ кругозора и широтѣ познаній былъ какъ бы призванъ къ разрѣшенію вопроса—разумѣемъ Э. Роде—не счелъ даже нужнымъ его касаться: въ *Psyche* (I² 73) по этому поводу находимъ лишь бѣглую фразу: „Безсмертіе боговъ обусловлено принятіемъ волшебной пищи (Zauberspeise)—амброзіи и нектара; также и человѣка продолжительное употребленіе божественной пищи превращаетъ въ безсмертнаго бога“. Признаніе нектара и амброзіи волшебной пищей нисколько, конечно, разрѣшенія загадки не облегчаетъ.

Ближе всего къ сущности вопроса подошелъ несомнѣнно Бергкъ въ названномъ уже трудѣ. Признавая на основаніи выраженій въ родѣ οἰνοχούειν, χρητήρ, κερύσαι, примѣняемыхъ къ нектару и амброзіи, что въ позднѣйшее время воображеніе грековъ представляло себѣ ихъ въ видѣ какого-то особаго вина²⁾, какъ въ болѣе раннее, незнакомое съ винодѣліемъ, время оно, несомнѣнно, сближало ихъ съ медомъ³⁾, онъ тѣмъ не менѣе утверждаетъ, что „первоначально нектаръ и амброзія, даруемые священнымъ источникомъ, представляли ничто иное, какъ чистую *небесную* воду“⁴⁾. Съ этимъ мнѣніемъ, по моему, нельзя не согласиться. Несомнѣнно, для первобытнаго человѣка, который видѣлъ, какъ кругомъ него почная роса освѣжаетъ завядшую отъ дневного зноя растительность, какъ теплый весенній дождь оживляетъ убитую зимней стужей природу, вода должна была казаться принципомъ жизни⁵⁾, и онъ не могъ не мечтать о чудесномъ, въ далекой странѣ боговъ утаенномъ, источникѣ, *надѣленномъ въ гораздо большей степени этими животельными свойствами*. Къ сожалѣнію, Бергкъ не обосновываетъ ближе своей многообѣщающей мысли, не извлекаетъ изъ нея естественно надвигающихся выводовъ; неудачная же попытка сближе-

¹⁾ Nectar und Ambrosia. Тоже самое вкратцѣ—Roschers Mytholog. Lexikon въ статьѣ „Ambrosia“ I S. 280—283.

²⁾ Bergk, l. l. p. 674.

³⁾ Ibid., p. 676.

⁴⁾ Ibid., p. 681 sq.

⁵⁾ Вспомнимъ Фалесову попытку истолковать и вывести все мірозданіе изъ воды и слова Аристотеля (Met. I, 983 b): πρῶτος θεολογία... Ὁκεανόν τε... καὶ Τηθὺν ἐποίησαν τῆς γενέσεως πατέρας, намекающія на стихъ Иліады (XIV. 200): Ὁκεανόν τε, θεῶν γενεαὶν, καὶ μητέρα Τηθὺν.

нія чудеснаго „амброзійскаго“ источника съ Летою могла лишь дискредитировать самую идею. Остановившись ближе на мнѣ о чудесномъ садѣ Гесперидъ, гдѣ изъ чертоговъ Зевса бьютъ „*χρῆται ἀμβρόσια*“ (Euphr. Hippol. 748) и подъ охраной дракона наливаются чудесныя—по Гезіоду (Theog. 216) золотыя—яблоки (Apol. II 5, 11), Бергкъ, вслѣдъ за Преллеромъ¹⁾, въ змѣѣ видитъ лишь символъ рѣки²⁾, имя его *Λάδων*³⁾ приравниваетъ къ *Λήδων*, какъ древнюю, остановившуюся на болѣе ранней ступени развитія языка, параллельную форму, и отсюда уже прямо перейдя къ отождествленію *χρῆται ἀμβρόσια*, предполагаемаго начала этой рѣки, съ источникомъ Леты, считаетъ себя въ правѣ категорически заявить, что „источникъ этотъ (Леты) ничто другое, какъ источникъ боговъ (Götterquell): кто отъ него пьетъ, забываетъ всякое страданіе“. Не трудно видѣть, что основанія, на которыхъ зиждется такой выводъ, весьма шатки. Пусть этимологія названія дракона вполне правильна,—ничто не заставляетъ насъ въ немъ видѣть рѣчное существо. Напротивъ, имѣется гораздо болѣе основаній усматривать въ змѣѣ существо хтоническое, чѣмъ представителя водяной стихіи. Согласно голосу большинства мифологовъ, опирающихся на самыхъ неопровержимыхъ свидѣтельствахъ древности, змѣя является, по преимуществу, воплощеніемъ тайныхъ силъ земли, ея какъ бы исчадіемъ⁴⁾. Если порой рѣчныя божества и являются въ образѣ змѣи—вспомнимъ хотя бы Ахелоя въ борьбѣ его съ Геракломъ (Soph. Trach. 10 sqq.),—то это объясняется тѣмъ, что съ навѣстной точки зрѣнія и рѣки, почерпающія свои воды изъ нѣдръ земли, могутъ представляться существами хтоническими,—такое пониманіе, однако, является уже производнымъ, а не основнымъ. Въ данномъ мѣстѣ змѣи въ качествѣ сына земли (какъ *χθών*, а не *γαία*) оказывается просто стражемъ, хранителемъ заповѣдныхъ сокровищъ ея—чудеснаго источника и дерева, и къ такому пониманію его прекрасно идетъ эпитетъ *λήδων*, „сокровенный“. Мы ужъ не говоримъ о томъ, что въ Летѣ, которая, по удачному выраженію Роде⁵⁾, должна была

¹⁾ Preller, Griech. Mythologie, I³ 461.

²⁾ Bergk l. l. p. 715 sqq.

³⁾ Такъ называется онъ у Гезіода (Theog. 333) и у позднѣйшихъ писателей.

⁴⁾ Herod. I, 78 *ὅφιν εἶναι γῆς παῖδα*; Artemid. Oneirocr. II, 13 (*δράκων*) *γῆς... ἔστι... παῖς*. Ср. Rohde, Psyche² S. 133; Dieterich, Abraxas S. 114; A. Marx, Griech. Märchen. S. 96.

⁵⁾ Psyche, I² 316. 2.

„лишь дать чувственное выраженіе безсознательности „*νεκρῶν ἀμνητῶν χάρηα*“ („безжизненно-вѣющихъ тѣней“, какъ называетъ Гомеръ души умершихъ) видѣть чудесный, живительный источникъ могъ лишь современный, усталый жизнью и пресыщенный культурой чело-вѣкъ: древніе далеки были отъ подобнаго пессимизма, и въ древнихъ *νεκροίαι*, литературныхъ изображеніяхъ загробнаго существованія, забвеніе и безпамятство, воплощенное въ образѣ Леты, вмѣсто того, чтобы казаться верхомъ блаженства, лишь усугубляло ужасъ мрачной обители Анда; —позднѣе же это забвеніе являлось увеличеніемъ страданій караемыхъ грѣшниковъ, совершенно такъ же, какъ сохраненіе полного сознанія и свѣтлой памяти, даруемое во-дой Мнемозины, по орфическимъ *νεκροίαι* составляло лучшую награду праведниковъ ¹⁾.

Явные заблужденія въ частностяхъ заставили отбросить вѣрную въ общемъ идею Бергка, и въ научной разработкѣ вопроса возобладало другое направленіе. Въ названномъ уже выше трудѣ Рошерь, обновляя старую догадку, высказанную еще Порфи-ріемъ ²⁾, выступилъ со смѣлымъ утвержденіемъ, что нектаръ и амброзія ничто иное, какъ медъ, причѣмъ различеніе между ѣдою боговъ, амброзіей и напиткомъ, нектаромъ (или наоборотъ) по его мнѣнію находитъ какъ разъ соотвѣтствіе въ двойной формѣ меда. жидкой (питья) и болѣе плотной (ѣды). Аргументы, которыми доказы-вается это положеніе, въ общемъ сводятся къ слѣдующему: 1° меду приписываются тѣже самые атрибуты, какъ нектару и амброзіи: сладость, пріятный вкусъ, благовоніе ³⁾; 2° меду, какъ и амбро-зіи, приписывались древними цѣлебныя, гигиеническія, антисепти-ческія свойства ⁴⁾; 3° медъ, наравнѣ съ нектаромъ и амброзіей, съ самыхъ отдаленныхъ временъ понимается, какъ пища боговъ ⁵⁾.

Выводы Рошера, развиваемые весьма послѣдовательно и мето-дично и подкрѣпляемые весьма солидной ученостью, имѣютъ въ добавокъ преимущество простоты и ясности, которыя сразу подку-паютъ читателя. Въ общемъ, однако, эта въ сущности раціонали-стическая гипотеза, пытающаяся весь комплексъ данныхъ рели-

¹⁾ См. Rohde, *Psyche*, II², 210, Anm.

²⁾ De antr. nymph. 16 ἡ ἵστων τὸ νέκταρ καὶ τὴν ἀμβροσίαν... τὸ μέλι ἐν-δέχεται, θεῶν τροφὴς ὄντος τοῦ μέλιτος.

³⁾ Nektar u. Ambrosia, S. 42—46.

⁴⁾ Ibid., pp. 51—60.

⁵⁾ Ibid., pp. 60—69.

гіозныхъ представленій „свести къ одной общей *естественной* основѣ“ („auf eine gemeinsame Naturbasis zurückführen“, *ibid.*, p. 4), едва ли примѣнима къ образамъ, которые возникновеніемъ обязаны въ гораздо большей степени смутнымъ чаяніямъ сердца, чѣмъ внушеніямъ анализирующаго ума. Пора, наконецъ, признать, что религія имѣетъ не одинъ корень, и что обожествленіе природныхъ силъ, явленій, продуктовъ далеко не исчерпываетъ содержанія міаовъ, такъ что тотъ, кто въ этой области желаетъ свести все къ естественнымъ феноменамъ, не можетъ обойтись безъ искусственныхъ урѣзковъ или сознательныхъ умолчаній. Говоря это, я вовсе не думаю безусловно отрицать значенія Рошера метода;—напротивъ, удачное по моему истолкованію съ его помощью смысла фигуры Гермеса (=вѣтеръ), придавшее единство и цѣльность диспаратнымъ элементамъ преданія объ этомъ богѣ¹⁾, заставляетъ отнестись къ нему съ полнымъ уваженіемъ. Я лишь думаю, что методъ этотъ въ данномъ случаѣ—въ примѣненіи къ представленіямъ, въ которыхъ младенчество человѣчества воплотило свою мечту о лучшемъ, высшемъ существованіи,—неминуемо долженъ быть привести къ крушенію.

Въ самомъ дѣлѣ, присмотримся ближе къ аргументамъ Рошера, начиная съ послѣдняго, какъ наиболѣе вѣскаго. Щедрой рукой разсыпаетъ Рошеръ античныя свидѣтельства, долженствующія доказать тождество меда съ нектаромъ и амброзіей. Тутъ есть и прямое утвержденіе гомеровскаго гимна²⁾, что медъ есть *θεῶν ἡδύτατον*, и косвенное доказательство того же въ видѣ примѣровъ, гдѣ дѣйствительно боги представлены кушающими медъ³⁾, и данныя культа, изъ которыхъ видно, что богамъ особенно часто приносился въ жертву напитокъ изъ смѣси меда съ молокомъ и водой⁴⁾, и весьма интересные факты, свидѣтельствующіе о томъ, что древніе представляли себѣ медъ, какъ своего рода чудесную росу небеснаго происхожденія, собираемую затѣмъ ичелами, и что представленіе это не ограничивалось предѣлами греческаго міра⁵⁾. Чему учить насъ весь этотъ пестрый матеріалъ? Какой выводъ вынуж-

1) Nekt. u. Ambr., 1—5.

2) Hym. Hom. in Herm. 562.

3) Batrach. 39 sq.; Apoll. Rhod. Argon. IV, 1134; Anton. Lib. 19.

4) Roscher, l. l. pp. 62—67.

5) Id. pp. 13—22.

даетъ онъ насъ сдѣлать? По моему, выводъ тутъ возможенъ лишь одинъ: источники меда (и молока, о которомъ лишь пехотя говорить Рошеръ) принадлежать къ исконнымъ, неотъемлемымъ атрибутамъ чудесной страны боговъ и въ качествѣ таковыхъ являются представленіями параллельными къ источникамъ нектара и амброзіи. На ихъ первоначальное тождество ничто не указываетъ—если оставить въ сторонѣ, какъ поэтическую вольность ¹⁾, позднѣйшую комбинирующую догадку ²⁾, порой высказываемое мнѣніе, что амброзія есть своего рода квинтэссенція меда. Если же изъ факта, что боги порой лакомятся амброзіей, порой медомъ, дѣлать заключение, что амброзія и есть медъ, то такимъ же образомъ не трудно было бы доказать, что амброзія есть —молоко: вѣдь по нѣкоторымъ сказаніямъ Зевсъ вскормленъ былъ молокомъ козы Амалтеи ³⁾, изъ-подъ ногъ Вакха, кромѣ меда, било ключемъ молоко ⁴⁾, въ золотой вѣкъ текли рѣки не только меда, но и молока, а въ разныхъ древнихъ культахъ на ряду съ медомъ почти всегда стоитъ молоко ⁵⁾. Съ такимъ, однако, выводомъ едва ли согласился бы Рошеръ, какъ ни логически вытекаетъ онъ изъ его предположеній.

Второй аргументъ Рошера —тождество лѣчебныхъ, укрѣпляющихъ, антисептическихъ примѣненій меда съ одной стороны, и нектара и амброзіи съ другой, также оказывается не болѣе состоятельнымъ. Не говоря о томъ, что перенесеніе прозаической медицинской терминологіи на созданіе греческаго религіознаго сознанія едва ли многимъ придется по вкусу, самое тождество это не слѣдуетъ принимать слишкомъ буквально. Цѣлая пропасть лежитъ между тѣми благотворными послѣдствіями различныхъ примѣненій меда, о которыхъ учила древняя медицина и естествознаніе, и тѣмъ глубокимъ внутреннимъ пресущевленіемъ, которымъ амброзія простого смертнаго превращала въ бога и даже въ существъ высшаго порядка мгновенно удесятирала силы. Укажемъ въ видѣ примѣра на ту сцену изъ гомеровскаго гимна Аполлону Делосскому, гдѣ Ѡемида младенцу Аполлону впервые вливаетъ въ

¹⁾ Ibycus y Ath. I, 39 b τὴν ἀμβροσίαν τοῦ μέλιτος ἐνναπλάσαν ἔχειν γλυκύτητα.

²⁾ Schol. Pind. Pyth. IX 113 μέλι τῆς ἀθανασίας δέκατον μέρος, также Tzetz. VIII 984, по Эпикуру.

³⁾ Callimach. hymn. in Jov. 48.

⁴⁾ Eurip. Bacch. 143 sq.

⁵⁾ Usener, Milch und Honig, N. Rhein. Mus. I.VII 177—195.

уста нектаръ и амброзію ¹⁾: „Когда же ты, о Фебъ, вкусилъ пищу безсмертія (ἀμβροτον ἔδωκε), твоихъ быстрыхъ движеній (ἀσπείροντα) не удержали болѣе ни золотыя пеленки, ни привязи, но всѣ узы (κείρατα) расторглись. Тутъ возговорилъ къ богинямъ лучезарный Аполлонъ: «Дайте мнѣ милую кивару и кривой лукъ, и я стану вѣщать людямъ непогрѣшимую волю Зевса». Желая во что бы ни стало спасти предположенное тождество, Рошерь долженъ былъ однимъ терминомъ обнимать вещи весьма различныя, въ результатѣ чего роскошнѣйшіе цвѣтки древней мифологической поэзіи превратились въ жалкія аптекарскія снадобья.

Что и говорить объ убѣдительности перваго изъ аргументовъ Рошера, который съ такой силой подчеркиваетъ, что греки такъ меду, какъ и нектару и амброзіи, приписывали тѣже самыя свойства сладости, пріятнаго вкуса и запаха? Вѣдь идиллическія картины въ общемъ всегда однообразны, и въ обрисовкѣ ихъ поневолѣ приходится прибѣгать къ однѣмъ и тѣмъ же краскамъ. Божественный нектаръ и амброзія, эти идеализированныя отвлеченія питья и пищи, должны были совмѣщать въ себѣ всевозможныя совершенства, ласкать въ равной мѣрѣ чувство вкуса и обонянія.

Итакъ, всѣ аргументы Рошера оказываются не выдерживающими критики. Въ цѣломъ гипотеза эта, какъ справедливо замѣчаетъ Вернике ²⁾, стоитъ въ рѣзкомъ противорѣчій съ тѣми свидѣтельствами древнихъ, которыя доказываютъ, что амброзія и нектаръ „представлялись имъ доступными однимъ богамъ, людямъ же—лишь въ исключительныхъ случаяхъ, по особенной милости боговъ“. Такъ, въ гомеровскомъ гимнѣ Гермесу ³⁾ Аполлонъ въ Килленскомъ гротѣ „блестящимъ ключемъ“ отпираетъ три источника нектара и амброзіи, причемъ они носятъ выразительное названіе ἄδωτοι. Подобное находимъ мы и въ свидѣтельствѣ Еврипида ⁴⁾ и поэтессы Мойро, о которыхъ рѣчь впереди.

Прежде чѣмъ разстаться съ теоріей Рошера, остановимся еще немного на одномъ его положеніи, которое, впрочемъ, и съ его

¹⁾ Hymn. Hom. in Apoll. Del. 124 sqq.

²⁾ K. Wernicke, статья Ambrosia: Pauly-Wissowa, Realencyclopaedie I 1808—11.

³⁾ In Mercur. 248 sqq.

⁴⁾ Eurip. Hippol. 740 sqq.

основнымъ тезисомъ органически вовсе не вяжется. Замѣтивъ, что водѣ подземной рѣки Стикса, каковая вода въ позднѣйшихъ версіяхъ саги объ Ахиллѣ является на ряду съ амброзіей, приписывается свойство дѣлать безсмертнымъ или неуязвимымъ, Рошеръ безъ колебанія этому представленію приписываетъ глубокую древность, „такъ какъ многое изъ представленій, сохранившихся въ сказаніи о Стиксѣ, позволяетъ думать, что эта рѣка первоначально была тождественна съ источниками нектара и амброзіи“¹⁾. Это „многое“ сводится, во-первыхъ, къ выраженію *Στοῦς ἄφθιτον ὕδωρ*, во-вторыхъ, къ „своеобразному значенію, какое клятва Стиксомъ имѣла для боговъ, и, наконецъ, къ тому факту, что, въ-третьихъ, у Стикса оказываются дѣти, носящія выразительныя имена *Κράτος* и *Βία*. Такъ какъ внѣ гипотезы, отождествляющей медъ съ амброзіей, медъ по даннымъ древней письменности, не имѣетъ никакого отношенія къ Стиксу, то въ сущности предъ нами здѣсь новая теорія, приравнивающая источники нектара и амброзіи къ водѣ Стикса. Самую основу ея дѣлаетъ шаткой уже то обстоятельство, что по признанію самаго выставившаго ее ученаго, тѣ сказанія, на которыхъ опирается она,—„варіанты, сохранившіеся лишь въ позднѣйшихъ источникахъ“. Само по себѣ это обстоятельство не является достаточнымъ противоположеніемъ, такъ какъ позднѣйшая по записи версія не всегда бываетъ позднѣйшей по происхожденію. Хуже то, что самая аргументація оказывается опять таки недостаточной, если не прямо сбивчивой. Фактъ, что поклявшіеся Стиксомъ боги въ случаѣ нарушенія клятвы „впадаютъ—говоря словами самого Рошера—въ смертный сонъ и отрѣшаются отъ принятія нектара и амброзіи“, лучше всего становится намъ понятнымъ, если вмѣстѣ съ Нэгельсбахомъ²⁾ допустить, что „Стиксъ—это рѣка царства мертвыхъ и представитель его; поклявшіеся имъ боги въ случаѣ клятвoprеступленія подчиняются власти смерти, иными словами, слагаютъ съ себя божественность“. Исходя изъ того же представленія, легко понять, что мысль о всемогуществѣ смерти могла повести къ обособленію и олицетворенію его въ параллельныхъ образахъ *Κράτος* и *Βία*, исчадіи Стикса. Эпитетъ же *ἄφθιτον*—непреходящій—вполнѣ примѣнимъ къ царству смерти, которому нѣтъ и не будетъ конца. Выходитъ, что Стиксъ, по Рошеру, потому лишь долженъ быть однозначенъ съ

¹⁾ Nektar u. Ambr. S. 54 f.

²⁾ Nägelsbach, Homer. Theologie³. S. 43.

нектаромъ и амброзіей, принципомъ жизни, что отдавшіеся во власть его боги отрѣшаются отъ этого принципа и должны умереть: настоящее „lucus a non lucendo“. И въ самомъ дѣлѣ, могъ ли Роперъ не впутаться въ это столь глубокое противорѣчіе, если *въ древнѣйшихъ* упоминаніяхъ Стикса онъ представляется чѣмъ-то въ той же мѣрѣ ненавистнымъ, противнымъ сонму боговъ ¹⁾, въ какой нектаръ и амброзія являются милыми, вождѣнными ²⁾. Этимологія слова Стиксъ указываетъ на несконность этого представленія.

Итакъ, нектаръ и амброзія не имѣютъ ничего общаго ни съ водою Леты или Стикса, ни съ медомъ, какъ требовали перебранные нами теоріи. Спрашивается, чѣмъ же въ сущности является этотъ загадочный образъ, такъ трудно, повидимому, поддающійся истолкованію? Отвѣтъ оказывается чрезвычайно простымъ: это, какъ уже догадывался Бергкь, „чистая небесная вода“,—говоря яснѣе—„живая вода“, о которой такъ много говорятъ наши сказки. Чтобы это толкованіе не показалось слишкомъ неожиданнымъ, напомнимъ, что древнимъ хорошо извѣстно было это представленіе, подъ именемъ *πηγή ἀθανάτος, φοῖβος, αἰζός* являвшееся у грековъ, *font vivus, aqua viva* у римлянъ ³⁾. Какъ въ нашихъ сказкахъ, „живая вода“ древнихъ обладаетъ способностью лѣчить раны, уничтожать физическую боль ⁴⁾, обновлять все дряхлое, старое ⁵⁾, оживлять мертвое ⁶⁾, давать безсмертіе ⁷⁾. Какъ въ нашихъ сказкахъ, она обыкновенно связана съ чудеснымъ деревомъ, чаще всего яблоней ⁸⁾.

¹⁾ См. Od. V 185 *Στυγὸς ὕδωρ, ὅτε μέγιστος Ὀρχος δεινότητος τε πέλει μακάρεσσι θεοῖσι*; Hesiod. Theog. 775 sq. *στυγερὴ θεὸς ἀθανάτοισι, δεινὴ Στύξ* и т. п.

²⁾ См. II. XIX 353, Hymn. in Ap. Del. 124, Hymn. in Merc. 249 и др.: *ἀμβροσίη ἑρταίνη*.

³⁾ См. выборку мѣстъ у Rohde (Psyche² II 390, 1) и въ моей брошюрѣ „Сказ. мотивы въ ист. Герод.“, стр. 147, 151—3, гдѣ приведены восточныя параллели и нѣсколько греческихъ и римскихъ, не отмѣченныхъ Rohde. Къ нимъ слѣдуетъ еще прибавить стихи Нонна (Dionys. XXX, 73—6):

Ἦθελον ἔγγυς ἔχειν φοῖβον ἐνθάδε πηγὴν,
Ὅφρα τοῖς μελέεσσι βελὼν ὀδυνήφατον ὕδωρ
Πρηγύνω τῶν ἔλκω; ἐπύρατον, ὅφρα καὶ αὐτὴν
Ψυχὴν ὑμετέρην παλινάγρετον εἰς οὐ κομίσω.

⁴⁾ См. приведенное мѣсто Нонна.

⁵⁾ Physiologus 'Αετός.

⁶⁾ Ps. Call. II 40; Nonnus, I. I.

⁷⁾ Ps. Call. I. I. Schol. in Plat Resp. X 611 C.

⁸⁾ Lact. Carm. de phoen. 25 sqq. Plato Politic. 270 C—E; Θεοποιή у Aelian. V. H. III 18.

Какъ въ нашихъ сказкахъ, она обыкновенно добывается хищными птицами,—орломъ ¹⁾, ворономъ ²⁾ и охраняется соответствующими нашимъ змѣямъ драконами ³⁾. Всѣми этими чертами надѣлены также нектаръ и амброзія. Они, какъ извѣстно, усугубляютъ тѣлесную мощь ⁴⁾, лѣчатъ раны ⁵⁾, даютъ даже человѣку безсмертіе и вѣчную юность ⁶⁾. Хотя у Гомера и Гезіода нектаръ и амброзія представляются въ видѣ своеобразнаго питья и пищи, тѣмъ не менѣе есть почтенной древности свидѣтельства, доказывающія, что и амброзія, обыкновенно толкуемая какъ *ἔρρα τροφή*, была чудесной влагой, бьющей ключемъ въ странѣ боговъ. Такъ у Еврипида въ „Ипполитѣ“ (735 sq.) хоръ высказываетъ желаніе бѣжать отъ ужасовъ жизни и крылатой птичкой перенестись „въ край сладкозвучныхъ Гесперидъ, гдѣ растутъ чудесныя яблоки, куда владыка пурпурнаго моря не даетъ доступа пловцамъ,—тотъ священный рубежъ... гдѣ у почивальни Зевсовыхъ чертоговъ льются источники амброзій (*κρήναι ἀμβροσίας χέουσαι*) и божественная подательница жизни—земля умножаетъ блаженство боговъ“. Мы не имѣемъ никакого права признавать сказаніе, легшее въ основу Еврипидова сообщенія, сравнительно позднимъ: что у трагиковъ, примыкавшихъ къ сокровищницѣ исконныхъ мѣстныхъ преданій, попадаются порой болѣе древнія формы мѣвовъ, чѣмъ въ сложившихся въ колоніяхъ гомеровскихъ поэмахъ, это—давно признанная истина.

Тотъ же отрывокъ Еврипида доказываетъ, что какъ въ позднѣйшихъ греческихъ сказкахъ „живая вода“, такъ и амброзія первоначально находилась въ связи съ чудеснымъ деревомъ, яблоней. На животворящее дѣйствіе этихъ яблокъ и сообщеніе черезъ нихъ безсмертія, въ соотвѣтствіе нашимъ „молодильнымъ яблокамъ“, указываетъ то обстоятельство, что добываніе ихъ въ ряду подвиговъ Геракла помѣщено въ концѣ, рядомъ съ побѣдой надъ псомъ преисподней, Керберомъ (олицетвореніе смерти), являясь, такимъ образомъ, апофеозомъ героя, возведеніемъ смертнаго въ боги. Въ другой версіи

¹⁾ *Physiol.* I. 1.; *Apul. Met.* VI 14.

²⁾ *Ovid. Fast.* II 43 sq.

³⁾ *Apul.* I. 1.; *Ovid.* I. 1.

⁴⁾ *Hymn. in Ap. Del.* 125 sq.; *Hesiod. Theog.* 639 sq.

⁵⁾ II. XVI 667; XIX 38. Такъ слѣдуетъ понимать Гомерово „антисептическое“ примѣненіе нектара и амброзій, хотя это представленіе здѣсь ослаблено: раны, которыми покрыты трупы Патрокла и Сарпедона отъ смазанія амброзіей не заживаютъ, а лишь предохраняются отъ гніенія.

⁶⁾ *Odys.* V 92 sq., 199 sq.; *Pind. Olym.* I 63—7; *Apoll. Rhod.* IV 869

того же сказанія о садѣ Гесперидъ (Apollocl. III 5, 10) чудесное дерево охраняется дракономъ, что опять такъ стоитъ въ соотвѣтствіи съ древней сказкой о „живой водѣ“. Наконецъ, есть указанія и на то, что божественный напитокъ, подобно „живой водѣ“ сказки, представлялся добываемымъ хищными птицами. Такъ, поэтесса Мойро изъ Византіи (около 300 г. до Р. Х.) въ отрывкѣ, сохраненномъ у Атеней (XI 49, 16), описывая младенчество Зевса на Критѣ, говоритъ, что амброзіей, „приносимою отъ струй Океана“, питали его голуби,

Νέκταρ δ' ἐκ πέτρης μέγας ἀνὸς ἀπὸν ἀφύσσων

Γαμφηλῆς φρέσσεσσι ποτὲν Διὶ μητιόεντι,

т. е. „нектаръ же то и дѣлю приносить... огромный орелъ въ клювѣ своемъ, черная его изъ скалы“. Не имѣемъ никакого основанія сомнѣваться въ древности этого сказанія: она подтверждается мнѣмъ о похищеніи орломъ Зевсова виночерпія Ганимеда, представляющаго собою мужской двойникъ подносящей богамъ нектаръ и амброзію Гебы (= олицетворенной юности)¹⁾. Свидѣтельство Мойро интересно для насъ еще въ одномъ отношеніи: оно показываетъ, что и нектаръ, подобно амброзіи, древніе представляли себѣ въ видѣ бьющей изъ земли влаги, позволяя, такимъ образомъ, отождествить эти два термина, какъ синонимическія обозначенія той же сущности. Не менѣе ясно тождество обонхъ веществъ вытекаетъ изъ эпиграммы александрійскаго поэта Діоскорида²⁾, который говоритъ о *προχοαὶ νέκταρος ἀμβροσίον* въ подземномъ царствѣ, т. е. о *ручьяхъ* „амброзійскаго нектара“, соединяя при томъ оба выраженія для обозначенія одного понятія. Мы считаемъ себя въ правѣ вслѣдствіе этого присоединиться къ мнѣнію Бергка³⁾, что „ничто не заставляетъ насъ разъединять эти выраженія“ и что „самое подходящее объясненіе есть то, по которому общее названіе здѣсь, какъ во многихъ другихъ случаяхъ соединено съ болѣе спеціальнымъ, чтобъ вполне исчерпать понятіе, въ родѣ *πρὸς ᾧ τ' ἡμίον τε, Οὐρανὸς Ὀδλομπός τε* и т. п. Амброзія будетъ, такимъ образомъ, „живая вода“ во всѣхъ ея мно-

¹⁾ Мнѣ о похищеніи Ганимеда является, по нашему мнѣнію, сліяніемъ сказанія объ орлѣ, приносящемъ Зевсу нектаръ, и версіи, по которой Ганимедъ былъ взятъ на небо *богами* за свою красоту и сдѣланъ виночерпіемъ Зевса, „дабы онъ былъ въ сонмѣ безсмертныхъ“ (II. XX 233 sq. *τὴν καὶ ἀνθρώπωντο θεοὶ Λιὶ οἰνοχοεῖν κάλλεος εἶνεκα οἷο, τὴν ἀθανάτοισιν μεταίη.*

²⁾ Anthol. Palat. VII 31.

³⁾ I. I. p. 671—72.

гообразныхъ примѣненіяхъ, нектаръ, по подкупающей этимологіи Г. Курціуса ¹⁾ означающій просто „лакомство“ (Lesckerei),—„живая вода“ въ болѣе тѣсномъ смыслѣ напитка. Такимъ образомъ, цѣлый рядъ свидѣтельствъ, гдѣ амброзія представлена въ видѣ питья ²⁾, оказывается болѣе близкимъ къ первоначальному значенію.

Если мы спросимъ, какимъ образомъ, вопреки первоначальному смыслу, амброзія стала обозначать твердую пищу, то, по моему, такое измѣненіе значенія облегчено было народною этимологіей. Повидимому, слово *ἀμβροσία* связано было съ корнемъ *βρ*—сравни. *βρᾶ* (пища), *βιβρώσκω*; а получившееся послѣ выдѣленія мнимаго корня сочетаніе звуковъ *ἀμ*—истолковано было какъ синкопированный префиксъ *ἀν* (сравни. *ἀμβροῦν* вм. *ἀναβροῦν*).

Итакъ, всѣ характерныя особенности нектара и амброзіи, какъ въ общей ихъ обстановкѣ, такъ и въ производимомъ ими дѣйстви, гораздо легче выводятся изъ того, что намъ извѣстно о „живой водѣ“ у древнихъ, чѣмъ изъ той роли, какую играютъ медъ въ древнихъ преданіяхъ и культѣ. Связующее звено между сказаніями объ источникѣ амброзіи и о *πηγὴ ἀθανάτου*, „живой водѣ“, представлено тѣми мѣстами, гдѣ амброзія названа прямо *ἀθανασία* ³⁾.

Если нектаръ и амброзія сводятся, какъ мы видѣли, къ одному общему субстрату, представляемому по Бергку „чистой небесной водой“, то изъ этого нельзя еще заключить вмѣстѣ съ нимъ, что грекамъ извѣстенъ былъ одинъ лишь божественный напитокъ, что твердая пища боговъ „навѣрное не является первоначальнымъ представленіемъ“ ⁴⁾. По моему, наоборотъ, представленіе о твердой пищѣ, употребляемой богами, съ незапамятныхъ временъ было свойственно грекамъ, найдя выраженіе въ мифѣ о плодахъ чудеснаго дерева. Въ мифологіяхъ Востока представленіе это тѣснѣйшимъ образомъ связано съ водой жизни. Такъ, въ ассиро-вавилонской поэмѣ о хожденіи Немврода-Гилгамеша въ страну боговъ на ряду съ чудеснымъ источникомъ, отъ воды котораго исчезаетъ проказа, упоминается дерево, посящее

¹⁾ Griech. Etymol.⁵ 184: *νώταλον*: *νέκταρ* = *κλώψ*: *κλέπτω*; Suff. *ταρ* wie in *ἰχ-ταρ*.

²⁾ Кромѣ указанныхъ выше см. еще Sapph. fr. 5; Anaxandr. frg. 7 (=Athen. II 39 A).

³⁾ См. Schol. Pind. Pyth. IX, 113; Lucian. Dial. Deor. 4 (*πηγὴ ἀθανασίας*).

⁴⁾ aber ist dies (die Götterspeise) nicht die ursprüngliche Vorstellung, I. I. p. 670.

характерное названіе „старикъ станетъ молодымъ“¹⁾. Въ ветхозавѣтной легендѣ о раѣ, представляющей переработку въ монотеистическомъ духѣ ассиро-вавилонскихъ представленій о странѣ божества, змѣи, изъ стража древа жизни превращенный въ искушителя рода человѣческаго, обращается къ праматери Евѣ съ полными соблазна словами: „въ онѣже еще день спѣете отъ него“ (т. е. „отъ плода древа еже есть посреда рая“) „...будете яко бози, вѣдающе доброе и лукавое“²⁾, которыя, впрочемъ, съ точки зрѣнія разсматриваемыхъ религіозныхъ представленій вовсе не являются низкимъ обманомъ. По египетской надписи на пирамидѣ Saqqarah великіе боги живутъ на большомъ островѣ „въ сердцѣ полей мира“ и питаются „отъ плодовъ древа жизни“³⁾. Въ послѣднихъ примѣрахъ „древо жизни“ стоитъ, правда, независимо отъ „источника жизни“—лишь далекій отголосокъ его представляютъ, пожалуй, ветхозавѣтныя райскія рѣки съ содержимымъ въ нихъ „златомъ добрымъ“,—но они весьма поучительны въ томъ смыслѣ, что въ нихъ пищей боговъ являются плоды чудеснаго дерева. Слитыми воедино источникъ и „древо жизни“ оказываются въ „Откровеніи“ св. Іоанна (XXII, 1—2): *Καὶ ἔδειξέ μοι καθάρων ποταμὸν ὕδατος ζῶντος, λαμπρὸν ὡς κρύσταλλον, ἐκπορεύμενον ἐκ τοῦ θρόνου τοῦ θεοῦ καὶ τοῦ ἀρνίου. Ἐν μεσφ τῆς πλατείας αὐτῆς καὶ τοῦ ποταμοῦ ἐντεῦθεν καὶ ἐντεῦθεν ῥέον ζῶντος, ποιῶν καρπὸς δωδεκά* (также *ibid*, 14)⁴⁾.

¹⁾ A. Jeremias, Die babylon. assyr. Vorstellungen vom Leben nach dem Tode, 1887, SS. 10—23.

²⁾ Бытіе 3, 5.

³⁾ Jeremias l. l. p. 93.

⁴⁾ На сопоставленіе съ этимъ мѣстомъ сами собой напрашиваются еврипидово изображеніе сада Гесперидъ, гдѣ растетъ чудесное дерево и „*κρήναι τ' ἀμβρόσιαι γέονται Ζηὸς μαλακρῶν πρὸ κοίτης*“, и Плавтово упоминаніе рѣки, „*qui de coelo exoritur sub solio Jovis*“ (Trin. 940). Какъ греческая, такъ и іудейская версія сказанія изображаютъ животворящую влагу изливающейся изъ чертоговъ (изъ подъ трона) Верховнаго существа, въ непосредственной близости чудеснаго дерева. Несмотря на столь поразительное совпаденіе въ деталяхъ мы всетаки даннаго образа въ видѣніи Іоанна не можемъ отнести на счетъ тѣхъ эллинскихъ наслоеній, которыя у него замѣчаются. Напротивъ, Іоаннъ здѣсь, какъ и въ упоминаніяхъ „живой воды“ въ своемъ Евангеліи (IV 10, 13—14; VII 37) стоитъ на почвѣ національной традиціи. Выше мы уже говорили о райскихъ рѣкахъ, какъ ослабленномъ образѣ „воды жизни“, и „древѣ жизни“. Прибавимъ, что для пророковъ это были излюбленные образы, съ которыми связывалось представленіе о пришествіи Мессіи, торжествѣ царя Сіона, будущемъ великолѣтіи Іерусалима. Такъ, пророкъ Іоиль (3, 18) восклицаетъ: „И будетъ Іерусалимъ святъ... и будетъ въ той день, искаи-

На почвѣ древней Эллады сказаніе о чудесномъ деревѣ, растущемъ у источника жизни, несомнѣнно, тоже существовало, какъ видно хотя бы изъ мифа о хожденіи Геракла въ садъ Гесперидъ. Дерево это тѣсно было связано съ представленіемъ о благодатной странѣ боговъ, лучшее украшеніе которой оно составляло, и тѣмъ объясняется спорадическое появленіе этого образа въ сказкѣ о Макаріи (см. выше), представляющей по Узенеру проекцію неба на землю¹⁾. У насъ, однако, нѣтъ непосредственныхъ свидѣтельствъ о томъ, что плоды его составляли пищу боговъ, и мы можемъ лишь догадываться объ этомъ, какъ по аналогіи вышеприведенныхъ восточныхъ легендъ, такъ и по косвеннымъ указаніямъ другихъ греческихъ мифовъ. Такъ, въ гомеровскомъ гимнѣ Деметрѣ²⁾ Зевсъ по просьбѣ этой богини посылаетъ Гермеса къ похитившему Персефону Аидонею съ требованіемъ возратить ее матерн. Постѣдній насильно заставляеть плѣнницу вкусить отъ гранатоваго яблока, и она всегда уже должна третью часть года проводить „ὄλο κούθεσιν γαίης“, въ глубинѣ земли. Такимъ образомъ, подземные боги представлены питающимися особенными плодами,—пищей смерти, которая всякаго, кто ни отвѣдаетъ отъ нея, на вѣкъ пріобщаетъ къ царству тѣней³⁾. Естественно поэтому допустить аналогичную пищу жизни и безсмертія для небесныхъ владыкъ. Если образъ „древа жизни“, какъ мы говорили выше, рано поблекъ, то причину этого надо, по моему,

лють горы сладость, и холмы источать млеко, и вси источники Іудины источать воды, и источникъ отъ дому Господня изыдетъ“. Подобнымъ образомъ выражается пророкъ Захарія (14, 8): „И въ день онъ изыдетъ вода жива изъ Іерусалима“. Гораздо подробнѣе ту же мысль развиваетъ Іезекіиль, у котораго опять рядомъ съ „живой водой“ упоминается чудесное древо, и притомъ замѣтно, какія представленія соединились съ этой водой и деревомъ. Ангелъ указываетъ Іезекіилю будущее великолѣпіе храма (47, 1): „И се вода исхождаше изъ-подъ непокровеннаго храма на востокъ... 2. И се вода исхождаше отъ страны десныя... 7. И се на брежѣ рѣчнѣмъ дрeвеса многа зѣло... 9. И живо будетъ всякое, на неже апсѣ пріидеть рѣка, тамо живо будетъ... 12. И надъ рѣку въздетъ... всякое дерево ядомое не обветшаетъ у нея, не оскудѣетъ плодъ его... воды ихъ сія отъ святыхъ исходятъ, и будетъ плодъ ихъ въ снѣдь, и прозвѣніе ихъ во здравіе“. Къ Іезекіилю-то и примыкаетъ въ своемъ видѣніи ап. Іоаннъ: онъ лишь блескъ и торжество Іерусалима переноситъ въ вѣчность, за предѣлы времени—эволюція, какъ увидимъ, до нѣкоторой степени параллельная той, которая пройдена тѣмъ же образомъ на греческой почвѣ.

¹⁾ Usener, Sintflutsagen S. 202.

²⁾ Jn Cerer. 412—414.

³⁾ То же самое у Овидія Fast. IV 605 sqq.; ср. Apul. Met. VI 19.

видѣть въ наличности двухъ терминовъ для обозначенія чудесной небесной воды. Разъ первоначальный ихъ смыслъ былъ забытъ и одинъ изъ нихъ сталъ обозначеніемъ твердой пищи, чудесное дерево въ экономіи міа стало излишнимъ.

Переходимъ теперь къ изложенію дальнѣйшей судьбы источника и древа жизни въ древне-греческихъ преданіяхъ. Потерявъ органическую связь съ міеомъ о странѣ боговъ, выйдя изъ первоначальнаго единства съ „живой водой“, чудесное дерево все же не было забыто. Оно лишь отодвинулось на второй планъ; и если порой оно попадаетъ ¹⁾ еще въ изображеніяхъ Макаріи (т. е. той волшебной, блаженной страны, которая играла столь видную роль въ мечтаніяхъ греческаго народа), то въ общемъ оно измельчало, уже у Гомера превратилось въ живительное зелье, составляющее пищу божественныхъ коней ²⁾ и въ этой послѣдней формѣ (зелья) перешло въ сферу такъ называемой „низшей міеологіи“,—народныхъ суевѣрій, сказокъ.

Такъ, у Аполлодора ³⁾ прорицатель Поліидъ, сынъ Койрана, не будучи въ состояніи воскресить потонушаго въ бочкѣ меда юнаго Главка, сына Миноя, заключенъ былъ вмѣстѣ съ трупомъ въ могильномъ склепѣ (in monumento, Hygin.). Здѣсь онъ убиваетъ дракона, бросившагося на тѣло; но вскорѣ является другой драконъ и приложеніемъ принесенной съ собой травы оживляетъ убитаго. Поліидъ прикасается той же травой къ тѣлу юноши, и тотъ оживаетъ. Равнымъ образомъ у Александра Этолійскаго ⁴⁾ рыбакъ Главкъ, замѣтивъ, что пойманныя имъ рыбы оживаютъ отъ какого-то зелья, самъ пробуетъ его: непреодолимая сила влечетъ его въ море, гдѣ онъ превращается въ морское божество ⁵⁾. Въ послѣднемъ случаѣ мотивъ воскрешенія мертваго замѣненъ дарованіемъ человѣку безсмертія. На связь этихъ сказаній съ нашимъ міеомъ указываетъ многое. Если у Аполлодора оживляющее зелье, какъ яблоня въ міеѣ о садѣ Гесперидъ, охраняется дракономъ, то въ другихъ версіяхъ того же сказанія оно стоитъ рядомъ съ „жи-

¹⁾ Platon. Polit. 270 C—E; Theopomp. у Aelian. V. H. III 18; Lactant. De phoen. 25 sqq.

²⁾ См. II. V 777 τοῖσι (конямъ Геры) δ' ἀμβροσίην Σιμόεις ἀνέτειλε νέμεσθαι; также II. V 369, XIII 35 и т. д.

³⁾ III 3, 1—2, также Hygin. fab. 136.

⁴⁾ Athen. VII 296 E.

⁵⁾ Ср. Ps. Call. II 39—41.

вой водой“. Такъ, въ *Aitōlikā* Никандра ¹⁾ Главкъ, который здѣсь оказывается охотникомъ, преслѣдуетъ въ горахъ зайца и убиваетъ его. У одного источника онъ очищаетъ растущей тамъ травой добычу, и заяцъ оживаетъ. Отвѣдавъ самъ травы, Главкъ въ дикомъ одушевленіи бросается въ море, гдѣ становится морскимъ демономъ. Если здѣсь и не говорится прямо о чудесныхъ свойствахъ источника, то это не болѣе какъ искаженіе первоначальной формы, и возстановить ее мы можемъ съ помощью одной изъ схолій къ Платоновой „Республикѣ“ (X 611. C). Тамъ говорится, что *οὗτος* (Главкъ) *περίτοχόν τῃ ἀθανάτῳ πηγῇ καὶ καταλθὼν εἰς αὐτὴν ἀθανασίας ἔτοχεν*, *μὴ δυνήθεις δὲ ταύτην ποῖν ἐπιδείξει εἰς θάλασσαν ἐρρίφθη*, т. е. Главкъ, „найдя источникъ безсмертія и окунувшись въ него, самъ сталъ безсмертнымъ, не будучи, однако, въ состояніи кому-то показать его, бросился (или былъ брошенъ?) въ море“. Повидимому, та форма сказанія, которая легла въ основу сообщенія Никандра и еще болѣе искаженного свидѣтельства Овидія ²⁾, представляетъ тотъ первообразъ, ту первичную основу, изъ которой затѣмъ путемъ дифференціаціи выдѣлились версія Александра (одно лишь зелье) и версія Платонова схолиаста (одна лишь вода); версія же Аполлодора и стоящая съ ней рядомъ лидійская сага объ оживленіи Тила испробованной на змѣѣ травой (*Xanthus fr. 16*) является самостоятельной струей преданія, восходящей все къ тому же миѳу о странѣ боговъ. О распространенности сказки объ оживляющемъ зельѣ, легко объяснимой тѣмъ, что цѣлый рядъ первоклассныхъ талантовъ—Пиндаръ, Эсхиль, Софокль, Еврипидъ ³⁾—обработалъ ее поэтически, можно судить по факту, что даже древняя медицина вѣрила въ существованіе растенія *αἰζων*, которому приписывались чудесныя свойства ⁴⁾. Популярность же эта сама въ свою очередь объясняетъ намъ появленіе у новыхъ народовъ аналогичной сказки объ оживляющей травѣ, которую отыскиваютъ змѣи ⁵⁾.

¹⁾ Athen. VI 296 E.

²⁾ Ovid. Met. XIII 935—953. У Овидія Главкъ, вкусивъ оживившаго пойманныхъ рыбъ зелья, бросается въ море, но безсмертіе даютъ ему лишь морскіе боги, приказавъ ему окунуться въ сто рѣкъ, произнося очистительныя заклинанія.

³⁾ См. Rohde, Griech. Rom.² S. 134 Anm.

⁴⁾ Roscher, Nekt. u. Ambr. S. 32 f.

⁵⁾ Grimm. K. M. № 16; Anm. III, S. 56; ср. также русскую былинку объ оживленіи съ помощью змѣя молодой жены Михаила Потыка.

Такъ какъ истонная связь оживляющей травы съ „живой“ водой и вообще страной боговъ можетъ считаться установленной, то самъ собою рушится догадка Бергга¹⁾: „подобно тому, какъ медъ для питья обыкновенно приправлялся горькими, терпкими травами, какъ еще позднѣе примѣшивали коренья къ вину, такъ точно могло сложиться представленіе, что именно чудесное зелье придаетъ напитку боговъ его сверхестественную (übernatürliche) силу“.

Изъ того, что уже сказано нами о „живой водѣ“ у древнихъ, ясно, что она является отображеніемъ источниковъ нектара и амброзии на землѣ, гдѣ впрочемъ она вмѣстѣ съ „Макаріей“ помѣщается или на самомъ краю свѣта²⁾, или въ недоступныхъ мѣстностяхъ, куда знаютъ путь лишь птицы небесныя. Этимъ, однако, дальнѣйшія судьбы нашего представленія не исчерпываются. Онѣ стоятъ въ тѣснѣйшей связи съ общимъ ходомъ развитія греческаго религіознаго сознанія. Въ послѣднемъ наступилъ моментъ, когда вѣра въ полусознательное, въ сущности призрачное существованіе разобщенной съ тѣломъ души, встрѣчающаяся у Гомера, перестала уже удовлетворять сердца. Тогда въ орфическомъ ученіи—впервые на почвѣ Эллады—поставленъ былъ догматъ загробнаго воздаянія въ формѣ сознательнаго безсмертія человѣческой души. Божественная по происхожденію душа, очищенная праведной жизнью, проведенной согласно съ орфическимъ аскетическимъ идеаломъ, по освобожденіи изъ узъ тѣла, въ которое она заключена точно въ гробницу, ведетъ блаженное существованіе вмѣстѣ съ богами. Такъ какъ особаго мѣста блаженства для отрѣшенныхъ отъ тѣла душъ греки не знали, то для примиренія орфическаго ученія съ традиціонной вѣрой необходимо было перенести въ царство Аида тѣ „острова блаженныхъ“, или „Элизейскія поля“, куда въ неразрывномъ единствѣ души и тѣла переносимы были по Гомеру тѣ немногіе баловни счастья, которымъ капризъ боговъ далъ избѣжать смерти. „Мѣсто блаженства“,—говоритъ Роде—„принимая теперь только освободившіяся отъ тѣла души, лежитъ уже не на землѣ, какъ гомеровскій Элизій, но подъ землею, въ царствѣ тѣней“³⁾. Такъ какъ источники амброзии—живой воды составляли, какъ мы видѣли,

¹⁾ I. I. p. 681.

²⁾ Ps. Callisth. I. I.; Lactant. I. I.

³⁾ E. Rohde, *Psyche*² II 129.

неотъемлемое достояніе страны боговъ, сколокъ которой представляетъ Элизій—Макарія, то естественно ожидать появленія того же образа въ орфическихъ „*υμνοίσι*“. Дѣйствительно, въ одной изъ южноиталійскихъ надписей, найденныхъ въ гробницахъ Θυρίевъ и Петеліи и принадлежащихъ къ кругу орфико-пифагорейскихъ представлений, читаемъ слѣдующій интересный отрывокъ ¹⁾:

„Ты найдешь въ чертогахъ Аида по лѣвой сторонѣ Лету, подлѣ нея стоитъ бѣлый кипарисъ. Къ этому источнику ты и не приближайся. Затѣмъ ты найдешь иной источникъ—холодную, воду, струящуюся изъ озера Мнемозины (*εὐρήσεις δ' ἄταρον τῆς Μνημοσύνης ἀπὸ λειμῶνος ψυχρὸν ὕδωρ πρὸς αὐτὸν...*), подлѣ нея есть стража. Скажи: «я чадо земли и звѣзднаго неба, но происхождение мое—небесное, о чемъ вы и сами знаете. Меня изсушила жажда (*δίψη δ' εἰς αὐτὴν*), я гибну. Дайте поскорѣй холодной воды, струящейся изъ озера Мнемозины». И тебѣ дадутъ испить отъ божественнаго источника и ты станешь властвовать съ героями“ ²⁾.

Вода Мнемозины поставлена здѣсь въ рѣзкую противоположность къ водѣ Леты, этому символу безпамятства и безсознательности безплотныхъ *ψυχαί*, и является поэтому символомъ просвѣтленнаго духовнаго существованія: испившія отъ нея души получаютъ безсмертіе и, приравниваются богамъ. Если мотивъ двоепутія и могъ быть внесенъ въ изображеніе это пифагорейцами, отождествлявшими (какъ уже дѣлало впрочемъ, древнѣйшее искусство гаданія, *οἰωνοτικὴ τέχνη*) противоположности *κακὸν-ἀγαθὸν* и *ἀριστέρον-δειόν*, то самый источникъ несомнѣнно древнѣе. Мы едва-ли ошибемся, усматривая въ немъ такую же проекцію амброзіи въ области Аида, какой оказалась „живая вода“ на землѣ. Подтверженіемъ нашего предположенія можетъ служить упомянутая уже раньше эпиграмма Диоскорида. Обращаясь къ Анакреонту александрійскій эпиграмматикъ выражаетъ пожеланіе, чтобы въ царствѣ тѣней:

*αὐτόματοί τοι χρῆναι ἀναβλύζοιεν ἀκρήτου
κῆρ μακάρων προχοαὶ νέκταρος ἀμβροσίου.*

¹⁾ Kaibel I. Gr. Sicil. Ital. № 638.

²⁾ Въ противоположность Дитериху, который (*Nekyia* 86) пробѣлъ конца перваго стиха *λ—ην*, измѣняя начальное *λ* въ *κ*, восполняетъ словомъ *κ(ρήν)ην*, я вслѣдъ за Бергкомъ (*Opusc.* II 717) и Роде (*Psyche* II 390 *App.*) читаю *λῆθην*, что находитъ обоснованіе въ дальнѣйшемъ противопоставленіи пострадавшему слову—Мнемозины.

αὐτόματοι δὲ φέροντες τὸν, τὸ φιλέσπερον ἄνθος,
κῆποι, καὶ μαλακῇ μύρτα τρέφεται δρόσῳ ¹⁾).

Здѣсь, стало быть, ручьи амброзійскаго нектара являются перенесенными въ подземное царство. Это важное свидѣтельство получить свое надлежащее освѣщеніе, если мы вспомнимъ, что въ другихъ эпитафіяхъ ²⁾ Зевсъ представленъ поящимъ души праведниковъ нектаромъ и амброзіей.

Разъ проникнувъ въ подземное царство, чудесный источникъ пустилъ тамъ глубокіе корни. Сообразно народнымъ представленіямъ о жаждѣ, которой мучаются отдѣленные отъ тѣла души³⁾, онъ чаще всего является подъ именемъ „холодной воды“, какъ уже въ приведенной надписи ⁴⁾. И такъ, если съ тѣхъ поръ въ греческихъ надгробныхъ надпи-

¹⁾ Anthol. Palat. VII 31.

²⁾ Anthol. Palat. IX 577 и др.

³⁾ διψῆ δ' αἰεὶ οὐκ ἔστιν уже въ приведенной надписи; также Epigr. lap. 719 11 ψυχῇ διψῶσιν ψυχρὸν ὕδωρ μετὰδος; Arist. Ran. 194; Propert. IV 5,2. Ср. съ этимъ фактъ, что современные греки мертвыхъ называютъ просто ἄβραχοι и διψασμένοι (Dieterich, Nekyia 94—9).

⁴⁾ Въ виду непосредственно очевидной связи между „холодной водой“ и просвѣтленной, блаженной жизнью освѣженныхъ ею праведниковъ Дитерихъ (Nek. S. 90) и Роде (Psyche II 390,1) вполне основательно узнаютъ въ ней „живую воду“ нашихъ сказокъ. Если однако, первый изъ названныхъ ученыхъ находитъ возможнымъ и Ленау поставить въ зависимость отъ представленій объ источникѣ жизни, а второй изъ выше указанной связи дѣлаетъ выводъ, что „собственнымъ мѣстонахожденіемъ, „живой воды“ вѣроятно всегда является подземный міръ,—міръ смерти, или вѣчности (Die eigentliche Stelle des Lebenswasser ist wohl immer die Unterwelt, die Welt des Todes oder der Unvergänglichkeit), то мы считаемъ необходимымъ самымъ рѣшительнымъ образомъ возстать противъ этихъ предположеній. На мнѣніи Дитериха я здѣсь долго останавливаться не буду;—я лишь укажу на трудность вывести два столь противорѣчивыхъ представленія изъ одного общаго субстрата, послѣ чего прямо сошлюсь на тѣ аргументы, которые я выше выставилъ противъ Бергка, тоже отождествлявшаго „живую воду“ съ Летою. Ближе займусь мнѣніемъ Роде. По моему, допускать вмѣстѣ съ нимъ изначальную принадлежность „живой воды“ къ подземному царству—царству мрака и смерти, значитъ допускать своего рода „contradictionem in adjecto“, противорѣчить всѣмъ тѣмъ нашимъ свѣдѣніямъ о загробной жизни въ представленіяхъ древнихъ грековъ, которыми мы на первомъ мѣстѣ обязаны монументальному труду самого Роде. И въ самомъ дѣлѣ, что можетъ быть общаго между „живой водой“ и мрачной обителю Аида, гдѣ по Гомеру (Odys. X 490—5) одинъ Тирезій сохраняетъ память и сознание, а остальнымъ (Odys. XI 140—9) лишь теплая жертвенная кровь возвращаетъ на мигъ подобіе жизни? Положеніе Rohde имѣетъ поэтому смыслъ развѣ при допущеніи, что орфико-пифагорейскія сферы создали этотъ образъ, и Rohde, повидимому, склоняется къ этому

сахъ то-и-дѣло попадаютъ упоминанія „холодной воды“,—обыкновенно въ формѣ „да подастъ тебѣ Персефона, Андоней, Озирисъ холодной воды“¹⁾, то очевидно, это также вода Мнемозины, „живая“ вода, амброзія. Здѣсь же, повидимому, ключъ къ уразумѣнію загадочныхъ словъ πῖς ἔχουσιν, ἔχουσιν—*pie zeses*,—т. е. „испей—живи“, которыя тоже попадаютъ въ эпитафіяхъ²⁾. Кажется, не безъ связи съ терминомъ φοῦρνὸν ὄψων, который, какъ мы видѣли, сдѣлался техническимъ, блаженное существованіе праведниковъ стали характеризовать словомъ ἀναψύχειν.—„прохлаждаться“, и мѣсто этого прохлажденія называть φοιτήρια, представляя его въ видѣ тѣнистой, лѣсистой страны. Такъ Атеней, вслѣдъ за грамматикомъ Никандромъ изъ Θіатитры (III в. до Р. X.) опредѣляетъ φοιτήρια, какъ ἀλωεῖαι: καὶ οὐαῖς τοῖς τοῖς θεοῖς ἀναψέμεν, ἐν οἷς ἔστιν ἀναψύξαι. Термины эти ἀναψύχειν и φοιτήριον и соотвѣтствующие имъ латинскіе *refrigerare, refrigerium* вошли затѣмъ въ языческія и христіанскія надписи поздняго императорскаго времени. Последнимъ, наконецъ, отзвукомъ этихъ представлений являются христіанскія молитвы о приобщеніи души усопшаго къ „мѣсту прохлады“ въ литургическихъ книгахъ какъ восточной, какъ и западной Церкви: Κόριε, ἀνάπαυσον τὴν ψυχὴν τοῦ κακοπαθήμενου δοῦλον σου τοῦδε ἐν τόπῳ χλοερῶ, ἐν τόπῳ ἀναψύξεως, ἐνθα ἀπέδρα ὀδύνη, λύπη καὶ στεναγμός;—*Domine, animae servi tui defuncti in loco lucido, in loco amoeno, in loco refrigerii, unde dolor, aerumnae et suspirium omne exulat, da requiem*³⁾.

Когда, такимъ образомъ, загробный міръ сталъ рисоваться въ прежнемъ безотрадномъ свѣтѣ, и вѣра въ находящійся въ немъ чудесный животворящій источникъ достигла значительнаго распространенія, тогда только стало возможнымъ сближеніе его съ водою Стикса и возникновеніе такихъ сказаній, гдѣ водѣ этой приписывается способность даровать человѣку безсмертіе или неуязвимость. Дѣйствительно, сказанія эти являются поздно. Такъ писатели

предположенію („Pythagoreisch mögen auch die Mythen von der Quelle der Mnemosyne im Hades sein“, *Psyche*² II 186 Anm.); но предположеніе это несостоятельно, такъ какъ въ данномъ пунктѣ орфическое ученіе примкнуло, какъ видѣли мы выше, къ традиционнымъ мифологическимъ образамъ.

¹⁾ См. выборку мѣстъ у Dieterich., *Nekyia* 95 Anm., Rohde, *Psyche*² II 186 Anm.

²⁾ Dieterich, S. 98.

³⁾ См. Dieterich. l.l. 94—7.

императорскаго времени³⁾ говорятъ, что Тетида, желая сдѣлать Ахилла безсмертнымъ, послѣ рожденія купала его въ водѣ Стикса. Я обращаю вниманіе на то, что подобную процедуру продѣлываетъ въ гомеровскомъ гимнѣ Церерѣ (247 sq.) Деметра надъ больнымъ ребенкомъ Метаниры, Демофонтомъ, пользуясь для этого вмѣсто Стиксовой воды амброзіей. Такимъ образомъ, позднѣйшее сказаніе объ Ахиллѣ является лишь сколкомъ сказанія о Демофонтѣ, а якобы истинныя свойства Стикса—отвлеченіемъ свойствъ амброзіи.

Остается теперь подвести итоги нашему изслѣдованію. Древніе греки, какъ и другіе народы древности, знали не только напитокъ, но и твердую пищу боговъ. Первый представленъ нектаромъ и амброзіей, которые являются почти синонимами, вторая плодами чудеснаго дерева. Нектаръ и амброзія не имѣютъ ничего общаго съ медомъ, а представляютъ такую же *идеализацію обыкновенной воды*, какъ вся страна боговъ—идеализацію земного существованія. Этой божественной пищѣ и этому напитку, какъ каждому порознь, такъ и взятымъ вмѣстѣ, приписывались чудесныя свойства; они даютъ богамъ безсмертіе, человѣка превращаютъ въ бога. Каждое изъ этихъ представленій, сначала составлявшихъ одно цѣлое, имѣло затѣмъ особую, полную превратностей исторію. Вслѣдствіе наличности двухъ параллельныхъ обозначеній божественнаго напитка, одно изъ нихъ, ложно истолкованное, стало обозначать и твердую пищу боговъ, отчего чудесное дерево стало ненужнымъ. Оно, однако, не затерялось, и поблекшій его образъ, выдѣлившись изъ области высокаго міа, въ средѣ „низшей міеологіи“ породилъ нѣкоторыя суевѣрія народной медицины, давъ начало сказкѣ объ оживляющемъ зельѣ, оказавшей, въ свою очередь, воздѣйствіе на современное народное творчество. Чудесный источникъ также не удержался въ кругу однихъ священныхъ сказаній. Вмѣстѣ со страной боговъ, которая была локализована подъ разными именами въ разныхъ мѣстахъ, онъ „сведенъ былъ съ неба на землю“, гдѣ вызвалъ сказку о „живой водѣ“, также перешедшую въ наше народное творчество. Затѣмъ, когда съ измѣненіемъ представленій грековъ о загробной жизни, „страна

³⁾ Stat. Achil. I 269; Quint. Smyrn. III 60 s.; Hygini fab. 107; Fulgent. Mythol. III 7; Serv. Verg. Aen. IV 57; Schol. Hor. Epod. 13.

блаженства“ перенесена была въ подземный міръ, чудесный источникъ очутился тамъ же, и въ противоположность Летѣ, одной изъ традиціонныхъ рѣкъ страны тѣней,—водѣ забвенія, получилъ краснорѣчивое названіе Мнемозины, т. е. воспоминанія, а въ связи съ представленіемъ о жаждѣ покинувшихъ тѣло душъ,—названіе „холодной“ воды, отчего самое мѣсто загробнаго блаженства было названо мѣстомъ прохлады“ (τόπος ἀναψύξεως, locus refrigerii). Въ послѣдней формѣ наше представленіе также оказалось весьма живучимъ. Оно удержалось до самаго конца древности и, наконецъ, оставило замѣтные слѣды въ христіанской эпиграфикѣ и даже въ литургическихъ текстахъ.

В. Клингерь.

Шиллеръ, Пушкинъ и Островскій въ изображеніи эпохи смутнаго времени на Руси.

Эпоха смутнаго времени на Руси, когда пришли въ броженіе всѣ элементы государственнаго строя и когда на фонѣ извѣстныхъ партій стали рельефнѣе проявляться отдѣльныя личности, послѣдовательно возвышавшіяся и затѣмъ падавшія—Б. Годуновъ, Лжедмитрій, Василій Шуйскій,—является однимъ изъ самыхъ драматическихъ моментовъ во всей нашей исторіи. Особенно это слѣдуетъ сказать относительно самой личности самозванца: трудно найти болѣе благодарный и эффектный для драматизаціи историческій эпизодъ, дающій такой богатый матеріалъ для творческой фантазіи поэта, какъ исполненная всевозможныхъ превратностей судьба перваго самозванца; уже самая таинственность, окружающая личность того, кто правилъ русской землею въ 1605-мъ г., представляется особенно заманчивой для поэта, давая широкій просторъ для свободного полета фантазіи и поэтическаго объясненія этой до сихъ поръ еще вполне неразгаданной личности. Подтвержденіемъ сказаннаго являются многочисленныя обработки этого именно періода русской исторіи не только въ русской литературѣ, но и въ западно-европейскихъ: испанской, нѣмецкой, французской и англійской, начавшіяся еще при жизни самого Лжедмитрія (Лопе-де-Вега). Подобнаго рода концепціи—проявленіе сильной и великой личности, стремящейся къ высокому и правому дѣлу вслѣдствіе вѣры въ истинность своего призванія, *вѣры въ самого себя* и затѣмъ дѣлающей одинъ роковой невѣрный шагъ на своемъ пути и гибнущей отъ этого одного шага (Валленштейнъ, Орлеанская Дѣва, Фіеско)—

постоянно привлекали къ себѣ вниманіе великаго драматурга, гениі котораго отличался „всемирностью и всечеловѣчностью“— *Шиллера*. Великій психологъ-художникъ живо чувствовалъ, что „обманъ, какъ основаніе пьесы, отталкиваетъ“. Вполнѣ естественно поэтому, что данный сюжетъ привлекъ къ себѣ глубокое вниманіе Шиллера въ послѣдніе годы его жизни, въ пору полного расцвѣта и зрѣлости его творческой дѣятельности и мощно овладѣлъ его творческой фантазіей. Затѣмъ нашъ великій *Пушкинъ* задался цѣлью „воскресить“ весь этотъ вѣкъ „во всей его истинѣ“, также въ пору зрѣлаго развитія своего таланта, въ „Борисѣ Годуновѣ“, высокохудожественномъ памятникѣ перелома во внутреннемъ мірѣ поэта и начала новаго спокойнаго и опредѣленнаго міровоззрѣнія, навѣяннаго „въ строгомъ уединеніи, вдали охлаждающаго свѣта“ Шекспиромъ и развившагося на почвѣ русской дѣйствительности путемъ глубокаго изученія родного быта, исторіи и народной поэзіи. Этой же эпохѣ увекался и *А. Н. Островскій*, написавшій рядъ драматическихъ хроникъ.

На характеристикѣ и сопоставленіи этихъ трехъ произведеній, несомнѣнно болѣе оригинальныхъ изъ всѣхъ обрабатывавшихъ этотъ же сюжетъ, мы и сосредоточимъ свое вниманіе.

Исторія созданія *Demetrius'a* свидѣтельствуетъ о томъ, съ какимъ рвеніемъ и съ какою любовью Шиллеръ обрабатывалъ свои произведенія и съ какою тщательностью стремился онъ воспроизводить даже мелкія черты своихъ произведеній.... Неумолимая смерть уже сторожила поэта, ему на созданіе *Demetrius'a* оставался всего одинъ годъ съ небольшимъ, да и то значительную часть этого скуднаго времени приходилось поэту удѣлять на другія литературныя работы, а въ особенности на борьбу съ болѣзнью, которая уже давно часто напоминала о роковой развязкѣ. Несмотря на все это, поэтъ проявилъ поразительную дѣятельность въ обработкѣ намѣченной темы. Но лебединая пѣснь поэта не была пропѣта до конца, его надежды закончить любимое произведеніе не сбылись: онъ умеръ въ самомъ разгарѣ своей работы и въ предсмертной агоніи бредилъ своимъ *Demetrius'омъ*, какъ бы желая удержать и на краю могилы тѣ образы, которыми онъ жилъ послѣдніе мѣсяцы. Замѣчательный монологъ царицы Марѣи въ 2-мъ актѣ былъ послѣднею грезой поэта о томъ падшѣмъ мірѣ поэзіи и прекраснаго, въ которомъ витала и къ которому постоянно стремилась, „immer himmelwärts strebte“ его возвышенная душа, все время своего земного существованія скорбѣвшая о томъ, что „das Dort ist

niemals Hier“; монологъ этотъ былъ пайденъ въ день смерти поэта, 9 мая на его письменномъ столѣ.

Какъ добросовѣстно и усердно Шиллеръ работалъ надъ имѣвшимся въ его распоряженіи матеріаломъ, свидѣтельствуется богатый черновой матеріалъ поэта, его Collectanea, а затѣмъ его подготовительныя работы „Studienheft“. Цѣлый рядъ красивыхъ и эффектныхъ сценъ (Samboract) Шиллеръ выбросилъ совсѣмъ, хотя проработалъ надъ ними довольно долго. Несмотря на разстроенное здоровье поэта при созданіи этого произведенія, заставлявшее его постоянно прерывать работу, Шиллеровскій Demetrius, создававшійся поэтомъ въ пору его полной зрѣлости, является даже и въ своемъ неоконченномъ видѣ весьма крупнымъ произведеніемъ: печать зрѣлаго генія лежитъ на немъ. Въ Германіи это произведеніе пользуется съ давнихъ поръ репутаціей одного изъ лучшихъ произведеній Шиллера. По выраженію Геттнера:—„Димитрій по своему драматизму есть одно изъ величайшихъ произведеній всѣхъ временъ и (даже) народовъ. Характеры, положенія дѣйствующихъ лицъ, говоритъ онъ, развитіе и судьба главнаго героя роднятъ эту трагедію съ „Фіеско“ и съ „Валленштейномъ“, а мастерство въ обработкѣ сложнаго матеріала и искусство въ развитіи дѣйствія во многомъ напоминаютъ „Орлеанскую Дѣву“. Въ другомъ мѣстѣ Геттнеръ называетъ эту пьесу „истинной поэзіей въ исторіи, законченнымъ образцомъ высокаго историческаго стиля“. Другой изслѣдователь Полекъ въ очеркѣ „Димитрій въ нѣмецкой литературѣ“ признаетъ Demetrius'a достойнымъ занять почетное мѣсто рядомъ съ „Вильгельмомъ Теллемъ“. Другіе изслѣдователи, какъ Готшалъ и Штейнъ, также обращали вниманіе на Demetrius'a и отдавали должную дань высокой художественности этого произведенія.

Demetrius былъ изданъ впервые въ 1815-мъ г. въ журналѣ „Morgenblatt“ другомъ Шиллера Кернеромъ, черновой матеріалъ здѣсь былъ затронутъ крайне слабо. Лишь въ 1876-мъ г. Карлъ Гедике напечаталъ этотъ драматическій отрывокъ со всей подготовительной работой поэта (Schillers sämtliche Schriften). Къ сожалѣнію, Гедике распредѣлил весь матеріалъ по своей собственной системѣ и распорядился имъ весьма произвольно. Этотъ недостатокъ былъ исправленъ изданіемъ Кеттнера 1895 г. На русскій языкъ Demetrius переведенъ, мѣстами не особенно точно, Л. А. Меемъ, который руководствовался изданіемъ Кернера, гдѣ вообще много неточностей.

Этой лебединой пѣсни Шиллера посвящены слѣдующія работы русскихъ ученыхъ: обстоятельный очеркъ А. А. Чебышева: „Трагедія Шиллера изъ русской исторіи (Ж. М. Н. Пр. 1898 г.—іюль;

вступительный этюдъ къ „Demetrius'у“ въ „Библіотекѣ великихъ писателей“, „Собраніе сочин. Шиллера“ т. III, стр. 262—278 проф. *Е. Шмурло* и статья *А. О. Лютера*: „Лебединая пѣснь Шиллера“ въ юбилейномъ сборникѣ въ честь Н. И. Стороженка: „Подъ знаменемъ науки“ 1902 г. (стр. 335—366).

Въ ту пору, когда Шиллеръ создавалъ своего Demetrius'a, въ исторической литературѣ существовало два противоположныхъ взгляда на личность Дмитрія: по однимъ это былъ обманщикъ, самозванецъ, по другимъ — истинный царевичъ. Оба эти мнѣнія имѣли для Шиллера значеніе лишь фактическаго матеріала, чутье художника подсказало ему наилучшій выходъ, а творческій талантъ въ самыхъ этихъ противорѣчіяхъ нашелъ данныя для высокохудожественной концепціи и созданія величественнаго, истинно трагическаго образа. Шиллеровскій *Дмитрій* — не сынъ Іоанна Грознаго, но онъ глубоко вѣруеть въ это и твердо убѣжденъ въ своемъ царственномъ происхожденіи; онъ свято и непоколебимо вѣруеть въ себя, въ правоту своихъ стремленій, и готовъ скорѣе пролить по канлѣ кровь, чѣмъ уступить права на свой вѣнецъ. Насколько онъ вѣритъ въ себя, настолько же вѣритъ въ него и народъ. Это личность поистинѣ царственная, полная сознанія правоты своихъ притязаній, собственнаго достоинства и благородства. Поднятіе занавѣса вводитъ насъ сразу въ самую средину событій: дѣйствіе открывается олестящей картиной Краковскаго сейма, Дмитрій въ центрѣ грандіознаго политическаго движенія. Уже въ самой рѣчи его и во всемъ поведеніи на Краковскомъ сеймѣ, когда онъ проситъ о поддержкѣ, слышится голосъ, умѣющий не только просить, но и повелѣвать; вся рѣчь проникнута глубокимъ сознаніемъ своего положенія, онъ держитъ себя вполне независимо: кланяется „mit bedecktem Haupt“ королю, сенаторамъ и выборнымъ, ни въ какихъ посредникахъ онъ не пуждается. Рѣчь Дмитрія своимъ искреннимъ и глубокоубѣжденнымъ тономъ производитъ сильное впечатлѣніе на все собраніе. Дмитрій такъ увѣренъ въ себѣ, что не задумывается польстить низменнымъ инстинктамъ жадной шляхты, обѣщая щедрые дары всѣмъ сподвижникамъ. Слова обѣщанія, умѣло брошенныя жадной толпѣ, вызываютъ сильное волненіе. Вдохновленный своей собственной рѣчью Дмитрій вспоминаетъ смутные образы далекаго прошлаго: пожаръ, бѣгство темной ночью, называніе его царскимъ пріемышемъ. Эти внезапныя воспоминанія далекаго прошлаго еще болѣе убѣждаютъ его въ томъ, что онъ — царевичъ; онъ говоритъ:

Не по примѣтамъ можетъ быть обманнымъ,
А по біенію собственнаго сердца
Я узнаю наслѣдственную кровь.

Съ непоколебимой рѣшимостью добавляетъ онъ:

И ужъ скорѣй пролью ее по каплѣ,
Чѣмъ уступлю права на мой вѣнецъ.

Благодаря энергичному протесту Льва Сапѣги, срывающаго сеймъ своимъ единственнымъ veto, Дмитрію не удастся добиться официальной помощи, онъ благодаритъ за „признанную истину“ и проситъ о поддержкѣ, указывая на то, что наступилъ „удобный мигъ слить два народа воедино“.

Картина сейма полна неподдѣльнаго драматизма. быть можетъ — это одна изъ самыхъ сильныхъ сценъ во всей трагедіи. Въ отношеніи къ исторической и бытовой дѣйствительности полная жизни картина сейма изображена мастерски, въ уста архіепископа влагается не мало польскихъ словъ и выраженій. Весьма любопытно отмѣтить тотъ фактъ, что архіеп. Гнѣзненскій въ отвѣтной рѣчи Дмитрію высказываетъ предположеніе о томъ, что, б. можетъ, Дмитрій и самъ обманутъ. Здѣсь сказалось собственное Шиллеру искусство указать на грозящую въ отдаленіи катастрофу еще въ самомъ началѣ дѣйствія; у Шиллера уже въ самомъ началѣ пьесы слышатся отдаленные раскаты собирающейся надъ головою героя грозы, это сказалось съ замѣчательнымъ мастерствомъ въ „Валленштейнѣ“ и „Маріи Стюартъ“.

Вспомнимъ дажѣ мечты Дмитрія послѣ помолвки съ Мариной Мнишекъ перенести на Русь „свободу сладкую“, которую онъ вкусилъ въ Польшѣ, его желаніе „aus Sklaven frohe Menschen machen“. Симпатичнѣе всего Дмитрій при вѣздѣ на Русь, когда онъ дѣлаетъ первый шагъ на своей родной землѣ и вмѣстѣ съ тѣмъ первый рѣшительный шагъ въ своемъ дѣлѣ. Какая горячая любовь, какая глубокая, щемящая скорбь слышится въ его трогательномъ испрашиваніи прощенія у земли родной за тотъ вредъ, какой оно несетъ ей при всей законности своего дѣла:

Vergib mir, theurer Boden, heim'sche Erde,
Das ich, dein Sohn, mit fremden Feindes Wäffen
In deines Friedens ruhigen Tempel falle.....

Предъ взоромъ Дмитрія широко развернулася въ своемъ величественномъ просторѣ его родная Русь; веселая открытая мѣстность, замѣчаетъ поэтъ, широкая рѣка (Десна), кругомъ зеленѣющія нивы, чудная весенняя пора. Съ пригорка видитъ Дмитрій

Черниговъ, Новгородъ Сѣверскій (неточное представленіе Шиллера о картѣ Россіи). По словамъ спутника Дмитрія Разина, Русь идетъ необозримо къ востоку, а на сѣверѣ „keine Grenzen hat es“. Дмитрій очарованъ роскошнымъ видомъ широкихъ полей и необозримыхъ равнинъ своей родины, и вмѣстѣ съ тѣмъ ему больно и тяжело при мысли, что своимъ появленіемъ онъ несетъ этой разстилающейся предъ нимъ въ безмятежномъ величавомъ спокойствіи своей же родины войну со всѣми ея ужасами и бѣдами. Его возмущаютъ слова Одовальскаго, что „такъ и слѣдуетъ“, и онъ гордо отвѣчаетъ: „Du fühlst als Pole, ich bin ein Moskau's Sohn“. Помимо того, въ словахъ его сказывается несомнѣнно чистая радость, охватившая все его существо при видѣ широко раскинувшейся предъ нимъ „его“ земли. Это благородная впечатлительная натура, чуткая къ воспріятію красотъ природы. Первая неудача при столкновеніи съ Борисовымъ войскомъ обезкураживаетъ его: онъ падаетъ духомъ и готовъ покончить съ собой, но судьба ему благопріятствуетъ: Борисъ умираетъ. Съ искреннимъ сокрушеніемъ, безъ всякой затаенной злобы, тѣмъ болѣе злорадства, выслушиваетъ онъ вѣсть о смерти царя Бориса. Вотъ Дмитрій на вершинѣ славы и счастья, все ему улыбается, триумфально проходитъ онъ до Тулы, встрѣчая всюду подношенія городскихъ ключей и царскихъ регалій. Все обѣщаетъ въ немъ гуманнаго правителя: онъ отклоняетъ рабскія изліянія покорности русскихъ и мечтаетъ искоренить низкопоклонничество. Онъ изъявляетъ желаніе свидѣться съ матерью и шлетъ къ ней пословъ. И вотъ, когда Дмитрій является чуть не на верху своего блаженства, когда цѣль, къ которой онъ такъ страстно и убѣжденно стремился, почти достигнута, его постигаетъ ужасный ударъ судьбы: онъ узнаетъ свое истинное происхожденіе. Среди лицъ, собравшихся около него въ Тулѣ, появляется чело-вѣкъ, котораго Дмитрій узнаетъ сразу и которому весьма радъ, онъ узнаетъ въ немъ своего воспитателя и остается съ нимъ наединѣ; сердечно благодаритъ онъ его какъ своего спасителя и наставника; тотъ заявляетъ, что Дмитрій дѣйствительно ему обязанъ, но болѣе, чѣмъ самъ можетъ думать о томъ. Онъ рассказываетъ Дмитрію всю правду: Борисъ не наградилъ его за убіеніе истиннаго царевича и сталъ даже грозить ему смертью; въ пылу гнѣва онъ увидалъ случайно одного отрока, чрезвычайно похожаго на царевича, усыновилъ этого мальчика, бѣжалъ съ нимъ изъ Углича и поручилъ затѣмъ его одному духовному лицу, принимавшему участіе въ этомъ предпріятіи; онъ же передалъ ему и драгоценный крестъ, снятый имъ же самимъ съ убитаго. Этотъ мальчикъ и есть онъ—Дмитрій: онъ его орудіе и царитъ теперь на Руси

вмѣсто Бориса... Отчаяніе Дмитрія велико, а тутъ убійца выводитъ его изъ себя кипчивымъ и дерзкимъ требованіемъ награды, и онъ мгновенно закалываетъ этого вѣстника своего несчастья. Здѣсь дѣйствуетъ не столько чувство самосохраненія, сколько безысходное отчаяніе, охватившее все существо Дмитрія, когда его дѣлостный и жизнерадостный міръ мгновенно былъ разрушенъ до основанія. Эта замѣчательная по своему трагизму сцена составляетъ переломъ всей трагедіи. Здѣсь долженъ быть слѣдовать замѣчательный монологъ Дмитрія: „Ты пронзилъ мое сердце, говоритъ онъ надъ трупомъ Андрея, ты отнял у меня вѣру въ самого себя. Прости, мужество и надежда, прости радостная увѣренность въ себя!... Мой внутренній міръ разрушенъ. Мы съ правдой разлучены на вѣки“... Справедливо сравниваетъ Кетгнеръ этотъ монологъ съ прощаніемъ Отелло со всѣми радостями жизни послѣ разоблаченія Яго. Въ головѣ Дмитрія сейчасъ же мелькаютъ подкрѣпленія внутренней рѣшимости идти впередъ во что бы то ни стало: отступленіемъ онъ ввергаетъ народъ и своихъ соучастниковъ въ пучину бѣдствій еще болѣе ужасныхъ, да развѣ нельзя оказать благодѣянія странѣ, не будучи истиннымъ царевичемъ, рѣшаетъ онъ еще убѣдительнѣе. Въ этомъ отношеніи Дмитрій является роднымъ братомъ Фіеско и Валленштейна. Изъ борца за великое, правое дѣло онъ превращается во властолюбиваго эгоиста; онъ рѣшается на преступленіе, протягиваетъ руку на не принадлежащій ему по праву престолъ, стараясь оправдать себя и выдвигая на первый планъ благо родины и народа. И Фіеско, рѣшающійся при видѣ красоты своего роднаго города, облитаго утренней зарей, избавить этотъ родной городъ, предстающій предъ нимъ во всей своей красѣ, отъ деспотическаго правленія разнузданной кучки аристократовъ, въ началѣ не рѣшается помогать королю и находить послѣ долгой и тяжелой душевной борьбы, что „завоевать вѣнецъ—великое дѣло, отбросить его—божественное“, но впослѣдствіи... онъ находитъ, что „одна минута высшей власти поглощаетъ всю суть существованія“. И знаменитый Фридрихъ, сознавая то безвыходное положеніе, въ какое онъ попалъ, и видя, что для него нѣтъ уже возврата, дѣлаетъ роковой рѣшительный шагъ къ сближенію со Шведами для достиженія своей цѣли! Справедливо замѣчаніе Беллерманна, что въ К. Моорѣ, Фіеско, Жаннѣ и Дмитріи необычайная сила воли, всѣ они стремятся быстро и опредѣленно къ развѣ намѣченной ихъ волею цѣли и не нуждаются ни въ какомъ препятствіи извнѣ, а сами находятъ или въ силу неосмотрительнаго увлеченія своей воли, или вслѣдствіе рокового, ошибочнаго шага на этомъ пути свою трагическую

гибель (II—65). Отто Гарнакъ говоритъ, что Дмитрій долженъ отрицать одну сторону своей натуры—или силу, или правдивости. Для героической личности первое невозможно, второе влечетъ за собой трагическую гибель. Невозможно это „первое“ и для Валленштейна, и для Фіеско. Но благородная цѣль должна осуществляться только благородными средствами, а между тѣмъ, какъ отлично сознаетъ самъ Дмитрій, теперь его сила не въ глубокомъ внутреннемъ убѣжденіи, какъ прежде; нѣтъ—„убійство и кровь“ должны помочь ему устоять на этомъ новомъ пути. До этого времени Дмитрій былъ игрушкой судьбы, слѣпымъ орудіемъ въ чужихъ рукахъ интриги и коварства, теперь же онъ самъ лично силой своей воли является руководителемъ своей судьбы. Онъ не хочетъ уступить этой судьбѣ, такъ злобно насмѣявшейся надъ нимъ, вознесшей его изъ полнаго ничтожества на недостижимую высоту самодержавнаго монарха и затѣмъ у самой цѣли низвергающей его въ бездонную пропасть. Онъ дѣлаетъ гордый вызовъ судьбѣ и рѣшается уже самъ бороться съ нею. Вотъ это то превращеніе Дмитрія, героя пьесы, изъ лица руководимаго сначала чужою волею, въ отвѣтственнаго, активнаго дѣятеля даетъ основаніе нѣкоторымъ изслѣдователямъ (Геттнеру, Кеттнеру и др.) видѣть въ этомъ произведеніи Шиллера весьма любопытное и удачное сліяніе двухъ типовъ трагедій, античной трагедіи рока (Schicksalstragödie) и новой трагедіи личной отвѣтственности героя, при чемъ новая трагедія здѣсь торжествуетъ всецѣло. Трагическій фатумъ поставилъ Дмитрія лицомъ къ лицу съ несчастьемъ; какъ ни трудно Дмитрію было отступить въ борьбѣ съ нимъ, у него все-таки былъ выборъ, но въ силу своего характера онъ самъ ввергаетъ себя въ это несчастье, онъ самъ ведетъ себя къ гибели! Злые силы пробуждаются въ немъ во время этой борьбы, на которую онъ самъ рѣшается: онъ самъ даетъ имъ благопріятный моментъ для развитія! Справедливо поэтому приведенное выше выраженіе Беллерманна, что такія личности не нуждаются въ препятствіи извнѣ, онѣ преодолеваютъ его, какъ преодолѣлъ его Дмитрій, рѣшившись идти впередъ, но онѣ же далѣе въ силу увлеченія своей воли гибнутъ на этомъ пути. Стоило, однако, Дмитрію потерять вдохновлявшую его вѣру въ самого себя, и онъ становится тиранномъ, деспотомъ, забываетъ мудрые совѣты Сигизмунда чтить мѣстные обычаи и испрашивать благословеніе у матери на всякое дѣло, подпадаетъ вліянію поляковъ и казаковъ, не обуздывая ихъ произвола, забываетъ царицу Марѳу, преслѣдуетъ монаховъ. Какъ ни падаетъ Дмитрій, обнаруживая „die mächtigsten Kräfte der Menschheit“ и „die menschliche Verderbniss“, тѣмъ не

менѣ онъ все-таки вызываетъ нѣкоторое участіе и нѣкоторую долю симпатіи къ себѣ: какъ глубоко несчастенъ онъ въ своей любви къ Ксеніи, предъ истинно женственной красотой и нѣжной граціей которой Марина, которая была быть можетъ только увлеченіемъ, — ничто; какъ страдаетъ онъ, соединяя свою жизнь съ той, которая съ такой холодной расчетливостью погубила предметъ его любви и потомъ цинично заявила ему, что она никогда не вѣрила въ истинность его царскаго происхожденія и никогда не любила! Онъ такъ много пережилъ и перестрадалъ, что еще недавнее прошлое, не омраченное ничѣмъ подобнымъ, кажется ему далекимъ и какъ бы чуждымъ, у него тоска по этомъ миломъ прошломъ, неодолимое злеченіе къ нему. Какъ искренно откровененъ онъ въ сценѣ свиданія съ матерью, гдѣ онъ не притворяется вовсе! Какъ ни велико отчаяніе Дмитрія, какъ ни сильно это потрясшее весь его внутренній міръ горе, когда онъ узналъ роковую тайну своего происхожденія, въ глубинѣ его сердца до свиданія съ матерью все еще таится слабый лучъ надежды на то, что, быть можетъ, этотъ человѣкъ и теперь обманулъ его; есть еще лицо, которое уже несомнѣнно откроетъ ему всю правду—это царица, мать, по въ первый же моментъ чувствуетъ онъ, что надѣяться уже больше—нельзя. „Голосъ природы“ онъ не хочетъ насиловать, онъ искренно проситъ ее способствовать его дѣлу, и эта искренность, соединенная съ трогательной мольбой, въ данномъ случаѣ трогаетъ царицу до слезъ и она попускаетъ обманъ. Поэтъ до конца сохранилъ трагическое величіе въ своемъ героѣ. Съ какимъ величественнымъ видомъ и отвагой встрѣчаетъ онъ ворвавшихся заговорщиковъ, проходящихъ даже въ нѣкоторое замѣшательство отъ этого. Пр. Шмурло говоритъ, что Дмитрій могъ бы обезоружить противниковъ, или, по крайней мѣрѣ, сдѣлать попытку спасти себя общаніемъ предать ненавистныхъ поляковъ, но это слишкомъ для него низко, и онъ безмолвно падаетъ, пронзенный мечами враговъ. Въ дѣйствительности по замыслу поэта, какъ это доказываетъ послѣдній отрывокъ плана Demetrius'a, Дмитрій это дѣлаетъ и это производитъ довольно сильное впечатлѣніе на шайку, и только прибытіе Шуйскаго со второй шайкой рѣшаетъ дѣло окончательно; „es gelingt ihm, замѣчаетъ поэтъ, beinahe sie zu entwaffnen da er ihnen die Polen preisgeben will“. Однако, этотъ поступокъ не можетъ всецѣло очернить Дмитрія, какъ предателя своихъ же помощниковъ: онъ и безъ того, быть можетъ, радъ былъ бы избавиться отъ необузданной шляхты, клеветовъ Марины, а также и отъ самой Марины.

Таковъ Шиллеровскій Дмитрій. Это благородная личность, несомнѣнно сильнаго характера и необычайной силы воли. Судьба вознесла его на недосыгаемую прежде высоту, чтобы затѣмъ сейчасъ же низвергнуть, но онъ пытается удержаться, стремится устоять на этой головокружительной высотѣ собственными силами своей воли.

Слѣдуетъ сказать еще нѣсколько словъ о сценѣ въѣзда Дмитрія въ Москву. Въ этой сценѣ самъ поэтъ отмѣтилъ сходство ея съ Kgnungszug въ „Орлеанской Дѣвѣ“. Вообще, надобно сказать, Дмитрій Шиллера имѣетъ нѣкоторое сходство съ Жанной Д'Аркъ: цѣль всѣхъ ихъ стремленій достигается уже послѣ того, какъ въ душѣ ихъ происходитъ страшный внутренній разладъ, обусловленный потерей вѣры въ себя, въ истинность своего призванія; Дмитрій узнаетъ отъ Андрея роковую тайну своего происхожденія, Орлеанская Дѣва теряетъ вѣру въ себя послѣ роковой встрѣчи съ Ліонелемъ. Но въ то время, какъ далѣе Орл. Дѣва достигаетъ еще болѣе высокой нравственной высоты, чѣмъ прежде, Дмитрій продолжаетъ падать внизъ по наклонной плоскости.

Отступленій отъ исторической дѣйствительности не мало, напр., любовь Дмитрія къ Ксеніи, вступленіе его на Русь весной, а не осенью, уничтоженіе промежутка между свадьбой (8 мая 1606 г.) и катастрофой (17 мая) и т. д., тѣмъ не менѣе поэтъ художественнымъ чутьемъ своимъ поразительно приблизился къ исторической правдѣ въ созданіи личности перваго русскаго самозванца: именно это убѣжденный въ своемъ царскомъ происхожденіи человѣкъ! Шиллеръ художественнымъ чутьемъ и тактомъ правильно понялъ, что крупный успѣхъ Дмитрія не могъ опираться на одинъ только обманъ, необходимо, несомнѣнно, было историческому Дмитрію вѣровать въ самого себя и въ правоту своихъ стремленій. Шиллеръ пытался подойти и къ самому способу созданія убѣжденного самозванца, но здѣсь то и обнаруживается нѣкоторая неестественность въ самомъ ходѣ и характерѣ событій. Дмитрія усыновляетъ съ заранѣе обдуманной цѣлью и воспитываетъ какъ орудіе мести противъ Бориса—убійца истиннаго царевича. Нельзя не замѣтить, что такая мотивировка является неестественной и крайне искусственной: трудно допустить, чтобы въ головѣ одного человѣка, даже не простаго дьяка, могла создаться подъ вліяніемъ мести такая сложная, даже грандіозная интрига противъ Бориса, да и могла ли бы она удовлетворять чувству мести: она вѣдь если и грозила Борису гибелью, то и то въ отдаленномъ будущемъ, когда Бориса могло уже не быть въ живыхъ; да и осуществилась ли бы она—это еще вопросъ. Такая сложная интрига, основанная на строго обдуман-

ныхъ расчетахъ, противорѣчить психологической природѣ мести, особенно такой мести, построенной на чисто личныхъ счетахъ. Лютеръ оправдываетъ въ данномъ случаѣ Шиллера указаніемъ на то, что экономія драмы требовала сосредоточенія всѣхъ нитей интриги въ рукахъ одного лица. Намъ кажется, что экономія врядъ ли бы была нарушена, если бы убійца явился однимъ изъ цѣлой партіи, тѣмъ болѣе, что убійцѣ пришлось и такъ привлечь къ дѣлу, по его словамъ, еще какое-то духовное лицо, укрывавшее Дмитрія и посвященное въ это предпріятіе. Современная историческая наука глубоко разработала вопросъ о личности перваго самозванца и ушла далеко впередъ въ разрѣшеніи этого спорнаго вопроса благодаря новымъ даннымъ, находимымъ въ Ватиканскомъ, Вѣнскомъ и Данцигскомъ архивахъ, и трудамъ Пирлинга, Щейкина, гр. Шереметьева, Пташицкаго, Платонова, Голубовскаго и др. ученыхъ. Личность эта—убѣжденный въ своей правотѣ самозванецъ, человѣкъ русскаго происхожденія, одинъ изъ товарищей царевича Дмитрія, вывезенный изъ Углича, быть можетъ, англійскимъ агентомъ Герсеемъ, воспитывавшійся въ одномъ изъ сѣверныхъ монастырей, даже принявшій первое постриженіе, затѣмъ яко бы умершій и записанный съ именемъ Леонида въ помянникъ, (Борисъ приказалъ пронавести перепись монаховъ въ сѣверныхъ монастыряхъ), въ дѣйствительности же отправленный за границу, гдѣ онъ попалъ къ Вишневедкому. Созданіе такого убѣжденного самозванца—широко задуманная боярская интрига, бояре воспитали убѣжденного въ своей правотѣ самозванца, желая выставить его претендентомъ на престолъ для уничтоженія династіи Годунова, они и воспользовались этимъ дѣломъ рукъ своихъ, какъ нужнымъ для нихъ въ данномъ случаѣ орудіемъ. Для этого только онъ и былъ имъ нуженъ. Вотъ этого то и не достаетъ въ концепціи Шиллера: подобная интрига не можетъ быть дѣломъ одного или двухъ частныхъ лицъ, сводившихъ свои личные счеты съ Борисомъ, но—цѣлой касты, всячески стремившейся создать себѣ прочное и полновластное положеніе въ государствѣ въ то время, когда этому положенію угрожала серіозная опасность.

Еще до появленія самого *Бориса* о немъ предпосылается слѣдующее мнѣніе Сигизмунда: „силенъ и чтимъ престолъ царя Бориса“; далѣе Сигизмундъ указываетъ на то, что у Бориса въ замѣну предковъ есть „дѣянія и заслуги“. Въ одномъ мѣстѣ поэтъ самъ отмѣчаетъ, что Борисъ достигъ престола преступленіемъ, но всѣ обязанности самодержавнаго владыки выполнялъ добросовѣстно; онъ—безцѣнный повелитель страны и истинный отецъ народа. Онъ, правда, насиліемъ и преступленіемъ достигъ престола, но надѣялся,

какъ видно изъ одного мѣста 3-го акта (планъ), заглавить эту единую вину годами неустанной работы на благо народа и добросовѣстнымъ выполненіемъ долга. Мстителенъ и гнѣвенъ онъ только въ своихъ личныхъ дѣлахъ. Въ своей семьѣ это прекрасный семьянинъ, нѣжный и любящій отецъ, и поэтъ намѣревался посвятить отдѣльную сцену изображенію Бориса въ его домашней обстановкѣ, въ бесѣдѣ съ Ксеніей, гдѣ онъ открываетъ ей свою наболѣвшую душу. Кается въ своихъ грѣхахъ онъ и передъ Іовомъ. Въ дѣлахъ государственныхъ это тактичный политикъ и умный человѣкъ, стоящій выше окружающихъ не по сану только, но и по духовнымъ качествамъ своимъ. Какъ царь, онъ находитъ для себя внякимъ выступать самодично противъ „обманщика“; кромѣ того, онъ боится оставить Москву, гдѣ начинаютъ все упорнѣе циркулировать слухи объ истинности царевича, а между тѣмъ его гнѣвъ и отчаяніе усиливаются при видѣ того, какъ ужасно разрастается то событіе, который онъ сначала пренебрегалъ. Онъ впадаетъ въ суевѣріе, вѣритъ всякимъ примѣтамъ, всюду ему видится предсказаніе судьбы: онъ становится жестокимъ, прежнее самообладаніе покидаетъ его, но все же онъ собираетъ послѣдніе остатки силы воли и преодолеваетъ себя, выслушивая всѣ извѣстія о неудачахъ до мельчайшихъ подробностей. Въ отношеніи Бориса къ появленію Дмитрія и началу его дѣла личность эта напоминаетъ нѣсколько личность Тальбота въ „Орлеанской Дѣвѣ“. Подобно Борису, Тальботъ сначала скептически и презрительно относится къ Орлеанской Дѣвѣ, онъ не вѣритъ, чтобы этотъ призракъ, страшный для черни, могъ пугать полководцевъ; въ Орлеанской Дѣвѣ онъ видитъ только „eine Gauklerin“ (комедіантку), которой нечего бояться истиннымъ героямъ, и только смертельно раненный, убѣждается онъ въ своемъ безсиліи. Таково же на первыхъ порахъ отношеніе Бориса къ Дмитрію. Борисъ выше всѣхъ окружающихъ, но у него безпредѣльная гордость, страстная привязанность и любовь къ неограниченной власти. Поэтъ говоритъ, что продолжительное пользованіе верховной властью, привычка господствовать и сама неограниченная форма правленія развили въ Борисѣ эту гордость. Эта то гордость и любовь къ власти поднимаютъ въ его глазахъ несчастье до невѣроятной высоты, онъ же являются источникомъ всѣхъ его неудачъ и несчастій: онъ боится всякаго малѣйшаго униженія, онъ не въ силахъ пережить своего величія! По-царски умираетъ онъ, безстрашно глядя въ глаза смерти. Борисъ, правда, преувеличивалъ свое положеніе, однако, нельзя не замѣтить изъ хода самой драмы, что положеніе его, какъ царя, колебалось: его болѣе боялись, чѣмъ любили, за-

мѣчаетъ поэтъ; онъ нарывається на оскорбленія со стороны бояръ, его угнетаютъ вѣсти одна другой печальнѣе. По мнѣнію Кеттнера, въ этой трагической катастрофѣ Бориса Шиллеръ подчеркнул не столько месть Немезиды за убійство царевича, какъ полагаетъ Трейеръ, сколько гибель человѣка въ борьбѣ съ непобѣдимой судьбой: человѣкъ, обладающій всѣми необходимыми для правителя способностями, исполняющій всѣ обязанности добросовѣстно, видитъ свое дѣло проиграннымъ, какъ только какой-то юноша предъявляетъ къ нему требованія на престолъ. Онъ низвергается именемъ того, кого онъ убилъ, но и этотъ его побѣдитель торжествуетъ недолго: гибнетъ и онъ, „убійство и кровь“ не помогли ему устоять...

Въ описовкѣ личности Бориса, насколько она выясняется изъ схематическихъ набросковъ, Шиллеръ подошелъ къ исторической дѣйствительности не настолько близко, какъ въ изображеніи личности Дмитрія. Его Борисъ—талантливый правитель, но истинный убійца царевича и при томъ, будучи всегда дальновиднымъ и умнымъ, въ этомъ именно дѣлѣ онъ поступаетъ довольно опрометчиво, вооружаетъ противъ себя исполнителя убійства и оставляетъ въ живыхъ этого свидѣтеля своего злодѣянія! Исторія не можетъ непосредственно обвинять Бориса въ убіеніи царевича, все обвиненіе основывается на предположеніи выгоды для Бориса этого факта.

Инокія *Марѳа* играетъ роковую роль и для Бориса, и для Дмитрія. Въ сценѣ на Вѣломъ озерѣ, въ бесѣдѣ съ Ювомъ по поводу появившихся слуховъ о самозванцѣ, когда тотъ проситъ ее отъ имени царя изобличить обманщика, она питаетъ непримиримую злобу къ Борису и вся проникнута мщеніемъ, она хорошо сознаетъ всю силу своего материнскаго авторитета въ успѣхъ Бориса и Дмитрія. Это энергичная, экзальтированная натура, еще не разставшаяся съ жаждой жизни и власти. Она сначала увѣровала въ истинность своего сына, а затѣмъ у нея является сомнѣніе, но ей хочется вѣрить въ эту пріятную для нея грезу. Неправильный Борисъ теперь въ ея власти, ему нужно одно ея слово, отъ котораго зависитъ весь успѣхъ предпріятія его врага. Не въ силахъ сдержать она накипѣвшую за много лѣтъ злобу, и, вся охваченная энтузіазмомъ, она признаетъ его сыномъ:

Мнѣ сынъ онъ! Я по признакамъ всѣмъ знаю
И признаю..... хоть по боязни царской.....
Онъ самый, онъ! Онъ живъ! Онъ недалеко!
(Er ist's! er lebt! er naht!)

Долой, тиранъ съ престола! Трепещи!

Оставшись одна, она дает волю накопившемуся чувству. Бесѣда съ Іовомъ произвела въ ней рѣзкую перемену: изъ „окаменѣлой“, ко всему безучастной монахини она превращается въ глубоко чувствующую женщину и царицу. Жажда жизни, жажда власти, жажда мести со всей силой закипаетъ снова въ ея душѣ. У нея является слабый лучъ надежды на то, что это ея сынъ. Этотъ монологъ ея, послѣднее твореніе, вышедшее изъ-подъ пера Шиллера, найденный въ день его смерти на его письменномъ столѣ, является самымъ художественнымъ мѣстомъ во всей трагедіи. Онъ исполненъ удивительной силы и высокой художественной красоты:

Онъ сынъ мой—знаю, чувствую и вѣрю!
Хочу повѣрить (добавляетъ она) и берусь за якорь,
Ниспущенный мнѣ съ неба для спасенія,....

Энтузіазмъ ея достигаетъ крайнихъ предѣловъ, воображенію ея рисуется грандіозная картина: ея сынъ идетъ отомстить за свою мать:

Онъ! онъ! Идетъ сюда вооруженный
Спасти меня и отомстить врагу!
Я слышу звуки громкихъ трубъ и бубновъ!

(Въ оригиналѣ сильнѣе: Hört seine Trommeln! seine Kriegstrompeten!).

Собирайтесь отъ сѣвера и юга,
Изъ всѣхъ степей, изъ вѣковыхъ лѣсовъ
Всѣ языки державному навстрѣчу

Далѣе она трогательно проситъ „солнце вѣковѣчное“ снести ему ея желанія, умоляетъ „воздухъ необъятный и летучій“ вѣять на него ея благословеніемъ:

Du, ew'ge Sonne, die den Erdenball
Umkreist, sei du die Botin meiner Wünsche!
Du, allverbreitet ungehemmte Luft,
Die schnell die weitste Wanderung vollendet,
O trag' ihm meine glühnde Sehnsucht zu!

Это мѣсто, исполненное поразительной художественности и высокой граціи, невольно напоминаетъ нашъ знаменитый плачъ Ярославны и затѣмъ высокохудожественныя строфы Пушкинскихъ сказокъ „О царѣ Салтанѣ“ (обращеніе дитяти къ волнѣ) и „О мертвой царевнѣ“ (обращеніе царевича Елисея къ мѣсяцу и вѣтру).

Въ сценѣ свиданія съ Дмитріемъ Марѳа убѣждается, что вѣрить болѣе—нельзя, но на нее производятъ благопріятное впечатлѣніе искренность тона и благородная наружность Дмитрія, ее тро-

гають его горячія просьбы. Ей самой больно разставаться съ гре-
зами, о которыхъ она мечтала. Она безмолвно позволяетъ Дмитрію пока-
зать ея слезы народу, какъ доказательство того, что ихъ проливаетъ
не чужая ему женщина. Когда же ей въ послѣднемъ дѣйствіи при-
ходится быть болѣе активнымъ свидѣтелемъ истинности Дмитрія,
она не въ силахъ совершить клятвopреступленія, не въ силахъ
войти въ сдѣлку съ совѣстью, которую она какъ ни какъ сдѣлала
при свиданіи съ нимъ, но тамъ, во-первыхъ, не требовалось ея
активного участія, а во-вторыхъ, она была крайне потрясена этимъ
самымъ свиданіемъ. Своимъ молчаніемъ она упрочила почву подъ
ногами Дмитрія, этимъ же молчаніемъ она сыграла для него та-
кую же роль, какъ и для Бориса: она погубила его.

Личность *Марины* производитъ у Шиллера самое неблагопріят-
ное, отталкивающее впечатлѣніе. Это властолюбивая и честолюбивая
натура. Она соглашается выйти замужъ за Дмитрія, такъ какъ
это въ перспективѣ сулитъ ей царскую корону. Ея честолюбіе не
имѣетъ границъ: будучи невѣстой Дмитрія, она уже помышляетъ
и у Польши, своей же отчизны, отнять Кіевъ: „Да Кіевъ развѣ—
Польша“?, восклицаетъ онъ: „тамъ Варяги споконъ вѣка наслѣд-
ственно княжили.—Я лѣтопись старинную читала и вникла: онъ
отъ русскаго княженія оторванъ—надо и назадъ отдать“. Ей, по
выраженію ея отца, „скромный жребіи ея сестеръ не подъ стать,
она стремится всечасно къ высшей цѣли“. Она вертитъ какъ нѣш-
кой влюбленнымъ въ нее Одовальскимъ, увлекаетъ своего отца въ
рискованное предпріятіе помочь Дмитрію и въ послѣдствіи подчи-
няетъ себя и Дмитрія. Это хитрая, ловкая и вмѣстѣ съ тѣмъ
тонкая и изворотливая интригантка: она приказываетъ Одовальскому
вести Дмитрія къ побѣдѣ такъ, чтобы онъ постоянно нуждался въ
ея помощи, чтобы онъ никакъ не могъ сбросить ея „путь“. Она ни
на минуту не вѣритъ въ истинность царскаго происхожденія
Дмитрія. „За нимъ, говоритъ она, вдохновеніе, а за нами мысль, пу-
скай онъ остается въ заблужденіи, что это все ему ниспало съ
неба“. Недаромъ она говоритъ въ отвѣтъ на просьбу шляхты при-
нять начальство, что она поведетъ ихъ „не плотью, а мысленно“. Ея
дѣло подготовить, обдумать, подстроить интригу, а затѣмъ найти
послухное орудіе для исполненія ея. Съ какой холодной и безсер-
дечной расчетливостью Марина устраняетъ свою соперницу, не-
счастную Ксепію; съ какимъ цинизмомъ она, достигнувъ цѣли—
выйдя за Дмитрія, объявляетъ ему, что въ истинность его она и
не вѣрила никогда! Она сбрасываетъ теперь личину, которую, по
замѣчанію поэта, умѣетъ носить лучше Дмитрія, но, разумѣется,

тогда, когда это представляется нужнымъ или выгоднымъ для нея. Какъ вѣрна себѣ эта коварная личность, лишенная какихъ бы то ни было чертъ женственности, въ послѣднія минуты Дмитрія: она и здѣсь притворяется и разыгрываетъ изъ себя съ поразительной находчивостью жертву самозванца, чтобы возбудить тѣмъ сожалѣніе и состраданіе окружающихъ. Это черствая, бездушная и вмѣстѣ съ тѣмъ властная натура, не брезгающая никакими цѣлями для осуществленія своего дѣла. По ея мнѣнію одно: „любовь или величіе“, а все другое—равно ничего; равно ничего оказывается и „любовь“. По обрисовкѣ эта личность можетъ быть сопоставлена отчасти съ холодной и бездушной Елисаветой въ „М. Стюартъ“, но въ характерѣ послѣдней есть хоть одна свѣтлая черточка—она любитъ Лейстера, хотя въ сценѣ съ Мортимеромъ она производитъ еще болѣе отталкивающее впечатлѣніе, чѣмъ Марина. Еще болѣе походить Марина на жестокою, чуждою всего женственнаго Маргариту, герцогиню Іорскую, въ „Варбекъ“.

Прямую противоположность Маринѣ составляетъ нѣжный обликъ *Ксеніи* (Аксиніи), проявляющей трогательное величіе въ своемъ несчастіи. Она любитъ чистой любовью Романова и питаетъ отвращеніе къ Дмитрію. Трогательна кончина ея отъ руки Марины, которой она тѣмъ не менѣе рада; принимая ядъ, она восклицаетъ:

„Bringst du mich den Tod! O sei willkommen.
Ich fürchtete, es sei die Czarenkronne“.

Такую же противоположность Маринѣ составлялъ бы по своей нѣжной женственности и чистотѣ душевной не менѣе привлекательный образъ *Лодонски* въ оупущенныхъ Шиллеромъ самборскихъ сценахъ. Ксенія и Лодонска—это какъ бы родныя сестры Аделаиды „Варбека“, искренно любящей и искренно вѣрящей Варбеку, а всѣ вмѣстѣ онѣ имѣютъ нѣкоторую долю сродства и родства съ Тэклой въ „Валленштейнѣ“.

Менѣе всего согласованнымъ съ исторіей и слабѣе другихъ пріуроченнымъ къ развитію дѣйствія въ трагедіи, а вслѣдствіе этого и блѣднѣе всѣхъ охарактеризованнымъ является *Романовъ*. Недаромъ поэтъ и называетъ его какъ-то неопредѣленно, одной фамиліей безъ имени. Эта личность является въ идеальномъ очертаніи: это чловѣкъ прямой, чистый, благородный. Онъ чуждъ мести и честолюбія, изъясняетъ самъ вѣрноподданническія чувства оскорбившему его Борису, боящемуся даже его. Онъ собираетъ остатки Борисовой партіи и стремится упрочить положеніе дѣтей Бориса, но уже поздно, и всѣ его усилія остаются тщетными. Возвратившись въ

Москву, онъ попадаетъ въ темницу. Онъ чисто и нѣжно любитъ Ксенію и любимъ ею. Въ темницѣ, какъ извѣстно, ему является душа Ксеніи и подаетъ надежду на лучшее будущее. Это несомнѣнно единственная упротворяющая до нѣкоторой степени сцена; она, по словамъ поэта, „erhebt über das Stück hinaus und beruhigt das Gemüth“. По удачному выраженію Лютера, Шиллеру быть нуженъ этотъ родоначальникъ новой династіи, какъ „носитель идеи законности и справедливости“. Эти личности—Ксенія и Романовъ, „die liebenden, die reinen“—единственная благородная и свѣтлая пара среди этой сложной сѣти обмановъ и интригъ во 2-й половинѣ трагедіи. Въ силу такого исключительнаго положенія свѣтлаго пятнышка на общемъ мрачномъ фонѣ эта пара невольно вызываетъ воспоминаніе о другой, съ которой она имѣетъ нѣкоторыя сходныя черты: это Максъ и Тэкла, являющіеся среди ужасовъ ожесточенной войны, грохота барабановъ, стука оружія и сѣти ловкихъ интригъ глашатаями искренней идеальной и чистой любви. Сюда же, но только отчасти, можно причислить еще и третью пару—Бургоньню и Берту въ „Фіеско“. Ни той, ни другой парѣ не суждено было закрѣпить брачными узами своей любви: тамъ погибаетъ геройскіи, хоть и по собственной волѣ, „онъ“, здѣсь же погибаетъ съ трогательнымъ величіемъ „она“.

Кромѣ упомянутыхъ чертъ сходства Demetrius'a съ другими произведеніями Шиллера, слѣдуетъ отмѣтить еще сходство его въ одномъ отношеніи съ „Орлеанской Дѣвой“ и „Вильгельмомъ Теллемъ“. Надо сказать, что въ произведеніяхъ Шиллера мѣсто дѣйствія измѣняется въ общемъ рѣдко, и дѣйствіе развивается съ необыкновенной быстротой въ самые непродолжительные промежутки времени. Въ Demetrius'ѣ же, мы изъ залы шумнаго и бурнаго Краковскаго сейма переносимся за тихую монастырскую ограду на берега Бѣлаго озера, оттуда на границу Россіи и Польши, а затѣмъ въ русскую деревню и т. д. Самое историческое содержаніе многосложно и по времени, и по мѣсту дѣйствія и не можетъ укладываться въ опредѣленныя, болѣе или менѣе тѣсныя рамки.

Какъ и въ „Теллѣ“ поэтъ намѣревался здѣсь вывести на сцену толпу и дать нѣсколько яркихъ картинокъ массовой жизни; такою была бы несомнѣнно весьма жизненная картина чтенія манифеста въ русскомъ селѣ, вызвавшего смятеніе въ народной толпѣ. Интересны самыя имена крестьянъ, это или историческія: Олегъ, Глѣбъ, Игорь, или же народныя—какъ: Тимошка, Петрушка, Иванка. Нельзя сомнѣваться въ томъ, что эта сцена, набросанная опытной рукой автора

„Телія“ и „Лагерь Валленштейна“, будь она отдѣлана вполне, стала бы на ряду съ аналогичными сценами въ вышеназванныхъ произведеніяхъ Шиллера, давшего въ нихъ высокохудожественные образчики массовой психологін. Какъ мы уже упоминали выше, Шиллеръ почти одновременно работалъ надъ аналогичнымъ, но болѣе блѣднымъ сюжетомъ—Варбекомъ, который такъ и остался въ однихъ наброскахъ плана. Дмитрій имѣетъ довольно много общаго съ Варбекомъ, это самозванецъ, но сознательный обманщикъ; онъ напоминаетъ Дмитрія послѣ сцены съ Андреемъ: и его гнететъ то обстоятельство, что ему надо притворяться, и онъ воодушевленъ гуманными влеченіями приносить пользу ближнимъ.

Таковы дѣйствующія лица Demetrius'a, таково отношеніе этого послѣдняго произведенія поэта къ другимъ его произведеніямъ. Нельзя не пожалѣть о томъ, что поэту не суждено было докончить и отдѣлать это замѣчательное произведеніе, но и въ такомъ видѣ оно поражаетъ глубиною замысла, необыкновенной художественностью, необычайной жизненностью, широкимъ размахомъ поэтического творчества и, что важнѣе всего, поразительнымъ художественнымъ чутьемъ и тактомъ.

Другимъ замѣчательнымъ произведеніемъ, развертывающимъ предъ нами мастерски воспроизведенныя, полныя жизни картины той же эпохи въ исторіи нашей земли, является одно изъ самыхъ любимыхъ произведеній нашего великаго Пушкина—его „Борисъ Годуновъ“. И нашъ поэтъ создавалъ свое произведеніе въ зрѣлую пору развитія своего генія, и онъ съ особеннымъ вниманіемъ и любовью подготовлялся къ своему художественному труду: читалъ исторію Карамзина, знакомился самостоятельно съ лѣтописями и другими историческими источниками, съ особеннымъ же вниманіемъ изучалъ эпоху смутнаго времени на Руси; увлекался Шекспиромъ, читалъ Авг. Шлегеля „Чтенія о драматическомъ искусствѣ“. Вообще обширны были литературно-историческія занятія, которымъ предавался Пушкинъ въ глуши своего деревенскаго уединенія.

Самое созданіе „Бориса Годунова“, къ которому поэтъ относился весьма серьезно, доставило ему высокое наслажденіе. Процессъ созданія этой драмы не только выяснилъ поэту зрѣлость его богатыхъ творческихъ силъ, но и далъ ему вкусить высокихъ нравственныхъ наслажденій. „Писанная мною въ строгомъ уединеніи, вдали охлаждающаго свѣта, плодъ добросовѣстныхъ изученій, постоянного труда, трагедія сія доставила мнѣ все, чѣмъ писателю наслаждаться дозволено“, говоритъ самъ поэтъ въ одномъ мѣстѣ. Въ письмѣ къ Раевскому поэтъ писалъ, что онъ старался соеди-

нить два рода трагедій въ своемъ „Борисъ Годуновъ“: трагедіи съ характерами и трагедіи съ историческою вѣрностью. Здѣсь Пушкинъ самъ указываетъ на двойное значеніе своей драмы, какъ картины исторической и психологической.

Въ своемъ полномъ объемѣ „Борисъ Годуновъ“ вышелъ въ 1831-мъ г., хотя былъ написанъ гораздо раньше, знаменитая сцена между Пименомъ и самозванцемъ была напечатана въ 1828-мъ г., а сцена между Курбскимъ и самозванцемъ еще въ 1827-мъ г. Писанъ „Борисъ Годуновъ“ въ концѣ 1824-го года приблизительно до половины 1825-го г.

Такимъ образомъ, оба поэта въ пору зрѣлаго творчества писали съ весьма серьезнымъ и добросовѣстнымъ углубленіемъ въ изученіе матеріаловъ и источниковъ, оба относились съ великою любовью къ своимъ произведеніямъ.

Хотя нашъ поэтъ при созданіи своей трагедіи „въ свѣтломъ развитіи происшествій“ слѣдовать, по его собственнымъ словамъ, Карамзину, однако онъ своимъ творческимъ гениемъ сумѣлъ самостоятельно воспользоваться тѣми данными, которыя нашелъ у Карамзина, восполняя ихъ, гдѣ нужно, собственными историческими изученіями, дѣйствительно стараясь въ лѣтописяхъ „угадать образъ мыслей и языкъ тогдашняго времени“. Въ своемъ „Борисъ Годуновъ“ поэтъ-художникъ представилъ намъ такую картину Борисова царствованія, которая по распредѣленію красокъ и по основному своему колориту существенно отличается отъ повѣствованія Карамзина. Недаромъ Пушкинъ при всемъ своемъ увлеченіи и уваженіи къ труду Карамзина говорилъ о „парадоксахъ Карамзина“, утверждая, что въ Исторіи Государства Россійскаго есть нѣсколько отдѣльныхъ размышленій, краснорѣчиво опровергнутыхъ вѣрнымъ рассказомъ событій“. Вспомнимъ слова поэта: „Карамзинъ подъ конецъ былъ мнѣ чуждъ“. Врядъ ли возможно согласиться поэтому съ мнѣніемъ Лютера, будто сильнѣйшее вліяніе Карамзина опредѣляло содержаніе трагедіи Пушкина (356-я), не говоря уже о сѣтованіяхъ Н. Полевого и Бѣлинскаго.

Причину рѣзкой перемѣны въ отношеніи народа къ Борису Карамзинъ ищетъ не въ ходѣ историческихъ событій того времени, а исключительно въ настроеніи самого Бориса, который подъ вліяніемъ подозрѣній самъ измѣнилъ свои первоначально добрыя отношенія къ народу: измѣнился царь, измѣнилось и отношеніе народа къ нему. Пушкинъ же художественнымъ чутьемъ своимъ понялъ, что причину событій смутнаго времени и превратностей въ судьбѣ Бориса Годунова нужно искать не только въ самыхъ характерахъ

историческихъ дѣятелей того времени, но и въ настроеніи тѣхъ общественныхъ элементовъ, среди которыхъ имъ приходилось дѣйствовать. Вотъ потому-то поэтъ въ своей драмѣ и отводитъ видное мѣсто характеристикѣ этого настроенія. Въ самомъ началѣ своего произведенія, въ 1-й же сценѣ поэтъ знакомитъ насъ, не выводя еще на сцену самого Бориса, съ той обстановкой, при которой вступаетъ онъ на престолъ, съ тѣмъ настроеніемъ умовъ, которое господствуетъ въ высшихъ сословіяхъ бояръ и немного далѣе—въ простомъ народѣ: бояре завидуютъ ему и негодуютъ въ глубинѣ души на „татарина, зятя Малюты“, „собираются „искусно волновать народъ“; народъ же относится къ избранію, по меньшей мѣрѣ, безучастно. Только въ слѣдующей 4-й сценѣ является самъ Борисъ.

Поэтъ и далѣе весьма живо и ярко рисуетъ предъ нами отдѣльные моменты и эпизоды изъ жизни народной массы; онъ какъ бы отбѣняетъ ея отношеніе, ея мнѣніе къ тому или иному событію. Мы видимъ народъ на красной площади, онъ не знаетъ, кто будетъ его царемъ, всеобщее недоумѣніе разрѣшаетъ дьякъ Щелкаловъ, объявляя, что соборомъ рѣшено просить Бориса еще въ 3-й разъ. Затѣмъ мы видимъ народъ на Дѣвичьемъ полѣ во время упрашиванія Бориса. Народъ этого народа фигурируетъ предъ нами на соборной площади, ожидая царскаго выхода изъ собора, часть вѣрить уже въ то, что появившійся самозванецъ—истинный царевичъ. Далѣе народъ является предъ нами на лобномъ мѣстѣ, гдѣ подъ вліяніемъ умѣло брошенной искры хитрымъ Пушкинымъ въ этой горячей массѣ вспыхиваетъ пламя ненависти къ Борисову потомству, въ пылу этой ненависти онъ, какъ вихрь, несется „вязать, топить Борисова щенка“. Далѣе мы видимъ народъ въ качествѣ зрителя насильственной смерти Борисова потомства. *Начинается* драма изображеніемъ настроенія бояръ и народа къ новому царю Борису, и *кончается* она изображеніемъ состоянія народа и его отношенія къ новому царю, выступающему на сцену Бориса. Въ отвѣтъ на крики Мосальскаго: „Да здравствуетъ царь Димитрій Ивановичъ!“—народъ безмолвствуетъ. Это глубокопсихологическая и высокохудожественная сцена. Безмолвіе народа, потрясеннаго дикой расправой бояръ съ дѣтьми Бориса, которыхъ онъ самъ же такъ недавно собирался „вязать, топить“, поразительно глубоко и вѣрно рисуетъ намъ психическую жизнь толпы и какъ бы указываетъ, что это новое царствованіе, восходящее на такой кровавой зарѣ, будетъ такъ же печально, какъ и заходящее.

Недаромъ поэтъ стремился угадать „образъ мыслей тогдашняго времени“, ставить своей задачей „воскресить одинъ изъ ми-

нувшихъ вѣковъ во всей его истинѣ“. Поэтому то у него фигурируетъ не Борисъ только, но и *весь русскій народъ*; интересъ къ отдельнымъ лицамъ слабнѣтъ, вниманіе сосредоточивается на общемъ настроеніи и жизни бояръ и народа. Борисъ—не герой трагедіи въ обычномъ смыслѣ этого слова, а только центральный факторъ общаго дѣйствія. Вотъ поэтому-то и самъ поэтъ далъ первоначально своему произведенію заглавіе, гласящее: „Комедія о настоящей бѣдѣ *Московскому Государству*, о царѣ Борисѣ и Гр. Отрепьевѣ“, а закончилъ рукопись словами: „конецъ комедіи, въ ней же первая персона царь Борисъ Годуновъ“.

Уже изъ первой сцены у Пушкина ясно видно, что Борисъ возведенъ на престолъ вовсе не народною любовью! Вступая на престолъ, онъ не имѣлъ внутренней опоры ни въ боярахъ, ни въ народѣ, и если онъ самъ изображаетъ себя въ своей рѣчи избранникомъ народнымъ, то это сознательный обманъ или самообольщеніе. „Великій обманъ—таково общее впечатлѣніе, оставляемое въ насъ и сценой, гдѣ выступаютъ бояре, и сценой, гдѣ дѣйствуетъ народъ, и рѣчью царя. Но вѣдь обманъ раскроется же когда-нибудь, онъ не можетъ не раскрыться: сѣмя лжи, посѣянное избраніемъ Бориса Годунова, рано или поздно взойдетъ“, говоритъ проф. Ждановъ въ своей прекрасной брошюрѣ (27-я стр.). И дѣйствительно это сѣмя всходитъ. Не полагаясь ни на бояръ, ни на народъ, терзаемый угрызеніями совѣсти, Борисъ полагается лишь на силу своего ума и энергію воли, направляя ихъ къ упроченію своего положенія, но этимъ онъ вооружаетъ противъ себя бояръ (жалобы Пушкина въ домѣ Шуйскаго) и въ то же время возстапавлиетъ народъ. Сѣмя лжи и взаимнаго недовѣрія постоянно растетъ. Вѣсть о самозванцѣ падаетъ уже на готовую почву: связь между царемъ и народомъ давно порвалась. Сила самозванца не въ немъ самомъ, а въ общемъ движеніи противъ Бориса. Борису приходится бороться не столько съ самозванцемъ, сколько со всей землей. Онъ не выдерживаетъ этой борьбы, тѣмъ болѣе, что не находитъ опоры въ своей собственной совѣсти (а не всецѣло отъ этого), и умираетъ. Гибнетъ Борисъ, гибнетъ и его сынъ, но уже непосредственно отъ рукъ бояръ. По ходу Пушкинской драмы видно, такимъ образомъ, что Борисъ погибъ бы и въ томъ случаѣ, если бы не былъ убійцей Дмитрія! Вотъ каково освѣщеніе эпохи смутнаго времени и Борисова царствованія у Пушкина: у Пушкинскаго Бориса не было духовнаго единенія съ народомъ.

Не связанные между собою на поверхностный взглядъ сцены заключаютъ въ себѣ глубокое единство, это единство и цѣльность

закljučаются въ изображеніи отношенія народа во всѣхъ его слояхъ къ происходящимъ событіямъ, въ жизни и настроеніи этого народа; стоитъ вникнуть въ первую и послѣднюю сцены, и васъ потрясетъ одна и та же мысль, одно впечатлѣніе!

Первая персона комедіи—*Борисъ*—человѣкъ простой и добрый по основнымъ чертамъ души, но въ эту спокойную душу закралась тревожная страсть властолюбія. Эта страсть взволновала весь его внутренній міръ, потрясла душу и внесла въ нее адскую муку. Мы встрѣчаемся съ Борисомъ впервые, когда онъ держитъ рѣчь къ боярамъ и патріарху; онъ вступаетъ на престолъ, сознавая всю трудность царскаго правленія, „пріемлетъ власть со страхомъ и смиреніемъ“. Задачей своего правленія онъ ставитъ „править во славу свой народъ, быть благимъ и праведнымъ“.

Эта рѣчь, полная мира и любви, полная такихъ свѣтлыхъ надеждъ, производитъ тяжелое и тревожное впечатлѣніе: одновременно съ этими словами слышатся злобныя рѣчи коварнаго Шуйскаго, собирающагося „искусно волновать народъ“, доносятся смѣхъ и шутки безучастной народнои толпы... Прошло пять лѣтъ, и передъ нами уже не прежній Борисъ, желавшій „свой народъ въ довольствѣ, во славу успокоить, щедротами любовь его снискать“,—это глубоко несчастный человѣкъ: народное настроеніе успѣло выясниться и опредѣлиться вполне: народъ отшатнулся отъ него. Въсть о самозванцѣ даетъ возможность средѣ бояръ, съ самаго начала враждебной Борису, но чувствовавшей себя недостаточно сильной для открытаго протеста, сознать теперь свою силу.

Не легче живется Борису и въ его личной, духовной жизни: онъ мучимъ совѣстью, наединѣ онъ сводитъ съ ней тяжелые счеты, заставляющіе его воскликнуть: „да, жалокъ тотъ, въ комъ совѣсть нечиста!“ Тяжко карается Борисъ за свое преступленіе. Сознать въ страшныхъ мукахъ совѣсти, что „единое пятно“ является причиной всеобщаго недовѣрія ко всѣмъ благимъ и честнымъ намѣреніямъ, видѣть, что за все добро оплачиваютъ зломъ, что даже несчастье, поразившее его самого, какъ глубоко любящаго отца, приписываютъ его же злымъ кознямъ—это страданія, отчасти искушающія вину Бориса. Постоянная внутренняя тревога, постоянный душевный разладъ дѣлаютъ Бориса подозрительнымъ, и эта подозрительность, развивающаяся все болѣе и болѣе, заставляетъ его измѣнить своему первоначальному плану быть благимъ и праведнымъ; онъ одобряетъ шпіонство и доносы; роня достоинство своего сана,

„досужею порой доносчиковъ допрашиваетъ самъ“. Въ душѣ Бориса происходитъ цѣлый рядъ страшныхъ противорѣчій: умный, религіозный, добрый, онъ становится суевѣрнымъ, озлобленнымъ противъ народа и жестокимъ. Его постоянно и неотступно мучитъ совѣсть за совершенное убійство, тринадцать лѣтъ сряду снится ему убитое дитя. Подъ гнетомъ душевныхъ мукъ, все усиливаящихся съ момента появленія слуховъ о самозванцѣ, „тяжелой“ становится ему купленная столь дорогой цѣной „шанка Мопомаха“. Душевные муки Бориса еще болѣе усиливаются во время высокохудожественнаго разсказа патріарха о чудѣ отъ мощей убиеннаго отрока Дмитрія. Мысль о томъ, что онъ убійца святого еще глубже потрясаетъ все его существо, еще болѣе теряетъ онъ самообладаніе. А между тѣмъ въ это то время этому душевно разбитому и угнетаемому совѣстью человѣку пужно искусно выдерживать двойную борьбу: одна идетъ подъ стѣнами Путивля, Сѣвска, другая въ сердцѣ государства, въ Москвѣ, на ея широкихъ и шумныхъ площадяхъ. Неудивительно, что Борисъ въ этой борьбѣ, по замѣчанію пр. Жданова, попадаетъ въ какой-то волшебный кругъ, изъ котораго нѣтъ ему уже выхода.

Въ симпатичныхъ чертахъ предстаетъ предъ нами Борисъ въ своемъ тѣсномъ, семейномъ кругу. Есть что-то трогательное и привлекательное, вызывающее симпатію къ личности Бориса, въ нѣжныхъ ласкахъ глубоко любящаго и сострадающаго горю своей дочери отца и въ задушевной, искренней бесѣдѣ съ сыномъ, успѣхами котораго онъ такъ глубоко интересуется. Вообще теплотою русскаго семейнаго чувства вѣетъ отъ сцены бесѣды его съ дѣтьми, но и эта мирная семейная бесѣда была отравлена приходомъ Шуйскаго, принесшаго роковую вѣсть о самозванцѣ.

Располагающій всѣми средствами государственной силы, Борисъ чувствуетъ себя безпомощнымъ передъ самозванцемъ, окруженнымъ наскоро собравшейся толпой. Эту толпу не трудно было бы разогнать, но за ней, очевидно, стоитъ какая-то другая сила, говоритъ пр. Ждановъ. Въ сценѣ съ юродивымъ Борисъ сознавать уже, что юродивый говоритъ лишь то, о чемъ молча думали другіе... У Бориса остается еще надежда на Басманова, онъ ласкается его, апеллируетъ къ чувству личнаго честолюбія, не опирающагося ни на родовую гордость, ни на земское довѣріе, по въ силу этого-то въ душѣ Басманова развивается властолюбивая мечта. Волшебный кругъ, обведенный вокругъ Бориса, замкнулся безвыходно. Душевная борьба надломилъ крѣпкій организмъ Бориса, тѣло не выдерживаетъ душевныхъ страданій. Онъ умираетъ. Ясно сознаетъ онъ, что еще нѣсколько мгновений, и онъ предстаетъ на судъ Бо-

житі; сынъ дороже ему душевнаго спасенія, и онъ, рискуя упустить время для принятія схимы, даетъ сыну совѣты относительно его дѣятельности. Но не одна любовь сказывается здѣсь, здѣсь обнаруживается характеръ Пушкинскаго Бориса, въ которомъ ему отказывали многіе критики: Борису важнѣе и дороже душевнаго спасенія не только сынъ, но и упроченіе за всѣмъ его родомъ всего того, чего онъ достигъ съ такимъ трудомъ и изъ-за чего самъ гибнетъ. Невыносимо тяжело и ему быть—только „царемъ“ но не—„царей родоначальникомъ“. При такомъ пониманіи Борисова состоянія длинный предсмертный монологъ, въ которомъ досужіе критики сосчитывали число строкъ, является вполне естественнымъ: Борисъ стремится перелить всю свою вотъ-вотъ готовую потухнуть энергію въ сына, вложить въ его голову все добытое горькимъ и тяжкимъ опытомъ пониманіе жизни и людей и своей власти. Вся энергія въ послѣдній разъ вспыхиваетъ съ особой силой, чтобы затѣмъ угаснуть навѣки.

Въ послѣднія минуты въ душѣ Бориса поднимаются всѣ добрыя стремленія, онъ является здѣсь мудрымъ, опытнымъ и милостивымъ правителемъ. Твердой искренней вѣрой звучать его слова: „Богъ великъ! Онъ умудряетъ юность“... Твердые правдивыя убѣжденія, исполненныя возвышенной чистоты, преподаетъ онъ сыну:

Храни, храни святую чистоту
Невинности и гордую стыдливость...

Глубокимъ опытомъ, знаніемъ жизни и людей проникнуты его наставленія сыну, какъ будущему царю. Во всей этой сценѣ, въ этомъ завѣщаніи и самомъ сознаніи, что онъ рожденъ быть подданнымъ и ему надлежало бы умереть такимъ во мракѣ, и вообще въ самой смерти Пушкинскаго Бориса есть что-то примиряющее, вызывающее состраданіе къ этому истерзанному душевными муками человѣку.

Карамзинское вліяніе если въ чемъ и сказалось, то въ томъ именно, что Борисъ является несомнѣннымъ убійцей Дмитрія, но и здѣсь вліяніе это не возобладало надъ творческимъ гениемъ Пушкина: предъ нами развертываются какъ бы двѣ драмы: во *внѣшней*, такъ сказать—отношеніе царя, исполненнаго самыхъ благихъ намѣреній, къ народу и отношеніе народа, волнующаго и подстрекаемаго боярами, къ этому царю, отношенія эти неминуемо приведутъ къ гибели царя; во *внутренней* же—внутреннее раздвоеніе, разладъ, гнетъ совѣсти, стремленіе къ тишинѣ, жажда покоя, мира и страсть къ властолюбію.

Самозванецъ Пушкина—сознательный обманщикъ. это чернецъ Григорій Отрепьевъ, бѣжавшій на Литву. Впервые мы встрѣчаемся съ нимъ въ кельѣ Чудова монастыря. „Вѣсовское мечтаніе“ смущаетъ трижды его сонъ. Въ этомъ тревожномъ снѣ—весь будущій самозванецъ. Справедливо отмѣчаетъ Бѣлинскій, какъ по-русски обрисовавъ опъ въ этой же первой сценѣ, какая вѣрность въ каждомъ словѣ, въ каждой чертѣ. Бесѣда Григорія съ Пименомъ—факты вѣрнаго глубоко-русскаго изображенія этихъ двухъ вполне русскихъ и столь противоположныхъ другъ другу характеровъ: предъ нами старецъ, вкусившій благъ жизни въ дни своей шумной молодости, чуждый теперь мірской суеты; въ его простодушномъ безхитростномъ разсужденіи—живое созерцаніе духа русскаго жизни. Энергичная, впечатлительная и жаждущая жизни натура Григорія завидуетъ бурной молодости Пимена, „въ немъ играетъ младая кровь“, его влечетъ къ себѣ всѣми силами его молодой души міръ, войны и походы. Мысль Григорія, видно, давно уже занимала трагическая судьба царевича. Случайно оброненное Пименомъ слово, что царевичъ былъ бы ровесникомъ Григорія, возбуждаетъ въ его душѣ смутную еще пока борьбу, но опъ уже проникается злобой къ Борису и доволенъ тѣмъ, что отшельникъ въ темной кельѣ въ своемъ безхитростномъ повѣствованіи здѣсь на него „доносъ ужасный шипеть“. Въ долженствовавшей затѣмъ слѣдовать сценѣ, выброшенной поэтомъ, но напечатанной отдѣльно въ 1833-мъ г., мы слышимъ еще болѣе сильныя жалобы и сѣтованія Григорія на „бѣдное иноческое житье“. Опъ рѣшаетъ бѣжать. Злой чернецъ, какой-то злобѣщій обликъ, чуждый какихъ-либо определенныхъ чертаній, напоминающій чернаго рыцаря въ „Орлеанской Дѣвѣ“, какъ бы напештываетъ иноку его же сокровенныя мечты. Въ уста этого злого чернеца поэтъ влагаетъ истинную причину паденія Бориса:

..... Глупый нашъ народъ
Легковѣренъ, радъ дивиться чудесамъ и новизнѣ,
А бояре въ Годуновѣ помнятъ равнаго себѣ.
Племя древняго варяга и теперь любезно всѣмъ.....

Григорій окончательно рѣшаетъ объявить себя царевичемъ. Послѣ этого мы встрѣчаемся съ нимъ уже на литовской границѣ, гдѣ опъ оказывается весьма находчивымъ, смѣлымъ удалцомъ въ своей продѣлкѣ надъ бѣглымъ монахомъ Мисаиломъ и приставомъ, удирая черезъ окно. Нельзя не замѣтить, что впечатлѣніе этой прекрасной и живой сцены ослабляется излишнимъ эффектомъ—кинжаломъ, какимъ-то обаяніемъ личности самозванца на всѣхъ окру-

жающихъ и прыжкомъ въ окно, который такъ не правился Бѣтинскому. Затѣмъ изъ устъ бояръ въ домѣ Шуйскаго мы узнаемъ, что появившійся Дмитрій былъ слугою у Вишневецкаго, открылся на одрѣ болѣзни духовнику, Вишневецкій принялъ въ немъ участіе и представилъ его Сигизмунду. Все это была тонкая и хитрая игра со стороны Григорія. Отъ бояръ же мы узнаемъ, что общее мнѣніе о немъ таково: „умень, привѣтливъ, ловокъ, по праву всемъ“. Далѣе мы встрѣчаемся опять съ Григоріемъ, онъ признаетъ русскимъ царевичемъ Дмитріемъ и общается распространять католичество, чтобы снискать расположеніе Польши. Сейчасъ же послѣ этого ему представляются его будущіе сподвижники: пылкій и отважный, рыцарски благородный юноша—сынъ Курбскаго, русскіе и поляки, въ числѣ ихъ есть и Карела, представитель казачества съ Дона. Здѣсь же является и поэтъ съ латинскими стихами, удостаивающійся за свое подношеніе перстня. Самозванецъ Пушкина—образованный человѣкъ, онъ говоритъ поэту:

Мнѣ знакомъ латинской музы голосъ.

И я люблю парнасскіе цвѣты.....

Раньше мы изъ интимной бесѣды между патріархомъ и игуменомъ узнаемъ, что онъ „былъ весьма грамотенъ, читалъ наши лѣтописи“.

Но вотъ Пушкинскій самозванецъ предстаетъ предъ нами въ другомъ видѣ: это легкомысленный, увлекающійся человѣкъ, въ своемъ увлеченіи польской панной забывающій все свое дѣло и „вотъ ужъ мѣсяцъ“ пирующій у Мнишка. Причиной является дочь воеводы Марина: „ужъ онъ въ ея сѣтяхъ“. Въ знаменитой сценѣ у фонтана его личность въ этомъ отношеніи обрисовывается еще болѣе: это мечтатель, питающій, однако, настоящее чувство къ Маринѣ. Онъ хочетъ, чтобы Марина, пришедшая съ тѣмъ, чтобы вывѣдать отъ него всю тайну, забыла въ немъ царевича, „зри во мнѣ любовника, избраннаго тобой“, говоритъ онъ ей. Равнодушно глядитъ онъ въ этотъ мигъ на тронъ, что безъ любви ея ему жизнь, и славы блескъ, и вся русская держава! „Въ глухой степи, въ землянкѣ бѣдной—ты, ты замѣнишь мнѣ царскую корону“, говоритъ этотъ идеалистъ-мечтатель въ данный моментъ. Его настроеніе рѣзко противорѣчитъ настроенію Марины, готовой отдать руку только „наслѣднику московскаго престола“. Въ пылу страсти, въ порывѣ гнѣва онъ, видя ея уловки, открываетъ ей свою страшную тайну: „я бѣдный черноризецъ“. Онъ забываетъ въ этотъ мигъ обо всемъ другомъ, ему важно то, что этимъ признаніемъ онъ наноситъ ударъ „надменной“ Маринѣ. Она отвергаетъ его, она—

полная противоположность ему въ данный мигъ: по ея можно от-
 крыться изъ дружбы, радости или усердія, но „проболтаться изъ
 любви“—это ужъ ни на что не похоже, а между тѣмъ его прину-
 дила „все высказать“ „любовь ревнивая, слѣпая“. Чѣмъ язвитель-
 нѣе послѣ этого она задѣваетъ его самолюбіе, тѣмъ все болѣе крѣп-
 ить въ немъ сознаніе собственнаго достоинства. Онъ указываетъ
 на то, что въ немъ „доблести таятся, можетъ быть, достойныя Мо-
 сковскаго престола“. Должную дань этимъ доблестямъ отдаетъ и
 Марина, находящая, что онъ долженъ быть достойнымъ своего
 успѣха, разъ могъ чудесно ослѣпить два народа. Какъ отлично со-
 знаетъ самъ самозванецъ свое положеніе: въ отвѣтъ Маринѣ, гро-
 зящей обнаружить дерзостный обманъ, онъ отвѣчаетъ, что никто
 и не думаетъ о правдѣ его словъ, онъ—„предлогъ раздоровъ и
 войны!“ Недаромъ въ этихъ словахъ хитрая и расчетливая Марина
 слышитъ рѣчь „не мальчика, но мужа“, которому можетъ довѣ-
 риться опять. По ея настоянію онъ рѣшаетъ на слѣдующій же
 день двинуть рать на Москву.

Итакъ самозванецъ двинулъ свою рать на Москву. Вотъ онъ
 на границѣ русской земли, онъ ѣдетъ впереди съ Курбскимъ. Курб-
 скій предается чистой радости, въ неудержимомъ порывѣ восторга
 „пѣть“ онъ „жадно воздухъ новый“. Самозванецъ ѣдетъ тихо съ
 поникшей головой, ему грустно, что „кровь русская, о Курбскій,
 потечетъ!“ Здѣсь сказывается въ Пушкинскомъ самозванцѣ истинно
 русскій человѣкъ, любящій эту русскую кровь, привязанный къ
 русской землѣ. У него является какъ бы укоръ совѣсти за совер-
 шаемое: „Вы за царя подняли мечъ, вы чисты“ (вы вѣрите въ меня
 и въ правоту моихъ притязаній), я же васъ веду на братьевъ, я
 Литву позвалъ на Русь, я въ красную Москву кажу врагамъ до-
 рогу!“ Здѣсь самозванецъ проникается истиннымъ патріотизмомъ,
 личность его здѣсь болѣе привлекательна. Сцена эта раскрываетъ
 предъ нами внутреннее состояніе самозванца, когда онъ долженъ
 сейчасъ сдѣлать первый рѣшительный шагъ свой на родной землѣ;
 исполнѣ естественно, что въ эту то минуту и сказала со всею си-
 лой любовь къ русской землѣ, явились укоры совѣсти, сказаніе
 истинно русскій человѣкъ, пылкій и впечатлительный.

Затѣмъ поэтъ переноситъ насъ на равнину близъ Новгорода
 Сѣверскаго, предъ нами сцена, интересная своей необычайной жи-
 востью, пестрой смѣсью языковъ и лицъ, тонкими оттѣнками на-
 ціональныхъ различій. Дмитрій побѣдилъ и сейчасъ же приказы-
 ваетъ ударить отбой: онъ щадитъ „русскую кровь“. Въ сценѣ подъ
 Сѣвскомъ самозванецъ является личностью, отъ которой такъ и

вѣсть безпечной удалю и горячностью чувства. Въ боевомъ штыку онъ рѣшается сразиться съ Борисовымъ войскомъ въ сто пятьдесятъ тысячъ, имѣя всего лишь самъ около пятнадцати тысячъ. Слѣдующая сцена въ лѣсу рисуется предъ нами послѣдствія этого шага. Дмитрій разбитъ. Здѣсь онъ является еще болѣе безпечнымъ, легкомысленнымъ человѣкомъ: онъ всецѣло поглощенъ заботой о своемъ издыхающемъ конѣ, а между тѣмъ все войско его „побито въ прахъ“. Онъ восхищается стойкостью нѣмцевъ и мечтаетъ составить себѣ изъ нихъ почетную дружину. Лучшей характеристикой его въ данный моментъ являются слова боярина Пушкина.

„Разбитый въ прахъ, спасаясь побѣгомъ,
Безпеченъ онъ, какъ глупое дитя.

Въ слѣдующей сценѣ мы узнаемъ изъ словъ Бориса, что самозванецъ вновь собрать разсѣянное войско и „со стѣнъ Путивля угрожаетъ“. Закачивается все произведение провозглашеніемъ со стороны бояръ Дмитрія царемъ, при чемъ народъ въ ужасѣ отъ всего предыдущаго молчитъ, его молчаніе—нѣмой приговоръ самозванцу.

Такъ очерчена у Пушкина личность самозванца. Это бѣлый разстрига Гришка Отрепьевъ, сознательный обманщикъ отъ начала до конца, но вмѣстѣ съ тѣмъ это личность энергичная, живая, впечатлительная, съ задатками добра, личность не чуждая благородныхъ порывовъ, отличающаяся безпечной удалю, пылкостью чувства, любовью къ роднѣ и въ то же время крайнимъ легкомысліемъ. Это человѣкъ русскаго происхожденія, но подвергшійся вліянію польской шляхты. Самозванство его, по взгляду Пушкина, ясно для всѣхъ; онъ самъ въ сценѣ съ Мариной сознаетъ это; сознаетъ это и Басмановъ, переходящій въ концѣ концовъ на его сторону. Хотя Пушкинъ не вполне понялъ историческую личность перваго самозванца, его убѣжденность въ своемъ происхожденіи, хотя онъ остался при убѣжденіи, что самозванецъ и Гришка Отрепьевъ—одно и тоже лицо и надѣлилъ этого Гришку поразительной хитростью (болѣзнь въ домѣ Вишневецкаго), тѣмъ не менѣе онъ воспроизвелъ въ немъ нѣсколько хорошихъ и благородныхъ чертъ и порывовъ, которыми обладалъ и историческій самозванецъ.

Въ данное время историческая наука не сомнѣвается въ томъ, что Лжедмитрій и Гришка два совершенно различныхъ лица, и русское правительство хорошо знало это и тогда, какъ это видно изъ документовъ Данцигскаго архива и отчета о приѣмѣ Сигизмундомъ Борисова гонца Постника Огарева. Въ официальномъ

письмѣ Бориса къ Сигизмунду говорилось, что бѣжать Гришка Отрѣшевѣ, а въ словесномъ показаніи Огарева говорится и о сынѣ приказнаго Дмитріи Реоровичѣ (Григорьевичѣ). Понятной потому становится и вся путаница въ современныхъ литературныхъ памятникахъ: они никакъ не могутъ передѣлать Гришку въ Дмитрія.

Врядъ ли былъ знакомъ историческому самозванцу „латинской музы голосъ“. Драгоценное письмо его къ панѣ, которому нуженъ былъ автографъ, хранящееся въ подлинникѣ въ Ватиканскомъ музеѣ и тщательно изслѣдованное пр. Бодуенъ-де-Куртене и Итанинскимъ, доказываетъ, что лицо, писавшее его, писать по польски не умѣло, не говоря о латинскомъ языкѣ; палеографическая сторона показываетъ, что оно всегда писало по-русски и употребляло мѣстами и въ этомъ письмѣ русскія буквы того времени.

Основной чертой въ характерѣ Пушкинской *Марины* является честолюбіе. Полевой находилъ, что Марина „отцвѣчена сильно“; Бѣлинскій признавалъ, что характеръ ея выдержанъ „последовательно“. Въ характеристикѣ Марины сказалась также самостоятельность Пушкинскаго творчества, здѣсь мы убѣждаемся еще лишній разъ въ отсутствіи рабскаго слѣдованія Карамзину. Карамзинская Марина—вѣтрена прелестница, Іжедмитрій вскружилъ ей голову именемъ царевича. Пушкинская Марина, наоборотъ, вскружила голову самозванцу: умѣла вырвать отъ него признаніе въ обманѣ и заставила его забыть этотъ обманъ. Это хитрая кокетка, въ сѣтяхъ которой вскорѣ запутывается самозванецъ. Она любитъ московскій тронъ, руку свою она отдаетъ не извѣстной личности, но „наслѣднику Московскаго престола“. Она полная противоположность въ это время, какъ мы уже отмѣтили выше, самозванцу: онъ жаждетъ любви, а она не только не любитъ его, но и вообще не можетъ понять, какъ можно „проболтаться“ изъ любви. Она холодно перебиваетъ еще въ самомъ началѣ пламенный потокъ изліяній Дмитрія и требуетъ открытія ей тайныхъ его надеждъ и плановъ, заявляя, что она желаетъ:

„Пустьится въ жизнь—не съ дѣтскою слѣпотой,
Не какъ раба желаній легкихъ мужа...
Но какъ
Помощница московскаго царя“...

Последнее для нея въ сущности все. Маринѣ пужно узнать, истинный ли онъ царевичъ, или нѣтъ, и она своими условками заставляеть его въ пылу страсти открыть свой обманъ. Но ей важно

не его истинное происхождение, а самый фактъ обнаруженія тайны. Съ холодною расчетливостью разсуждаетъ она: „Могу ль, скажи, предаться я тебѣ... Когда ты самъ съ такою простотою такъ вѣтрено позоръ свой обличаешь?“ Когда въ самозванцѣ пробуждается подъ градомъ ея издѣвательствъ гордое сознаніе собственнаго достоинства, когда она убѣждается въ томъ, что онъ отлично сознаетъ, въ чемъ его сила, словомъ когда она слышитъ рѣчь „не мальчика, но мужа“, да еще при этомъ соображаетъ, что если онъ могъ ослѣпить чудесно два народа, то долженъ быть достоинъ успѣха, а слѣдовательно и ея, она готова „безумный порывъ“ его забыть, она можетъ теперь ввѣриться ему. Сейчасъ же она торопитъ его очистить кремль, сѣсть на престолъ Московскій и слать за нею брачнаго посла. Такова Пушкинская Марина. Самъ самозванецъ, испытавшій на себѣ всю силу ея гордости и надменности, весь ядъ ея злобы и хитрости, даетъ по уходѣ ея удачную и мѣткую ея характеристику:

И путаетъ, и вьется, и ползетъ,
Скользить изъ рукъ, шипитъ, грозитъ и жалитъ.
Змѣя! Змѣя!....

Недаромъ ее въ предыдущей небольшой сценѣ въ домѣ Мнишка одинъ „кавалеръ“ называлъ „мраморной нимфой“. Она чужда всего женственнаго, она холодная, расчетливая, себялюбивая кокетка и при томъ далеко не легкомысленная, какъ то утверждали нѣкоторые критики. Старый Мнишекъ во власти своей дочери, онъ хвалится своею Мариною, ея имя не сходитъ съ его устъ. Орудіемъ въ ея рукахъ для достиженія ея честолюбивыхъ замысловъ является и самозванецъ, только послѣ ея настояній онъ рѣшаетъ „завтра двинуть рать“.

Яркою противоположностью Маринѣ по нѣжной женственной граціи и глубоко вѣрному національному колориту является симпатичный обликъ *Ксеніи*. Это образъ вѣрной навсегда своему суженому невѣсты. Она не можетъ никогда забыть своего милого жениха, прекраснаго королевича: „никогда не утѣшусь, вѣчно по тебѣ плакать буду“, говоритъ она. Не умеръ въ ея сердцѣ ея суженный, которому повѣрила она первую дѣвическую любовь свою: „нѣтъ мамушка, я и мертвому буду вѣрна“, говоритъ она своей мамкѣ. Это народный обликъ красной дѣвицы, которой не судилъ Богъ жить со своимъ добрымъ молодцемъ. Справедливо сказать Гоголь: „будто нѣсеню слышишь нашу русскую... когда вы читаете наивную рѣчь Ксеніи“. Мученическая кончина ея еще болѣе располагаетъ читателя къ себѣ. Это образъ народный, чисто

русскій по своему характеру, въ уста еѣ поэтъ влагааетъ чисто народныя поэтическія обороты: „не мнѣ ты достался, не своей невѣстѣ, а темной могилкѣ на чужой сторонкѣ“. Вспомнимъ поэтическую символику нашихъ народныхъ пѣсенъ: изображеніе смерти въ видѣ женитьбы на земляночкѣ, могилочкѣ, зеленой муравочкѣ.

Этой народностью, духомъ древней Руси, духомъ времени, вообще русскимъ духомъ вѣетъ отъ всего произведенія.

Вспомнимъ высокохудожественный образъ древняго русскаго лѣтописца въ лицѣ Пимена, идеаль безмятежнаго спокойствія въ простотѣ ума и сердца, въ рѣчи котораго чувствуется живое созерцаніе духа русской жизни, слышится живой голосъ древняго русскаго лѣтописца; вспомнимъ далѣе—рѣчь патріарха о чудесахъ, творимыхъ останками царевича и о исцѣленіи стараго пастуха отъ слѣпоты; небольшую сценку между патріархомъ и игуменомъ, написанную прозою; обликъ мамки Ксении, этотъ яркій образъ русско-народнаго простосердечія, искренняго и задушевнаго добродушія, она сказала всего нѣсколько словъ и высказалась во всемъ своемъ цѣломъ—одинъ штрихъ гениальнаго художника, и предъ нами возстаютъ яркій, цѣлостный и законченный образъ изъ русской народной жизни; вспомнимъ тонкое воспроизведеніе иногда однимъ словомъ, намекомъ національныхъ особенностей русскихъ и поляковъ; наконецъ—самый языкъ, простой и изящный, на которомъ такъ видно вліяніе лѣтописей и грамотъ—все это живьемъ взято изъ русской жизни и возсоздано высоко художественно и глубоко вѣрно!...

Таковы эти два произведенія со стороны содержанія, концепціи поэтовъ и отношенія къ исторической дѣйствительности.

Никакихъ положительныхъ данныхъ, подтверждающихъ знакомство нашего поэта съ Шиллеровскимъ „Demetrius'омъ“, не имѣется. Извѣстно, что Пушкинъ въ Михайловскомъ читалъ весьма много и вообще усиленно занимался, восполняя историческія и литературныя познанія; онъ обнаруживаетъ въ этотъ періодъ уже полную зрѣлость критической мысли. Онъ интересовался въ это время Шекспиромъ, Вальтеръ-Скоттомъ, Гетевскимъ Фаустомъ, книгой Авг. Шлегеля и Шиллеромъ, но былъ ли онъ знакомъ съ этимъ именно фрагментомъ—неизвѣстно. Мы знаемъ зато, что этимъ фрагментомъ интересовался Жуковскій. Нѣмецкій изслѣдователь Понекъ высказалъ скорѣе догадку, чѣмъ предположеніе о томъ, что возможно допустить знакомство Пушкина съ этимъ именно произведеніемъ Шиллера („Mann kann vermuthen, dass der Dichter dessen Fragment gelesen hat“, говоритъ онъ). Свое мнѣніе онъ подтверждаетъ указаніемъ на сходство сцены на русской границѣ у Шиллера со сценой на литовской границѣ у Пушкина.

Дѣйствительно, на первый взглядъ въ этихъ двухъ сценахъ есть нѣчто общее. И Шиллеровскій и Пушкинскій Дмитрій при совершеніи перваго рѣшительнаго шага на родной землѣ оба страдаютъ въ душѣ отъ сознанія, что они несутъ родной землѣ рядъ бѣдствій и ужасовъ войны. Но есть глубокая разница въ тѣхъ чувствахъ, какія они переживаютъ въ это время. Чувства Шиллеровскаго Дмитрія глубже, въ его испрашиваніи прощенія у родной земли чувствуется болѣе глубокая скорбь, здѣсь больше задушевности, въ его словахъ слышится болѣе горячая любовь къ родинѣ, затѣмъ у него проскальзываетъ чувство радости, охватившей его при видѣ родной земли, онъ любитъ ее; онъ вѣрнѣе въ себя, въ правоту своего дѣла и скорбитъ о томъ, что, отстаивая совершенно законное дѣло, онъ наноситъ вредъ своей въ полномъ смыслѣ этого слова землѣ. Въ Пушкинскомъ же самозванцѣ вмѣстѣ съ любовью къ русской землѣ русскаго человѣка пробуждаются укоры совѣсти, сознаніе своей неправоты, какъ бы раскаяніе въ томъ, что вѣдь онъ ведетъ своихъ приверженцевъ на братьевъ, обманывая ихъ сознательно въ своемъ царскомъ происхожденіи; вотъ поэтому то онъ и завидуетъ „чистой“ радости Курбскаго, готовящагося „законнаго царя“ возвратити отечеству; недаромъ онъ говоритъ: „вы чисты, я жъ васъ веду на братьевъ“. У него именно нѣтъ радости при видѣ родной земли, напротивъ того, быть можетъ, эта родная земля, которую онъ любитъ несомнѣнно, и вызвала у него укоры совѣсти, заставила сознать всю неправоту своего дѣла! Но даѣе онъ овладѣваетъ собою и сваливаетъ всю вину за свой поступокъ на голову Бориса: „пусть мой грѣхъ падетъ на тебя, Борисъ цареубійца!“ Вотъ этой то враждебности и затаенной злобы къ Борису нѣтъ вовсе у Шиллеровскаго Дмитрія.

У Шиллера сцена происходитъ весной, мѣстность веселая, живописная, онъ какъ бы подчеркиваетъ красоту мѣстности, чтобы отгнать еще сильнѣе любовь и восхищеніе Дмитрія. Пушкинъ же придерживается исторической дѣйствительности, мы имѣемъ у него 16-го октября 1604-го года. Та же разница и въ чувствахъ Дмитріевъ: Пушкинскій—холоднѣе, жестче и бездушнѣе, Шиллеровскій—нѣжнѣе, добрѣе и жизнерадостнѣе! Сходство этихъ сценъ врядъ ли даетъ возможность предполагать знакомство нашего поэта съ Шиллеровскимъ произведеніемъ: совпаденіе этихъ сценъ весьма легко можетъ быть и случайнымъ. Поэтъ, обрабатывающій этотъ сюжетъ, вполне естественно и самостоятельно могъ удѣлить мѣсто столь эффектному для драматизаціи моменту въ жизни самозванца—сценѣ вступленія его съ законными, или незаконными правами въ свою родную землю. Этотъ эпизодъ

въ развитіи судьбы самозванца и вообще въ исторіи всей современной ему эпохи является весьма важнымъ и необходимымъ, и потому самый фактъ нахождения у обоихъ поэтовъ пограничной сцены, даже и при совпаденіи нѣкоторыхъ внѣшнихъ деталей—не можетъ доказывать еще ничего! Къ этому еще слѣдуетъ добавить то, что весьма послѣдовательно выдержанъ общій колоритъ сценъ: у обоихъ поэтовъ мы находимъ полнѣйшую гармонію внѣшней обстановки съ внутреннимъ состояніемъ самозванца, затѣмъ самая сцена является вполне естественной и поразительно гармонирующей съ общей обрисовкой самозванца у обоихъ поэтовъ и не противорѣчитъ ни всему произведенію въ его цѣломъ, ни личности и характеру самозванца въ частности, а врядъ ли бы это было такъ, если бы сцена эта была привнесена извнѣ, не задумана и создана самимъ нашимъ поэтомъ, а заимствована! Оба художника-психолога внесли весьма много оригинальнаго и своеобразнаго въ обрисовку внутренняго міра своихъ героевъ, и въ этомъ глубокая разница!

Что касается сходства въ обрисовкѣ *Маринь* у обоихъ поэтовъ, то здѣсь мы имѣемъ вѣроятно совпаденіе въ силу общности источниковъ, которыми пользовались оба поэта. Пр. Ждановъ указалъ на сходство Пушкинской Марины съ ея изображеніемъ въ „Краткой повѣсти о бывшихъ въ Россіи самозванцахъ“ Щербатова, но мы знаемъ также, что Вольцогенъ рекомендовалъ между прочимъ Шиллеру познакомиться именно съ этимъ трудомъ; неизвестно, правда, получилъ ли Шиллеръ эту книгу, которую ему обѣщали привезти изъ Петербурга Вольцогенъ, но, быть можетъ, Вольцогенъ передалъ ему устно содержаніе этого сочиненія. У Щербатова Марина—„дѣва гордая, хитрая, дерзновенная“, которая, „меня видѣть въ Отрепьевѣ законнаго наслѣдника... желала его супругою быть, а и самъ Отрепьевъ... желалъ сего супружества“.

Основной чертой въ характерѣ и Пушкинской и Шиллеровской Марины является себялюбивое и разсчетливое честолюбіе. Но есть большая разница въ обрисовкѣ этой личности у обоихъ поэтовъ. Шиллеровская Марина еще болѣе честолюбива, ея честолюбіе не имѣетъ границъ, она одарена богатой и живой фантазіей и сильной экзальтаціей, она хитре и искусно ведетъ свои дѣла. Она производитъ несомнѣнно болѣе отталкивающее впечатлѣніе, чѣмъ Пушкинская Марина; она вызываетъ отвращеніе своимъ низкимъ и коварнымъ поведеніемъ послѣ убіенія Дмитрія, своею суровою расправою съ Ксеніей и своей циничной откровенностью по отношенію къ Дмитрію. Шиллеровская Марина дальновиднѣе, само-

увѣреннѣе и властолюбивѣе Пушкинской. Шиллеровская Марина стремится къ тому, чтобы Дмитрій все время нуждался въ ея помощи и не сбросилъ ея „путѣ“, она желаетъ слѣдить за матѣйшимъ шагомъ Дмитрія; Пушкинская Марина идетъ на свиданіе у фонтана, чтобы „узнать все“ и прежде всего требуетъ отъ самозванца открытія ей всѣхъ тайныхъ плановъ и надеждъ. И той и другой Маринѣ далеко не такъ важно убѣдиться въ истинности царскаго происхожденія Дмитрія. Шиллеровская Марина полагается на себя, на свою „мысль“, а за Дмитріемъ оставляетъ лишь „дмѣя, вдохновеніе“, она „мысленно“ ведетъ дружины на войну; Пушкинской же — важно убѣдиться, можетъ ли она положиться вполнѣ на самозванца въ томъ, что онъ сохранитъ въ тайнѣ обманъ? Она желаетъ быть только его „помощницей“, на себя она не полагается, но ей важно убѣдиться, можетъ ли она положиться въ данномъ случаѣ на другого, и она убѣждается въ этомъ. И та и другая его не любятъ. Шиллеровская Марина вертитъ какъ пѣшкой Одовальскимъ, отцомъ, да и Дмитріемъ; Пушкинская также подчиняетъ себя отцу, а затѣмъ и самозванца. Вообще Шиллеровская Марина очерчена болѣе темными штрихами, чѣмъ Пушкинская: въ опискѣ ихъ характеровъ есть общія черты, но всѣ онѣ сильнѣе развиты у Шиллеровской Марины, это личность болѣе гордая и болѣе властная.

Контрастъ при сопоставленіи съ личностью Марины и у Пушкина и у Шиллера составляетъ *Ксенія*. У обоихъ поэтовъ это жепственный, нѣжный обликъ, возбуждающій симпатію и состраданіе. Нельзя, однако, не признать, что у Шиллера личность ея слишкомъ идеализирована, немного искусственны ея предсмертныя слова передъ принятіемъ яда. Вся прелесть и привлекательность Пушкинской Ксеніи — въ истинной народности и національности этого образа!

Шиллеровскій *Борисъ* отличается, главнымъ образомъ, тѣмъ, что у него особенно ярко сказываются гордость, страстная привязанность къ безграничной власти и вообще повышенное представление о своемъ превосходствѣ надъ всѣми, хотя, несомнѣнно, онъ выше всѣхъ его окружающихъ. Эти черты его характера усиливаютъ въ его глазахъ несчастье и приводятъ его къ самоубійству. У Пушкинскаго Бориса есть эта черта, но она вовсе не сказывается съ такой силой. По своей основной природѣ Пушкинскій Борисъ — человекъ, любящій покой и тишину, но въ его душу запала страсть честолюбія. И Пушкинскій и Шиллеровскій Борисъ — искусный и мудрый правитель, заботящійся о благѣ своихъ подданныхъ. Пушкинскій Борисъ въ душѣ своей страдаетъ отъ „единого пятна“ на

совѣсти, которое онъ всячески старался загладить; Шиллеровскій — надбѣлся, какъ видно изъ наброска бесѣды его съ Ювомъ, загладить эту „одну вину“ неустанной работой на благо народа. Пушкинскій Борисъ — нѣжный и любящій отецъ, таковъ же и Шиллеровскій въ своемъ семейномъ кругу. Подъ вліяніемъ все возрастающаго успѣха самозванца Пушкинскій Борисъ „ворожитъ, что красная дѣвица“, Шиллеровскій — начинаетъ вѣрить во всякія примѣты. И Пушкинскій, и Шиллеровскій Борисъ мстителенъ въ своихъ личныхъ дѣлахъ.

Болѣе сходства въ характерѣ Борисовъ нѣтъ, зато какая разница: Шиллеровскій Борисъ не придаетъ никакого значенія первымъ слухамъ о Дмитріи, самъ считаетъ для себя униженнымъ выступить противъ него, да и мѣръ въ сущности не принимаетъ никакихъ; Пушкинскаго же Бориса глубоко поражаетъ первый же слухъ о царевичѣ, у него является сомнѣніе относительно того, не было ли подмѣна; онъ мучится при мысли, что онъ убійца святого, къ тому же еще онъ страдаетъ отъ всеобщаго недовѣрія народа и злокозней бояръ. Пушкинскій Борисъ страдаетъ службе и мучительнѣе, чѣмъ Шиллеровскій. Пушкинскій Борисъ гибнетъ подъ гнетомъ несчастья, въ борьбѣ съ которымъ онъ безсиленъ, Шиллеровскій же Борисъ если и страдаетъ, то, главнымъ образомъ, въ силу того, что не можетъ пережить своего величія и кончаетъ съ собой, смѣло глядя въ глаза смерти, которая избавляетъ его отъ позора развѣчиванія. Пушкинъ отгнать угроженія совѣсти, духовную жизнь Бориса, избравъ его центральнымъ лицомъ своей драмы. Шиллеръ же, у котораго Борисъ является второстепеннымъ лицомъ, почти не коснулся этихъ чертъ, хотя и его Борисъ — царубійца. И въ Пушкинскомъ Борисѣ есть эта любовь къ власти, какъ мы указали немного выше, но она не сказывается такъ сильно, не является первенствующей чертой въ его характерѣ. Эта черта сказывается въ характерѣ Пушкинскаго Бориса въ его предсмертномъ завѣщаніи, какъ было отмѣчено нами при разборѣ личности Пушкинскаго Бориса; гордость же Пушкинскаго Бориса сказала въ тотъ моментъ, когда онъ отвергъ помощь Свейскаго короля въ борьбѣ съ Дмитріемъ. Если, по мнѣнію Кетнера, Шиллеръ въ трагической катастрофѣ подчеркнул не столько мысль Немезиды за убійство царевича, сколько гибель человѣка въ борьбѣ съ непобѣдимой судьбой, то и Пушкинъ не такъ ужъ всецѣло и исключительно подчеркнул эту месть (конечно, у Пушкина эта мысль ярче, чѣмъ у Шиллера): его Борисъ, терзаемый внутренними муками, гибнетъ въ борьбѣ съ историческими условіями, складываю-

щимися для него крайне неблагоприятно, именно въ борьбѣ съ той „буйной русской олигархіей“, о которой, по мнѣнію Полевого, Пушкинъ забыть, которая у Пушкина, однако еще, до вступленія Бориса на престолъ собиралась „искусно волновать народъ“. Вспомнимъ, что и Шиллеровскій Борисъ напывается на оскорбленія со стороны бояръ, что его подъ конецъ „богѣ бояться, чѣмъ любить“.

При сопоставленіи характеровъ Бориса въ томъ и другомъ произведеніи не слѣдуетъ оставлять безъ вниманія того соображенія, что личность Бориса у Шиллера является второстепеннымъ лицомъ, у Пушкина же онъ—центральное лицо на общемъ фонѣ русской жизни. Нашъ поэтъ задается цѣлью изобразить судьбу Бориса, Шиллеръ—судьбу Дмитрія. Если, по мнѣнію Полевого, Шиллеръ „глубоко и поэтически понялъ и хотѣлъ изобразить Бориса“, то и Пушкинъ глубоко задумалъ и психологически вѣрно изобразилъ характеръ своего Бориса, отгнѣнивъ въ немъ ярко внутреннюю его, духовную жизнь, отношеніе его къ народу и народа къ нему. Шиллеровскій Борисъ въ общемъ производитъ впечатлѣніе чловѣка болѣе твердаго характера и болѣе сильной воли, но Пушкинскій Борисъ, лицо выполненъ русское, вызываетъ къ себѣ больше симпатіи и состраданія, онъ чловѣкъ болѣе глубокаго и болѣе тонко развитого чувства.

Обратимся теперь къ личности *Дмитрія*. Несомнѣнно, Шиллеровскій Дмитрій производитъ болѣе благоприятное впечатлѣніе. Шиллеръ болѣе приблизился къ пониманію исторической личности Дмитрія, его Дмитрій—убѣжденный въ своемъ происхожденіи чловѣкъ, безсознательный обманщикъ, и только у самой цѣли онъ узнаетъ роковую тайну своего происхожденія и въ силу своей воли становится сознательнымъ самозванцемъ. (Въ первоначальныхъ опущенныхъ Шиллеромъ сценахъ Дмитрій носитъ имя Гришки). Пушкинскій же Дмитрій—сознательный обманщикъ отъ начала до конца. Въ то время, какъ Шиллеровскій Дмитрій говоритъ о „слияній двухъ народовъ во-едино“, проситъ забыть прежніе раздоры, и вообще идеалистически смотритъ на „храбрый независимый народъ“, который долженъ преклонять ухо ко всему, что чловѣчно, Пушкинскій самозванецъ отлично сознаетъ, что онъ является „предлогомъ раздоровъ“ и что въ этомъ до нѣкоторой степени его сила. Шиллеровскій Дмитрій вообще чуждъ той находчивости и удали, какую проявляетъ Пушкинскій самозванецъ въ корчмѣ на Литовской границѣ, тѣмъ болѣе—той безпечности, какой отличается Пушкинскій—послѣ пораженія. Шиллеровскій Дмитрій, наоборотъ, послѣ первой же неудачи чуть не кончаетъ съ собой. Нѣтъ у него и той хитрости, какой надѣленъ съ такимъ избыткомъ Пушкинскій

Дмитрій, прибѣгающій къ цѣлому ряду хитрыхъ обмановъ, особенно въ домѣ Вишневецкаго. Нѣтъ у Шиллеровскаго Дмитрія и такого легкомыслія: не сталъ бы онъ, забывъ обо всемъ на свѣтѣ, пировать мѣсяцъ у Мнишка. Затѣмъ, что очень характерно, у Шиллеровскаго Дмитрія нѣтъ затаенной злобы противъ Бориса ни до узнанія своего происхожденія, ни послѣ, а вѣдь Шиллеровскій Дмитрій имѣлъ болѣе основательныя причины считать его своимъ врагомъ, похитителемъ его законнаго права и собственности; Пушкинскій же Дмитрій проникнутъ ненавистью и злобой противъ Бориса съ самаго начала. Выше нами уже было отмѣчено что чувства, переживаемыя Шиллеровскимъ Дмитриемъ на границѣ, несомнѣнно глубже и чище чувствъ Пушкинскаго. Шиллеровскій Дмитрій сильно и тяжело страдаетъ: ужасныя душевныя муки переживаетъ онъ при роковой встрѣчѣ съ Андреемъ, затѣмъ въ свиданіи съ матерью, гдѣ гаснетъ послѣдній лучъ надежды на истинность его происхожденія, наконецъ, глубоко страдаетъ онъ, вступая въ бракъ съ Мариной, погубившей любимую имъ Ксенію. Ничего подобнаго не испытываетъ Пушкинскій самозванецъ: на него находятъ облачко грусти при переходѣ черезъ границу, здѣсь онъ серьезнѣе, чѣмъ гдѣ бы то ни было въ другихъ случаяхъ, когда онъ самоувѣренъ и безпеченъ. Насколько Пушкинскій Борисъ живетъ болѣе глубокой духовной жизнью, сильнѣе страдаетъ и глубже чувствуетъ свои страданія, настолько духовная жизнь Шиллеровскаго Дмитрія глубже, богаче и разнообразнѣе въ своихъ проявленіяхъ. Шиллеровскій Дмитрій вызываетъ несомнѣнно симпатію и состраданіе не только въ первой половинѣ пьесы, но и до конца.

Въ сценѣ у фонтана Пушкинскій самозванецъ любитъ Марину искреннимъ и сильнымъ чувствомъ въ родѣ того, какое питаетъ Шиллеровскій Дмитрій къ Ксеніи; подъ конецъ сцены онъ не любитъ ея уже прежней любовью, она ему только нравится. Шиллеровскій же Дмитрій, вѣроятно, и не любилъ никогда Марины такъ, какъ любитъ ее на первыхъ порахъ Пушкинскій самозванецъ, онъ только увлекся ею, полюбилъ же истинной любовью Ксенію. Шиллеровскій Дмитрій—натура болѣе впечатлительная, нѣжная и болѣе чуткая къ красотамъ природы, Пушкинскій же—самоувѣреннѣе, это человѣкъ легко увлекающійся, легкомысленный и безпечный. Шиллеровскій Дмитрій не говоритъ и не сказалъ бы, что въ немъ „таятся доблести, достойныя московскаго престола“.

Относительно Пушкинскаго самозванца можно сказать словами Шиллера, относящимися къ Варбеку: „обманъ, несмотря на всѣ качества, отталкиваетъ“... Несомнѣнно, Шиллеръ ближе и психоло-

личнѣе подошелъ къ исторической личности перваго самозванца, характеръ его обрисованъ глубже и разностороннѣе, чѣмъ Пушкинскаго. Если и Шиллеръ неудачно подошелъ къ вопросу о способѣ созданія перваго самозванца, построивъ все дѣло на личныхъ счетахъ и мести отдѣльной личности, то и Пушкинъ не удачнѣе строить все дѣло на поразительно тонкой и коварной хитрости своего самозванца, бѣгущаго за границу, прикидывающагося умирающимъ и на смертномъ одрѣ открывающаго свое яко бы истинное происхожденіе.

Несмотря на все это, при сопоставленіи Шиллеровскаго Demetrius'a съ Пушкинскимъ „Борисомъ Годуновымъ“ со стороны цѣльной концепціи поэта, съ точки зрѣнія художественнаго произведенія взятаго въ его цѣломъ, мы никомъ образомъ не можемъ отдать пальмы первенства Шиллеровскому Demetrius'у!

Громадная разница въ концепціяхъ обоихъ поэтовъ, намъ кажется, заключается въ слѣдующемъ. Пушкинъ выдвинулъ въ своей драмѣ на сцену *соціальную жизнь* Руси той эпохи, жизнь народа и бояръ, ихъ отношеніе къ Борису, словомъ—остановился на историческихъ условіяхъ того времени, когда пришлось дѣйствовать Борису; поэтому то отъ его произведенія, не говоря о народности и національности, которыхъ нельзя исполнѣ и требовать отъ Шиллера, вѣетъ духомъ древней Руси, складомъ исторической жизни во всемъ ея цѣломъ. Если поэтъ и не понялъ исполнѣ исторической личности самозванца, то зато онъ съ глубокимъ мастерствомъ заглянулъ въ душу *цѣлой эпохи* въ русской исторіи, въ душу русскаго *народа*, бояръ, духовенства. Поэтому, быть можетъ, и проявился эпическій элементъ въ „Борисѣ Годуновѣ“. Шиллеръ же, какъ поэтъ драматическій по основному своему дарованію, сосредоточился на изображеніи *личности* нашего перваго самозванца, на ея *внутренней жизни* и, надо отдать справедливость, глубоко понялъ ее и мастерски воспроизвелъ. Трудно поэтому отдать безусловное предпочтеніе той или другой концепціи, тому или другому художественному воспроизведенію этой концепціи: оба поэта смотрятъ съ двухъ совершенно различныхъ и противоположныхъ точекъ зрѣнія на смутное время на Руси: одного всецѣло интересуетъ *самая* загадочная *личность* самозванца, окутанная таинственнымъ мракомъ неизвѣстности, его происхожденіе и трагическая судьба, при этомъ характеръ Бориса задѣвается, хотя и довольно вѣрно, постольку, поскольку его личность и судьба соприкасаются и обусловливаются личностью и судьбой Дмитрія; поэтому у Шиллера отведено народу очень мало мѣста: активное участіе

онъ принимаетъ въ сущности въ одной сценѣ, въ сценѣ чтенія манифеста. Другой же поэтъ, нашъ Пушкинъ, поставилъ своей задачей „воскресить *весь тотъ вѣкъ*“, онъ сосредоточился на взаимоотношеніяхъ *народной массы* и *Бориса*, который по преимуществу интересовалъ его, личность самозванца задѣвается при томъ только по отношенію къ Борису и къ этой массѣ; поэтому здѣсь важна не *личная жизнь* самозванца, а самое его *появленіе* и тѣ измѣненія, какія онъ вноситъ своимъ появленіемъ въ жизнь русскаго государства и въ жизнь Бориса; поэтому то у Пушкина народъ играетъ видную роль.

Чрезвычайно интересно то обстоятельство, что въ концѣ дѣйствія открывается въ сущности одна и та же перспектива на будущее: рядъ бѣдствій и тревоженій, но какъ остались вѣрны себѣ поэты и въ этихъ заключительныхъ сценахъ! У Пушкина *народъ* своимъ безмолвіемъ нарекаетъ нѣмой приговоръ Лжедмитрію, онъ погибнетъ такимъ же кровавымъ путемъ, какъ и взошелъ на престолъ; у Шиллера нарождается новый самозванецъ, уже сознательный обманщикъ, примѣръ сильной *личности* порождаетъ въ лицѣ этой новой личности рядъ новыхъ самозванцевъ. У обоихъ поэтовъ будущее предстаетъ въ воображеніи зрителя исполненнымъ бѣдъ и волненій! Шиллеровскій Demetrius—трагедія въ полномъ смыслѣ этого слова, у Пушкина же скорѣе всего это драматическая хроника, гдѣ дѣйствующимъ лицомъ является все государство московское, а въ немъ уже первая персона—Борисъ. Эти два произведенія представляютъ собою величины несоизмѣримыя, и безусловнаго превосходства одному изъ нихъ передъ другимъ, намъ кажется, отдавать нельзя.

На основаніи всего выше приведеннаго мы склонны думать, что если Пушкинъ во время созданія своего „Бориса Годунова“ или до того и былъ знакомъ съ Шиллеровскій Demetrius'омъ, то знакомство это во всякомъ случаѣ не повліяло на оригинальность и самостоятельность ни его высоко художественнаго и необычайно широкаго замысла, ни—его глубоко психологическаго творчества!

Третьимъ произведеніемъ, касающимся той же эпохи, является драматическая хроника А. Н. Островскаго „*Дмитрій Самозванецъ и Василій Шуйскій*“ произведеніе, на которомъ отразились и вліяніе Шиллера и вліяніе Пушкина. Знакомство съ Шиллеровскимъ Demetrius'омъ особенно ярко отразилось на пятой сценѣ, свиданіе Дмитрія съ матерью, имѣющей нѣкоторое сходство и по внѣшней обстановкѣ и по общему тону съ набросанной вчернѣ Шиллеромъ сценѣ свиданія его Дмитрія съ Марѳой. У Островскаго свиданіе

происходить такъ же, какъ и у Шиллера, въ раскинутомъ на сценѣ патрѣ, въ обоихъ случаяхъ Марѳа прибываетъ раньше и ожидаетъ встрѣчи съ Дмитріемъ; Дмитрій и здѣсь искрененъ съ ней, въ концѣ сцены такъ же, какъ и у Шиллера, свидѣтелемъ этого свиданія является народъ, остающійся при томъ убѣжденіи, что Дмитрій истинный царевичъ. Но есть большая разница въ самыхъ характерахъ Дмитрія и, особенно, Марѳы, въ тѣхъ чувствахъ, какія они переживаютъ въ моментъ встрѣчи. Марѳа Островскаго является дѣйствительно какъ бы „окаменѣлой“, лѣта изгладили въ ея душѣ прежнюю скорбь и печаль. Хотя она и волнуется въ ожиданіи Дмитрія и у нея, по ея словамъ, „туманъ въ глазахъ и кружится голова“, тѣмъ не менѣе она можетъ бесѣдовать со Скопиннымъ-Шуйскимъ и освѣдомляется, женатъ ли онъ, или холостъ? Шиллеровская же Марѳа, хотя вѣра въ истиннаго Дмитрія у нея ко времени свиданія почти исчезаетъ, питаетъ все таки еще нѣкоторую слабую надежду, ей хочется вѣрить въ эту пріятную для нея грезу, волненія ея сильны, врядъ ли бы она могла бесѣдовать въ это время съ постороннимъ человѣкомъ. Это еще энергичная женщина съ жаждой жизни и власти, монастырь не смирилъ ея, не окаменилъ, хотя она и говоритъ это: не сказала бы она и того, что „только въ монастырѣ и жить мнѣ“, какъ Марѳа Островскаго. Марѳа Островскаго нисколько не вѣритъ въ истинность Дмитрія. Она спокойно и безстрастно вспоминаетъ о далекомъ прошломъ, объ убіеніи ея сына; она не питаетъ теперь мести къ Борису, „злоба“ у нея „затихла“, Борисъ въ могилѣ—„насъ Господь разсудитъ“, говоритъ она. Но далѣе въ ея словахъ на минуту слышится знакомая намъ Шиллеровская Марѳа: если бы все это, что совершается теперь, совершилось тогда, сейчасъ послѣ убіенія царевича, то она признала бы сыномъ „подкидыша паршиваго“, „щенка слѣплого—дѣтищемъ роднымъ!“ Тутъ же сказывается въ ней на одинъ мигъ и „царица“: въ отвѣтъ на угрозу Басманова она отвѣчаетъ съ гордымъ сознаніемъ своего достоинства: „Пугать меня! жену царя Ивана... я не боялась и царя Бориса, и не боюсь тебя, холопъ!“ Но вотъ является Дмитрій. Марѳа посохомъ останавливаетъ его радостный порывъ и возгласъ: родимая! „Постой-ка“, говоритъ она, „ничего то ты не похожъ“ и отворачивается. Шиллеровская Марѳа испытующимъ взглядомъ, однимъ взглядомъ убѣждается въ разрушеніи своихъ надеждъ. „Ахъ это не онъ!“ восклицаетъ она послѣ зловѣщаго молчанія, въ которомъ заключается глубокий трагизмъ, отсутствующій совсѣмъ въ этотъ моментъ у Островскаго. Ея чувства болѣе глубоки, она сильнѣе переживаетъ эти минуты, такъ какъ

до послѣдней минуты у нея еще сомнѣніе борется со слабой надеждой. Шиллеровскій Дмитрій самъ съ глубокимъ волненіемъ и сильной затаенной мукой ждетъ свиданія съ Марѳой, гдѣ окончательно выяснится его происхожденіе; онъ не бросается къ ней первый съ крикомъ: родимая! Сердце его не отвѣтило, ибо и ея сердце не забилося при взглядѣ на него.

Почти тоже говорить у Островскаго далѣе Марѳа: „Нѣтъ! сердца не обманешь! не такъ оно забьется, если сына роднаго прижмешь къ своей груди. Не сынъ ты мнѣ!“ Послѣ этого Дмитрій становится вполнѣ искреннимъ, онъ стремится подѣйствовать на ея чувство, и слова его сильно напоминаютъ слова Шиллеровскаго Дмитрія.

Искренняя задушевность и теплая ласка производятъ сильное впечатлѣніе на Марѳу; ей, какъ и Шиллеровской Марѳѣ, нравится этотъ юноша своимъ благородствомъ и искренностью. Она даже восклицаетъ: „о если бы ты былъ мой сынъ!“ Она выражаетъ словами то, что сказалось опять таки глубже и трагичнѣе въ слезахъ Шиллеровской Марѳы! Марѳа Островскаго сильно полюбила этого юношу, но она ласкъ его не отниметъ у той... другой, которая, быть можетъ, „въ своемъ углу убогомъ предъ иконой о миломъ сынѣ молится украдкой или здѣсь, въ толпѣ народной укрываетъ лицо свое, смоченное слезами, и издали дрожащею рукою благословляетъ сына“. Сильныя чувства сказались здѣсь въ несчастной женщинѣ-матери: она сама мать безвременно погибшаго царевича, у нея отняли ея истиннаго сына, не хочетъ она отнимать „у той-другой“ ея дѣтища, но она и не повредитъ ему. Здѣсь сказалась женственность Марѳы Островскаго, она вызываетъ къ себѣ наибольшую симпатію только въ эту именно минуту. Когда же Дмитрій успокаиваетъ ее на счетъ этого, она искренно заявляетъ, что полюбила его, „ты мой! ты мой!“ восклицаетъ она и выходитъ вмѣстѣ съ нимъ къ народу, который встрѣчаетъ ихъ восторженными кликами. Шиллеровская Марѳа еще живетъ прошлымъ, оно воскресло предъ ней со всей живостью, месть ея къ Борису не утихла. Хотя ей нравится благородный и искренній юноша, она не рѣшается такъ активно признать его своимъ сыномъ; ей жаль его, она сама много выстрадала и не можетъ погубить его, находящагося въ ея рукахъ, но она не можетъ сейчасъ же послѣ того, какъ все ея грезы погибли безвозвратно, признать его своимъ сыномъ. Самъ Дмитрій находитъ самый лучший способъ выйти изъ этого затрудненія: ея слезы становятся для народа доказательствомъ ея признанія: Дмитрій спасенъ, она попускаетъ обманъ, но не уча-

ствуешь въ немъ сама. Несомнѣнно и здѣсь глубина и сила трагизма всецѣло на сторонѣ Шиллера! Шиллеровская Марѳа — натура экзальтированная, полная жизни и энергіи, живо у ней воспоминаніе о постигшемъ ее горѣ, жива у ней и месть къ Борису, о которой она молилась Богу. Марѳа же Островскаго — типъ болѣе русскій: она помирилась со своимъ горемъ-горькимъ, примирилась и со своимъ обидчикомъ, „Господь“ ихъ „разсудитъ“, искренно полюбилъ ей Дмитрій, и она какъ бы усыновляетъ его, боясь обидѣть при этомъ его истинную мать и готовая всецѣло уступить ей его. Она поступаетъ всецѣло по душевному своему влеченію, здѣсь сказалось русское народное незлобіе, простодушіе и задушевная искренность. Въ общемъ, вся сцена у Островскаго блѣднѣе Шиллеровской, не производитъ такого сильнаго, потрясающаго впечатлѣнія и значительно слабѣе мотивирована!

Вліяніе Пушкинскаго „Бориса Годунова“, вообще сильно сказавшееся на произведеніи Островскаго, ярко отразилось на второй сценѣ второго акта: свиданіи Дмитрія и Марины въ Москвѣ до свадьбы. Какъ и Пушкинскій самозванецъ, Дмитрій Островскаго страстно и сильно любитъ Марину и желаетъ добиться отъ нея признанія въ любви тоже. Опъ, какъ и Пушкинскій Дмитрій, жаждетъ „любви, одной любви!“ „Не царь, а шляхтичъ вольный предъ тобой!“ восклицаетъ онъ, испытывая то же чувство, что и Пушкинскій самозванецъ, умолявшій Марину „забыть въ немъ царевича и зрѣть любовника“. Какъ Пушкинскій самозванецъ въ своемъ увлеченіи мечтаетъ о томъ, что Марина и ея любовь замѣнятъ ему царскую корону „въ глухой степи, въ землянкѣ бѣдной“, такъ и Дмитрій Островскаго умоляетъ Марину перепестись мечтой въ Польшу и видѣть въ немъ рыцаря.

Марина и здѣсь въ общемъ родная сестра Шиллеровской и даже болѣе, чѣмъ Пушкинская Марина. Она всячески домогается коронованія для себя дѣвицей, до вступленія въ бракъ съ Дмитріемъ и заставляетъ его согласиться на это, хотя такое дѣло, по его же словамъ, „не слыхано на Руси“. Мы знаемъ, что и Шиллеровская Марина въ интимной бесѣдѣ съ Одовальскимъ наставляетъ на томъ, чтобы бояре и воинство цѣловали крестъ на подданство и ей. Марина Островскаго нисколько не вѣрнѣе въ истинность Дмитрія, она даже боится, что онъ недолго процарствуетъ, она думаетъ, что „z chama nie bendzie pana“, какъ заявляетъ она въ бесѣдѣ съ отцомъ. Здѣсь она походитъ скорѣе на Шиллеровскую Марину, чѣмъ на Пушкинскую, у которой нѣтъ такой само-

увѣренности и которая не полагается на себя, но на Дмитрія, предварительно только испытать его въ этомъ отношеніи.

Эти двѣ сцены обнаруживаютъ вліяніе Пушкинскаго и Шиллеровскаго произведеній, но обѣ онѣ уступаютъ соответствующимъ сценамъ у Шиллера и Пушкина: у Шиллера—больше трагизма, у Пушкина—больше чувства.

Драматическая хроника Островскаго даетъ намъ рядъ многочленныхъ, чрезвычайно оживленныхъ и весьма яркихъ, мастерски воспроизведенныхъ картинъ народной, боярской и придворной жизни: особенно мастерски изображены низшія сословія народа, здѣсь авторъ развертываетъ предъ нами во всю ширь множество необычайно яркихъ бытовыхъ сценъ, выводитъ много замѣчательныхъ по своей типичности яркихъ, живыхъ фигуръ въ родѣ: калачника, юродиваго Аѳоніи, Ивана-дурака, повара, купцовъ, поповъ безъ мѣстъ, атамановъ Корелы и Куцьки и т. д. Народная толпа поражаетъ вездѣ своей жизненностью: крестьяне, купцы, подьячіе, торговцы, разносчики, странники и т. п., въ произведеніи какъ бы слышится гулъ толпы.

Если же обратиться къ центральной личности *Дмитрія*, то тутъ и обнаружится главный недостатокъ въ произведеніи Островскаго, недостатокъ, въ силу котораго это произведеніе уступаетъ и Шиллеровскому, и Пушкинскому. У Пушкина Дмитрій—сознательный обманщикъ, у Шиллера онъ сначала безсознательный обманщикъ и вѣритъ въ себя, а послѣ узнаетъ свое происхожденіе, трагическое положеніе личности Дмитрія здѣсь вездѣ вполне опредѣленное. Вотъ этого то и нѣтъ у Островскаго: положеніе личности его Дмитрія крайне неопредѣленное: не то онъ истинный царевичъ, не то онъ незаконнорожденный сынъ Іоанна, не то счастливый самозванецъ, подчасъ же онъ лишь орудіе партіи и жертва ея въ то же время. Поэтому самозванецъ Островскаго представляетъ странную смѣсь противорѣчій, въ силу которыхъ опредѣленность и законченность его характера исчезаютъ. Въ своемъ монологѣ передъ Іоанновымъ трономъ онъ самъ не знаетъ, кто онъ; онъ задаетъ себѣ неразрѣшимый вопросъ: такъ кто же я? Въ сценѣ съ матерью онъ не скрываетъ вовсе того, что онъ самозванецъ.

Островскій знакомитъ насъ со временемъ воцаренія Дмитрія, онъ характеризуетъ Дмитрія съ того момента, когда тотъ уже достигъ престола. Еще до появленія самого Дмитрія мы узнаемъ отъ Василія Шуйскаго, что „не чернецомъ онъ смотритъ... монашеской повадки въ немъ не видно.... орудуетъ деспѣхомъ чище

ляховъ и на коня взлетаетъ, какъ татаринъ“, но у него, узнаемъ мы далѣе, „не царская осанка, вертлявъ и говорливъ и безбородъ, не савонить“.... Такъ же мѣтко характеризуетъ его В. Шуйскій и въ другомъ мѣстѣ:

Душой полякъ: какъ дѣвка, малодушень,
 Какъ малолѣтокъ, падокъ на утѣхи,
 Какъ скоморохъ, безъ разума проворень,
 Какъ пьяный дыкъ, болтаетъ безъ умолка...
 Не долго ждать, онъ прыть свою покажетъ...

И мы сейчасъ же видимъ всю мѣткость словъ Шуйскаго: въ первомъ же своемъ появленіи предъ нами Дмитрій обнаруживаетъ недостатокъ столь необходимой въ глазахъ народа савонитости, которая такъ ярко сказала въ завѣщаніи Пушкинскаго Бориса своему сыну: „Будь молчаливъ; не долженъ царскій голосъ на воздухъ теряться по пустому, какъ звопъ святой, онъ долженъ лишь вѣщать велику скорбь или великій праздникъ“; онъ „болтаетъ безъ умолка“, суетится, обращается раньше къ нѣмцамъ и хвалитъ ихъ за то, что они бьются лучше русскихъ, все это вооружаетъ народъ, который, обративъ вниманіе на эти слова, пропускаетъ мимо ушей другія его слова къ тѣмъ же нѣмцамъ: „я здѣсь, въ Москвѣ—среди своихъ дѣтей, и мнѣ не нужно иноземной стражи“. Онъ чуждъ у Островскаго русскому народу, чуждъ по духу и по виду, „бритый, тоноконогій“. Съ первой же сцены чувствуется, что этотъ народъ осудить безповоротно Дмитрія и безжалостно отнесется ко всѣмъ его даже и благимъ начинаніямъ и благороднымъ порывамъ, осудить его именно за нихъ же! Кѣмъ бы ни былъ Дмитрій Островскаго, во всякомъ случаѣ это благородная и великодушная личность съ большими задатками добра, но удивительно легкомысленная, слабохарактерная, довѣрчивая и увлекающаяся. Какъ правитель страны и народа—это благородный мечтатель, исполненный самыхъ добрыхъ и свѣтлыхъ начинаній, онъ ставитъ своей цѣлью „щедротами и милостью царить“. Въ своемъ увлеченіи онъ стремится провести и осуществить такіе планы, которые совершенно не соотвѣтствуютъ ни духу времени и государства, ни сложившимся вѣками традиціямъ. Его попытка „судить бояръ соборомъ черни буйной“ вызываетъ страшное негодованіе въ боярствѣ. Онъ мечтаетъ о коронѣ Крыма, о покореніи Византіи и почему то убѣжденъ, что все это крайне легко исполнимо. Въ отношеніи къ Шуйскому онъ обнаруживаетъ много великодушія и благородства, но своимъ неумѣльнымъ и безтактнымъ поведеніемъ еще болѣе озлобляетъ гордаго

старика боярина, готоваго лучше пойти на казнь, чѣмъ терпѣть шутки. Бояре недовольны за маневры, на которыхъ царь лазитъ самъ на земляную стѣну и ихъ заставляетъ дѣлать то же, недовольны они и за то, что—„отдай робятъ въ ученіе езовитамъ“, недовольны они и за театръ, который изображаютъ такъ: „треглавыи адъ, бряцаніе велико отъ челюстей и пламя изъ ушей, отверсты зубы и готовы когти на ухапленіе. И зрѣти страшно! Потѣхи все!“...—Еще болѣе вооружаетъ противъ себя бояръ Дмитрій, заботясь о панахъ, которые, по его словамъ, не имъ чета. Народное неудовольствіе, подогрѣваемое В. Шуйскимъ и его клеветами, также все растетъ и растетъ, народъ негодуетъ на „латинцевъ“, которые „цѣлый день гнусятъ свои обѣдни“ и вообще на приверженность царя къ латинской вѣрѣ, а мы знаемъ, насколько справедливы эти обвиненія; мы знаемъ, какъ холодно и безучастно слушалъ Дмитрій разсужденія іезуита и приказатъ сейчасъ же пѣть молебны, чтобы Господь вознесъ его „десницу надъ бесерменствомъ и латинствомъ“.

Народное неудовольствіе разрѣшается безумнымъ поступкомъ фанатика Осипова, кидающаго жестоко-правдивые упреки Дмитрію въ присутствіи всѣхъ; голосъ народной обвиняющей совѣсти слышится въ его словахъ впервые лицомъ къ лицу съ царемъ! Василій Шуйскій коварно измѣняетъ свою тактику и начинаетъ потакать во всемъ Дмитрію, который принимаетъ все за чистую монету и сейчасъ же предпочитаетъ его вѣрному Басманову. Своимъ легкомысленнымъ и нетактичнымъ поведеніемъ во время приготовленій къ пріѣзду Марины Дмитрій еще болѣе вооружаетъ народъ. Здѣсь Дмитрій проявляетъ какое то положительно неестественное легкомысліе, соря казной направо и налево; „берешь, берешь (жемчугъ), а все не убываетъ, куда дѣвать—придумать не могу“, восклицаетъ онъ въ одномъ мѣстѣ. Почва для взрыва народнаго неудовольствія готова исполнѣ: царь и народъ съ первыхъ же поръ совершенно чужды другъ другу, бояре не дремлютъ, ночная сходка у В. Шуйскаго рѣшаетъ дѣло: „ждать набатъ черезъ недѣлю“. А тутъ какъ разъ слѣдуютъ столкновенія народа съ хозяйничающими по Москвѣ поляками, вызывающія вмѣшательство нѣмецкой стражи Дмитрія, которую хитро проводитъ народъ, оставивъ въ ея рукахъ въ качествѣ зачинщика одного Ивана—дурака. Въ добавокъ ко всему является столѣтній старецъ изъ Углича и разсказываетъ объ убіеніи царевича Дмитрія, свидѣтелемъ чего онъ былъ самъ лично и что онъ живо помнитъ. Настроеніе народа крѣпнетъ. Знаменательны слова калачника въ

отвѣтъ на окрикъ десятскаго: „Я — весь народъ московскій, вотъ — кто я!“ Дѣйствительно, народъ, видимо, поднимается какъ одинъ человекъ. Еще рѣче сказывается необычайное легкомысліе Дмитрія въ сентъ пира съ поляками, когда подъ звуки веселой мазурки дозрѣваетъ народный мятежь. Недовольны Дмитріемъ и поляки, такъ какъ въ дѣйствительности онъ желаетъ, чтобы потачки не было ни русскимъ, ни полякамъ.

Въ одномъ мѣстѣ Дмитрій искренно и простодушно сознается въ томъ, что съ него плохой правитель, онъ говоритъ Басманову:

Намъ съ тобой бояре нужны,
Правители плохіе мы...
Мы — воины. Сноровка вѣковая,
Боярская, за насъ управить землю.
.
А мы съ тобой все лѣто воевать,
А зиму всю гулять да пировать...

Последняя сцена, смерть Дмитрія производитъ сильное впечатлѣніе. Драматичная, потрясающе-страшная обстановка: повсемѣстный, все усиливающийся набатъ, все разрастающійся гулъ приближающейся толпы... Наконецъ, толпа врывается во дворецъ. Дмитрій бросается съ мечомъ на Шуйскаго, но того загоразиваетъ народъ. Дмитрія отстанываютъ нѣмцы. Оставшись одинъ съ Басмановымъ, онъ говоритъ, какъ бы обращаясь къ народу:

Зачѣмъ меня вы прежде не убили.
Пока я былъ ничтоженъ, какъ и вы!
Зачѣмъ..... дали мнѣ извѣдать сладость власти...
Вы опьянили раболовствомъ вашимъ,
Вы дали львиной силѣ
Уснуть у ногъ небесной красоты!...

Дмитрія убиваетъ изъ ружья Валуевъ, народу говорятъ, что онъ повинился въ своемъ обманѣ. Последнія минуты его вызываютъ къ нему симпатію и состраданіе. Раненый, обезоруженный, очнувшись отъ обморока, онъ съ сознаніемъ царскаго достоинства обращается къ Шуйскому: „Ты не узнашь меня, холопъ!“ Совершенно правъ онъ, говоря: „пусть народъ узнаетъ, что я честнѣй тебя, неблагодарный клятвопреступникъ!“ Дмитрій бредитъ... последнія его слова: „Олеговъ щить, ворота Царьграда“... Выстрѣлъ, онъ падаетъ ницъ. Конецъ немного напоминаетъ Пушкинскаго „Бориса Годунова“ калачникъ приглашаетъ народъ провозгласить многолѣтіе В. Шуйскому, Голицынъ, представитель боярства, отвѣчаетъ: „не рано ли?“ Далѣе онъ пророчески говоритъ:

Брамолой сѣлъ Борисъ, Дмитрій—силой:
 Обоимъ тронъ Московскій былъ могилой.
 Для Шуйскаго примѣровъ не довольно,
 Онъ хочетъ сѣсть на царство самовольно...

Царствованію Шуйскаго предрекается такое же будущее, какое еще краснорѣчивѣе и драматичнѣе выражено царствованію Дмитрія у Пушкина и вообще эпохъ смутнаго времени—у Шиллера.

Такимъ образомъ, главнымъ недостаткомъ въ произведеніи Островскаго является та неопредѣленность, въ какую онъ поставилъ своего Дмитрія: онъ отъ начала до конца остается неразрѣшенной загадкой для зрителя. Вторымъ существеннымъ недостаткомъ является вся обрисовка характера В. Шуйскаго: онъ у Островскаго односторонне лукавъ и неестественно коваренъ отъ начала до конца: ни единой свѣтлой черточки, ни одного штриха живого человѣка, кромѣ лукавства; ни одного дѣла, кромѣ крамолы!

Лучше всего удалось автору изобразить тотъ фонъ, на которомъ дѣйствуютъ Дмитрій и В. Шуйскій, т. е. простой народъ и бояръ вообще. Въ виду всего этого, при цѣкоторыхъ своихъ достоинствахъ, произведеніе это, несомнѣнно, ниже Пушкинскаго и Шиллеровскаго, но слѣды вліянія того и другого на немъ есть.

А. М. Лукьяненко.

Элементы математического анализа.

III.

Интегрирование алгебраических иррациональных дифференциаловъ.

7. Подъ иррациональнымъ дифференциаломъ мы разумѣемъ такой, который въ своемъ коэффициентѣ содержитъ радикалы изъ многочленовъ какихъ либо степеней переменнаго.

Изъ этихъ дифференциаловъ мы можемъ интегрировать въ конечномъ видѣ только тѣ, которые содержатъ радикалы различныхъ степеней изъ двучленовъ первой степени и квадратные радикалы изъ квадратныхъ трехчленовъ. Интегрирование функций, зависящихъ отъ квадратныхъ радикаловъ изъ многочленовъ степени выше второй, приводитъ къ функциямъ эллиптическимъ, ультраэллиптическимъ и т. д.

Дифференциаль алгебраической функции всегда есть алгебраическая функция, но обратно, интегралъ даннаго алгебраическаго дифференциала не всегда бываетъ алгебраическою функциею, онъ можетъ представляться различными трансцендентными функциями и не рѣдко отличными отъ логарифмическихъ, тригонометрическихъ и круговыхъ, съ которыми мы уже знакомы. Поэтому на интегральное исчисленіе надо смотрѣть, какъ на обильный источникъ трансцендентныхъ функций.

Разсмотримъ интегралъ

$$u = \int f(x, y) dx, \quad (1)$$

гдѣ f означаетъ рациональную функцию отъ x и y , а y пусть будетъ иррациональная функция отъ x , удовлетворяющая уравненію

$$X_0 y^n + X_1 y^{n-1} + \dots + X_{n-1} y + X_n = 0 \quad (2)$$

въ которомъ коэффициенты X_0, X_1, \dots, X_n суть цѣлыя функции отъ x .

Разсмотримъ сначала тотъ простѣйшій случай, въ которомъ функціи X_0, X_1, \dots, X_n по степени не выше первой. Тогда уравненіе (2), рѣшенное относительно x , дастъ результатъ, который представляется раціональной функціей относительно y . Означимъ эту раціональную функцію чрезъ φ , такъ что

$$x = \varphi(y),$$

откуда выводимъ

$$dx = \varphi'(y) dy.$$

Внося эти значенія x и dx въ разсматриваемый интегралъ (1), имѣемъ

$$u = \int f[\varphi(y), y] \varphi'(y) dy.$$

Функція, находящаяся подъ знакомъ интеграла, есть раціональная относительно y , а потому интегралъ представляется алгебраическими, логарифмическими, или круговыми функціями. Пусть этотъ интегралъ, взятый однимъ изъ извѣстныхъ намъ приемовъ, будетъ

$$u = \Phi(y) + C.$$

Вводя сюда вмѣсто y его величину, полученную изъ уравненія (2), какъ корень этого уравненія, представимъ интегралъ u функцію x .

Для всякаго значенія x мы будемъ имѣть соответствующее значеніе корня уравненія (2), а потому и свое соответствующее этому значенію интеграла u .

Пояснимъ эти не сложные соображенія на частномъ примѣрѣ.

Возьмемъ интегралъ

$$(a) \quad u = \int \frac{\sqrt[3]{x+1+\sqrt{x^2+x+2}}}{x+1} dx.$$

Здѣсь

$$(b) \quad y = \sqrt[3]{x+1+\sqrt{x^2+x+2}}$$

освобождая это отъ радикала, находимъ послѣдовательно

$$y^3 = x+1+\sqrt{x^2+x+2}$$

или

$$y^3 - (x+1) = \sqrt{x^2+x+2}$$

откуда

$$y^6 - 2(x+1)y^3 + (x+1)^2 = x^2 + x + 2$$

или наконецъ

$$y^6 + 2(x+1)y^3 + (x-1) = 0$$

рѣшая это относительно x получимъ

$$x = \frac{y^6 - 2y^3 - 1}{2y^3 - 1}$$

Это есть рациональная функція относительно y .

Изъ этого выводимъ

$$x+1 = \frac{y^6 - 2}{2y^3 - 1}$$

и кромѣ того

$$\partial x = \frac{6y^2(y^6 - y^3 + 2)}{(2y^3 - 1)^2} \partial y$$

По внесеніи этихъ величинъ $x+1$ и ∂x вмѣстѣ съ выраженіемъ (b) въ данный интегралъ, получимъ

$$u = 6 \int \frac{y^3(y^6 - y^3 + 2)}{(y^6 - 2)(2y^3 - 1)} \partial y$$

подъинтегральная функція есть рациональная относительно y и разсматриваемый интегралъ зависитъ отъ алгебраическихъ и логарифмическихъ функцій переменнаго x , которое введемъ если y замѣнимъ радикаломъ

$$\sqrt[3]{1+x+\sqrt{x^2+x+2}}$$

На основаніи этихъ общихъ соображеній мы приходимъ между прочимъ къ тому заключенію, что для интегрированія подобныхъ дифференціаловъ слѣдуетъ весь радикалъ, входящій въ подъинтегральную функцію, принять за новое переменное.

Это правило можно примѣнить и въ томъ случаѣ, когда подъинтегральная функція зависитъ отъ радикаловъ съ разными показателями; такъ, если требуется взять интегралъ

$$\int \frac{x \partial x}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{x+1}},$$

то приведемъ радикалы къ одному показателю и примемъ

$$\sqrt[6]{1+x} = z,$$

тогда найдемъ, что данный интегралъ приметъ видъ

$$\int \frac{6z^5(z^6-1)\partial z}{z^2(1-z)} \quad \text{или} \quad -6 \int \frac{z^3(z^6-1)}{z-1} \partial z$$

Этотъ интегралъ легко выполняется.

Если хотимъ взять интегралъ

$$\int x \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \partial x$$

то примемъ

$$\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = z$$

тогда данный интегралъ приводимъ къ виду

$$\int \frac{4z^2(z^2-1)\partial z}{(z^2+1)^3}$$

Для интегрированія, разлагая рациональную дробь на элементарныя, имѣемъ

$$\frac{z^4 - z^2}{(z^2 + 1)^3} = \frac{Az + B}{(1 + z^2)^3} + \frac{Cz + D}{(1 + z^2)^2} + \frac{Ez + F}{1 + z^2}$$

приводя вторую часть къ одному знаменателю, составимъ извѣстнымъ образомъ уравненіе для опредѣленія коэффициентовъ A, B, C и т. д. и изъ нихъ найдемъ

$$A=0, \quad B=+2, \quad C=0, \quad D=-3, \quad E=0, \quad F=1.$$

Слѣдовательно

$$\int \frac{z^2(z^2-1)\partial z}{(z^2+1)^3} = 2 \int \frac{\partial z}{(1+z^2)^3} - 3 \int \frac{\partial z}{(1+z^2)^2} + \int \frac{\partial z}{1+z^2}$$

Обращаясь къ уравненію (5) стр. 313, по немъ составляемъ

$$\int \frac{\partial z}{(1+z^2)^3} = \frac{z}{4(1+z^2)^2} + \frac{3}{4} \int \frac{\partial z}{(1+z^2)^2}$$

$$\int \frac{\partial z}{(1+z^2)^2} = \frac{z}{4(1+z^2)} + \frac{1}{2} \int \frac{\partial z}{1+z^2}$$

Слѣдовательно

$$\int \frac{\partial z}{(1+z^2)^3} = \frac{z}{4(1+z^2)^2} + \frac{3z}{8(1+z^2)} + \frac{3}{8} \arctan z$$

$$\int \frac{\partial z}{(1+z^2)^2} = \frac{z}{2(1+z^2)} + \frac{1}{2} \arctan z$$

Такимъ образомъ

$$\int \frac{z^2(z^2-1)\partial z}{(z^2+1)^3} = -\frac{z(1+3z^2)}{4(1+z^2)^2} + \frac{1}{4} \arctan z + C_0$$

или наконецъ

$$\int x \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx = -\frac{(2+x)}{2} \sqrt{1-x^2} + \arctan \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} + C_0.$$

8. Не останавливаясь на этомъ, перейдемъ къ интегрированію дифференціаловъ, содержащихъ квадратный радикалъ изъ трехчлена второй степени относительно переменнаго x .

Для разсматриваемаго теперь случая уравненіе (2) имѣетъ видъ

$$(a_0 x^2 + b_0 x + c_0) y^n + (a_1 x^2 + b_1 x + c_1) y^{n-1} + \dots + (a_n x^2 + b_n x + c_n) = 0$$

это очевидно приводится къ виду

$$\begin{aligned} & (a_0 y^n + a_1 y^{n-1} + \dots + a_n) x^2 \\ & + (b_0 y^n + b_1 y^{n-1} + \dots + b_n) x \\ & + (c_0 y^n + c_1 y^{n-1} + \dots + c_n) = 0 \end{aligned}$$

или

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

гдѣ A, B, C суть цѣлыя рациональныя функціи относительно y .

Изъ этого уравненія имѣемъ

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{R}}{2A}$$

гдѣ R есть также рациональная функція отъ y , она имѣетъ видъ

$$R = B^2 - 4CA$$

Слѣдовательно данный интеграль (1)

$$u = \int f(x, y) dx$$

приметь теперь форму

$$u = \int F(y, \sqrt{R}) dy$$

гдѣ F означаетъ рациональную функцію отъ y и \sqrt{R} . Слѣдовательно

$$\frac{\partial u}{\partial y} = F(y, \sqrt{R})$$

это вообще должно имѣть видъ

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{a_0 + a_1 R^{\frac{1}{2}} + a_2 R^{\frac{2}{2}} + a_3 R^{\frac{3}{2}} + \dots + a_\lambda R^{\frac{\lambda}{2}}}{\beta_0 + \beta_1 R^{\frac{1}{2}} + \beta_2 R^{\frac{2}{2}} + \beta_3 R^{\frac{3}{2}} + \dots + \beta_\mu R^{\frac{\mu}{2}}}$$

гдѣ $a_0, a_1, \dots, \beta_0, \beta_1, \dots$, суть рациональныя функціи отъ y .

Такъ какъ

$$R^{\frac{2}{2}} = R; \quad R^{\frac{3}{2}} = R R^{\frac{1}{2}} \text{ и т. д.}$$

то предыдущее приводится къ виду

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{(a_0 + a_2 R + a_4 R^2 + \dots) + (a_1 + a_3 R + \dots) \sqrt{R}}{(\beta_0 + \beta_2 R + \beta_4 R^2 + \dots) + (\beta_1 + \beta_3 R + \dots) \sqrt{R}}$$

полагая здѣсь

$$\begin{aligned} a_0 + a_2 R + \dots &= v; & a_1 + a_3 R + \dots &= w \\ \beta_0 + \beta_2 R + \dots &= v'; & \beta_1 + \beta_3 R + \dots &= w' \end{aligned}$$

приводимъ предыдущее къ виду

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{v + w \sqrt{R}}{v' + w' \sqrt{R}},$$

гдѣ v, v', w, w' и R суть рациональныя функціи отъ y .

Умноживъ числителя и знаменателя на

$$v' - w' \sqrt{R},$$

находимъ

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{(v v' - w w' R) + (w v' - v w') \sqrt{R}}{v'^2 - w'^2 R}$$

или

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{S + T \sqrt{R}}{Q},$$

гдѣ S, T, Q, R суть раціональныя функція отъ y .

Итакъ

$$u = \int F(y, \sqrt{R}) dy = \int \frac{S}{Q} dy + \int \frac{T \sqrt{R}}{Q} dy$$

первый интегралъ берется по извѣстнымъ правиламъ интегрированія раціональныхъ дробей. Последнему интегралу обыкновенно дается видъ

$$\int \frac{TR}{Q \sqrt{R}} dy$$

или просто

$$\int \frac{L}{Q \sqrt{R}} dy$$

мы это представимъ въ видѣ

$$\int \frac{f(y)}{\sqrt{R}} dy. \quad (3)$$

Разсмотримъ прежде всего случай, когда подынтегральная функція содержитъ радикаль изъ трехчлена второй степени. Означая переменное чрезъ x , мы представимъ общій видъ теперь разсматриваемаго интеграла такимъ образомъ

$$\int f(x, \sqrt{Ax^2 + Bx + C}) dx. \quad (4)$$

гдѣ f есть раціональная функція, а A, B, C суть постоянныя количества, такимъ образомъ подобные интегралы являются частными видами предыдущаго (3).

Положимъ

$$\sqrt{Ax^2 + Bx + C} = y,$$

откуда

$$(5) \quad y^2 - (Ax^2 + Bx + C) = 0$$

преобразуемъ это уравненіе въ другое, линейное относительно x , и тогда интеграль приведетсѣ къ тому, который мы уже разсматривали.

Предположимъ, что эта линейная функція есть

$$(6) \quad y = (a_0 x + b_0)z + (a_1 x + b_1),$$

означая чрезъ $a_0, b_0; a_1, b_1$ постоянные коэффициенты, которые теперь предстоитъ опредѣлить.

Внося это значеніе y въ уравненіе (5), будемъ имѣть

$$(6_*) \quad [(a_0 x + b_0)z + a_1 x + b_1]^2 - (Ax^2 + Bx + C) = 0$$

или

$$(7) \quad (a_0^2 x^2 + 2a_0 b_0 x + b_0^2)z^2 + 2[a_0 a_1 x^2 + (a_0 b_1 + a_1 b_0)x + b_0 b_1]z + (a_1^2 - A)x^2 + (2a_1 b_1 - B)x + (b_1^2 - C) = 0.$$

Посредствомъ слѣдующихъ способовъ можно устранить x^2 и сдѣлать уравненіе линейнымъ относительно x , а потомъ обратить интеграль (4) въ интеграль раціональнаго дифференціала.

Можно уничтожить x^2 въ уравненіи (7), положивъ

$$a_0^2 = 0; \quad a_0 a_1 = 0; \quad a_1^2 - A = 0,$$

первое положеніе даетъ $a_0 = 0$, этимъ удовлетворяется и второе, а изъ третьяго опредѣляемъ $a_1 = \pm \sqrt{A}$; количества b_0 и b_1 остаются произвольными и можно положить $b_0 = 1; b_1 = 0$. Замѣтимъ, что нельзя принять $b_0 = 0$, ибо тогда при $b_1 = 0$ имѣли бы

$$y = \pm \sqrt{A} \cdot x,$$

что невозможно по уравненію (6).

Итакъ при этихъ условіяхъ

$$(8) \quad y = z \pm \sqrt{A} \cdot x$$

и уравненіе (7) обращается въ

$$z^2 \pm 2\sqrt{A}xz - Bx - C = 0,$$

откуда

$$x = \frac{z^2 - C}{B \mp 2\sqrt{A} \cdot z} \quad (9)$$

Слѣдовательно

$$\partial x = \frac{\mp 2\sqrt{A} \cdot z^2 + 2Bz \mp 2C\sqrt{A}}{(B \mp 2\sqrt{A}z)^2} \partial z \quad (10)$$

По внесеніи выраженія (9) для x въ уравненіе (8) находимъ

$$y = \frac{\mp \sqrt{A} \cdot z^2 + Bz \mp C\sqrt{A}}{B \mp 2\sqrt{A} \cdot z} \quad (11)$$

Такъ какъ при положеніи (5) интеграль (4) принимаетъ видъ

$$\int f(x, y) \partial x$$

то внося сюда найденныя теперь формы x , ∂x и y по уравненіямъ (9), (10), (11) обращаемъ этотъ интеграль въ

$$\int F(z) \partial z$$

гдѣ F есть уже раціональная функція отъ z .

Если A отрицательно, то a_1 , а также y , становятся мнимыми и эта подстановка не годится. Однако, если C положительно (при отрицательномъ A), то можно устранить мнимость, слѣдующимъ образомъ. Чтобы сдѣлать уравненіе (7) линейнымъ, примемъ

$$b_0^2 = 0; \quad b_0 b_1 = 0; \quad b_1^2 - C = 0$$

и сократимъ остальное на x . Эти положенія даютъ

$$b_0 = 0; \quad b_1 = \pm \sqrt{C}$$

теперь остаются совершенно произвольными a_0 и a_1 , поэтому для простоты положимъ $a_0 = 1$, $a_1 = 0$ тогда

$$y = xz \pm \sqrt{C}$$

при этихъ условіяхъ уравненіе (7) обращается въ слѣдующее

$$xz^2 \pm \sqrt{C} z - Ax - B = 0$$

откуда выводимъ

$$x = \frac{B \mp z \sqrt{C}}{z^2 - A}$$

послѣ этого y и dx выражаются рациональными функциями z и рассматриваемый интегралъ приводится къ виду

$$\int F(z) dz$$

гдѣ F есть рациональная функция z .

Другой болѣе общій способъ преобразованія состоитъ въ томъ чтобы дать коэффициентамъ a_0, b_0, a_1, b_1 такія значенія, при которыхъ сумма членовъ уравненія (7) независящихъ отъ x дѣлилась бы безъ остатка на двучленъ $a_0 x + b_0$.

Въ самомъ дѣлѣ, уравненіе (7) или, что все равно, уравненіе (6*) представляется въ видѣ

$$(12) \quad (a_0 x + b_0)^2 z^2 + 2(a_0 x + b_0)(a_1 x + b_1)z + (a_1^2 - A)x^2 + (2a_1 b_1 - B)x + b_1^2 - C = 0$$

и если сумма

$$(a_1^2 - A)x^2 - (2a_1 b_1 - B)x + b_1^2 - C$$

дѣлится на $a_0 x + b_0$ безъ остатка, то все уравненіе (6*), или что все равно уравненіе (7), можно сократить на $a_0 x + b_0$ и уравненіе (7) обратится въ линейное относительно x и съ нимъ можно поступить такъ, какъ поступаемъ въ случаѣ двучлена первой степени относительно x , находящагося подъ знакомъ радикала. Для того, чтобы двучленъ $a_0 x + b_0$ былъ дѣлителемъ суммы

$$(a_1^2 - A)x^2 - (2a_1 b_1 - B)x + b_1^2 - C$$

необходимо чтобы уравненія

$$a_0 x + b_0 = 0$$

$$(a_1^2 - A)x^2 - (2a_1 b_1 - B)x + b_1^2 - C = 0$$

имѣли общій корень, но корень уравненія $a_0 x + b_0 = 0$ есть

$$x = -\frac{b_0}{a_0}.$$

Слѣдовательно коэффициенты a_0, b_0, a_1, b_1 должны быть опредѣлены подѣ

условіемъ, что тождественно обращается въ нуль выраженіе

$$(a_1^2 - A) \left(\frac{b_0}{a_0} \right)^2 + (2a_1 b_1 - B) \frac{b_0}{a_0} + b_1^2 - C,$$

но такъ какъ a_1 остается совершенно произвольнымъ, то можемъ принять $a_1 = 0$ и тогда уравненіе, изъ котораго опредѣляется b_1 , представится въ видѣ

$$-A \left(\frac{b_0}{a_0} \right)^2 - B \frac{b_0}{a_0} + b_1^2 - C = 0$$

или

$$A \left(\frac{b_0}{a_0} \right)^2 + B \frac{b_0}{a_0} + C - b_1^2 = 0.$$

Рѣшивъ это уравненіе относительно $\frac{b_0}{a_0}$, предположимъ, что корни его суть ξ_1 и ξ_2 ; эти корни будутъ функцией b_1 ; выберемъ это b_1 такъ, чтобы одинъ изъ корней равнялся единицѣ, тогда для этого корня

$$\frac{b_0}{a_0} = 1,$$

а потому проще всего можно принять $b_0 = 1$ и $a_0 = 1$, а b_1 выбрано сейчасъ упомянутымъ образомъ, и кромѣ того произвольно принято $a_1 = 0$. Слѣдовательно, если означимъ чрезъ k значеніе b_1 , опредѣленное выше упомянутымъ образомъ, то будемъ имѣть такую систему постоянныхъ

$$a_0 = 1; \quad b_0 = 1; \quad a_1 = 0; \quad b_1 = k.$$

По сокращеніи на $a_0 x + b_0$ уравненіе (12) принимаетъ видъ

$$(a_0 x + b_0) z^2 + 2(a_1 x + b_1) z + ax + \beta = 0 \quad (13)$$

гдѣ $ax + \beta$ есть частное отъ дѣленія

$$(a_1^2 - A)x^2 + (2b_1 a_1 - B)x + b_1^2 - C$$

на $a_0 x + b_0$. Въ нашемъ случаѣ уравненіе (13) имѣетъ видъ

$$(x + 1)z^2 + 2k.z + ax + \beta = 0, \quad (14)$$

гдѣ

$$ax + \beta = \frac{-Ax^2 - Bx + k - C}{x + 1}.$$

Имѣя все это, изъ уравненія (13) опредѣлимъ x и потомъ ∂x ; при такихъ условіяхъ

$$y = \sqrt{Ax^2 + Bx + C}$$

или

$$y = (a_0 x + b_0)z + (a_1 x + b_1).$$

Въ нашемъ случаѣ это будетъ

$$y = (1 + x)z + k.$$

Пояснимъ это на частномъ примѣрѣ. Возьмемъ интегралъ

$$\int \frac{\partial x}{\sqrt{-x^2 - 3x - 1}}$$

Здѣсь A и C суть отрицательныя числа, а потому примѣнимъ къ рѣшенію задачи послѣднее преобразованіе.

Означимъ чрезъ y радикалъ подынтегральной функціи, т. е. положимъ

$$(\alpha) \quad \sqrt{-x^2 - 3x - 1} = y$$

и примемъ, что функція y приведена къ виду

$$(\beta) \quad y = (a_0 x + b_0)z + (a_1 x + b_1).$$

Слѣдовательно по сравненію этого съ предыдущимъ имѣемъ

$$(a_0 x + b_0)z + (a_1 x + b_1) = \sqrt{-x^2 - 3x - 1}$$

освобождая отъ радикала получаемъ уравненіе

$$(a_0 x + b_0)^2 z^2 + 2(a_0 x + b_0)(a_1 x + b_1) + (a_1 x + b_1)^2 = -x^2 - 3x - 1$$

или

$$(a_0 x + b_0)^2 z^2 + 2(a_0 x + b_0)(a_1 x + b_1)z + (a_1^2 + 1)x^2 +$$

$$(\gamma) \quad + (2a_1 b_1 + 3)x + b_1^2 + 1 = 0$$

если положимъ

$$(a_1^2 + 1)x^2 + (2a_1 b_1 + 3)x + b_1^2 + 1 = 0$$

то по произвольности a_1 , принимая $a_1 = 0$, получимъ изъ этого уравненія

$$x^2 + 3x + b_1^2 + 1 = 0$$

которое должно имѣть общій корень съ уравненіемъ

$$a_0 x + b_0 = 0$$

Рѣшая предыдущее уравненіе относительно x , имѣемъ

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{5 - 4b_1^2}}{2}$$

при $b_1 = 1$ изъ этого находимъ

$$x_1 = -1, \quad x_2 = -2$$

но уравненіе

$$a_0 x + b_0 = 0$$

дастъ

$$x = -\frac{b_0}{a_0},$$

если примемъ для x корень $x = -1$, то

$$\frac{b_0}{a_0} = 1.$$

что проще всего удовлетворится при

$$b_0 = 1 \quad \text{и} \quad a_0 = 1.$$

Слѣдовательно уравненіе (β) теперь принимаетъ видъ

$$y = (x + 1)z + 1 \tag{δ}$$

и уравненіе (γ) вмѣстѣ съ тѣмъ обращается въ

$$(x + 1)^2 z^2 + 2(x + 1)z + x^2 + 3x + 2 = 0$$

или

$$(x + 1)^2 z^2 + 2(x + 1)z + (x + 1)(x + 2) = 0.$$

По сокращеніи на $x + 1$ имѣемъ линейное относительно x уравненіе

$$(x + 1)z^2 + 2z + (x + 2) = 0,$$

откуда

$$x = -1 - \frac{2z + 1}{z^2 + 1} \tag{δ_0}$$

откуда находимъ

$$dx = -2 \left[\frac{1 - z - z^2}{(z^2 + 1)^2} \right] dz, \tag{ε}$$

дальше уравненіе

$$\sqrt{-x^2 - 3x - 1} = y$$

по исключеніи y и x изъ второй части посредствомъ уравненій (д) и (д₀) принимаетъ видъ

$$(h) \quad \sqrt{-x^2 - 3x - 1} = -\frac{2z + 1}{z^2 + 1} z + 1$$

или

$$\sqrt{-x^2 - 3x - 1} = \frac{1 - z^2 - z}{z^2 + 1}.$$

Слѣдовательно, данный интегралъ, преобразованный по z посредствомъ этого и выраженія (е), принимаетъ видъ

$$\int \frac{\partial x}{\sqrt{-x^2 - 3x - 1}} = -2 \int \frac{\partial z}{1 + z^2} = -2 \arctan(z) + C_0$$

или

$$\int \frac{\partial x}{\sqrt{-x^2 - 3x - 1}} = -2 \arctan\left(\frac{-1 + \sqrt{-x^2 - 3x - 1}}{x + 1}\right) + C_0 \quad 1)$$

Возьмемъ еще по этому способу одинъ изъ основныхъ интеграловъ, именно

$$\int \frac{\partial x}{\sqrt{1 + x^2}}$$

въ этомъ случаѣ $A = 1$, $B = 0$, $C = 1$ и слѣдовательно можно примѣнить первую подстановку.

Мы имѣемъ

$$(a) \quad \sqrt{1 + x^2} = y = (a_0 x + b_0) z + (a_1 x + b_1)$$

¹⁾ Мы нашли

$$x = -1 - \frac{2z + 1}{z^2 + 1}$$

послѣ этого ур. (h) принимаетъ видъ

$$\sqrt{-x^2 + 3x - 1} = (x + 1)z + 1,$$

слѣд.

$$z = -\frac{1 + \sqrt{-x^2 + 3x - 1}}{x + 1}$$

Въ рассматриваемой подстановкѣ мы принимаемъ

$$a_0 = 0; \quad a_1 = \pm 1; \quad b_0 = 1; \quad b_1 = 0$$

при такомъ условіи уравненіе (7) обращается въ

$$z^2 \pm 2xz - 1 = 0$$

откуда

$$x = \pm \frac{z^2 - 1}{2z}$$

Слѣдовательно

$$\sqrt{1+x^2} = z \pm \frac{z^2 - 1}{2z} \quad \text{и} \quad \partial x = \pm \frac{z^2 + 1}{2z^2} \partial z$$

Такимъ образомъ данный интегралъ теперь принимаетъ видъ

$$\int \frac{\partial z}{z}$$

Слѣдовательно

$$\int \frac{\partial x}{\sqrt{1+x^2}} = \lg z + C_0$$

Для избранныхъ коэффициентовъ по уравненію (a) имѣемъ

$$y = z \pm x$$

если удержимъ знакъ минусъ, то можемъ написать это въ видѣ

$$\sqrt{1+x^2} + x = z$$

Слѣдовательно

$$\int \frac{\partial x}{\sqrt{1+x^2}} = \lg(x + \sqrt{1+x^2}) + C_0.$$

Изъ всего, что мы говорили о преобразованіи интеграла

$$\int f(x \sqrt{Ax^2 + Bx + C}) \partial x$$

слѣдуетъ заключить, что приведеніе уравненія (7) къ линейному относи-

тельно x виду есть задача неопредѣленная, коэффициенты a, b, a_1, b_1 , удовлетворяя этому требованію, могутъ имѣть безчисленное множество значеній и мы изъ нихъ стараемся выбрать значенія дѣйствительныя и соизмѣримыя.

9. Не останавливаясь на этомъ, рассмотримъ другіе способы болѣе просто и опредѣленно ведущіе къ цѣли.

Мы видѣли вообще, что ирраціональные дифференціалы, зависящіе отъ квадратныхъ радикаловъ изъ цѣлыхъ многочленовъ какихъ либо степеней приводятся къ виду

$$\frac{f(x)dx}{\sqrt{R}}$$

гдѣ R есть многочленъ степени m относительно переменнаго x . Функція $f(x)$ есть рациональная и можетъ быть и цѣлой и дробной.

Когда R есть многочленъ первой или второй степени относительно x , тогда интеграль

$$(13) \quad \int \frac{f(x)dx}{\sqrt{R}}$$

преобразовывается въ интеграль рациональной функціи; слѣдовательно приводится къ алгебраическимъ и логарифмическимъ или круговымъ функціямъ.

Когда R есть многочленъ третьей или четвертой степени тогда интеграль (13) кромѣ алгебраическихъ и логарифмическихъ функцій содержитъ иныя трансцендентныя, называемыя эллиптическими.

Если R есть многочленъ степени выше четвертой, тогда интеграль, если не приводится къ выше упомянутымъ функціямъ, содержитъ новыя трансцендентныя называемыя ультраэллиптическими или Абелевыми функціями.

Мы пока остановимся на способахъ интегрированія такихъ дифференціаловъ въ которыхъ R есть многочленъ второй степени; при этомъ мы допустимъ, что функція $f(x)$ состоитъ изъ цѣлой и дробной части. Такъ что

$$f(x) = W + \frac{\varphi(x)}{F(x)}$$

гдѣ W относительно x есть цѣлая рациональная функція вида

$$W = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

и коэффициенты a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 суть постоянныя числа, нѣкоторые изъ нихъ могутъ быть и нулями.

Что касается до функций $\varphi(x)$ и $F(x)$, то онѣ подчиняются тому условію, что степень $\varphi(x)$ непремѣнно ниже степени функции $F(x)$.

Итакъ означая чрезъ R радикаль изъ многочлена второй степени, имѣемъ

$$\int \frac{f(x) dx}{R} = \int \frac{W}{R} dx + \int \frac{\varphi(x) dx}{F(x) R}$$

Выполненіе перваго изъ этихъ интеграловъ приводится къ выполненію интеграловъ вида

$$\int \frac{\partial x}{R} \quad \text{и} \quad \int \frac{x^m \partial x}{R} \quad (14)$$

Дробь $\frac{\varphi(x)}{F(x)}$, смотря по свойствамъ корней уравненія $F(x) = 0$ разлагается на дроби вида

$$\frac{A}{x-a}; \quad \frac{B}{(x-b)^n}; \quad \frac{Cx+D}{(x-a)^2+\beta^2}; \quad \frac{Ex+F}{[(x-a)^2+\beta^2]^n}$$

а потому выполненіе интеграла

$$\int \frac{\varphi(x) dx}{F(x) R}$$

приводится къ выполненію интеграловъ

$$\begin{aligned} & \int \frac{A dx}{(x-a) R}; \quad \int \frac{B dx}{(x-b)^n R}; \quad \int \frac{(Cx+D) dx}{[(x-a)^2+\beta^2] R}; \\ & \int \frac{(Ex+F) dx}{[(x-a)^2+\beta^2]^n R}. \end{aligned} \quad (15)$$

По сдѣланному означенію

$$R = \sqrt{ax^2 + bx + c}$$

Слѣдовательно

$$R^2 = ax^2 + bx + c; \quad 2R \frac{\partial R}{\partial x} = 2ax + b$$

Дифференцируя это еще разъ по x , имѣемъ

$$2 \left(\frac{\partial R}{\partial x} \right)^2 dx + 2R d \left(\frac{\partial R}{\partial x} \right) = 2a dx$$

откуда

$$R \partial \left(\frac{\partial R}{\partial x} \right) = \left[a - \left(\frac{\partial R}{\partial x} \right)^2 \right] \partial x$$

Слѣдовательно

$$\frac{\partial x}{R} = \frac{\partial \left(\frac{\partial R}{\partial x} \right)}{a - \left(\frac{\partial R}{\partial x} \right)^2}$$

Положимъ для краткости $\frac{\partial R}{\partial x} = y$, тогда

$$(16) \quad \int \frac{\partial x}{R} = \int \frac{dy}{a - y^2}$$

такимъ образомъ выполненіе перваго изъ интеграловъ (14) приводится теперь къ интегрированію рациональной функціи, но интеграль будетъ имѣть различныя свойства, смотря по тому каково будетъ a . Вообще оно можетъ быть положительнымъ, отрицательнымъ и нулемъ, т. е. можетъ быть $a > 0$, $a = 0$, $a < 0$; при $a > 0$ представимъ рассматриваемый интеграль въ видѣ

$$\int \frac{dy}{a - y^2} = \int \frac{A dy}{\sqrt{a + y}} + \int \frac{B dy}{\sqrt{a - y}}$$

опредѣляя извѣстнымъ образомъ числителей входящихъ сюда элементарныхъ дробей и выполняя интегрированіе, легко получимъ

$$\int \frac{dy}{R} = \frac{1}{2\sqrt{a}} \log \left[\frac{y + \sqrt{a}}{y - \sqrt{a}} \right] + C$$

или

$$\int \frac{\partial x}{R} = \frac{1}{2\sqrt{a}} \log \left[\frac{2ax + b + 2R\sqrt{a}}{2ax + b - 2R\sqrt{a}} \right] + C$$

умноживъ подѣ знакомъ логарифма числителя и знаменателя дроби на числителя, получимъ

$$\int \frac{\partial x}{R} = \frac{1}{2\sqrt{a}} \log \left[\frac{(2ax + b + 2R\sqrt{a})^2}{b^2 - 4a^2c} \right] + C$$

Логарифмъ знаменателя какъ постоянная величина можетъ быть отнесенъ

на счетъ постоянной величины интегрированія и тогда

$$\int \frac{\partial x}{R} = \frac{1}{\sqrt{a}} \lg(2ax + b + 2R\sqrt{a}) + C \quad (17)$$

при $a=1$, $c=1$ и $b=0$ это принимаетъ видъ

$$\int \frac{\partial x}{\sqrt{1+x^2}} = \lg(x + \sqrt{1+x^2}) + C$$

гдѣ $\lg 2$ отнесено на счетъ постоянной.

Во второмъ случаѣ, когда $a=0$, интеграль (16) принимаетъ видъ

$$\int \frac{\partial x}{R} = - \int \frac{\partial y}{y^2} = \frac{1}{y} + C$$

или

$$\int \frac{\partial x}{R} = \frac{2R}{2ax + b} + C \quad (18)$$

Наконецъ въ случаѣ $a < 0$, положимъ $a = -a$, гдѣ слѣдовательно a есть существенно положительная величина. Тогда интеграль (16) принимаетъ видъ

$$\int \frac{\partial x}{R} = - \int \frac{\partial y}{a+y^2} = - \frac{1}{\sqrt{a}} \int \frac{\partial \left(\frac{y}{\sqrt{a}} \right)}{1 + \frac{y^2}{a}} = - \frac{1}{\sqrt{a}} \arctan \left(\frac{y}{\sqrt{a}} \right) + C$$

или

$$\int \frac{\partial x}{R} = - \frac{1}{\sqrt{a}} \arctan \left(\frac{2ax + b}{2R\sqrt{a}} \right) + C \quad (19)$$

Разсмотримъ теперь второй изъ интеграловъ (14), именно интеграль

$$\int \frac{x^m \partial x}{R}$$

Чтобы выполнять этотъ интеграль, возьмемъ производную отъ функціи

$$x^{m-1} R.$$

Дифференцируя это, имѣемъ

$$\frac{\partial (x^{m-1} R)}{\partial x} = (m-1)x^{m-2} R + x^{m-1} \frac{\partial R}{\partial x}$$

но такъ какъ

$$R^2 = ax^2 + bx + c$$

то

$$2R \frac{\partial R}{\partial x} = 2ax + b$$

Слѣдовательно

$$\frac{\partial (x^{m-1} R)}{\partial x} = (m-1)x^{m-2} R + \frac{x^{m-1} (2ax + b)}{2R}$$

или

$$\frac{\partial (x^{m-1} R)}{\partial x} = \frac{amx^m}{R} + \frac{b(2m-1)x^{m-1}}{2R} + \frac{c(m-1)x^{m-2}}{R}$$

откуда

$$x^{m-1} R = am \int \frac{x^m \partial x}{R} + \frac{b(2m-1)}{2} \int \frac{x^{m-1} \partial x}{R} + c(m-1) \int \frac{x^{m-2} \partial x}{R}$$

Первый интегралъ второй части равенства есть искомый, опредѣляя его изъ этого уравненія, имѣемъ

$$(20) \int \frac{x^m \partial x}{R} = \frac{x^{m-1} R}{am} - \frac{b(2m-1)}{2am} \int \frac{x^{m-1} \partial x}{R} - \frac{c(m-1)}{am} \int \frac{x^{m-2} \partial x}{R}$$

здѣсь по предположенію m есть цѣлое и положительное число, а потому посредствомъ этой формулы мы можемъ понижать степень m и привести наконецъ интегралъ

$$\int \frac{x^m \partial x}{R}$$

въ зависимость отъ интеграла

$$\int \frac{\partial x}{R}$$

Пояснимъ эти соображенія на частномъ примѣрѣ. Возьмемъ интегралъ

$$\int \frac{x^2 (x^2 + x^2) \partial x}{\sqrt{x^2 + x^2}}$$

Этотъ интегралъ непосредственно разбивается на два

$$a^2 \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} + \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Для выполнения перваго изъ этихъ интеграловъ въ выраженіи (20) мы примемъ

$$m=2, \quad R=\sqrt{a^2+x^2}, \quad a=1, \quad b=0, \quad c=a^2,$$

тогда по этому выраженію

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{x}{2} \sqrt{a^2+x^2} - \frac{a^2}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} \quad (a)$$

Для выполнения втораго изъ предыдущихъ интеграловъ въ томъ же общемъ выраженіи (20) мы примемъ

$$m=4, \quad R=\sqrt{a^2+x^2}, \quad a=1, \quad b=0, \quad c=a^2.$$

тогда

$$\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{x^3}{4} \sqrt{a^2+x^2} - \frac{3}{4} a^2 \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

внося сюда вмѣсто послѣдняго интеграла его предыдущее выраженіе, мы получимъ

$$\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{x^3}{4} \sqrt{a^2+x^2} - \frac{3a^2}{4} \left[\frac{x}{2} \sqrt{a^2+x^2} - \frac{a^2}{2} \int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} \right]$$

внося этотъ интегралъ вмѣстѣ съ интеграломъ (a) въ данный, находимъ

$$\int \frac{a^2 x^2 + x^4}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{2x^3}{8} + \frac{a^2 x}{8} \sqrt{a^2+x^2} - \frac{a^4}{8} \log(x + \sqrt{a^2+x^2}) + C$$

Разсмотримъ теперь интегралы вида (15). Начнемъ съ интеграла

$$\int \frac{dx}{(x-a)R}$$

если примемъ здѣсь $x-a = \frac{1}{y}$, то этотъ интегралъ приводится къ виду

$$-\int \frac{dy}{R_1}$$

гдѣ R_1 есть такая же функція отъ y , какъ R отъ x .

Для выполненія второго изъ интеграловъ (15), т. е. интеграла

$$\int (x - a)^m R$$

примемъ опять

$$x - a = \frac{1}{y}.$$

тогда

$$\partial x = -\frac{\partial y}{y^2}; \quad (x - a)^m = \frac{1}{y^m}; \quad R = \sqrt{a\left(\frac{1}{y} + a\right)^2 + b\left(\frac{1}{y} + a\right) + c}$$

или

$$R = \frac{1}{y} \sqrt{my^2 + ny + a}$$

гдѣ

$$m = c + ax^2 + bx; \quad n = b + 2ax.$$

Слѣдовательно

$$\int (x - a)^m R = - \int \frac{y^{m-1} \partial y}{R_2}$$

гдѣ $R_2 = \sqrt{my^2 + ny + a}$. Последний интегралъ выполняется по формѣ (20).

Для поясненія этихъ соображеній возьмемъ интегралъ

$$\int (1 + x) \frac{\partial x}{\sqrt{1 + x + x^2}}$$

Пусть $1 + x = \frac{1}{y}$, тогда

$$x = \frac{1 - y}{y}; \quad \partial x = -\frac{\partial y}{y^2},$$

слѣдовательно

$$\int (1 + x) \frac{\partial x}{\sqrt{1 + x + x^2}} = - \int \frac{\partial y}{\sqrt{y^2 - y + 1}}$$

выполнивъ последний интегралъ по выраженію (17), имѣемъ

$$\int \frac{\partial y}{\sqrt{y^2 - y + 1}} = -\log(2y - 1 + 2\sqrt{y^2 - y + 1}) + C$$

или возвращаясь къ первоначальному переменному, получимъ

$$\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1+x+x^2}} = \log \left[\frac{1+x}{1-x+2\sqrt{1+x+x^2}} \right] + C$$

Разсмотримъ третій интегралъ изъ группы (15). Этому интегралу можно дать видъ

$$\int \frac{(Ex + F')dx}{(a'x^2 + b'x + c')R}$$

гдѣ какъ прежде

$$R = \sqrt{ax^2 + bx + c}$$

и корни уравненія

$$a'x^2 + b'x + c' = 0$$

предполагаются мнимыми. Введемъ въ подынтегральную функцію новое переменное подъ условіемъ

$$x = \frac{m + nz}{1 + z}$$

тогда

$$ax^2 + bx + c = \frac{am^2 + bm + c + [2am + b(m+n) + 2c]z + (an^2 + bn + c)z^2}{(1+z)^2}$$

точно такъ же

$$a'x^2 + b'x + c' = \frac{a'm + b'm + c + [2a'mn + b'(m+n) + 2c']z + (a'n^2 + b'n + c')z^2}{(1+z)^2}$$

Опредѣлимъ двѣ введенныя постоянныя m и n подъ тѣмъ условіемъ, чтобы преобразованная подынтегральная функція не содержала въ знаменателѣ первыхъ степеней переменнаго z . Это будетъ имѣть мѣсто, если

$$2mn + b(m+n) + 2c = 0$$

$$2mn + b'(m+n) + 2c' = 0.$$

откуда

$$mn = \frac{bc' - cb'}{ab' - ba'}, \quad m + n = \frac{2(ca' - ac')}{ab' - ba'}$$

имѣя это, можемъ считать m и n корнями известнаго квадратнаго уравненія.

Легко доказать кромѣ того, что эти значенія m и n суть всегда дѣйствительныя числа. Въ самомъ дѣлѣ, для того чтобы m и n были дѣйствительными корнями упомянутаго квадратнаго уравненія, необходимо, чтобы

$$(ca' - ac')^2 - (bc' - cb')(ab' - ba') > 0$$

предположимъ, что a_1 и a_2 суть корни уравненія $ax^2 + bx + c = 0$, а a_3 и a_4 корни уравненія $a'x^2 + b'x + c' = 0$. Тогда

$$a_1 + a_2 = -\frac{b}{a}; \quad a_1 a_2 = \frac{c}{a}; \quad a_3 + a_4 = -\frac{b'}{a'}; \quad a_3 a_4 = \frac{c'}{a'}$$

взявъ отсюда величины b , b' , c , c' и внеся ихъ въ предыдущее равенство, приведемъ его къ виду

$$a^2 a'^2 (a_1 - a_2)(a_1 - a_4)(a_2 - a_3)(a_2 - a_4) > 0$$

по условію a_3 и a_4 суть мнимые корни, а потому они сопряженные вида

$$a_3 = u + vi, \quad a_4 = u - vi$$

поэтому предыдущее неравенство имѣетъ видъ

$$a^2 a'^2 [(a_1 - u)^2 + v^2] [(a_2 - u)^2 + v^2] > 0$$

Каковы бы не были корни a_1 и a_2 , дѣйствительные или мнимые, это неравенство всегда удовлетворится, ибо рассматриваемое произведеніе всегда есть величина положительная, а потому числа m и n всегда дѣйствительныя.

Если m и n при поставленномъ условіи опредѣлены, то

$$ax^2 + bx + c = \frac{am^2 + bm + c + (an^2 + bn + c)z^2}{(1 + z)^2}$$

$$a'x^2 + b'x + c' = \frac{a'm^2 + b'm + c' + (a'n^2 + b'n + c')z^2}{(1 + z)^2}$$

пусть для краткости

$$am^2 + bm + c = p; \quad an^2 + bn + c = q$$

$$a'm^2 + b'm + c' = p'; \quad a'n^2 + b'n + c' = q'$$

тогда

$$ax^2 + bx + c = \frac{p + qz^2}{(1 + z)^2}$$

$$a'x^2 + b'x + c' = \frac{p' + q'z^2}{(1 + z)^2}$$

Кромѣ того

$$Ex + F = \frac{E(m + nz)}{1 + z} + F' = \frac{Em + F' + (En + F)z}{1 + z}$$

$$\partial x = \frac{(n - m) \partial z}{(1 + z)^2}$$

поэтому

$$\int \frac{(Ex + F) \partial x}{(a'x^2 + b'x + c') R} = \int \frac{(E_1 z + F_1) \partial z}{(p' + q' z^2) \sqrt{p + qz^2}}$$

гдѣ

$$E_1 = (n - m)(En + F); \quad F_1 = (n - m)(Em + F)$$

Итакъ разсматриваемый интегралъ распадается на два, именно

$$\begin{aligned} \int \frac{(Ex + F) \partial x}{(a'x^2 + b'x + c') R} &= E_1 \int \frac{z \partial z}{(p' + q' z^2) \sqrt{p + qz^2}} + \\ &+ F_1 \int \frac{\partial z}{(p' + q' z^2) \sqrt{p + qz^2}} \end{aligned} \quad (21)$$

Пусть

$$p + qz^2 = R^2$$

тогда

$$qz \partial z = R \cdot \partial R; \quad z^2 = \frac{R^2 - p}{q}$$

Поэтому первый изъ предыдущихъ интеграловъ приметъ видъ

$$E_1 \int \frac{\partial R}{q' R^2 + p' q - q' p} \quad (21^*)$$

относительно R мы умѣемъ выполнить этотъ интегралъ, ибо его подъ-интегральная функція рациональна относительно R .

Мы имѣемъ

$$qz = R \cdot \frac{\partial R}{\partial z} \quad (22)$$

дифференцируя это еще разъ по z , находимъ

$$q \partial z = \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2 \partial z + R \partial \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)$$

откуда

$$\frac{\partial z}{R} = \frac{d\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)}{q - \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)^2}$$

Кромѣ того выраженіе (22) даетъ

$$z^2 = \left(\frac{R}{q}\right)^2 \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)^2$$

но $R^2 = p + qz^2$, слѣдовательно

$$z^2 = \frac{p + qz^2}{q^2} \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)^2$$

откуда

$$z^2 = \frac{p \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)^2}{q^2 - q \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)^2}$$

Слѣдовательно второй изъ разсматриваемыхъ интеграловъ принимаетъ видъ

$$(23) \quad R_1 q \int \frac{d\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)}{p'q^2 + (pq' - qp') \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)^2}$$

Здѣсь подынтегральная функція имѣетъ раціональную форму относительно производной $\frac{\partial R}{\partial z}$, а потому по этому перемѣнному интеграль легко выполняется.

Къ интеграламъ разсматриваемаго вида принадлежатъ интегралъ

$$\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{2+x^2} dx$$

умноживъ числителя и знаменателя подынтегральной функціи на

$$\sqrt{1+x^2},$$

приводимъ этотъ интеграль къ виду

$$\int \frac{(1+x^2)dx}{(2+x^2)\sqrt{1+x^2}}$$

придавая и вычитая въ числитель по ∂x , представляемъ это въ видѣ

$$\int \frac{\partial x}{\sqrt{1+x^2}} - \int \frac{\partial x}{(2+x^2)\sqrt{1+x^2}}$$

первый интегралъ есть, какъ мы знаемъ $\lg(x + \sqrt{1+x^2})$.

Вообще мы нашли (по выражениямъ (21) и (23)), что

$$\int \frac{\partial z}{(p' + q'z^2)\sqrt{p + qz^2}} = q \int \frac{\partial \left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)}{p'q^2 + (pq' - qp')\left(\frac{\partial R}{\partial z}\right)^2} \quad (24)$$

Принимая это ко второму изъ предыдущихъ интеграловъ, мы должны принять

$$p=1, \quad q=1, \quad q'=1, \quad p'=2, \quad R^2=1+x^2$$

Такимъ образомъ

$$\int \frac{\partial x}{(2+x^2)\sqrt{1+x^2}} = \int \frac{\partial \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)}{2 - \left(\frac{\partial R}{\partial x}\right)^2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \lg \left[\frac{\sqrt{2} + \frac{\partial R}{\partial x}}{\sqrt{2} - \frac{\partial R}{\partial x}} \right]$$

а такъ какъ въ нашемъ случаѣ

$$\frac{\partial R}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

то

$$\int \frac{\partial x}{(2+x^2)\sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \lg \left[\frac{\sqrt{2} + \frac{x}{\sqrt{2+2x^2+x}}}{\sqrt{2} - \frac{x}{\sqrt{2+2x^2+x}}} \right]$$

и окончательно имѣемъ

$$\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{2+x^2} \partial x = \frac{1}{2\sqrt{2}} \lg \left[\frac{\sqrt{2+2x^2}-x}{\sqrt{2+2x^2}+x} \right] + \lg(x + \sqrt{1+x^2}) + C.$$

Возьмемъ еще интегралъ

$$\int \frac{\partial x}{(1+x+x^2)\sqrt{1+x^2}}$$

(Согласно съ изложенной теоріей примемъ.

$$x = \frac{m + ny}{1 + y}$$

тогда

$$1 + x + x^2 = \frac{m^2 + m + 1 + (2mn + m + n + 2)y + (n^2 + n + 1)y^2}{(1 + y)^2}$$

$$1 + x^2 = \frac{m^2 + 1 + (2mn + 2)y + (n^2 + 1)y^2}{(1 + y)^2}$$

Опредѣлимъ m и n изъ того условія, чтобы первыя степени переменнаго не входили въ подынтегральную функцію, т. е. изъ условія

$$2mn + m + n + 2 = 0; \quad mn + 1 = 0$$

отсюда выводимъ

$$m = 1; \quad n = -1.$$

слѣдовательно

$$x = \frac{1 - y}{1 + y}; \quad dx = -\frac{2 \partial y}{(1 + y)^2}$$

$$1 + x + x^2 = \frac{3 + y^2}{(1 + y)^2}; \quad 1 + x^2 = \frac{2(1 + y^2)}{(1 + y)^2}$$

Такимъ образомъ

$$\begin{aligned} \int (1 + x + x^2) \sqrt{1 + x^2} &= \sqrt{2} \int \frac{(1 + y) \partial y}{(3 + y^2) \sqrt{1 + y^2}} \\ &= \sqrt{2} \int \frac{\partial y}{(3 + y^2) \sqrt{1 + y^2}} - \sqrt{2} \int \frac{y \partial y}{(3 + y^2) \sqrt{1 + y^2}} \end{aligned}$$

Первый изъ этихъ интеграловъ берется по формулѣ (24). Въ нашемъ случаѣ

$$p' = 3; \quad q' = 1; \quad r = 1; \quad q = 1; \quad R^2 = 1 + y^2$$

поэтому

$$\begin{aligned} \int \frac{\partial y}{(3 + y^2) \sqrt{1 + y^2}} &= \int \frac{\partial \left(\frac{\partial R}{\partial y} \right)}{3 - 2 \left(\frac{\partial R}{\partial y} \right)^2} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{6}} \lg \left[\frac{\sqrt{3 + 3y^2 + y\sqrt{2}}}{y\sqrt{2} - \sqrt{3 + 3y^2}} \right]. \end{aligned}$$

Для того чтобы взять второй изъ предыдущихъ интеграловъ, мы замѣтимъ, что по выраженіямъ (21) и (21_{*})

$$\int \frac{z \partial z}{(p' + q' z^2) \sqrt{p + q z^2}} = \int \frac{\partial R}{q' R^2 + p' q - q' p}$$

поэтому

$$\int \frac{y \partial y}{(3 + y^2) \sqrt{1 + y^2}} = \int \frac{\partial R}{2 + R^2} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{R}{\sqrt{2}} \right)$$

или

$$\int \frac{y \partial y}{(3 + y^2) \sqrt{1 + y^2}} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\sqrt{1 + y^2}}{\sqrt{2}} \right)$$

Слѣдовательно

$$\begin{aligned} & \int \frac{\partial x}{(1 + x + x^2) \sqrt{1 + x^2}} = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \log \left[\frac{y \sqrt{2} - \sqrt{3} \sqrt{1 + y^2}}{y \sqrt{2} + \sqrt{3} \sqrt{1 + y^2}} \right] - \arctan \left(\frac{\sqrt{1 + y^2}}{\sqrt{2}} \right) + C \end{aligned}$$

гдѣ $y = \frac{1 - x}{1 + x}$, поэтому возвращаясь къ первоначальному переменному, окончательно находимъ

$$\begin{aligned} & \int \frac{\partial x}{(1 + x + x^2) \sqrt{1 + x^2}} = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{3}} \log \left[\frac{1 - x - \sqrt{3} \sqrt{1 + x^2}}{1 - x + \sqrt{3} \sqrt{1 + x^2}} \right] - \arctan \left(\frac{\sqrt{1 + x^2}}{1 + x} \right) + C \end{aligned}$$

Разсмотримъ наконецъ послѣдній изъ интеграловъ группы (15), т. е. интегралъ вида

$$\int \frac{(Gx + H) \partial x}{[(x - \alpha)^2 + \beta^2]^{\frac{3}{2}} R}$$

гдѣ какъ прежде

$$R^2 = ax^2 + bx + c$$

этотъ интегралъ представляется въ видѣ

$$\int \frac{(Gx + H) \partial x}{(a'x^2 + b'x + c)^{\frac{3}{2}} R}$$

Принимая, какъ прежде,

$$x = \frac{m + nz}{1 + z}$$

находимъ

$$ax^2 + bx + c = \frac{p + qz^2}{(1 + z)^2}; \quad a'x^2 + b'x + c' = \frac{p' + q'z^2}{(1 + z)^2}$$

гдѣ p, q, p', q' по отношенію къ a, b, c, \dots, m и n имѣютъ тѣже значенія, какъ прежде. Кромѣ того, такъ какъ

$$\partial x = \frac{(n - m) dz}{(1 + z)^2}$$

то разсматриваемый интегралъ легко приводится къ виду

$$(m - n) \int \frac{(A + Bz)(1 + z)^{2\mu-2} dz}{(p' + q'z^2)^\mu \sqrt{p + qz^2}}$$

гдѣ $A = Gm + H$; $B = Gn + H$. Такъ какъ

$$\frac{(A + Bz)(1 + z)^{2\mu-2}}{(p' + q'z^2)^\mu} = \frac{\alpha z + \beta}{(p' + q'z^2)^\mu} + \frac{\gamma z + \delta}{(p' + q'z^2)^{\mu-1}} + \dots + \frac{\xi z + \eta}{p' + q'z^2}$$

то понятно, что выполненіе предыдущаго интеграла приводится къ выполненію интеграла вида

$$\int \frac{(a_k z + b_k) dz}{(p' + q'z^2)^k R}$$

гдѣ $R^2 = p + qz^2$ и k каждое изъ цѣлыхъ чиселъ отъ 1 до μ .

Разсмотримъ сначала интегралъ

$$\int \frac{z dz}{(p' + q'z^2)^k R}$$

такъ какъ $R^2 = p + qz^2$, то

$$z \partial z = \frac{R \partial R}{q}; \quad z^2 = \frac{R^2 - p}{q}$$

и по этому

$$\int \frac{z dz}{(p' + q'z^2)^k R} = q^{k-1} \int \frac{\partial R}{[p'q - q'p + q'R^2]^k}$$

этотъ интегралъ выполняется между прочимъ пониженіемъ степени k посредствомъ формулы (5) стр. 313.

Обращаясь къ интегралу

$$\int (p' + q'z^2)^k R$$

замѣтимъ, что выше мы уже нашли

$$\frac{dz}{R} = \frac{\partial \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)}{q - \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2}; \quad z^2 = \frac{p \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)}{q^2 - q \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2}$$

Слѣдовательно

$$\int (p' + q'z^2)^k R = q^k \int \frac{\left[q - \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2 \right]^{k-1} \partial \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)}{\left[p'q^2 + (pq' - p'q) \left(\frac{\partial R}{\partial z} \right)^2 \right]^k}$$

такимъ образомъ выполнение разсматриваемаго интеграла приводится къ интегрированію раціональной дроби.

10. Мы говорили здѣсь о приведеніи простѣйшихъ алгебраическихъ ирраціональныхъ дифференціаловъ къ раціональной формѣ, и теперь считаемъ умѣстнымъ упомянуть здѣсь о тѣхъ немногихъ случаяхъ, въ которыхъ такъ называемые дифференціальные биномы могутъ быть приводимы къ раціональной формѣ.

Подъ именемъ дифференціального бинома разумѣется выраженіе вида

$$x^m (a + bx^n)^p dx$$

гдѣ a и b суть постоянныя отличныя отъ нуля числа, m и n — числа цѣлыя положительныя или отрицательныя и p дробь. Если бы m и n были дроби, то разсматриваемый дифференціалъ легко преобразовать въ выраженіе такого же вида, но съ соответствующими показателями цѣлыми. Въ самомъ дѣлѣ предположимъ, что m и n суть дроби, и по приведеніи къ одному знаменателю представляются въ видѣ

$$m = \frac{\mu}{\beta}, \quad n = \frac{\nu}{\beta}$$

гдѣ μ , ν и β суть конечныя цѣлыя числа. Положимъ

$$x = z^\beta; \quad dx = \beta z^{\beta-1} dz$$

тогда рассматриваемый биномъ принимаетъ видъ

$$z^{\alpha+\beta-1} (a + bz^\gamma)^p dz$$

Эта форма дифференціала такая же какъ прежде, но показатели у переменнаго z положительные.

Если въ биномѣ

$$x^m (a + bx^n)^p dx$$

показатель n есть отрицательное число, то взявъ изъ подъ радикала x^n множителемъ, можемъ написать этотъ биномъ въ видѣ

$$x^{m+pn} (ax^{-n} + b)^p dx$$

Такъ какъ n число отрицательное, то показатель при x подъ радикаломъ положителенъ.

Принимая это во вниманіе, можемъ считать, что послѣ указанныхъ преобразованій въ биномѣ

$$(25) \quad x^m (a + bx^n)^p dx$$

m и n суть цѣлыя числа, а n кромѣ того число положительное.

Въ выраженіи (25) примемъ

$$x^k = z$$

тогда

$$x = z^{\frac{1}{n}}; \quad dx = \frac{1}{n} z^{\frac{1}{n}-1} dz$$

поэтому выраженіе (25) принимаетъ видъ

$$\frac{1}{n} z^{\frac{m+1}{n}-1} (a + bz)^p dz$$

Это будетъ раціональной функціей въ двухъ случаяхъ:

1) когда $\frac{m+1}{n}$ есть цѣлое число.

2) когда $\frac{m+1}{n}$ не есть цѣлое число, но сумма $\frac{m+1}{n} + p$ есть цѣлое число.

Въ самомъ дѣлѣ, мы принимаемъ, что въ дифференціалѣ

$$x^m (a + bx^n)^p dx$$

показатель p есть несократимая дробь. Пусть $p = \frac{\alpha}{\beta}$, гдѣ α и β суть цѣлыя числа первоначальныя между собой.

Введемъ для интегрированія новое переменное подъ условіемъ

$$a + bx^n = y^\beta$$

тогда

$$x = \left(\frac{y^\beta - a}{b} \right)^{\frac{1}{n}}; \quad x^m = \left(\frac{y^\beta - a}{b} \right)^{\frac{m}{n}}; \quad (a + bx^n)^p = y^{\alpha}$$

Слѣдовательно

$$\partial x = \frac{\beta}{nb} \left[\frac{y^\beta - a}{b} \right]^{\frac{1}{n} - 1} y^{\beta-1} \partial y$$

такимъ образомъ рассматриваемый дифференціалъ принимаетъ видъ

$$\frac{\beta}{nb} \left(\frac{y^\beta - a}{b} \right)^{\frac{m+n}{n} - 1} y^{\alpha+\beta-1} \partial y$$

если $\frac{m+n}{n}$ есть цѣлое число, то это выраженіе рациональное.

Разсмотримъ второй случай. Представимъ данный дифференціалъ въ видѣ

$$x^{np+m} [ax^{-n} + b]^p \partial x$$

и положимъ

$$ax^{-n} + b = y^\beta$$

тогда

$$x = \left(\frac{y^\beta - b}{a} \right)^{-\frac{1}{n}}; \quad x^{np+m} = \left[\frac{y^\beta - b}{a} \right]^{-\frac{np+m}{n}}; \quad (ax^{-n} + b)^p = y^{\alpha}$$

$$\partial x = -\frac{\beta}{an} \left[\frac{y^\beta - b}{a} \right]^{-\frac{1}{n} - 1} y^{\beta-1} \partial y$$

Слѣдовательно данный дифференціалъ представляется въ видѣ

$$-\frac{\beta}{n} \left(\frac{y^\beta - b}{a} \right)^{-\frac{np+m+1}{n} - 1} y^{\alpha+\beta-1} \partial y$$

это выраженіе также будетъ рационально, если

$$\frac{np + m + 1}{n}$$

есть цѣлое число.

Если ни одно изъ упомянутыхъ двухъ условій не удовлетворяется, то данный биномъ не можетъ быть приведенъ къ рациональной формѣ.

Для поясненія предыдущихъ соображеній, возьмемъ интегралъ

$$\int x^5 (1 + x^3)^{\frac{2}{3}} dx.$$

Въ этомъ случаѣ $m = 5$, $n = 3$, $p = \frac{2}{3}$, $a = 1$; $b = 1$ и мы видимъ, что $\frac{m+1}{n}$ есть цѣлое число, поэтому подынтегральная функція можетъ быть приведена къ рациональной формѣ. Пусть для этого

$$1 + x^3 = y^3.$$

Отсюда

$$x = (y^3 - 1)^{\frac{1}{3}}; \quad (1 + x^3)^{\frac{2}{3}} = y^2; \quad x^5 = (y^3 - 1)^{\frac{5}{3}}$$

$$dx = (y^3 - 1)^{-\frac{2}{3}} y^2 dy.$$

Слѣдовательно данный интегралъ приводится къ виду

$$\int (y^3 - 1) y^4 dy,$$

что по выполненіи интегрированія представляется въ зависимости отъ переменнаго x въ формѣ

$$(1 + x^3)^{\frac{5}{3}} \left\{ \frac{1+x^3}{8} - \frac{1}{5} \right\} + C.$$

Возьмемъ еще интегралъ

$$\int (1 + x^3)^{-\frac{1}{2}} x^3 dx.$$

Въ этомъ случаѣ $m = 3$, $n = 8$; $p = -\frac{1}{2}$. Здѣсь удовлетворяется второе

условіе, ибо

$$np + \frac{m+1}{n} = 0.$$

Для интегрированія въ этомъ второмъ случаѣ мы представляемъ биномъ

$$x^m (a + bx^n)^p dx$$

въ видѣ

$$x^{m+np} (ax^{-n} + b)^p dx$$

въ нашемъ случаѣ биномъ соответствующій этому есть

$$\frac{(x^{-8} + 1)^{-\frac{1}{2}}}{x} dx$$

положимъ

$$x^{-8} + 1 = y^2$$

тогда

$$x = (y^2 - 1)^{-\frac{1}{8}}$$

$$(x^{-8} + 1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{y}; \quad \frac{1}{x} = (y^2 - 1)^{\frac{1}{8}}; \quad dx = -\frac{(y^2 - 1)^{-\frac{9}{8}}}{\frac{1}{4}} y dy$$

и разсматриваемый интегралъ обращается въ

$$\frac{1}{4} \int \frac{dy}{1 - y^2}$$

что по выполненіи интегрированія есть

$$\frac{1}{4} \lg \{x^4 + \sqrt{1 + x^8}\} + C.$$

IV.

Свойство трансцендентных функций, имѣющихъ алгебраическій дифференціалъ. Теорема Абеля.

11. Мы видѣли, что ирраціональные алгебраическіе дифференціалы, зависящіе отъ квадратнаго радикала изъ многочлена m -ой степени приводятся къ виду

$$\frac{f(x) \partial x}{\sqrt{R}}$$

гдѣ R есть цѣлый многочленъ степени m . Разсмотримъ теперь болѣе общій случай, въ которомъ ирраціональный дифференціалъ зависитъ отъ радикала n -ой степени. Такой дифференціалъ мы представимъ въ видѣ

$$\frac{P \partial x}{\sqrt[n]{R^m}}$$

гдѣ P есть раціональная функція отъ x , а m и n суть цѣлыя числа подчиняющіяся условію $m < n$.

Если предположимъ, что P есть цѣлая функція отъ x , то

$$\int \frac{P \partial x}{\sqrt[n]{R^m}}$$

разлагается на интегралы вида

$$\int \frac{x^p \partial x}{\sqrt[n]{R^m}}$$

Легко убедиться, что когда p равно или больше показателя степени R , то предыдущий интегралъ приводится къ интеграламъ

$$\int \frac{x^{p-1} \partial x}{\sqrt[n]{R^m}}, \quad \int \frac{x^{p-2} \partial x}{\sqrt[n]{R^m}} \dots \quad \text{и т. д.}$$

Въ самомъ дѣлѣ, положимъ, что

$$\begin{aligned} & \int \frac{x^p \partial x}{\sqrt[n]{R^m}} = \\ & = X \sqrt[n]{R^{n-m}} + A_1 \int \frac{x^{p-1} \partial x}{\sqrt[n]{R^m}} + A_2 \int \frac{x^{p-2} \partial x}{\sqrt[n]{R^m}} + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

гдѣ X есть нѣкоторая, пока неизвѣстная, функція x и A_1, A_2, \dots суть постоянные неопредѣленные коэффициенты.

Взявъ производную этого выраженія, получимъ

$$\begin{aligned} \frac{x^p}{\sqrt[n]{R^m}} &= \frac{\partial X}{\partial x} \sqrt[n]{R^{n-m}} + \left(\frac{n-m}{n} \right) R^{\frac{n-m}{n}-1} \frac{\partial R}{\partial x} X + \\ &+ A_1 \frac{x^{p-1}}{\sqrt[n]{R^m}} + A_2 \frac{x^{p-2}}{\sqrt[n]{R^m}} + \dots \end{aligned}$$

Помноживъ это въ обѣихъ частяхъ на $\sqrt[n]{R^m}$, имѣемъ

$$x^p = \frac{\partial X}{\partial x} R + \left(\frac{n-m}{n} \right) \frac{\partial R}{\partial x} X + A_1 x^{p-1} + A_2 x^{p-2} + \dots \quad (2)$$

Пусть

$$R = a + bx + cx^2 + \dots + kx^{\lambda-1} + lx^{\lambda}$$

тогда

$$\frac{\partial R}{\partial x} = b + 2cx + \dots + (\lambda-1)kx^{\lambda-2} + \lambda lx^{\lambda-1}$$

Положимъ $X = Sx^q$ и опредѣлимъ S и q подъ нѣкоторыми условіями.

Такъ какъ высшая степень второй части уравненія (2) должна равняться p , то она должна принадлежать члену

$$\frac{\partial X}{\partial x} R$$

въ слѣдующемъ видѣ

$$\begin{aligned} A_1 &= -\frac{(np - m\lambda + m)k}{(np - m\lambda + n)l} \\ A_2 &= -\frac{(np - m\lambda + 2m - n)g}{(np - m\lambda + n)l} \\ &\dots\dots\dots \\ A_{\lambda-1} &= -\frac{(np - n\lambda + 2n - m)b}{(np - m\lambda + n)l} \\ A_\lambda &= -\frac{(np - \lambda n + n)a}{(np - m\lambda + n)l} \end{aligned}$$

Итакъ уравненіе (1), по внесеніи въ него этихъ коэффициентовъ, приметъ видъ

$$\begin{aligned} \int \frac{x^p \partial x}{\sqrt[n]{R^m}} &= \frac{nx^{p-\lambda+1} \sqrt[n]{R^{n-m}}}{(np - m\lambda + n)l} - \\ &- \frac{(np - m\lambda + m)k}{(np - m\lambda + n)l} \int \frac{x^{p-1} \partial x}{\sqrt[n]{R^m}} - \frac{(np - m\lambda + 2m - n)g}{(np - m\lambda + n)l} \int \frac{x^{p-2} \partial x}{\sqrt[n]{R^m}} \\ &\dots\dots\dots \\ &- \frac{(np - n\lambda + 2n - m)b}{(np - m\lambda + n)l} \int \frac{x^{p-\lambda+1} \partial x}{\sqrt[n]{R^m}} - \frac{(np - \lambda n + n)a}{(np - m\lambda + n)l} \int \frac{x^{p-\lambda} \partial x}{\sqrt[n]{R^m}} \end{aligned}$$

Положимъ для краткости

$$\int \frac{x^p \partial x}{\sqrt[n]{R^m}} = T_p$$

и примемъ въ предыдущемъ выраженіи вмѣсто p послѣдовательно величины $\lambda - 1$, λ , $\lambda + 1$, $\lambda + 2$ и т. д., тогда получимъ

$$\begin{aligned} T_{\lambda-1} &= \frac{n \sqrt[n]{R^{n-m}}}{(n-m)\lambda l} - \frac{(\lambda-1)k}{\lambda l} T_{\lambda-2} - \frac{(\lambda-2)g}{\lambda l} T_{\lambda-3} - \dots - \frac{b}{\lambda l} T_0 \\ T_\lambda &= \frac{nx \sqrt[n]{R^{n-m}}}{[(n-m)\lambda + n]l} - \frac{[(n-m)\lambda + m]k}{[(n-m)\lambda + n]l} T_{\lambda-1} - \frac{[(n-m)\lambda + 2m - n]g}{[(n-m)\lambda + n]l} T_{\lambda-2} \dots \\ &\dots\dots\dots - \frac{na T_0}{[(n-m)\lambda + n]l} \end{aligned} \quad (5)$$

посредствомъ этихъ уравненій интеграль

$$\int \frac{P \partial x}{\sqrt[n]{R^m}}$$

для всякой функціи P всегда приводится къ интеграламъ

$$T_{\lambda-2}, T_{\lambda-1}, \dots, T_2, T_1, T_0.$$

Положимъ теперь, что P есть дробная функція, тогда легко убѣдиться что

$$\int \frac{P \partial x}{\sqrt[n]{R^m}}$$

будеть состоять изъ интеграловъ вида

$$\int \frac{x^p \partial x}{\sqrt[n]{R^m}} \quad \text{и} \quad \int \frac{\partial x}{(x-a)^p \sqrt[n]{R^m}}$$

и если $p > 1$, то второй изъ этихъ интеграловъ можно привести къ интегралу

$$\int \frac{\partial x}{(x-a) \sqrt[n]{R^m}}$$

Въ самомъ дѣлѣ, дифференцируя функцію

$$\frac{\sqrt[n]{R^{n-m}}}{(x-a)^{p-1}}$$

находимъ

$$(6) \quad \partial \left(\frac{\sqrt[n]{R^{n-m}}}{(x-a)^{p-1}} \right) = \frac{\left(\frac{n-m}{n} \right) \frac{\partial R}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial x}}{(x-a)^{p-1} \sqrt[n]{R^m}} - \frac{(p-1) R \partial x}{(x-a)^p \sqrt[n]{R^m}}$$

Каковъ бы не былъ многочленъ R , предположимъ, что онъ обращается въ R_1 когда въ немъ замѣнимъ x чрезъ a . Такъ напр. если

$$R = x^n + ax^{n-1} + bx^{n-2} + \dots + tx + u$$

то

$$R_1 = a^n + aa^{n-1} + ba^{n-2} + \dots + ta + u$$

разность этих функций есть

$$R - R_1 = (x^n - a^n) + a(x^{n-1} - a^{n-1}) + \dots + t(x - a)$$

очевидно, что эта разность делится на $x - a$ без остатка. Имѣя это въ виду, придадимъ въ обѣихъ частяхъ уравненія (6) функцию

$$\frac{(p-1) R_1 \partial x}{(x-a)^p \sqrt[p]{R^m}}$$

тогда уравненіе (6) приметъ видъ

$$\begin{aligned} \partial \left[\frac{\sqrt[p]{R^{n-m}}}{(x-a)^{p-1}} \right] + \frac{(p-1) R_1 \partial x}{(x-a)^p \sqrt[p]{R^m}} = \\ = \frac{\frac{n-m}{n} \frac{\partial R}{\partial x} \partial x}{(x-a)^{p-1} \sqrt[p]{R^m}} - \frac{(p-1)(R - R_1) \partial x}{(x-a)^p \sqrt[p]{R^m}} \end{aligned}$$

такъ какъ $R - R_1$ дѣлится на $x - a$ безъ остатка, то можно положить

$$R - R_1 = (x - a) F(x)$$

гдѣ $F(x)$ есть частное отъ дѣленія $R - R_1$ на $x - a$. Такимъ образомъ

$$\begin{aligned} \partial \left[\frac{\sqrt[p]{R^{n-m}}}{(x-a)^{p-1}} \right] + \frac{(p-1) R_1 \partial x}{(x-a)^p \sqrt[p]{R^m}} = \\ = \frac{\left(\frac{n-m}{n} \right) \frac{\partial R}{\partial x} \partial x - (p-1) F(x) \partial x}{(x-a)^{p-1} \sqrt[p]{R^m}} \end{aligned}$$

вторая часть въ числительѣ есть цѣлая рациональная функция отъ x , которую представимъ въ видѣ $\psi(x)$. Такимъ образомъ

$$\partial \left[\frac{\sqrt[p]{R^{n-m}}}{(x-a)^{p-1}} \right] + \frac{(p-1) R_1 \partial x}{(x-a)^p \sqrt[p]{R^m}} = - \frac{\psi(x) \partial x}{(x-a)^{p-1} \sqrt[p]{R^m}}$$

Рациональная дробь

$$\frac{\psi(x)}{(x-a)^{p-1}}$$

разлагается известнымъ образомъ на сумму

$$f(x) + \frac{K_1}{(x-a)^{p-1}} + \frac{K_2}{(x-a)^{p-2}} + \dots + \frac{K_{p-1}}{x-a}$$

гдѣ $f(x)$ есть цѣлая функція, а K_1, K_2, \dots, K_{p-1} суть постоянныя числа, поэтому

$$\begin{aligned} & \partial \left[\frac{\sqrt[p]{R^{n-m}}}{(x-a)^{p-1}} \right] + \frac{(p-1) R_1 \partial x}{(x-a)^p \sqrt[p]{R^m}} = \\ &= \frac{f(x) \partial x}{\sqrt[p]{R^m}} + \frac{K_1 \partial x}{(x-a)^{p-1} \sqrt[p]{R^m}} + \frac{K_2 \partial x}{(x-a)^{p-2} \sqrt[p]{R^m}} + \dots + \frac{K_{p-1} \partial x}{(x-a) \sqrt[p]{R^m}} \end{aligned}$$

Интегрируя это, получимъ

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt[p]{R^{n-m}}}{(x-a)^{p-1}} + (p-1) R_1 \int \frac{\partial x}{(x-a)^p \sqrt[p]{R^m}} = \int \frac{f(x) \partial x}{\sqrt[p]{R^m}} + \\ & K_1 \int \frac{\partial x}{(x-a)^{p-1} \sqrt[p]{R^m}} + K_2 \int \frac{\partial x}{(x-a)^{p-2} \sqrt[p]{R^m}} + \dots + K_{p-1} \int \frac{\partial x}{(x-a) \sqrt[p]{R^m}} \end{aligned}$$

откуда выводимъ

$$\begin{aligned} & \int \frac{\partial x}{(x-a)^p \sqrt[p]{R^m}} = -L_0 \frac{\sqrt[p]{R^{m-n}}}{(x-a)^{p-1}} + L_0 \int \frac{f(x) \partial x}{\sqrt[p]{R^m}} \\ & + L_1 \int \frac{\partial x}{(x-a)^{p-1} \sqrt[p]{R^m}} + L_2 \int \frac{\partial x}{(x-a)^{p-2} \sqrt[p]{R^m}} + \dots + L_{p-1} \int \frac{\partial x}{(x-a) \sqrt[p]{R^m}} \end{aligned}$$

полагая здѣсь послѣдовательно $p=2, 3, 4, \dots$, составимъ поэтому уравненія, помощію которыхъ

$$\int \frac{\partial x}{(x-a)^p \sqrt[p]{R^m}}$$

приведется къ интеграламъ

$$(7) \quad T_0, T_1, T_2, \dots, T_{l-2}, \quad \int \frac{\partial x}{(x-a) \sqrt[p]{R^m}}$$

Такимъ образомъ какая бы не была рациональная функція P , интеграль

$$\int \frac{P \partial x}{\sqrt[n]{R^m}}$$

всегда приведется къ интеграламъ (7); всѣхъ этихъ интеграловъ будетъ λ и всѣ они могутъ быть включены въ одну форму

$$\int \frac{f(x) \partial x}{(x-a) \sqrt[n]{R^m}} \quad (8)$$

гдѣ $f(x)$ есть цѣлая функція степени не выше $\lambda - 1$.

Чтобы отсюда вывести интегралы $T_0, T_1, \dots, T_{\lambda-2}$ должно вмѣсто $f(x)$ поставить $f(x) (x-a)$, разумѣя подъ $f(x)$ функцію степени не выше $\lambda - 2$ а для

$$\int \frac{\partial x}{(x-a) \sqrt[n]{R^m}}$$

должно положить $f(x) = 1$.

Если положимъ здѣсь $\frac{1}{\sqrt[n]{R^m}} = y$ то представимъ интеграль (8) въ видѣ

$$\int \frac{f(x) y \partial x}{(x-a)}$$

гдѣ f цѣлая функція, а y иррациональная зависящая отъ радикала n -ой степени.

12. Въ 1761 году Эйлеръ открылъ общее свойство эллиптическихъ интеграловъ, заключающееся въ томъ, что опредѣленная совокупность ихъ выражается алгебраической или логарифмической функціей. Это открытіе Эйлера извѣстно въ анализѣ подъ именемъ теоремы сложенія эллиптическихъ интеграловъ. Въ 1828—29 году Абель далъ замѣчательное обобщеніе теоремы Эйлера, онъ показалъ, что всѣ трансцендентныя функціи имѣющія алгебраическій дифференціалъ обладаютъ теоремой сложенія. Это важное открытіе Абеля по предложенію Якоби называется теоремой Абеля.

Эта теорема Абеля можетъ быть выражена слѣдующимъ образомъ.

Если $\psi(x)$ есть трансцендентная функція (представляется напр. эллиптическимъ интеграломъ), а производная этой функціи, т. е. $\frac{\partial \psi(x)}{\partial x}$

есть алгебраическая, то можно найти такую алгебраическую зависимость между нѣсколькими частными значеніями x_1, x_2, \dots, x_n переменнаго x , при которой сумма

$$\psi(x_1) + \psi(x_2) + \dots + \psi(x_n)$$

представляется или постояннымъ числомъ, или алгебраическою функціею x_1, x_2, \dots, x_n , или логарифмическою функціею этихъ величинъ.

Общее доказательство теоремы Абеля заключается въ слѣдующемъ.

Мы видѣли, что интеграль всякой алгебраической ирраціональной функціи приводится къ суммѣ интеграловъ вида

$$(1) \quad \int \frac{f(x)y \, dx}{x-a},$$

гдѣ $f(x)$ есть цѣлая функція отъ x , а y ирраціональная функція, удовлетворяющая уравненію вида

$$(2) \quad X_0 y^n + X_1 y^{n-1} + \dots + X_{n-1} y + X_n = 0.$$

Здѣсь X_0, X_1, \dots, X_n суть цѣлыя функціи отъ x . Если расположимъ это уравненіе по степенямъ x , то степень уравненія относительно x должна быть не выше n . Въ этомъ уравненіи можно принять также $X_0 = 1$.

Пусть $\frac{p}{q}$ представляетъ собою раціональную функцію x съ неопрѣдѣленными коэффициентами. Пусть эта функція для частныхъ значеній переменнаго x , именно для x_1, x_2, \dots, x_n обращается въ y , т. е. становится корнемъ уравненія (2). Такимъ образомъ при этомъ условіи $\frac{p}{q} = y$ и уравненіе (2) мы можемъ представить въ видѣ

$$\left(\frac{p}{q}\right)^n + X_1 \left(\frac{p}{q}\right)^{n-1} + X_2 \left(\frac{p}{q}\right)^{n-2} + \dots + X_{n-1} \left(\frac{p}{q}\right) + X_n = 0.$$

Или въ видѣ

$$(3) \quad p^n + X_1 p^{n-1} q + X_2 p^{n-2} q^2 + \dots + X_{n-1} p q^{n-1} + X_n q^n = 0.$$

Мы предполагаемъ здѣсь, что $X_0 = 1$.

Разсматривая первую часть этого уравненія какъ функцію отъ x , означимъ ее чрезъ $f(x)$, а какъ функцію p и q — чрезъ $\Phi(p, q)$.

Дифференцируя уравнение (3) относительно x и относительно нео-
предѣленныхъ коэффициентовъ содержащихся въ p и q , будемъ имѣть

$$\frac{\partial F(x)}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \Phi}{\partial q} \delta q = 0,$$

гдѣ δp и δq суть дифференциалы относительно коэффициентовъ.

Отсюда выводимъ

$$\delta x = - \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \Phi}{\partial q} \delta q}{\frac{\partial F}{\partial x}}$$

Если внесемъ это въ подынтегральную функцію выраженія (1), то по-
лучимъ

$$\int \frac{f(x) y \delta x}{(x-a)} = - \int \frac{f(x) y \left[\frac{\partial \Phi}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \Phi}{\partial q} \delta q \right]}{(x-a) \frac{\partial F}{\partial x}}$$

Вставимъ сюда вмѣсто x послѣдовательно значенія $x_1, x_2 \dots x_n$, а вмѣсто
 y соответствующія каждой подстановкѣ значенія $\frac{p}{q}$ и возьмемъ сумму по-
добныхъ выраженій, тогда будемъ имѣть

$$\sum \int \frac{f(x) y \delta x}{x-a} = - \sum \int \frac{f(x) \left(\frac{p}{q} \right) \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \Phi}{\partial q} \delta q \right\}}{(x-a) F'(x)} \quad (4)$$

Изъ выраженія (3) мы выводимъ

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = np^{n-1} + X_1(n-1)p^{n-2}q + \dots + X_{n-1}q^{n-1}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial q} = X_1p^{n-1} + 2X_2p^{n-2}q + \dots + nX_nq^{n-1}$$

посредствомъ этого составляемъ числителя въ подынтегральной функціи
выраженія (4) и находимъ

$$\begin{aligned} & - f(x) \left[\frac{\partial \Phi}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \Phi}{\partial q} \delta q \right] \frac{p}{q} = \\ & \frac{f(x)}{q} \left[np^n + (n-1)X_1p^{n-1}q + (n-2)X_2p^{n-2}q^2 + \dots + X_n p q^{n-1} \right] \delta p \\ & + \frac{f(x)}{q} \left[X_1 p^n + 2X_2 p^{n-1}q + \dots + nX_n p q^{n-1} \right] \delta q \end{aligned}$$

Изъ выраженія (3) имѣемъ

$$p^n = -X_1 p^{n-1} q - X_2 p^{n-2} q^2 - \dots - X_n q^n$$

Внося это въ предыдущее равенство, составляемъ

$$\begin{aligned} & -f(x) \left[\frac{\partial \Phi}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \Phi}{\partial q} \delta q \right] \frac{p}{q} = \\ & - \frac{f(x)}{q} \left\{ \left[-n X_1 p^{n-1} q - n X_2 p^{n-2} q^2 - \dots - n X_n q^n \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + (n-1) X_1 p^{n-1} q + (n-2) X_2 p^{n-2} q^2 + \dots \right] \delta p \right. \\ & \quad \left. + \left[-X_1^2 p^{n-1} q - X_1 X_2 p^{n-2} q^2 - \dots - X_1 X_n q^n \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + 2 X_2 p^{n-1} q + \dots + n X_n p q^{n-1} \right] \delta q \right\} \end{aligned}$$

или по сокращеніи на q имѣемъ

$$\begin{aligned} (5) \quad & -f(x) \frac{p}{q} \left[\frac{\partial \Phi}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \Phi}{\partial q} \delta q \right] = \\ & f(x) \left[(X_1 p^{n-1} + 2 X_2 p^{n-2} q + \dots + n X_n q^{n-1}) \delta p \right. \\ & \quad \left. - \left\{ (2 X_2 - X_1^2) p^{n-1} + (3 X_3 - X_1 X_2) p^{n-2} q + \dots + X_1 X_n q^{n-1} \right\} \delta q \right] \end{aligned}$$

отсюда видимъ, что числитель дроби въ выраженіи (4) есть цѣлая функція отъ x ; означимъ ее чрезъ $\theta(x)$, и кромѣ того положимъ

$$\int \frac{f(x) y \partial x}{x-a} = \psi(x)$$

Тогда уравненіе (4) приметъ видъ

$$(6) \quad \sum \psi(x) = \int \sum - \frac{f(x) [\theta_1(x) \delta p + \theta_2(x) \delta q]}{(x-a) F'(x)}$$

Положимъ

$$f(x) [\theta_1(x) \delta p + \theta_2(x) \delta q] = \lambda(x)$$

тогда будемъ имѣть

$$(7) \quad \psi(x_1) + \psi(x_2) + \dots + \psi(x_\mu) = \int \sum \frac{\lambda(x)}{(x-a) F'(x)}$$

Вторую часть этого уравненія легко освободить отъ величинъ $x_1, x_2 \dots x_\mu$.

Въ самомъ дѣлѣ, если означимъ частное отъ дѣленія $\lambda(x)$ на $(x-a)$ чрезъ $\lambda_1(x)$ и остатокъ независимый отъ x представимъ чрезъ $\lambda(a)$, тогда для всякой цѣлой функціи $\lambda(x)$ можемъ положить

$$\lambda(x) = (x-a)\lambda_1(x) + \lambda(a) \quad (8)$$

или что все равно

$$\lambda_1(x) = \frac{\lambda(x) - \lambda(a)}{x - a}, \quad (8_*)$$

гдѣ $\lambda_1(x)$ есть цѣлая функція.

Раздѣливъ обѣ части выраженія (8) на $F'(x)$, составляемъ

$$\frac{\lambda(x)}{(x-a)F'(x)} = \frac{\lambda_1(x)}{F'(x)} + \frac{\lambda(a)}{(x-a)F'(x)}$$

и по отношенію ко всѣмъ корнямъ $x_1, x_2 \dots x_\mu$ имѣемъ

$$\sum \frac{\lambda(x)}{(x-a)F'(x)} = \sum \frac{\lambda_1(x)}{F'(x)} + \lambda(a) \sum \frac{1}{(x-a)F'(x)} \quad (9)$$

если всѣ корни не равные, то обращаясь къ выраженію (4) стр. 272 и принимая въ немъ $f(x) = 1$, имѣемъ

$$\frac{1}{F(x)} = \frac{1}{(x-a)F'(a)} + \frac{1}{(x-\beta)F'(\beta)} + \dots + \frac{1}{(x-\xi)F'(\xi)}$$

при сдѣланномъ здѣсь означеніи $a = x_1, \beta = x_2, \xi = x_\mu$, поэтому

$$\frac{1}{F(x)} = \sum \frac{1}{(x-x_n)F'(x_n)} \quad (9_*)$$

гдѣ сумма распространяется на всѣ значенія n отъ 1 до μ .

Слѣдовательно

$$\frac{1}{F(a)} = - \sum \frac{1}{(x-a)F'(x)} \quad (10)$$

внося это въ уравненіе (9), имѣемъ

$$\sum \frac{\lambda(x)}{(x-a)F'(x)} = - \frac{\lambda(a)}{F(a)} + \sum \frac{\lambda_1(x)}{F'(x)} \quad (11)$$

гдѣ теперь

$$F(x) = A(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_\mu)$$

остается подвергнуть выше упомянутому преобразованію членъ

$$\sum \frac{\lambda_1(x)}{F'(x)}$$

Простымъ дѣленіемъ находимъ

$$\frac{1}{a-x} = \frac{1}{a} + \frac{x}{a^2} + \frac{x^2}{a^3} + \dots$$

Внося это въ выраженіе (10), имѣемъ

$$(12) \quad \frac{1}{F(x)} = \frac{1}{a} \sum \frac{1}{F'(x)} + \frac{1}{a^2} \sum \frac{x}{F'(x)} + \dots + \frac{1}{a^{k+1}} \sum \frac{x^k}{F'(x)}$$

Мы выносимъ здѣсь a за знакъ суммы ибо суммирование распространяется на вышеупомянутыя значенія x .

Умноживъ обѣ части уравненія (12) на a^k , имѣемъ

$$(13) \quad \frac{a^k}{F(x)} = a^{k-1} \sum \frac{1}{F'(x)} + a^{k-2} \sum \frac{x}{F'(x)} + \dots + \frac{1}{a} \sum \frac{x^k}{F'(x)}$$

Изъ выраженія (12) мы видимъ, что

$$\sum \frac{x^k}{F'(x)}$$

есть коэффициентъ при $\frac{1}{a^{k+1}}$ въ разложеніи $\frac{1}{F(x)}$.

Выраженіе (13) показываетъ, что таже функція

$$\sum \frac{x^k}{F'(x)}$$

есть коэффициентъ при $\frac{1}{a}$ въ разложеніи $\frac{a^k}{F(x)}$.

Такъ какъ

$$\frac{1}{x-x_1} = \frac{1}{x} + \frac{x_1}{x^2} + \frac{x_1^2}{x^3} + \dots$$

то выраженію (9*) можно дать видъ

$$\begin{aligned} \frac{1}{F(x)} &= \left(\frac{1}{x} + \frac{x_1}{x^2} + \frac{x_1^2}{x^3} + \dots \right) \cdot \frac{1}{F'(x_1)} \\ &+ \left(\frac{1}{x} + \frac{x_2}{x^2} + \frac{x_2^2}{x^3} + \dots \right) \cdot \frac{1}{F'(x_2)} \\ &+ \dots \end{aligned}$$

или

$$\frac{1}{F(x)} = \frac{1}{x} \sum \frac{1}{F'(x)} + \frac{1}{x^2} \sum \frac{x}{F'(x)} + \dots + \frac{1}{x^{i+1}} \sum \frac{x^i}{F'(x)}$$

и помножая это на x^i , имѣемъ

$$\frac{x^i}{F(x)} = x^{i-1} \sum \frac{1}{F'(x)} + x^{i-2} \sum \frac{x}{F'(x)} + \dots + \frac{1}{x} \sum \frac{x^i}{F'(x)}$$

отсюда прямо заключаемъ, что такъ какъ $\lambda_1(x)$ есть цѣлая функція отъ x , представляемая уравненіемъ (8*), то

$$\sum \frac{\lambda_1(x)}{F'(x)}$$

есть коэффициентъ при $\frac{1}{x}$ въ разложеніи функціи

$$\frac{\lambda_1(x)}{F'(x)}$$

по возрастающимъ степенямъ $\frac{1}{x}$.

Означимъ этотъ коэффициентъ чрезъ

$$K \left[\frac{\lambda_1(x)}{F'(x)} \right]$$

или по выраженію (8*)

$$K \left(\frac{\lambda_1(x)}{F'(x)} \right) = K \left[\frac{\lambda(x) - \lambda(a)}{(x-a) F'(x)} \right]$$

Здѣсь какъ и въ предыдущемъ K не есть множитель, а означеніе коэффициента при $\frac{1}{x}$ въ разложеніи известной функціи.

Предыдущее совершенно правильно по смыслу означенія можемъ написать въ видѣ

$$K \left(\frac{\lambda_1(x)}{F'(x)} \right) = K \left(\frac{\lambda(x)}{(x-a) F'(x)} \right) - K \left(\frac{\lambda(a)}{(x-a) F'(x)} \right) \quad (14)$$

Но разложеніе функціи

$$\frac{\lambda(a)}{(x-a) F'(x)}$$

не имѣть члена съ множителемъ $\frac{1}{x}$, по этому

$$K \left(\frac{\lambda(a)}{(x-a)F'(x)} \right) = 0.$$

и изъ выраженія (14) остается только

$$K \left[\frac{\lambda_1(x)}{F'(x)} \right] = K \left[\frac{\lambda(x)}{(x-a)F'(x)} \right]$$

По этому выраженію (11) можно дать видъ

$$\sum \frac{\lambda(x)}{(x-a)F'(x)} = -\frac{\lambda(a)}{F'(a)} + K \left[\frac{\lambda(x)}{(x-a)F'(x)} \right]$$

и уравненіе (7) обращается въ

$$\sum \phi(x) = - \int \frac{\lambda(a)}{F'(a)} + \int K \left[\frac{\lambda(x)}{(x-a)F'(x)} \right]$$

или что все равно

$$(15) \quad \sum \phi(x) = - \int \frac{\lambda(a)}{F'(a)} + K \int \frac{\lambda(x)}{(x-a)F'(x)}$$

Мы приняли

$$\lambda(x) = -f(x)[\theta_1(x)\delta p + \theta_2(x)\delta q]$$

или, что все равно,

$$\lambda(x) = -f(x) \left[\frac{\partial \Phi}{\partial p} \delta p + \frac{\partial \Phi}{\partial q} \delta q \right] \frac{p}{q}$$

По выраженію (3) мы считаемъ

$$F(x) = p^n + X_1 p^{n-1} q + X_2 p^{n-2} q^2 + \dots + X_{n-1} p q^{n-1} + X_n q^n$$

и по выраженію (5) составляемъ

$$\begin{aligned} \frac{\lambda(x)}{F'(x)} = & \frac{f(x)[X_1 p^{n-1} + 2X_2 p^{n-2} q + \dots + (n-1)X_{n-1} p + nX_n q^{n-1}]\delta p}{p^n + X_1 p^{n-1} q + X_2 p^{n-2} q^2 + \dots + X_n q^n} \\ & - \frac{f(x) \left[(2X_2 - X_1^2) p^{n-1} + (3X_3 - X_1 X_2) p^{n-2} q + \dots \right. \\ & \left. \dots + (nX_n - X_1 X_{n-1}) p q^{n-1} + X_1 X_n q^n \right]}{p^n + X_1 p^{n-1} q + \dots + X_n q^n} \end{aligned}$$

Положимъ $p = qz$, тогда $\delta p = q\delta z + z\delta q$. Внося это въ предыдущее выражение вмѣсто p и δp , имѣемъ

$$\frac{\lambda(x)}{F'(x)} =$$

$$\frac{f(x) \left[\begin{array}{c} X_1 z^{n-1} q^{n-1} + 2X_2 z^{n-2} q^{n-1} + \dots \\ \dots + (n-1) X_n z q^{n-1} + n X_n q^{n-1} \end{array} \right] (q\delta z + z\delta q)}{q^n z^n + X_1 q^n z^{n-1} + \dots + X_{n-1} q^n z + X_n q^n} -$$

$$\frac{f(x) \left[\begin{array}{c} (2X_2 - X_1^2) z^{n-1} q^{n-1} + (3X_3 - X_1 X_2) z^{n-2} q^{n-1} + \dots \\ \dots + (nX_n - X_1 X_{n-1}) z q^{n-1} + X_n q^{n-1} \end{array} \right] \delta q}{q^n z^n + X_1 q^n z^{n-1} + \dots + X_{n-1} q^n z + X_n q^n}.$$

или

$$\frac{\lambda(x)}{F'(x)} =$$

$$\frac{f(x) [X_1 z^{n-1} + 2X_2 z^{n-2} + \dots + (n-1) X_{n-1} z + n X_n] (\delta z + \frac{z}{q} \delta q)}{z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n} -$$

$$\frac{f(x) [2X_2 z^{n-1} + 3X_3 z^{n-2} + \dots + n X_n z] \frac{\delta q}{q}}{z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n} +$$

$$+ \frac{f(x) X_1 [X_1 z^{n-1} + X_2 z^{n-2} + \dots + X_{n-1} z + X_n] \frac{\delta q}{q}}{z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n}$$

Это легко представляется въ видѣ

$$\frac{\lambda(x)}{F'(x)} = f(x) \frac{X_1 z^{n-1} + 2X_2 z^{n-2} + \dots + (n-1) X_{n-1} z + n X_n}{z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n} \delta z$$

$$+ f(x) \frac{[X_1 z^n + 2X_2 z^{n-1} + \dots + (n-1) X_{n-1} z^2 + n X_n z]}{z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n} \frac{\delta q}{q} -$$

$$- f(x) \frac{[2X_2 z^{n-1} + 3X_3 z^{n-2} + \dots + n X_n z]}{z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n} \frac{\delta q}{q}$$

$$+ f(x) \frac{X_1 [X_1 z^{n-1} + X_2 z^{n-2} + \dots + X_{n-1} z + X_n]}{z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n} \frac{\delta q}{q}$$

По сокращеніи въ среднихъ группахъ это приводится къ

$$\frac{\lambda(x)}{F(x)} = f(x) \left[\frac{(X_1 z^{n-1} + 2 X_2 z^{n-2} + \dots + (n-1) X_{n-1} z + n X_n)}{z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n} \right] dz + \frac{X_1 (z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n)}{z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n} \frac{\partial q}{q}$$

или окончательно къ виду

$$(16) \quad \frac{\lambda(x)}{F(x)} = f(x) \left[\frac{(X_1 z^{n-1} + 2 X_2 z^{n-2} + \dots + (n-1) X_{n-1} z + n X_n) dz}{z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n} + X_n \frac{\partial q}{q} \right]$$

Множителемъ при ∂z состоитъ раціональная дробь, разложимъ ее на элементарныя.

Предположимъ что корни уравненія

$$z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n = 0$$

суть y_1, y_2, \dots, y_n ; тогда по извѣстному правилу имѣемъ

$$\frac{\Phi(z)}{\psi(z)} = \frac{A_1}{z-y_1} + \frac{A_2}{z-y_2} + \dots + \frac{A_n}{z-y_n}$$

гдѣ

$$A_1 = \frac{\Phi(y_1)}{\psi'(y_1)}; \quad A_2 = \frac{\Phi(y_2)}{\psi'(y_2)} \quad \text{и т. д.}$$

Въ нашемъ случаѣ упомянутая дробь есть

$$\begin{aligned} \frac{X_1 z^{n-1} + 2 X_2 z^{n-2} + \dots + (n-1) X_{n-1} z + n X_n}{z^n + X_1 z^{n-1} + \dots + X_{n-1} z + X_n} &= \\ &= \frac{A_1}{z-y_1} + \frac{A_2}{z-y_2} + \dots + \frac{A_n}{z-y_n} \end{aligned}$$

гдѣ

$$A_1 = \frac{X_1 y_1^{n-1} + 2 X_2 y_1^{n-2} + \dots + n X_n}{n y_1^{n-1} + (n-1) X_1 y_1^{n-2} + \dots + X_{n-1}}$$

и т. д.

Уравнение (2) въ предположеніи $X_0 = 1$, т. е.

$$y_1^n + X_1 y_1^{n-1} + X_2 y_1^{n-2} + \dots + X_{n-1} y_1 + X_n = 0$$

Можно написать въ другомъ видѣ. Помножимъ его на n и напишемъ

$$n y_1^n + n X_1 y_1^{n-1} + n X_2 y_1^{n-2} + \dots + n X_{n-1} y_1 = -n X_n$$

Вычитая изъ обѣихъ частей многочленъ

$$X_1 y_1^{n-1} + 2 X_2 y_1^{n-2} + \dots + (n-1) X_{n-1} y_1$$

получимъ

$$\begin{aligned} n y_1^n + (n-1) X_1 y_1^{n-1} + (n-2) X_2 y_1^{n-2} + \dots + X_{n-1} y_1 &= \\ = -X_1 y_1^{n-1} - 2 X_2 y_1^{n-2} - \dots - (n-1) X_{n-1} y_1 - n X_n & \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} (n y_1^{n-1} + (n-1) X_1 y_1^{n-2} + \dots + X_{n-1}) y_1 &= \\ = -X_1 y_1^{n-1} - 2 X_2 y_1^{n-2} - \dots - n X_n & \end{aligned}$$

откуда

$$y_1 = - \frac{X_1 y_1^{n-1} + 2 X_2 y_1^{n-2} + \dots + n X_n}{n y_1^{n-1} + (n-1) X_1 y_1^{n-2} + \dots + X_{n-1}}$$

слѣдовательно

$$A_1 = -y_1$$

точно также докажемъ, что

$$A_2 = -y_2, \dots, A_n = -y_n$$

По этому уравненіе (16) представится въ видѣ

$$\frac{\lambda(x)}{F(x)} = -f(x) \left[\frac{y_1 \partial z}{z-y_1} + \frac{y_2 \partial z}{z-y_2} + \dots + \frac{y_n \partial z}{z-y_n} - X_1 \frac{\partial q}{q} \right]$$

Слѣдовательно

$$\int \frac{\lambda(x)}{F(x)} =$$

$$-f(x) [y_1 \lg(z-y_1) + y_2 \lg(z-y_2) + \dots + y_n \lg(z-y_n) - X_1 \lg q]$$

Внося сюда вмѣсто z его величину $\frac{p}{q}$ и вмѣсто X_1 сумму корней

$$y + y_2 + \dots + y_n$$

получимъ

$$\int \frac{\lambda(x)}{F(x)} = -f(x) \left[y_1 \lg \left(\frac{p - q y_1}{q} \right) + y_2 \lg \left(\frac{p - q y_2}{q} \right) + \dots + y_n \lg \left(\frac{p - q y_n}{q} \right) + (y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n) \lg q \right]$$

Что очевидно приводится къ виду

$$\begin{aligned} \int \frac{\lambda(x)}{F(x)} = & -f(x) \left[y_1 \lg (p - q y_1) - y_1 \lg q \right. \\ & + y_2 \lg (p - q y_2) - y_2 \lg q \\ & + \dots \dots \dots \\ & + y_n \lg (p - q y_n) - y_n \lg q \\ & \left. + (y_1 + y_2 + \dots + y_n) \lg q \right] \end{aligned}$$

или просто

$$(17) \quad \int \frac{\lambda(x)}{F(x)} = -f(x) \left[y_1 \lg (p - q y_1) + y_2 \lg (p - q y_2) + \dots + y_n \lg (p - q y_n) \right]$$

Пусть для $x = a$ функции $p, q, y_1, y_2, \dots, y_n$ принимаютъ значенія

$$p', \quad q', \quad y'_1, \quad y'_2, \dots, y'_n$$

тогда

$$(18) \quad \int \frac{\lambda(a)}{F(a)} = f(a) \left[y'_1 \lg (p' - q' y'_1) + y'_2 \lg (p' - q' y'_2) + \dots \right]$$

Такъ какъ интегрированіе производилось по p и q , то x при выполненіи этихъ квадратуръ должно считаться постоянной величиной, а потому на

основаніи выраженія (17), подводя множителя $(x - a)$ подъ знакъ интеграла, можемъ считать

$$\int \frac{\lambda(x)}{(x-a)F(x)} = \frac{-f(x)}{x-a} \left[y_1 \lg(p - qy_1) + y_2 \lg(p - qy_2) + \dots + y_n \lg(p - qy_n) \right]$$

Внося это вмѣстѣ съ выраженіемъ (18) въ уравненіе (15), окончательно имѣемъ

$$\begin{aligned} \sum \phi(x) = \text{пост.} + f(a) \left[y'_1 \lg(p' - q'y'_1) + \dots + y'_n (p' - q'y'_n) \right] \\ + K \left[\frac{f(x)}{x-a} \{ y_1 \lg(p - qy_1) + \dots + y_n \lg(p - qy_n) \} \right] \quad (19) \end{aligned}$$

Этимъ и подтверждается теорема Абеля, относящаяся къ свойству трансцендентныхъ, имѣющихъ алгебраическій дифференціалъ.

Остается сдѣлать еще одно замѣчаніе. Если въ уравненіи $f(x) = 0$ положимъ $x = x_1, x_2, \dots, x_n$, то получимъ уравненія

$$F(x_1) = 0; \quad F(x_2) = 0 \dots \dots F(x_n) = 0$$

которые послужатъ для опредѣленія коэффициентовъ въ функціяхъ p и q .

13. Примѣнимъ изложенную теорію къ интегралу

$$\int \frac{f(x) dx}{(x-a) \sqrt[n]{R^m}}$$

чтобы привести этотъ интегралъ къ виду

$$\int \frac{f(x) y dx}{(x-a)}$$

съ котораго мы начали, слѣдуетъ принять

$$y = \frac{1}{\sqrt[n]{R^m}}$$

или

$$y^n R^m - 1 = 0.$$

Такъ какъ коэффициентъ въ этомъ уравненіи при y^n не единица, то выводъ формулы (19) долженъ быть соответственно измѣненъ.

Мы приняли въ общей теоріи $y = \frac{p}{q}$, следовательно, если примемъ теперь при тѣхъ же остальныхъ условіяхъ

$$\frac{p}{q} = \sqrt[n]{R^m}$$

то

$$F(x) = p^n - q^n R^m$$

отсюда въ томъ же смыслѣ, какъ въ общей теоріи выводимъ

$$F'(x) \partial x = n p^{n-1} \partial p - n q^{n-1} R^m \partial q$$

следовательно

$$\partial x = \frac{-n(p^{n-1} \partial p - q^{n-1} R^m \partial q)}{F''(x)}$$

гдѣ подъ x разумѣемъ одно изъ значеній x_1, x_2, \dots, x_μ .

Посредствомъ этого и положенія $\frac{p}{q} = \sqrt[n]{R^m}$ составляемъ

$$\frac{f(x) \partial x}{(x-a) \sqrt[n]{R^m}} = \frac{n f(x) (p^{n-1} \partial p - q^{n-1} \left(\frac{p}{q}\right)^n \partial q)}{(x-a) \frac{p}{q} F'(x)}$$

или

$$\frac{f(x) \partial x}{(x-a) \sqrt[n]{R^m}} = \frac{n f(x) (q p^{n-2} \partial p - p^{n-1} \partial q)}{(x-a) F'(x)}$$

такъ какъ въ нашемъ случаѣ

$$\lambda(x) = -n f(x) [q p^{n-2} \partial p - p^{n-1} \partial q]$$

то въ примѣненіи къ этому случаю уравненіе (15) принимаетъ видъ

$$\begin{aligned} & \psi(x_1) + \psi(x_2) + \dots + \psi(x_\mu) = \\ & \int \frac{n f(a) (q_1 p_1^{n-2} \partial p_1 - p_1^{n-1} \partial q_1)}{p_1^n - q_1^n R_1^m} - \\ (20) \quad & - K \left[\frac{f(x)}{x-a} \int \frac{n (q p^{n-2} \partial p - p^{n-1} \partial q)}{p^n - q^n R^m} \right] \end{aligned}$$

Въ первомъ изъ этихъ интеграловъ, какъ прежде, мы разумѣемъ подъ p , q , R , значенія p , q и R , взятые при $x = a$.

Помноживъ и раздѣливъ во второмъ интегралѣ подынтегральную функцію на $\sqrt[n]{R^m}$, мы приведемъ этотъ интегралъ къ виду

$$\frac{1}{\sqrt[n]{R^m}} \int \frac{n(pq^{n-2} \delta p - p^{n-1} \delta q) \sqrt[n]{R^m}}{p^n - q^n R^m}$$

или раздѣливъ числителя и знаменателя подынтегральной функціи на p^n , будемъ имѣть

$$\frac{1}{\sqrt[n]{R^m}} \int \frac{n \left(\frac{q}{p^2} \delta p - \frac{\delta q}{p} \right) \sqrt[n]{R^m}}{1 - \left(\frac{q}{p} \right)^n R^m}$$

что также представляется въ видѣ

$$\frac{1}{\sqrt[n]{R^m}} \int \frac{n \left(\frac{q \delta p - p \delta q}{p^2} \right) \sqrt[n]{R^m}}{1 - \left(\frac{q}{p} \right)^n R^m} \quad (21)$$

если положимъ

$$\frac{q}{p} \sqrt[n]{R^m} = z$$

то при дифференцированіи въ томъ смыслѣ какъ говорили выше, т. е. относительно характеристики δ , мы должны принимать $\sqrt[n]{R^m}$ за постояннаго множителя

$$\frac{q \delta p - p \delta q}{p^2} \sqrt[n]{R^m} = - \delta z$$

Слѣдовательно

$$\int \frac{\frac{n(q \delta p - p \delta q)}{p^2} \sqrt[n]{R^m}}{1 - \left(\frac{q}{p} \right)^n R^m} = - \int \frac{n \delta z}{1 - z^n}$$

Такимъ образомъ предстоитъ интегрировать раціональную дробь, знаменатель которой, будучи приравненъ нулю, представляетъ собою двучленъ

ное уравненіе $1 - z^n = 0$. Корни этого уравненія заключаются, какъ мы знаемъ, въ формѣ

$$z = \cos\left(\frac{k\pi}{n}\right) \pm i \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right)$$

всѣ эти корни получимъ, давая k всѣ цѣлыя значенія отъ $k=0$ до $k=n-1$.

Итакъ

$$z = e^{\pm i \frac{k\pi}{n}}$$

если положимъ

$$e^{\pm i \frac{\pi}{n}} = \rho$$

то

$$z = \rho^k$$

и слѣдовательно корнями разсматриваемаго уравненія будутъ

$$1, \rho, \rho^2, \dots, \rho^{n-1}$$

Замѣтимъ, что по свойству двучленнаго уравненія $z^n - 1 = 0$, имѣемъ $\rho^n = 1$, а также

$$1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^{n-1} = 0$$

ибо эта сумма взятая съ противоположнымъ знакомъ есть коэффициентъ второго члена уравненія, въ двучленномъ же уравненіи этотъ членъ равняется нулю, ибо члена съ множителемъ z^{n-1} нѣтъ.

Итакъ

$$(a) \quad \frac{\partial z}{1 - z^n} = \left(\frac{A}{z-1} + \frac{B}{z-\rho} + \frac{C}{z-\rho^2} + \dots + \frac{T}{z-\rho^{n-1}} \right) \partial z.$$

Для дробей $\frac{f(x)}{F(x)}$ числители въ элементарныхъ дробяхъ опредѣляются по выраженію

$$\frac{f(\alpha)}{F'(\alpha)}$$

гдѣ подъ α разумѣемъ каждый изъ корней уравненія $F(x)=0$. Въ нашемъ случаѣ $f(x)=1$; $F(x)=z^n-1$. Слѣдовательно $F'(x)=nz^{n-1}$, по этому каждый изъ числителей имѣетъ видъ

$$\frac{1}{nz^{n-1}} \Big|_{z=\alpha}$$

такимъ образомъ

$$A = \frac{1}{n}, \quad B = \frac{1}{n \rho^{n-1}}, \quad C = \frac{1}{n \rho^{n-2}} \dots T = \frac{1}{n \rho}$$

Въ самомъ дѣлѣ числителю C соответствуетъ у насъ корень ρ^2 , слѣдовательно по формулѣ (b) имѣемъ

$$C = \frac{1}{n (\rho^2)^{n-1}} = \frac{1}{n \rho^n \rho^{n-2}}$$

но $\rho^n = 1$ и потому

$$C = \frac{1}{n \rho^{n-2}}$$

точно также числителю T соответствуетъ корень ρ^{n-1} , поэтому выраженіе (b) даетъ

$$T = \frac{1}{n (\rho^{n-1})^{n-1}} = \frac{1}{n \rho^{nn} \rho^{-2n} \rho}$$

и такъ какъ $\rho^n = 1$, то

$$T = \frac{1}{n \rho}$$

Такимъ образомъ интегрируемая дробь (a) представляется въ видѣ

$$\frac{\partial z}{1-z^n} =$$

$$-\left[\frac{1}{n(z-1)} + \frac{1}{n \rho^{n-1}(z-\rho)} + \frac{1}{n \rho^{n-2}(z-\rho^2)} + \dots + \frac{1}{n \rho(z-\rho^{n-1})} \right] \partial z$$

но такъ какъ $\rho^n = 1$, то

$$\frac{\partial z}{1-z^n} = -\left[\frac{\partial z}{n(z-1)} + \frac{\partial z}{n(\rho^{n-1}z-1)} + \frac{\partial z}{n(\rho^{n-2}z-1)} + \dots + \frac{\partial z}{n(\rho z-1)} \right]$$

представимъ это въ видѣ

$$n \frac{\partial z}{1-z^n} = \frac{\partial z}{1-z} + \frac{\rho^{n-1} \partial z}{\rho^{n-1}(1-\rho^{n-1}z)} + \frac{\rho^{n-2} \partial z}{\rho^{n-2}(1-\rho^{n-2}z)} + \dots + \frac{\rho \partial z}{\rho(1-\rho z)}$$

интегрируя это, имѣемъ

$$\begin{aligned} - \int \frac{n \partial z}{1-z^n} &= \\ &= \lg(1-z) + \frac{\lg(1-\rho^{n-1}z)}{\rho^{n-1}} + \frac{\lg(1-\rho^{n-2}z)}{\rho^{n-2}} + \dots + \frac{\lg(1-\rho z)}{\rho} \end{aligned}$$

помножимъ и раздѣлимъ второй членъ на ρ , третій на ρ^2 и т. д., послѣд-
ній помножимъ на ρ^{n-1} , помня, что $\rho^n = 1$, окончательно имѣемъ

$$-\int \frac{n \delta z}{1-z^n} = \lg(1-z) + \rho \lg(1-\rho^{n-1}z) + \dots + \rho^{n-1} \lg(1-\rho z)$$

такъ какъ

$$z = \frac{q}{p} \sqrt[n]{R^m}$$

то предыдущее представляется въ видѣ

$$(22) \quad \int \frac{n \cdot \frac{(q \delta p - p \delta q)}{p^2} \sqrt[n]{R^m}}{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^n R^m} =$$

$$\lg\left(1 - \frac{q}{p} \sqrt[n]{R^m}\right) + \rho \lg\left(1 - \rho^{n-1} \frac{q}{p} \sqrt[n]{R^m}\right) + \dots + \rho^{n-1} \lg\left(1 - \rho \frac{q}{p} \sqrt[n]{R^m}\right)$$

Это логарифмическое выраженіе имѣетъ то примѣчательное свойство, что
можно безъ измѣненія результата ввести подъ всѣ логарифмы какого
угодно множителя X , для этого стоитъ только во второй части придать
сумму

$$\lg X + \rho \lg X + \rho^2 \lg X + \dots + \rho^{n-1} \lg X$$

которая собственно имѣетъ видъ

$$(1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^{n-1}) \lg X$$

и тождественно, для всякаго X , обращается въ нуль.

Въ разсматриваемомъ случаѣ мы придадимъ сумму

$$\lg p + \rho \lg p + \rho^2 \lg p + \dots + \rho^{n-1} \lg p$$

тогда вторая часть выраженія (22) принимаетъ видъ

$$\lg(p - q \sqrt[n]{R^m}) + \rho \lg(p - q \rho^{n-1} \sqrt[n]{R^m}) + \dots + \rho^{n-1} \lg(p - \rho q \sqrt[n]{R^m})$$

Слѣдовательно уравненіе (20) въ примѣненіи къ этому частному случаю
принимаетъ видъ

$$\psi(x_1) + \psi(x_2) + \dots + \psi(x^n) = \text{пост.} +$$

$$(23) \quad \frac{f(x)}{\sqrt[n]{R^m}} \left[\lg(p_1 - q_1 \sqrt[n]{R_1^m}) + \dots + \rho^{n-1} \lg(p_1 - \rho q_1 \sqrt[n]{R_1^m}) \right]$$

$$- K \left[\frac{f(x)}{(x-\sigma) \sqrt[n]{R^m}} \{ \lg(p - q \sqrt[n]{R^m}) + \dots + \rho^{n-1} \lg(p - \rho q \sqrt[n]{R^m}) \} \right]$$

Для

$$\psi(x) = \int \frac{\partial x}{(x-a) \sqrt[n]{R^m}}$$

Слѣдуетъ принять $f(x)=1$ и тогда предыдущее обращается въ

$$\begin{aligned} \sum \psi(x) &= \text{пост.} + \\ &+ \frac{1}{\sqrt[n]{R^m}} \left[\lg(p_1 - q_1 \sqrt[n]{R^m}) + \dots + \rho^{n-1} \lg(p_1 - \rho q_1 \sqrt[n]{R^m}) \right] \\ &- K \left\{ \frac{1}{(x-a) \sqrt[n]{R^m}} \left[\lg(p - q \sqrt[n]{R^m}) + \dots + \rho^{n-1} \lg(p - \rho q \sqrt[n]{R^m}) \right] \right\} \end{aligned}$$

Если вмѣсто $f(x)$ поставимъ $(x-a)f(x)$, то тѣмъ самымъ примемъ что a есть корень уравненія $f(x)=0$, и слѣдовательно $f(a)=0$, тогда $\psi(x)$ обратится въ

$$\int \frac{f(x) \partial x}{\sqrt[n]{R^m}}$$

и этотъ интегралъ означимъ чрезъ $\omega(x)$; въ примѣненіи къ этой функціи выраженіе (23) принимаетъ видъ

$$\begin{aligned} \sum \omega(x) &= \text{пост.} + \\ &+ K \left[\frac{f(x)}{\sqrt[n]{R^m}} (\lg(p - q \sqrt[n]{R^m}) + \dots + \rho^{n-1} \lg(p - \rho q \sqrt[n]{R^m})) \right] \end{aligned}$$

Не трудно убѣдиться, что членъ со знакомъ K во всѣхъ случаяхъ исчезаетъ, если степень $f(x)$ ниже $\frac{m\lambda}{n}$, гдѣ подъ λ разумѣемъ степень цѣлаго многочлена R .

Въ самомъ дѣлѣ, предположимъ что

$$f(x) = a_0 x^r + a_1 x^{r-1} + \dots + a_r = x^r \left(a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \dots + \frac{a_r}{x^r} \right)$$

$$p = k_0 x^s + k_1 x^{s-1} + \dots + k_s = x^s \left(k_0 + \frac{k_1}{x} + \frac{k_2}{x^2} + \dots + \frac{k_s}{x^s} \right)$$

$$q = l_0 x^t + l_1 x^{t-1} + \dots + l_{t-1} x + l_t = x^t \left(l_0 + \frac{l_1}{x} + \frac{l_2}{x^2} + \dots + \frac{l_t}{x^t} \right)$$

$$R = a + bx + cx^2 + \dots + lx^\lambda = x^\lambda \left(l + \frac{k}{x} + \dots + \frac{b}{x^{\lambda-1}} + \frac{a}{x^\lambda} \right)$$

тогда возвышая послѣднее выраженіе въ степень $\frac{m}{n}$, имѣемъ

$$R^{\frac{m}{n}} = X^{\frac{\lambda m}{n}} \left(1 + \frac{k}{x} + \dots + \frac{b}{x^{\lambda-1}} + \frac{a}{x^{\lambda}} \right)^{\frac{m}{n}} = x^{\frac{\lambda m}{n}} \left(b_0 + \frac{b_1}{x} + \frac{b_2}{x^2} + \dots \right)$$

Означимъ чрезъ M логарифмическую часть подъ знакомъ K въ общемъ выраженіи (23), т. е. положимъ

$$M = \lg(p - q \sqrt[n]{R^m}) + \rho \lg(p - \rho^{n-1} q \sqrt[n]{R^m}) + \dots + \rho^{n-1} \lg(p - \rho q \sqrt[n]{R^m})$$

Представимъ это въ видѣ

$$M = \lg \left[p \left(1 - \frac{q}{p} \sqrt[n]{R^m} \right) \right] + \dots + \rho^{n-1} \lg \left[p \left(1 - \frac{q}{p} \rho \sqrt[n]{R^m} \right) \right]$$

положимъ здѣсь для краткости

$$\frac{q}{p} \sqrt[n]{R^m} = z$$

тогда

$$M = \lg[p(1-z)] + \rho \lg[p(1-\rho^{n-1}z)] + \dots + \rho^{n-1} \lg[p(1-\rho z)]$$

или

$$\begin{aligned} M &= \lg p + \lg(1-z) \\ &+ \rho \lg p + \rho \lg(1-\rho^{n-1}z) \\ &+ \rho^2 \lg p + \rho^2 \lg(1-\rho^{n-2}z) \\ &\dots \dots \dots \\ &+ \rho^{n-1} \lg p + \rho^{n-1} \lg(1-\rho z) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} M &= (1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^{n-1}) \lg p \\ &+ \lg(1-z) + \rho \lg(1-\rho^{n-1}z) + \dots + \rho^{n-1} \lg(1-\rho z) \end{aligned}$$

но

$$1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^{n-1} = 0;$$

и потому имѣемъ

$$M = \lg(1-z) + \rho \lg(1-\rho^{n-1}z) + \dots + \rho^{n-1} \lg(1-\rho z).$$

Такъ какъ вообще

$$\lg(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^n}{n}$$

то

$$\begin{aligned}
 M = & -z - \frac{z^2}{2} - \frac{z^3}{3} - \dots - \frac{z^n}{n} - \dots \\
 & - \rho \left(\rho^{n-1} z + \rho^{2n-2} \frac{z^2}{2} + \rho^{3n-3} \frac{z^3}{3} + \dots \right) \\
 & - \rho^2 \left(\rho^{n-2} z + \rho^{2n-4} \frac{z^2}{2} + \rho^{3n-6} \frac{z^3}{3} + \dots \right) \\
 & - \dots \\
 & - \rho^{n-1} \left(\rho z + \frac{\rho^2 z^2}{2} + \frac{\rho^3 z^3}{3} + \dots \right)
 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
 M = & -z(1 + \rho^n + \dots + \rho^n) \\
 & - \frac{z^2}{2} (1 + \rho^{2n-1} + \rho^{2n-2} + \dots + \rho^{n+1}) \\
 & - \frac{z^3}{3} (1 + \rho^{3n-2} + \rho^{3n-4} + \dots + \rho^{n+2}) \\
 & - \dots
 \end{aligned}$$

такъ какъ $\rho^n = 1$, то коэффициентъ при z есть n (ибо всѣхъ членовъ въ немъ n). Коэффициентъ при $\frac{z^2}{2}$ можно представить въ такомъ видѣ

$$1 + \rho^n (\rho^{n-1} + \rho^{n-2} + \dots + \rho)$$

но $\rho^n = 1$ по этому этотъ коэффициентъ есть

$$1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^{n-2} + \rho^{n-1} = 0.$$

Также обращаются въ нуль и всѣ коэффициенты до члена зависящаго отъ степени $n+1$ -ой относительно z . Въ самомъ дѣлѣ, напр. коэффициентъ при $\frac{z^2}{2}$ есть

$$1 + \rho^n (\rho^{2n-2} + \rho^{2n-4} + \dots + \rho^2)$$

или

$$1 + \rho^{2(n-1)} + \rho^{2(n-2)} + \dots + \rho^2$$

это есть сумма квадратовъ корней; соответствующаго члена съ такимъ коэффициентомъ въ двучленномъ уравненіи нѣтъ, и для нашего случая эта сумма равняется нулю.

На основаніи подобныхъ соображеній заключаемъ, что логарифмическая часть подъ знакомъ K можетъ быть представлена въ видѣ

$$-zn - \frac{n2^{n+1}}{n+1} - \frac{n2^{2n+1}}{2n+1} - \dots$$

Намъ нужно знать только первый членъ этого разложенія и онъ есть

$$-nz.$$

Сама функція z при тѣхъ предположеніяхъ, которыя мы сдѣлали, представляется въ видѣ

$$z = \frac{q}{p} \sqrt[n]{R^m} = \frac{1}{x^{\sigma - \frac{\lambda m}{n} - \tau}} \frac{\left(l_0 + \frac{l_1}{x} + \frac{l_2}{x^2} + \dots\right) \left(b_0 + \frac{b_1}{x} + \frac{b_2}{x^2} + \dots\right)}{k_0 + \frac{k_1}{x} + \frac{k_2}{x^2} + \dots}$$

Слѣдовательно первый членъ разложенія функціи z будетъ вида

$$\frac{A}{x^{\sigma - \frac{\lambda m}{n} - \tau}}$$

первый членъ разложенія функціи

$$\frac{f(x)}{(x - a) \sqrt[n]{R^m}}$$

будетъ очевидно

$$\frac{B}{x^{\frac{\lambda m}{n} + 1 - r}}$$

а потому первый членъ разложенія всей функціи стоящей подъ знакомъ K въ выраженіи (22) будетъ вида

$$(24) \quad \frac{C}{\left(x^{\frac{\lambda m}{n} + 1 - r}\right) \left(x^{\sigma - \frac{\lambda m}{n} - \tau}\right)}$$

Прежде всего замѣтимъ, что могутъ быть два случая. Можетъ быть

$$\tau + \frac{\lambda m}{n} < \sigma$$

и $\tau + \frac{\lambda m}{n} > \sigma$. Рассмотрим сначала первый случай. Если при

$$\tau + \frac{\lambda m}{n} < \sigma,$$

кроме того $r < \frac{\lambda m}{n}$, то упомянутое разложение не будет содержать члена с множителем $\frac{1}{x}$, ибо тогда въ членѣ (24) первый производитель знаменателя т. е.

$$\frac{\lambda m}{x^n} + 1 - r$$

будемъ имѣть показателя существенно положительнаго и большаго единицы, и этотъ первый производитель помножается на

$$x^{\sigma - \frac{\lambda m}{n} - \tau},$$

показатель котораго также больше единицы.

Такимъ образомъ при этихъ условіяхъ въ разложеніи не будетъ члена съ множителемъ $\frac{1}{x}$, и весь членъ со знакомъ K долженъ считаться равнымъ нулю.

Рассмотримъ теперь случай $\tau + \frac{\lambda m}{n} > \sigma$. Для этого дадимъ логарифмической части функціи подъ знакомъ K иной видъ.

Выше мы принимали форму

$$M = \lg(p - q \sqrt[n]{R^m}) + \rho \lg(p - \rho^{n-1} q \sqrt[n]{R^m}) + \dots + \rho^{n-1} \lg(p - \rho q \sqrt[n]{R^m})$$

которая возникаетъ изъ

$$\lg\left(1 - \frac{q}{p} \sqrt[n]{R^m}\right) + \rho \lg\left(1 - \rho^{n-1} \frac{q}{p} \sqrt[n]{R^m}\right) + \dots + \rho^{n-1} \lg\left(1 - \rho \frac{q}{p} \sqrt[n]{R^m}\right)$$

не измѣняя величины этой суммы, измѣнимъ ея форму, для этого придадимъ къ ней сумму

$$(1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^{n-1}) \lg(-p),$$

тогда получимъ

$$M = \lg(q \sqrt[n]{R^m} - p) + \rho \lg(\rho^{n-1} q \sqrt[n]{R^m} - p) + \dots + \rho^{n-1} \lg(\rho q \sqrt[n]{R^m} - p)$$

чему можемъ дать видъ

$$M = \lg \left[q \sqrt[n]{R^m} \left(1 - \frac{p}{q \sqrt[n]{R^m}} \right) \right] + \rho \lg \left[q \sqrt[n]{R^m} \left(\rho^{n-1} - \frac{p}{q \sqrt[n]{R^m}} \right) \right] + \dots \\ \dots + \rho^{n-1} \lg \left[q \sqrt[n]{R^m} \left(\rho - \frac{p}{q \sqrt[n]{R^m}} \right) \right]$$

положимъ для краткости

$$\frac{p}{q \sqrt[n]{R^m}} = u$$

тогда это можно представить въ видѣ

$$M = \lg \left[q \sqrt[n]{R^m} (1 - u) \right] + \rho \lg \left[\rho^{n-1} q \sqrt[n]{R^m} \left(1 - \frac{u}{\rho^{n-1}} \right) \right] + \dots \\ + \rho^{n-1} \lg \left[\rho q \sqrt[n]{R^m} \left(1 - \frac{u}{\rho} \right) \right]$$

или

$$M = \lg q \sqrt[n]{R^m} + \rho \lg \rho^{n-1} q \sqrt[n]{R^m} + \dots + \rho^{n-1} \lg \rho q \sqrt[n]{R^m} \\ + \lg (1 - u) + \rho \lg \left(1 - \frac{u}{\rho^{n-1}} \right) + \rho^2 \lg \left(1 - \frac{u}{\rho^{n-2}} \right) + \dots + \rho^{n-1} \lg \left(1 - \frac{u}{\rho} \right)$$

разлагая опять первую строку, найдемъ

$$M = \lg q \sqrt[n]{R^m} + \rho \lg \rho^{n-1} + \rho \lg q \sqrt[n]{R^m} + \dots + \rho^{n-1} \lg \rho + \rho^{n-1} \lg q \sqrt[n]{R^m} \\ + \lg (1 - u) + \rho \lg \left(1 - \frac{u}{\rho^{n-1}} \right) + \dots + \rho^{n-1} \lg \left(1 - \frac{u}{\rho} \right)$$

или

$$(1 + \rho + \rho^2 + \dots + \rho^{n-1}) \lg q \sqrt[n]{R^m} \\ + \rho \lg \rho^{n-1} + \rho^2 \lg \rho^{n-2} + \dots + \rho^{n-1} \lg \rho \\ + \lg (1 - u) + \rho \lg \left(1 - \frac{u}{\rho^{n-1}} \right) + \dots + \rho^{n-1} \lg \left(1 - \frac{u}{\rho} \right) = M$$

первая строка обращается въ нуль и видимъ, что первый членъ разложе-
нiя есть постоянная величина

$$\rho \lg \rho^{n-1} + \rho^2 \lg \rho^{n-2} + \dots + \rho^{n-1} \lg \rho$$

которая ни въ какомъ случаѣ въ нуль не обращается. Слѣдовательно первый членъ разложенія всей функціи получимъ, если эту постоянную помножимъ на первый членъ разложенія

$$\frac{f(x)}{(x-a)^{\frac{\lambda m}{n}} \sqrt[n]{R^m}}$$

а мы видѣли, что первый членъ разложенія есть

$$\frac{B}{x^{\frac{\lambda m}{n}} + 1 - r}$$

Слѣдовательно первый членъ разложенія всей функціи стоящей подъ знакомъ K будетъ теперь

$$\frac{C}{x^{\frac{\lambda m}{n}} + 1 - r}$$

если $r < \frac{\lambda m}{n}$, то $\frac{\lambda m}{n} + 1 - r > 1$ и разложеніе не будетъ имѣть члена съ $\frac{1}{x}$, а потому въ этомъ случаѣ при $r < \frac{\lambda m}{n}$ членъ подъ знакомъ K также равенъ нулю.

Итакъ членъ со знакомъ K всегда исчезаетъ изъ уравненія (23), т. е. изъ уравненія, для котораго $f(x) = 1^1$; а изъ общаго уравненія (22) только тогда, когда степень функціи $f(x)$ меньше $\frac{m\lambda}{n}$. при сдѣланныхъ означеніяхъ это будетъ, когда $r < \frac{m\lambda}{n}$.

Подъ $\psi(x)$ мы разумѣемъ

$$\int \frac{f(x) dx}{(x-a)^{\frac{\lambda m}{n}} \sqrt[n]{R^m}}$$

если положимъ $f(x) = (x-a) F(x)$, то это значить, что a есть корень уравненія $f(x) = 0$ и тогда при $x = a$ функція $f(x)$ обращается въ нуль т. е. $f(a) = 0$ Предположимъ кромѣ того, что степень $f(x)$ такова, что членъ выраженія (22) со знакомъ K исчезаетъ, т. е. $r < \frac{\lambda m}{n}$. Означимъ для этого случая функцію $\psi(x)$ чрезъ $\omega_0(x)$.

¹⁾ Ибо если $f(x) = 1$, то $r = 0$ и $\frac{\lambda m}{n} + 1$ есть величина положительная и большая единицы.

Если при томъ же условіи, т. е. при $f(x) = (x - a) F(x)$ степень функции $f(x)$ такова, что $r > \frac{\lambda m}{n}$, то членъ со знакомъ K не исчезаетъ.

Функцию $\psi(x)$, соответствующую этому случаю, означимъ чрезъ $\omega(x)$.

Наконецъ для случая $f(x) = 1$, т. е. для интеграла

$$\int \frac{\partial x}{(x - a) \sqrt[n]{R^m}}$$

удержимъ означеніе $\psi(x)$.

При такихъ положеніяхъ изъ уравненія (23) имѣемъ

$$\omega_0(x_1) + \omega_0(x_2) + \dots + \omega_0(x_\mu) = \text{пост.}$$

$$\omega(x_1) + \omega(x_2) + \dots + \omega(x_\mu) = \text{пост.} - K \frac{F(x)}{\sqrt[n]{R^m}} \sum_{h=1}^{h=n} \left[\rho^h \lg(p - \rho^{n-h} q) \sqrt[n]{R^m} \right]$$

$$\psi(x_1) + \psi(x_2) + \dots + \psi(x_\mu) = \text{пост.} + \frac{1}{\sqrt[n]{R_1^m}} \sum_{h=1}^{h=n} \rho^h \lg \left[p_1 - \rho^{n-h} q_1 \sqrt[n]{R_1^m} \right]$$

14. Примѣнимъ эти общія соображенія къ функции представляемой интеграломъ

$$\int \frac{f(x) \partial x}{(x - a) \sqrt[n]{\varphi(x)}}$$

гдѣ $\varphi(x)$ есть цѣлый многочленъ степени λ .

Для нашей цѣли будемъ пользоваться уравненіемъ (20), которому посредствомъ преобразованія указаннаго формулой (21) дадимъ видъ

$$\sum \frac{f(x) \partial x}{(x - a) \sqrt[n]{R^m}} = \psi(x_1) + \psi(x_2) + \dots + \psi(x_\mu) =$$

$$\text{пост.} + \frac{f(a)}{\sqrt[n]{R^m}} \int \frac{n \left(\frac{q \partial p - p \partial q}{q^2} \right) \sqrt[n]{R^m}}{1 - \left(\frac{q}{p} \right)^n R^m} - K \left[\frac{f(x)}{(x - a) \sqrt[n]{R^m}} \int \frac{n \left(\frac{q \partial p - p \partial q}{q^2} \right) \sqrt[n]{R^m}}{1 - \left(\frac{q}{p} \right)^n R^m} \right]$$

примѣняя это къ нашему случаю, мы должны принять $n = 2$; $R^m = \varphi(x)$,

следовательно теперь предыдущее общее выражение обращается въ

$$\sum \psi(x) = \text{пост.} + \frac{2f(a)}{\sqrt{\varphi(a)}} \int \frac{\frac{q}{p} \frac{\partial p}{\partial x} - p \frac{\partial q}{\partial x}}{q^2} \sqrt{\varphi(x)} \frac{1}{1 - \left(\frac{p}{q}\right)^2 \varphi(x)} dx$$

$$- K \left[\frac{2f(x)}{(x-a)\sqrt{\varphi(x)}} \int \frac{\frac{q}{p} \frac{\partial p}{\partial x} - p \frac{\partial q}{\partial x}}{q^2} \sqrt{\varphi(x)} \frac{1}{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^2 \varphi(x)} dx \right]$$

Полагая здѣсь

$$\frac{q}{p} \sqrt{\varphi(x)} = z$$

приводимъ входящій сюда интегралъ къ виду

$$\int \frac{\partial z}{1-z^2} = \frac{1}{2} \lg \frac{(1+z)}{(1-z)}$$

такимъ образомъ предыдущее выражение принимаетъ видъ

$$\sum \psi(x) = \text{пост.} + \frac{f(a)}{\sqrt{\varphi(a)}} \lg \left(\frac{p_1 + q_1 \sqrt{\varphi(a)}}{p_1 - q_1 \sqrt{\varphi(a)}} \right) -$$

$$- K \left[\frac{F(x)}{\sqrt{\varphi(x)}} \lg \left(\frac{p + q \sqrt{\varphi(x)}}{p - q \sqrt{\varphi(x)}} \right) \right]$$

Отсюда въ примѣненіи къ тремъ выше упомянутымъ случаямъ, представляемымъ функциями $\omega_0(x)$, $\omega(x)$ и $\psi(x)$, имѣемъ

$$\sum \omega_0(x) = \text{пост.}$$

$$\sum \omega(x) = \text{пост.} + K \left[\frac{F(x)}{\sqrt{\varphi(x)}} \lg \left(\frac{p + q \sqrt{\varphi(x)}}{p - q \sqrt{\varphi(x)}} \right) \right]^1$$

$$\sum \psi(x) = \text{пост.} - \frac{1}{\sqrt{\varphi(a)}} \lg \left(\frac{p_1 + q_1 \sqrt{\varphi(a)}}{p_1 - q_1 \sqrt{\varphi(a)}} \right)$$

¹⁾ Принимая $f(x) = (x-a) F'(x)$.

Пусть $\varphi(x)$ разлагается на два множителя и представляется въ видѣ

$$\varphi(x) = \varphi_1(x) \varphi_2(x)$$

положимъ кромѣ того

$$p = \theta(x) \varphi_1(x)$$

$$q = \theta_1(x)$$

тогда по сокращеніи на $\sqrt{\varphi_1(x)}$ или $\sqrt{\varphi_1(a)}$ будемъ имѣть

$$\begin{aligned} \sum \omega_0(x) &= \text{пост.} \\ \sum \omega(x) &= \text{пост.} + K \left[\frac{f(x)}{\sqrt{\varphi(x)}} \lg \left(\frac{\theta(x) \sqrt{\varphi_1(x)} + \theta_1(x) \sqrt{\varphi_2(x)}}{\theta(x) \sqrt{\varphi_1(x)} - \theta_1(x) \sqrt{\varphi_2(x)}} \right) \right] \\ (25) \quad \sum \psi(x) &= \text{пост.} - \frac{1}{\sqrt{\varphi(a)}} \lg \left(\frac{\theta(a) \sqrt{\varphi_1(a)} + \theta_1(a) \sqrt{\varphi_2(a)}}{\theta(a) \sqrt{\varphi_1(a)} - \theta_1(a) \sqrt{\varphi_2(a)}} \right) \end{aligned}$$

Для послѣдняго замѣтимъ, что при $f(x) = 1$ принимаемъ $f(a) = 1$.

15. Къ тому что мы говорили объ интегрированіи алгебраическихъ ирраціональныхъ дифференціаловъ, считаемъ уместнымъ прибавить слѣдующія геометрическія соображенія, которыми можетъ быть до извѣстной степени пояснено и доказательство теоремы Абеля.

Уравненіе

$$f(u, z) = 0,$$

которымъ опредѣляется алгебраическая функція u можетъ быть разсматриваемо, какъ уравненіе нѣкоторой алгебраической кривой.

Пусть

$$\psi(u, z) = 0$$

представляетъ другую алгебраическую кривую. Эта кривая ψ пересѣчается съ кривой f въ извѣстномъ числѣ дѣйствительныхъ или мнимыхъ точекъ. Чтобы получить координаты этихъ точекъ пересѣченія, исключимъ u между уравненіями $f = 0$ и $\psi = 0$. Въ результатѣ мы получимъ одно уравненіе $F(z) = 0$, корни котораго z_1, z_2, \dots будутъ абсциссами упомянутыхъ точекъ пересѣченія. Пусть z_p будетъ одна изъ этихъ абсцисъ. Соответствующую этой абсциссѣ ординату u_p получимъ, если будемъ по способу опредѣленія общаго наибольшаго дѣлителя искать общее рѣшеніе двухъ уравненій

$$f = 0 \quad \text{и} \quad \psi = 0.$$

Результатъ будетъ имѣть видъ

$$(1) \quad u_p = \theta(z_p),$$

гдѣ θ есть раціональная функція z_p и коэффициентовъ въ уравненіяхъ

$$f(u, z) = 0; \quad \psi(u, z) = 0.$$

Предположимъ теперь, что мы даемъ коэффициентамъ $a, b \dots$ въ уравненіи кривой $\psi = 0$ безконечно малыя приращенія $\partial a, \partial b \dots$, соответствующее приращеніе z_p получимъ, дифференцируя уравненіе $F(z_p) = 0$. Этотъ дифференціалъ есть

$$\frac{\partial F}{\partial z_p} \partial z_p + \frac{\partial F}{\partial a} \partial a + \frac{\partial F}{\partial b} \partial b + \dots = 0. \quad (2)$$

откуда выводимъ

$$\partial z_p = A_p \partial a + B_p \partial b + \dots \quad (3)$$

гдѣ A_p, B_p суть раціональныя функціи отъ $z_p, a, b \dots$

Функцію

$$\varphi(u_p z_p)$$

можно представить въ видѣ

$$\varphi[\theta(z_p), z_p]$$

Помножимъ на эту функцію выраженіе (3) и возьмемъ сумму различныхъ уравненій полученныхъ отъ этого умноженія, принимая послѣдовательно $p = 1, 2 \dots$ Тогда найдемъ

$$\sum \varphi(u_p z_p) \partial z_p = A \partial a + B \partial b + \dots \quad (4)$$

гдѣ для краткости принято

$$A = \sum_p A_p \varphi[\theta(z_p) z_p] \quad \text{и т. д.}$$

Количество $A, B \dots$ суть симметрическія функціи корней z_1, z_2 и т. д. уравненія $F(z) = 0$ и потому выражаются раціонально въ функціи коэффициентовъ этого уравненія, которые сами раціональны относительно $a, b \dots$. Слѣдовательно это суть раціональныя функціи $a, b \dots$. Съ другой стороны обѣ части равенства (4) суть точные дифференціалы. Въ самомъ дѣлѣ функція u_p удовлетворяющая уравненію $f(u_p, z_p) = 0$, коэффициенты котораго независимы отъ $a, b \dots$, есть функція одного только z_p , а потому $\varphi(u_p z_p) \partial z_p$ есть точный дифференціалъ. Это же относится ко всякому члену суммы первой части уравненія (4).

Будемъ интегрировать вторую часть по a , b и т. д. какъ полный дифференціалъ (ибо онъ есть таковой. если первая часть есть точный дифференціалъ) будемъ производить интегрирование между предѣлами $a_0, b_0, \dots, a_1, b_1, \dots$ тогда получимъ

$$\sum_p \int \varphi(u_p z_p) dz_p = \int_{a_0}^{a_1} A da + \int_{b_0}^{b_1} B_0 db + \dots$$

гдѣ B_0 есть такая функція, въ которую обращается B для $a = a_0$ и т. д. Величины A_0, B_0 и т. д. суть функціи раціональныя отъ a, b, \dots и потому легко могутъ быть интегрируемы, и интегралъ, какъ мы знаемъ, можетъ состоять только изъ раціональной части R и логарифмической L . Такимъ образомъ

$$\sum_p \int \varphi(u_p z_p) dz_p = L + R.$$

Это и есть общее представленіе теоремы Абеля.

Пояснимъ эти весьма общія соображенія на частномъ примѣрѣ. Рассмотримъ эллиптическій интегралъ

$$\int \frac{dz}{V(1-z^2)(1-k^2 z^2)} = \int \frac{\partial z}{u}$$

гдѣ u есть корень уравненія

$$(5) \quad f(u, z) = u^2 - (1 - z^2)(1 - k^2 z^2) = 0.$$

За функцію $\psi = 0$ примемъ уравненіе параболы

$$(6) \quad u = 1 + az + bz^2$$

абсцисы точекъ пересѣченія двухъ кривыхъ $f(u, z) = 0$ и $\psi(u, z) = 0$ опредѣлятся изъ уравненія, которое есть результатъ исключенія u между f и ψ . Этотъ результатъ исключенія въ нашемъ случаѣ есть

$$(7) \quad (1 + az + bz^2)^2 - (1 - z^2)(1 - k^2 z^2) = F(z) = 0.$$

Означимъ чрезъ z_p одинъ изъ четырехъ корней этого уравненія. Дифференцируя это уравненіе вполнѣ, т. е. по z_p, a и b , составимъ уравненіе соотвѣтствующее уравненію (2), именно

$$(7_0) \quad \frac{\partial F}{\partial z_p} dz_p + 2(1 + az_p + bz_p^2)(z_p da + z_p^2 db) = 0$$

здѣсь первый членъ есть производная по z входящаго въ оба члена уравненія (7), а второй членъ, какъ видимъ, коэффициентовъ a и b , не содержитъ.

Изъ послѣдняго уравненія выводимъ

$$\frac{\partial z_p}{\partial z_p} = \frac{2(1 + az_p + bz_p^2)(z_p \partial a + z_p^2 \partial b)}{\frac{\partial F}{\partial z_p}}$$

но такъ какъ

$$1 + az_p + bz_p^2 = u_p.$$

то это представляется въ видѣ

$$\frac{\partial z_p}{u_p} = \frac{2(z_p \partial a + z_p^2 \partial b)}{\frac{\partial F}{\partial z_p}}$$

Такъ какъ уравненіе (7) имѣетъ четыре корня, то давая здѣсь указателю p значенія 1, 2, 3, 4 и складывая результаты получимъ уравненіе

$$\sum \frac{\partial z_p}{u_p} = -2 \partial a \sum \frac{z_p}{\left(\frac{\partial F}{\partial z_p}\right)} + 2 \partial b \sum \frac{z_p^2}{\left(\frac{\partial F}{\partial z_p}\right)} \quad (8_0)$$

Разсмотримъ выраженіе

$$F(z)$$

Положимъ, что корни уравненія $F(z) = 0$ суть $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Тогда

$$F(z) = (z - \alpha)(z - \beta)(z - \gamma)(z - \delta)$$

пусть

$$\frac{z}{F(z)} = \frac{z}{(z - \alpha)(z - \beta)(z - \gamma)(z - \delta)} = \frac{A}{z - \alpha} + \frac{B}{z - \beta} + \frac{C}{z - \gamma} + \frac{D}{z - \delta} \quad (8)$$

откуда

$$A = \lim_{z \rightarrow \alpha} \frac{z}{(z - \beta)(z - \gamma)(z - \delta)}$$

и т. д. для другихъ коэффициентовъ. Слѣдовательно

$$A = \frac{\alpha}{F'(\alpha)}; \quad B = \frac{\beta}{F'(\beta)} \quad \text{и т. д.}$$

въ нашемъ случаѣ $\alpha = z_1, \beta = z_2, \dots, \delta = z_t$. Слѣдовательно по уравненію (8) имѣемъ

$$\frac{z}{F'(z)} = \frac{\alpha}{F'(\alpha)(z-\alpha)} + \frac{\beta}{F'(\beta)(z-\beta)} + \dots + \frac{\delta}{F'(\delta)(z-\delta)}$$

или подразумѣвая подъ z_p каждый изъ корней $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, можемъ написать

$$\frac{z}{F'(z)} = \sum_p \frac{z_p}{F'(z_p)} \frac{1}{z-z_p}$$

также

$$\frac{z^2}{F'(z)} = \sum_p \frac{z_p^2}{F'(z_p)} \frac{1}{z-z_p}$$

но легко понять, что если въ выраженіи

$$\frac{z^\mu}{F'(z)} = \sum_p \frac{z_p^\mu}{F'(z_p)} \frac{1}{z-z_p}$$

μ есть цѣлое число по меньшей мѣрѣ двумя единицами меньше степени $F(z)$, то

$$\sum \frac{z_p^\mu}{F'(z_p)}$$

въ предѣлѣ при $z = \infty$ (на параболѣ) обращается въ нуль. Въ самомъ дѣлѣ

$$\frac{z^\mu}{z^{\mu+2} + a_1 z^{\mu+1} + a_2 z^\mu + \dots + a_n} = \sum \frac{z_p^\mu}{F'(z_p)} \frac{1}{z-z_p}$$

умножая обѣ части этого тождества на z , можемъ его представить въ видѣ

$$\frac{1}{z + a_1 + \frac{a_2}{z} + \dots + \frac{a_n}{z^{\mu+1}}} = \sum_p \frac{z_p^\mu}{F'(z_p)} \frac{z}{z-z_p}$$

или въ видѣ

$$\frac{1}{z + a_1 + \frac{a_2}{z} + \dots + \frac{a_n}{z^{\mu+1}}} + \frac{a_n}{z^{\mu+1}} = \sum_p \frac{z_p^\mu}{F'(z_p)} \frac{1}{1 - \frac{z_p}{z}}$$

а въ предѣлѣ, т. е. при $z = \infty$ это есть

$$0 = \sum_p \frac{z_p^\mu}{F'(z_p)}$$

принимая это во вниманіе и помня что для уравненія (8*) показатель $\mu=1, 2$, находимъ

$$0 = \sum_p \frac{z_p}{F'(z_p)}; \quad 0 = \sum_p \frac{z_p^2}{F'(z_p)}$$

Слѣдовательно уравненіе (8₀) обращается въ

$$\sum_p \frac{\partial z_p}{u_p} = 0. \quad (9)$$

Если раскроемъ уравненіе (7) и произведемъ надлежащія сокращенія, то представимъ его въ видѣ

$$z[(b^2 - k^2)z^3 + 2abz^2 + (a^2 + 2b + 1 + k^2)z + 2a] = 0$$

одинъ изъ корней этого уравненія, какъ видимъ, равенъ нулю, а также и соотвѣтствующій дифференціалъ $\partial z = 0$, а потому изъ суммы (9) въ нашемъ случаѣ останется

$$\frac{\partial z_1}{u_1} + \frac{\partial z_2}{u_2} + \frac{\partial z_3}{u_3} = 0 \quad (10)$$

гдѣ подъ z_1, z_2, z_3 теперь разумѣемъ три корня уравненія

$$(b^2 - k^2)z^3 + 2abz^2 + (a^2 + 2b + 1 + k^2)z + 2a = 0. \quad (11)$$

Что касается до u_1, u_2, u_3 , то эти функціи составляются по формѣ

$$u_p = 1 + az_p + bz_p^2 \quad (12)$$

или по формѣ

$$u_p = \sqrt{(1 - z_p^2)(1 - k^2 z_p^2)} \quad (13)$$

Если мы изъ трехъ уравненій, составленныхъ для z_1, z_2, z_3 по формѣ (12), исключимъ два параметра a и b , то получимъ одно уравненіе между z_1, z_2, z_3 . Давая двумъ изъ этихъ величинъ, напр. z_1 и z_2 произвольныя значенія, опредѣлимъ третью z_3 . Вотъ почему двѣ изъ величинъ z_p можно считать за независимыя перемѣнныя.

Представимъ уравненіе (11) въ видѣ

$$z^3 + \frac{2ab}{b^2 - k^2}z^2 + \frac{a^2 + 2b + 1 + k^2}{b^2 - k^2}z + \frac{2a}{b^2 - k^2} = 0$$

видимъ, что

$$z_1 + z_2 + z_3 = -\frac{2ab}{b^2 - k^2}; \quad z_1 z_2 z_3 = -\frac{2a}{b^2 - k^2}$$

отсюда выводимъ

$$b = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{z_1 z_2 z_3};$$

а потому находимъ

$$(14) \quad z_3 = -\frac{z_1 + z_2}{1 - bz_1 z_2}$$

Съ другой стороны, уравненіе параболы для корней z_1 и z_2 представляется въ видѣ

$$u_1 = 1 + az_1 + bz_1^2$$

$$u_2 = 1 + az_2 + bz_2^2$$

исключая отсюда a , имѣемъ

$$u_1 z_2 - u_2 z_1 = bz_1^2 z_2 - bz_2^2 z_1 + z_2 - z_1$$

или

$$u_1 z_2 - u_2 z_1 = bz_1 z_2 (z_1 - z_2) + (z_2 - z_1)$$

или

$$u_1 z_2 - u_2 z_1 = (z_2 - z_1)(1 - bz_1 z_2)$$

Слѣдовательно уравненіе (14) принимаетъ видъ

$$z_3 = -\frac{(z_1 + z_2)(z_2 - z_1)}{u_1 z_2 - u_2 z_1}$$

или

$$z_3 = -\frac{(z_2^2 - z_1^2)}{u_1 z_2 - u_2 z_1}$$

или помноживъ числителя и знаменателя на $u_1 z_2 + u_2 z_1$, имѣемъ

$$z_3 = (z_1^2 - z_2^2) \left(\frac{u_1 z_2 + u_2 z_1}{u_1^2 z_2^2 - u_2^2 z_1^2} \right)$$

замѣнимъ здѣсь u_1^2 и u_2^2 ихъ величинами

$$u_1^2 = (1 - z_1^2)(1 - k^2 z_1^2)$$

$$u_2^2 = (1 - z_2^2)(1 - k^2 z_2^2)$$

и получаемъ искомое соотношеніе между z_3 и z_1, z_2 въ видѣ

$$z_3 = - \frac{u_1 z_2 + u_2 z_1}{1 - k^2 z_1^2 z_2^2} \quad (15)$$

Это показываетъ, что при $z_1 = 0$ и $z_2 = 0$ также и $z_3 = 0$.

Величины u_1, u_2, u_3 , какъ видно изъ уравненія

$$u_p = 1 + az_p + bz_p^2$$

соотвѣтствующія $z_1 = 0, z_2 = 0$ и $z_3 = 0$ всѣ три въ отдѣльности равны $+1$.

Итакъ, если будемъ измѣнять z_1 отъ 0 до Z_1 и z_2 отъ 0 до Z_2 то уравненіе (10) интегрируемое между эти предѣлами будетъ

$$\int_0^{Z_1} \frac{\partial z_1}{u_1} + \int_0^{Z_2} \frac{\partial z_2}{u_2} + \int_0^{-\frac{U_1 Z_1 + Z_2 U_2}{1 - k^2 Z_1^2 Z_2^2}} \frac{\partial z_3}{u_3} = 0 \quad (16)$$

гдѣ U_1 и U_2 суть значенія радикаловъ u_1 и u_2 при высшемъ предѣлѣ.

Выполняя это интегрированіе по z_1 и z_2 , мы можемъ вести перемѣнное по какимъ угодно кривымъ, но третье перемѣнное z_3 опредѣляемое уравненіемъ (15) будетъ измѣняться уже по строго опредѣленной линіи.

Уравненіе (16) показываетъ, что сумма двухъ эллиптическихъ интеграловъ одного и того же модуля, есть также эллиптическій интеграль того же модуля, но высшій предѣлъ его есть алгебраическая функція высшихъ предѣловъ слагаемыхъ интеграловъ. Такимъ образомъ выраженіе (16) представляетъ въ общемъ видѣ теорему сложенія для эллиптическихъ интеграловъ перваго вида.

V.

Интегрирование дифференціаловъ зависящихъ отъ элементарныхъ трансцендентныхъ функцій.

16. Для рѣшенія рассматриваемаго теперь вопроса едва ли можно указать какіе либо общіе приемы, а потому по большей части приходится выполнять интегрирование, или по частямъ, или введеніемъ новаго переменнаго.

Такъ напр. всѣ дифференціалы вида

$$f(e^{ax}) \partial x$$

гдѣ f есть раціональная функція, приводятся къ формѣ раціональных алгебраическихъ дифференціаловъ введеніемъ новаго переменнаго y по зависимости

$$e^{ax} = y$$

отсюда

$$x = \frac{1}{a} \lg y; \quad \partial x = \frac{1}{a} \frac{\partial y}{y}$$

Слѣдовательно данный дифференціалъ обращается въ

$$\frac{1}{a} f(y) \frac{\partial y}{y}$$

и это представляетъ собою алгебраическій раціональный дифференціалъ.

Дифференціалы вида

$$F(x, e^{ax}) \partial x$$

даже и тогда когда F есть раціональная функція, вообще не интегрируются въ конечномъ видѣ. Если же F есть не только раціональная, но и цѣлая

функция, тогда интегрирование может быть выполнено, ибо въ этомъ случаѣ подынтегральная функция разлагается на члены вида

$$e^{ax} f(x)$$

Самое интегрирование удобнѣ всего произвести по частямъ.

Предположимъ, что вообще въ такомъ случаѣ данный дифференціалъ представляется въ видѣ

$$P Q^n dx$$

гдѣ P есть цѣлая алгебраическая функция, а Q трансцендентная показательная или логарифмическая того же переменнаго x . Для интегрированія этого по частямъ примемъ

$$u = Q^n; \quad dv = P dx$$

тогда

$$\partial u = n Q^{n-1} \frac{\partial Q}{\partial x} dx; \quad v = \int P dx$$

поэтому общая формула интегрированія по частямъ въ примѣненіи къ нашему случаю дастъ

$$\int Q^n P dx = Q^n \int P dx - n \int \left\{ Q^{n-1} \frac{\partial Q}{\partial x} \int P dx \right\}$$

пусть теперь

$$\int P dx = P_1; \quad \int P_1 \frac{\partial Q}{\partial x} dx = P_2$$

тогда

$$\int P Q^n dx = Q^n P_1 - n \int P_1 Q^{n-1} \frac{\partial Q}{\partial x} dx$$

Будемъ послѣдній интегралъ интегрировать по частямъ и примемъ

$$u = Q^{n-1}; \quad dv = P_1 \frac{\partial Q}{\partial x} dx$$

тогда

$$\partial u = (n-1) Q^{n-2} \frac{\partial Q}{\partial x} dx; \quad v = \int P_1 \frac{\partial Q}{\partial x} dx$$

и посредствомъ этого находимъ

$$\int P_1 Q^{n-1} \frac{\partial Q}{\partial x} dx = Q^{n-1} \int P_1 \frac{\partial Q}{\partial x} dx - (n-1) \int \left\{ Q^{n-2} \frac{\partial Q}{\partial x} \int P_1 \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right\}$$

или

$$\int P_1 Q^{n-1} \frac{\partial Q}{\partial x} dx = Q^{n-1} P_2 - (n-1) \int Q^{n-2} P_2 \frac{\partial Q}{\partial x} dx$$

Принимая здѣсь

$$\int P_2 \frac{\partial Q}{\partial x} dx = P_3$$

подобно предыдущему находимъ

$$\int P_2 Q^{n-2} \frac{\partial Q}{\partial x} dx = P_3 Q^{n-2} - (n-2) \int P_3 Q^{n-3} \frac{\partial Q}{\partial x} dx \quad \text{и т. д.}$$

Внося послѣдующій интегралъ въ предыдущій, въ предположеніи, что n есть цѣлое положительное число составимъ

$$(1) \int P Q^n dx = P_1 Q^n - n P_2 Q^{n-1} + n(n-1) P_3 Q^{n-2} - \dots - 1.2 \dots n P_{n+1}.$$

гдѣ

$$P_1 = \int P dx; \quad P_2 = \int P_1 \frac{\partial Q}{\partial x} dx; \quad P_3 = \int P_2 \frac{\partial Q}{\partial x} dx \dots$$

Пояснимъ эти соображенія на нѣкоторыхъ частныхъ примѣрахъ.

Будемъ интегрировать такой дифференціалъ, въ которомъ производитель Q^n есть логарифмическая функція. Пусть этотъ дифференціалъ есть

$$x^{m-1} (\lg x)^n dx$$

гдѣ предполагается что n есть цѣлое число.

Въ нашемъ случаѣ

$$P = x^{m-1}; \quad Q = \lg x$$

такимъ образомъ

$$P_1 = \frac{x^m}{m}; \quad P_2 = \frac{x^m}{m^2}; \quad P_3 = \frac{x^m}{m^3} \dots$$

а потому формула (1) даетъ

$$\int x^{m-1} (\lg x)^n dx = \frac{x^m}{m} \left\{ (\lg x)^n - n \frac{(\lg x)^{n-1}}{m} + n(n-1) \frac{(\lg x)^{n-2}}{m^2} - \dots - \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}{m^n} \right\}$$

это есть конечный рядъ.

17. Въ разнообразномъ сочетаніи элементарныхъ трансцендентныхъ съ алгебраическими раціональными функциями общіе приемы можно предложить только для интегрированія дифференціаловъ вида

$$e^{nx} f(x) dx; \quad f(\sin x, \cos x) dx \quad \text{и} \quad e^{nx} f(\sin x, \cos x) dx \quad (2)$$

мы предполагаемъ, что f есть алгебраическая раціональная функция.

Разсмотримъ первый изъ этихъ дифференціаловъ; его можно разложить на отдѣльные члены. Мы предполагаемъ, что $f(x)$ есть раціональная, изъ нея можетъ быть выдѣлена цѣлая часть и раціональная дробь, которая въ свою очередь разлагается на элементарныя дроби вида

$$\frac{A}{(x-a)^m}$$

интегрированіе той части дифференціала, которая соответствуетъ цѣлой раціональной функции мы видѣли какъ можетъ быть выполнено, поэтому остается показать, какъ интегрируется дифференціалъ

$$\frac{A e^{nx}}{(x-a)^m} dx$$

Подъ m разумѣемъ цѣлое число, которое можетъ быть болѣе единицы. Это мы и предположимъ. Будемъ интегрировать по частямъ, и въ интегралъ

$$\int \frac{e^{nx}}{(x-a)^m} dx$$

примемъ

$$u = e^{nx}; \quad dv = (x-a)^{-m} dx.$$

тогда

$$du = ne^{nx} dx, \quad r = \frac{(x-a)^{-m+1}}{1-m}$$

слѣдовательно

$$(3) \quad \int \frac{e^{nx} dx}{(x-a)^m} = \frac{e^{nx}}{(1-m)(x-a)^{m-1}} - \frac{n}{1-m} \int \frac{e^{nx} dx}{(x-a)^{m-1}}$$

примѣняя эту формулу пониженія, мы приведемъ интегрированіе къ выполненію интеграла

$$\int \frac{e^{nx} dx}{(x-a)}$$

положимъ здѣсь

$$(x-a) = \frac{t}{n}; \quad dx = \frac{\partial t}{n}$$

и тогда этотъ интегралъ приметъ форму

$$e^{an} \int \frac{e^t}{t} \partial t$$

слѣдовательно теперь вопросъ приводится къ выполненію интеграла

$$\int \frac{e^t}{t} \partial t$$

если положимъ

$$e^t = y.$$

то

$$t = \lg y; \quad \partial t = \frac{\partial y}{y}$$

и интегралъ обращается въ

$$\int \frac{\partial y}{\lg y}$$

это есть особая трансцендентная, известная въ анализѣ подъ именемъ *инте-*

графа *логарифма*, она означается иногда чрезъ $li(y)$. Такимъ образомъ

$$\int \frac{e^{nx}}{x-a} dx = e^{an} li(y)$$

гдѣ $y = e^{n(x-a)}$. Эта трансцендентная можетъ быть вычисляема только посредствомъ ряда.

Возьмемъ интеграль

$$\int \frac{e^{nx} (x^2 + a^2) dx}{(x-a)^3}$$

здѣсь рациональная функція есть дробь, изъ которой цѣлая часть не выдѣляется; эта дробь разлагается на элементарныя и представляется въ видѣ

$$\frac{x^2 + a^2}{(x-a)^3} = \frac{\alpha}{(x-a)^3} + \frac{\beta}{(x-a)^2} + \frac{\gamma}{x-a}$$

опредѣляя извѣстнымъ образомъ числителей, находимъ

$$\alpha = 2a^2; \quad \beta = 2a; \quad \gamma = 1.$$

Слѣдовательно

$$\frac{x^2 + a^2}{(x-a)^3} = \frac{2a^2}{(x-a)^3} + \frac{2a}{(x-a)^2} + \frac{1}{x-a}$$

Разсматриваемый интеграль принимаетъ такимъ образомъ видъ

$$\int \frac{e^{nx} (x^2 + a^2) dx}{(x-a)^3} = 2a^2 \int \frac{e^{nx} dx}{(x-a)^3} + 2a \int \frac{e^{nx} dx}{(x-a)^2} + \int \frac{e^{nx} dx}{(x-a)}$$

Чтобы выполнить эти интегралы примемъ въ формулѣ (3) $m=3$ и $m=2$, тогда легко составимъ

$$\begin{aligned} \int \frac{e^{nx} (x^2 + a^2) dx}{(x-a)^3} &= \frac{a - nax + na^2 - 2x}{(x-a)^2} \\ &+ \{2na(1+an) + 1\} \int \frac{e^{nx} dx}{(x-a)} \end{aligned}$$

последній членъ зависитъ отъ интегральнаго логарифма, который, какъ мы сказали, въ конечномъ видѣ не вычисляется.

Посредствомъ интегрированія по частямъ интегрируются дифференціалы

$$f(x) \sin x \, dx \quad \text{и} \quad f(x) \cos x \, dx$$

въ конечномъ видѣ, если $f(x)$ алгебраическая, цѣлая, рациональная функція. Въ самомъ дѣлѣ

$$f(x) \sin x \, dx = -f(x) d(\cos x)$$

интегрируя это по частямъ, имѣемъ

$$\int f(x) d(\cos x) = -f(x) \cos x + \int f'(x) \cos x \, dx$$

Такимъ образомъ данный интегралъ приводится къ болѣе простому, въ которомъ тригонометрическая часть не измѣнилась, а цѣлая алгебраическая функція замѣнена ея производной, степень которой на единицу меньше. Выполняя также этотъ интегралъ находимъ

$$\int f'(x) \cos x \, dx = f'(x) \sin x - \int f''(x) \sin x \, dx$$

и т. д.

Поэтому

$$\begin{aligned} \int f(x) \sin x \, dx &= \{f(x) - f''(x) + f^{(iv)}(x) - \dots\} \cos x \\ &\quad - \{f'(x) - f'''(x) + \dots\} \sin x \end{aligned}$$

подобнымъ же образомъ

$$\begin{aligned} \int f(x) \cos x \, dx &= \{f'(x) - f'''(x) + \dots\} \cos x \\ &\quad + \{f(x) - f''(x) + \dots\} \sin x \end{aligned}$$

такъ какъ $f(x)$ есть рациональная цѣлая функція, то ряды во вторыхъ частяхъ конечные.

Къ подобной же формѣ приводится интегралъ

$$\int f(\arcsin x) \, dx$$

при условіи, что функція f есть цѣлая алгебраическая.

Въ самомъ дѣлѣ, пусть

$$\arcsin(\sin = x) = y$$

тогда $x = \sin y$, слѣдовательно $dx = \cos y \, dy$; поэтому

$$\int f(\arcsin(\sin = x)) \, dx = \int f(y) \cos y \, dy.$$

Слѣдовательно по предыдущему

$$\begin{aligned} \int f(y) \cos y \, dy &= \{f'(y) - f'''(y) + \dots\} \cos y \\ &+ \{f(y) - f''(y) + \dots\} \sin y \end{aligned}$$

Такъ какъ $\sin y = x$, то $\cos y = \sqrt{1-x^2}$, и переходя къ первоначальному переменному, имѣемъ

$$\begin{aligned} \int f(\arcsin x) \, dx &= \{f'(\arcsin x) - f'''(\arcsin x) + \dots\} \sqrt{1-x^2} \\ &+ \{f(\arcsin x) - f''(\arcsin x) + \dots\} x \end{aligned}$$

18. Обратимся къ дифференціалу

$$f(\sin x, \cos x) \, dx$$

гдѣ f есть рациональная функція.

Для интегрированія этого дифференціала примемъ

$$z = \tan \frac{x}{2}$$

откуда находимъ

$$z = \frac{\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

умноживъ числителя и знаменателя на $1 - \cos x$, имѣемъ

$$z = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

Слѣдовательно

$$\begin{aligned} \sin x - z \cdot \cos x &= z \\ z \cdot \sin x + \cos x &= 1 \end{aligned}$$

откуда

$$\sin x = \frac{2z}{1+z^2}; \quad \cos x = \frac{1-z^2}{1+z^2}$$

$$\partial(\sin x) = \frac{2(1-z^2)\partial z}{(1+z^2)^2}$$

но такъ какъ $\partial(\sin x) = \cos x \cdot \partial x$, то

$$\partial x = \frac{2\partial z}{1+z^2}$$

Такимъ образомъ разсматриваемый интегралъ приводится къ

$$\int f\left(\frac{2z}{1+z^2}, \frac{1-z^2}{1+z^2}\right) \frac{2\partial z}{1+z^2},$$

что имѣеть алгебраическую и даже рациональную форму относительно переменнаго z .

Возьмемъ напр. интегралъ

$$\int \frac{\partial x}{a+b \cos x}$$

согласно съ указаннымъ положимъ здѣсь

$$\tan \frac{x}{2} = z$$

тогда находимъ, что данный интегралъ обращается въ

$$\int \frac{2\partial z}{a+b \left(\frac{1-z^2}{1+z^2}\right)}$$

или въ

$$\frac{2}{a+b} \int \frac{\partial z}{1 + \frac{a-b}{a+b} z^2} = \frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}} \arccos \left(\tan \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} z \right)$$

итакъ

$$\int \frac{\partial x}{a+b \cos x} = \frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}} \arccos \left(\tan \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} \tan \frac{x}{2} \right) + C$$

при $b > a$ этотъ интегралъ принимаетъ мнимую форму, но это устранимъ, если интегралу вмѣсто круговой дадимъ логарифмическую форму.

Для этого представимъ его въ видѣ

$$\int \frac{2 \, dz}{a + b \frac{1+z^2}{1-z^2}} = -\frac{2}{b-a} \int \frac{dz}{z^2 \frac{b+a}{b-a}}$$

положимъ для краткости

$$\frac{b+a}{b-a} = e^2$$

тогда этотъ интегралъ приметъ видъ

$$\begin{aligned} \int \frac{2 \, dz}{a + b \frac{1+z^2}{1-z^2}} &= -\frac{2}{b-a} \left\{ \frac{1}{2e} \int \frac{dz}{z-e} - \frac{1}{2e} \int \frac{dz}{z+e} \right\} \\ &= \frac{1}{e(b-a)} \log \left\{ \frac{z+e}{z-e} \right\} \end{aligned}$$

или переходя къ первоначальному переменному, имѣемъ

$$\int \frac{dx}{a + b \cos x} = \frac{1}{e(b-a)} \lg \left\{ \frac{\tan \frac{x}{2} + e}{\tan \frac{x}{2} - e} \right\} + C$$

гдѣ C есть постоянная введенная интегрированіемъ.

Чтобы интегрировать дифференціалъ

$$a \sin x + b \cos x$$

положимъ

$$a = a \cos \theta; \quad b = a \sin \theta$$

тогда

$$\int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x} = \frac{1}{a} \int \frac{dx}{\sin(x + \theta)}$$

а это какъ мы уже видѣли есть

$$\int \frac{dx}{a \sin x + b \cos x} = \frac{1}{a} \int \frac{\partial \operatorname{tang} \left(\frac{x+\theta}{2} \right)}{\operatorname{tang} \left(\frac{x+\theta}{2} \right)} = \frac{1}{a} \log \operatorname{tang} \left(\frac{x+\theta}{2} \right) + C$$

Мы говоримъ теперь объ интегрированіи дифференціаловъ вида

$$f(\sin x, \cos x) dx$$

Если f есть цѣлая функція, то она состоитъ изъ членовъ вида

$$A \sin^m x \cos^n x$$

и слѣдовательно интегралы отдѣльныхъ членовъ приводятся къ виду

$$\int \sin^m x \cos^n x dx$$

гдѣ подъ m и n разумѣемъ какіе либо цѣлыя числа.

Если одно изъ этихъ чиселъ нечетное и имѣетъ форму $2k+1$, то интегрированіе выполняется очень просто. Напримѣръ если

$$n = 2k + 1$$

то

$$\int \sin^m x \cos^n x dx = \int \sin^m (1 - \sin^2 x)^k \cos x dx$$

положимъ здѣсь

$$\sin x = z; \quad \cos x dx = dz$$

тогда

$$\int \sin^m x \cos^n x dx = \int z^m (1 - z^2)^k dz$$

Интегрированіе этимъ приѣмомъ будетъ очень просто, если k есть положительное число. Если же k отрицательно, то лучше всего поступить слѣдующимъ образомъ.

Будемъ дифференцировать произведеніе $\sin^m x \cos^n x$, тогда найдемъ

$$\begin{aligned} \partial (\sin^m x \cos^n x) &= m \sin^{m-1} x \partial x \cos^n x + n \sin^m x \cos^{n-1} x \partial x \\ &= m \sin^{m-1} x (1 - \sin^2 x) \cos^{n-1} x dx + n \sin^m x \cos^{n-1} x dx \\ &= m \sin^{m-1} x \cos^{n-1} x dx + (n + m) \sin^m x \cos^{n-1} x dx \end{aligned}$$

Интегрируя это, имѣемъ

$$\sin^m x \cos^n x = m \int \sin^{m-1} x \cos^{n-1} x dx - (m+n) \int \sin^{m+1} x \cos^{n-1} x dx$$

это справедливо для всякихъ цѣлыхъ чиселъ m и n . Поставимъ здѣсь вмѣсто n величину $n+1$ и вмѣсто m величину $m+1$, тогда будемъ имѣть

$$\sin^{m+1} x \cos^{n+1} x = (m+1) \int \sin^m x \cos^n x dx - (m+n+2) \int \sin^{m+2} x \cos^n x dx$$

Если примемъ такое означеніе

$$J_m = \int \sin^m x \cos^n x dx$$

то очевидно это представится въ видѣ

$$\sin^{m+1} x \cos^{n+1} x = (m+1) J_m - (m+n+2) J_{m+2}$$

и посредствомъ этого будемъ вычислять J_{m+2} по J_m и наоборотъ, или другими словами

$$\int \sin^{m+2} x \cos^n x dx \quad \text{по} \quad \int \sin^m x \cos^n x dx$$

посредствомъ такихъ преобразованій

$$\int \sin^m x \cos^n x dx$$

приведется къ одному изъ трехъ слѣдующихъ интеграловъ

$$\int \cos^n x dx; \quad \int \frac{\cos^n x}{\sin x} dx; \quad \int \cos^n x \sin x dx$$

последній интегралъ представляется въ видѣ

$$= \int \cos^n x d(\cos x)$$

и слѣдовательно

$$\int \cos^n x \sin x dx = -\frac{\cos^{n+1} x}{n+1} + C$$

Во второмъ интегралѣ

$$\int \frac{\cos^n x}{\sin x} dx$$

придется понижать степень.

Путемъ такого пониженія дойдемъ до одного изъ интеграловъ

$$\int \frac{dx}{\sin x}; \quad \int \frac{\cos x}{\sin x} dx; \quad \int \frac{dx}{\sin x \cos x}$$

но мы знаемъ, что

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \lg \tanh \frac{x}{2} + C$$

$$\int \frac{\cos x dx}{\sin x} = \log \sin x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos x} = \log \tanh x + C$$

Наконецъ чтобы выполнить первый изъ сейчасъ упомянутыхъ интеграловъ, представимъ его въ видѣ

$$\int \cos^n x dx = \int \cos^{n-2} x (1 - \sin^2 x) dx$$

если положимъ

$$K_n = \int \cos^n x dx,$$

то представимъ предыдущее въ видѣ

$$(4) \quad K_n = K_{n-2} - \int \cos^{n-2} x \sin^2 x dx$$

последній интегралъ возьмемъ по частямъ. Положимъ въ

$$\int u dv = uv - \int v du,$$

$$dv = \cos^{n-2} x d(\cos x); \quad u = \sin x$$

следовательно

$$u = \frac{\cos^{n-1} x}{n-1}; \quad du = \cos x \cdot dx,$$

а потому

$$-\int \cos^{n-2} x \sin^2 x dx = \frac{\cos^{n-1} x}{n-1} \sin x - \frac{1}{n-1} \int \cos^n x dx,$$

такимъ образомъ выраженіе (4) представится въ видѣ

$$K_n = K_{n-2} + \frac{\cos^{n-1} x}{n-1} \sin x - \frac{1}{n-1} \int \cos^n x dx.$$

или въ видѣ

$$\frac{n}{n-1} K_n = \frac{\cos^{n-1} x}{n-1} \sin x + K_{n-2}$$

Посредствомъ этого можемъ вычислять K_{n-2} по K_n и на оборотъ. Такимъ образомъ приведемъ все къ интегрированію одного изъ дифференціаловъ

$$\cos x dx \quad \text{или} \quad \frac{dx}{\cos x}.$$

19. Намъ остается сказать нѣсколько словъ объ интегрированіи третьяго дифференціала изъ группы (2). Предварительно замѣтимъ, что

$$\partial(e^{hx} \cos kx) = h e^{hx} \cos kx dx - k e^{hx} \sin kx dx$$

$$\partial(e^{hx} \sin kx) = h e^{hx} \sin kx dx + k e^{hx} \cos kx dx$$

Всякъ интегралы этихъ дифференціаловъ, находимъ

$$e^{hx} \cos kx = h \int e^{hx} \cos kx dx - k \int e^{hx} \sin kx dx$$

$$e^{hx} \sin kx = h \int e^{hx} \sin kx dx + k \int e^{hx} \cos kx dx$$

Рѣшивъ эти уравненія относительно входящихъ въ нихъ интеграловъ, находимъ

$$\int e^{hx} \sin kx dx = \frac{e^{hx} (h \sin kx - k \cos kx)}{h^2 + k^2} \quad (5)$$

$$\int e^{hx} \cos kx dx = \frac{e^{hx} (k \sin kx + h \cos kx)}{h^2 + k^2}$$

Замѣтимъ здѣсь, что посредствомъ этихъ выраженій легко могутъ быть интегрируемы дифференціалы вида

$$e^{m \arcsin(x)} dx; \quad e^{m \arccos(x)} dx$$

Въ самомъ дѣлѣ, принимая здѣсь

$$x = \sin y \quad \text{и} \quad x = \cos y$$

находимъ для того и другого

$$(6) \quad e^{my} \cos y \, dy; \quad -e^{my} \sin y \, dy$$

Для интегрированія перваго изъ этихъ дифференціаловъ примемъ въ первомъ изъ выраженій (5)

$$h = m; \quad k = 1$$

тогда

$$\int e^{m \arcsin(x)} dx = \int e^{my} \cos y \, dy = \frac{e^{my}(m \cos y + \sin y)}{1 + m^2}$$

или по первоначальному переменному

$$\int e^{m \arcsin(x)} dx = \int \frac{e^{m \arcsin(x)}(x + m\sqrt{1-x^2})}{1 + m^2} + C$$

подобнымъ же образомъ вычислимъ и второй изъ дифференціаловъ (6).

Вообще можно сказать, что при интегрированіи подобныхъ сочетаній введеніе новаго переменнаго весьма упрощаетъ дѣло. Такъ, напр., мы скоро приходимъ къ желаемому результату, если при интегрированіи дифференціала

$$e^{ax} + e^{-ax} \frac{\partial x}{\partial y}$$

примемъ,

$$e^{ax} = y$$

тогда

$$\frac{\partial x}{\partial y} = \frac{1}{a} \frac{\partial y}{y}$$

Слѣдовательно

$$\int e^{ax} + e^{-ax} = \frac{1}{a} \int \frac{dy}{1+y^2} = \frac{1}{a} \arctan(y = e^{ax}) + C.$$

Не останавливаясь болѣе на этомъ, возвратимся къ нашему вопросу.

Взявъ отъ выраженія (5) производныя по x , имѣемъ

$$e^{hx} \sin kx = \frac{\partial \{e^{hx} (h \sin kx - k \cos kx)\}}{(h^2 + k^2) \partial x}$$

$$e^{hx} \cos kx = \frac{\partial \{e^{hx} (k \sin kx + h \cos kx)\}}{(h^2 + k^2) \partial x}$$

Означимъ чрезъ $f(x)$ нѣкоторую цѣлую алгебраическую функцію и помноживъ на $f(x) \partial x$ предыдущія выраженія, возьмемъ интегралъ, тогда будемъ имѣть

$$\int f(x) e^{hx} \sin kx \partial x = \int f(x) \partial \left\{ \frac{e^{hx} (h \sin kx - k \cos kx)}{h^2 + k^2} \right\}$$

$$\int f(x) e^{hx} \cos kx \partial x = \int f(x) \partial \left\{ \frac{e^{hx} (k \sin kx + h \cos kx)}{h^2 + k^2} \right\}$$

Произведя во вторыхъ частяхъ этихъ уравненій интегрированіе по частямъ, получимъ

$$\begin{aligned} \int f(x) e^{hx} \sin kx \partial x &= f(x) \frac{e^{hx} (h \sin kx - k \cos kx)}{h^2 + k^2} - \\ &- \frac{h}{h^2 + k^2} \int f'(x) e^{hx} \sin kx \partial x + \frac{k}{h^2 + k^2} \int f'(x) e^{hx} \cos kx \partial x \\ \int f(x) e^{hx} \cos kx \partial x &= f(x) \frac{e^{hx} (k \sin kx + h \cos kx)}{h^2 + k^2} - \\ &- \frac{k}{h^2 + k^2} \int f'(x) e^{hx} \sin kx \partial x - \frac{h}{h^2 + k^2} \int f'(x) e^{hx} \cos kx \partial x \end{aligned}$$

Хотя данный интегралъ этимъ приведенъ къ подобнымъ же, но степень входящаго въ подынтегральную функцію цѣлаго многочлена $f(x)$ понижена, ибо начальная функція замѣнена производной.

Въ интегралахъ

$$\int \frac{\sin x \, dx}{x^m}; \quad \int \frac{\cos x \, dx}{x^m}$$

при показателѣ m цѣломъ, можно этого послѣдняго понизить до единицы, ибо чрезъ интегрированіе по частямъ находимъ

$$\int \frac{\sin x \, dx}{x^m} = -\frac{\sin x}{(m-1)x^{m-1}} + \frac{1}{m-1} \int \frac{\cos x \, dx}{x^{m-1}}$$

$$\int \frac{\cos x \, dx}{x^m} = \frac{\cos x}{(m-1)x^{m-1}} - \frac{1}{m-1} \int \frac{\sin x \, dx}{x^{m-1}}$$

при $m=1$ эти выраженія не примѣнимы, но когда m будетъ понижено до единицы, тогда придется брать интегралы

$$\int \frac{\sin x}{x} \, dx; \quad \int \frac{\cos x}{x} \, dx$$

которые суть особые трансцендентныя, называемыя интегральными синусомъ и косинусомъ, они въ конечномъ видѣ по x не представляются.

Что касается до интегрированія дифференціаловъ вида

$$\sin(mx) \cos(nx) \, dx$$

то замѣтивъ, что

$$\sin(mx) \cos(nx) = \frac{1}{2} [\sin(m+n)x + \sin(m-n)x]$$

найдемъ

$$\int \sin(mx) \cos(nx) \, dx = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{\cos(m+n)x}{m+n} + \frac{\cos(m-n)x}{m-n} \right\} + C$$

20. Особого вниманія заслуживаютъ дифференціалы, въ которыхъ кромѣ синусовъ и косинусовъ въ различныхъ степеняхъ входятъ еще синусы и косинусы кратныхъ дугъ переменнаго. Надо однако замѣтить, что трудно указать какой либо общій приемъ интегрированія подобныхъ дифференціаловъ.

Если синусы и косинусы кратных дугъ составляют знаменатели подынтегральной функции, тогда они должны быть представлены степенями синусовъ и косинусовъ простых дугъ.

Мы видѣли (ч. II. н^о 6), что синусъ кратной дуги, будучи представляемъ степенями синусовъ простой дуги, имѣетъ двѣ различныя формы, смотря потому, будетъ-ли коэффициентъ кратности четнымъ или нечетнымъ числомъ. Косинусъ кратной дуги по степенямъ косинуса простой дуги выражается одною формою, которая справедлива какъ для четнаго такъ и для нечетнаго коэффициента кратности. Въ виду этого, мы рассмотримъ способы интегрированія трехъ такихъ дифференціаловъ

$$\frac{\cos^p x}{\cos(m x)} dx; \quad \frac{\cos^p x}{\sin(2n x)} dx; \quad \frac{\cos^p x}{\sin(2n+1)x} dx$$

гдѣ m и n суть какія угодно цѣлыя числа четныя или нечетныя.

Для разложенія синуса съ нечетнымъ коэффициентомъ кратности дуги мы нашли выраженіе.

$$\sin(2n+1)x = F \sin x (\cos^2 x - \cos^2 \alpha) (\cos^2 x - \cos^2 2\alpha) \dots (\cos^2 x - \cos^2 n\alpha)$$

гдѣ

$$F = (-1)^n A; \quad \alpha = \frac{\pi}{2n+1}$$

Для синуса съ четнымъ коэффициентомъ кратности дуги мы имѣемъ

$$\sin(2n x) = G \sin x \cos x [\cos^2 x - \cos^2 \beta] [\cos^2 x - \cos^2 2\beta] \dots [\cos^2 x - \cos^2 (n-1)\beta]$$

гдѣ

$$G = (-1)^{n-1} B; \quad \beta = \frac{\pi}{2n}$$

и наконецъ

$$\cos(m x) = C [\cos x - \cos \gamma] [\cos x - \cos 3\gamma] \dots [\cos x - \cos (2m-1)\gamma]$$

гдѣ

$$\gamma = \frac{\pi}{2m}$$

На основаніи этого разсматриваемые дифференціалы могутъ быть разложены на элементарныя дроби.

Начнемъ съ дроби

$$\frac{\cos^p(x)}{\cos(m x)}$$

Знаменатель ся можетъ быть представленъ въ видѣ

$$\cos(mx) = C \prod_{k=0}^{k=m-1} [\cos x - \cos(2k+1)\gamma]$$

Слѣдовательно

$$\frac{\cos^p x}{\cos(mx)} = \frac{A_0}{\cos x - \cos \gamma} + \frac{A_1}{\cos x - \cos 3\gamma} + \dots + \frac{A_{m-1}}{\cos x - \cos(2m-1)\gamma}$$

Опредѣляя числители по общему правилу, найдемъ

$$A_0 = \int_{x=\gamma} \frac{\frac{\cos^p x}{\cos(mx)}}{\frac{\partial(\cos mx)}{\partial(\cos x)}}; \quad A_1 = \int_{x=3\gamma} \frac{\frac{\cos^p x}{\cos(mx)}}{\frac{\partial(\cos mx)}{\partial(\cos x)}}; \dots A_{m-1} = \int_{x=(2m-1)\gamma} \frac{\frac{\cos^p x}{\cos(mx)}}{\frac{\partial(\cos mx)}{\partial(\cos x)}}$$

Мы можемъ написать

$$\frac{\partial[\cos(mx)]}{\partial(\cos x)} = \frac{\partial \cos(mx)}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial(\cos x)}$$

а такъ какъ

$$\frac{\partial(\cos mx)}{\partial x} = -m \sin mx; \quad \frac{\partial x}{\partial(\cos x)} = -\frac{1}{\sin x}$$

то

$$\frac{\partial \cos(mx)}{\partial(\cos x)} = \frac{m \sin(mx)}{\sin x}$$

поэтого

$$A_0 = \int_{x=\gamma} \frac{\cos^p x \sin x}{m \sin(mx)}; \quad A_1 = \int_{x=3\gamma} \frac{\cos^p x \sin x}{m \sin(mx)} \quad \text{и т. д.}$$

Мы принимаемъ

$$\gamma = \frac{\pi}{2m}$$

Слѣдовательно

$$A_0 = \frac{\sin \frac{\pi}{2m} \cos^p \left(\frac{\pi}{2m} \right)}{m}$$

$$A_1 = \frac{\sin \frac{3\pi}{2m} \cos^p \left(\frac{3\pi}{2m} \right)}{-m}$$

$$A_2 = \frac{\sin \frac{5\pi}{2m} \cos^p \left(\frac{5\pi}{2m} \right)}{m}$$

и т. д.

и вообще

$$A_k = (-1)^k \frac{\sin \left[(2k+1) \frac{\pi}{2m} \right] \cos^p \left[(2k+1) \frac{\pi}{2m} \right]}{m}$$

Слѣдовательно

$$\frac{\cos^p x}{\cos(mx)} = \sum_{k=0}^{k=m-1} \frac{(-1)^k \sin[(2k+1)\gamma] \cos^p[(2k+1)\gamma]}{m \{ \cos x - \cos[(2k+1)\gamma] \}}$$

Положивъ для краткости

$$(2k+1)\gamma = \theta$$

имѣемъ

$$\int \frac{\cos^p x}{\cos(mx)} dx = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{k=m-1} (-1)^k \sin \theta \cos^p \theta \int \frac{dx}{\cos x - \cos \theta}$$

гдѣ, какъ видимъ, θ есть постоянная величина.Чтобы взять этотъ интегралъ, введемъ новое перемѣнное y подл условіемъ

$$\tan \frac{x}{2} = y$$

откуда

$$\cos x = \frac{1-y^2}{1+y^2}, \quad dx = \frac{2y}{1+y^2}$$

Слѣдовательно

$$\frac{dx}{\cos x - \cos \theta} = \frac{2 dy}{1-y^2 - (1+y^2) \cos \theta} = \frac{2 dy}{1 - \cos \theta - (1 + \cos \theta) y^2}$$

или

$$\frac{\partial x}{\cos x - \cos \theta} = \frac{\partial y}{\sin^2 \frac{\theta}{2} \left[1 - y^2 \cotg^2 \frac{\theta}{2} \right]}$$

Пусть для краткости

$$\cotg \frac{\theta}{2} = a$$

тогда

$$\frac{1}{1 - a^2 y^2} = \frac{1}{2(ay + 1)} - \frac{1}{2(ay - 1)}$$

поэтому

$$\int \frac{\partial y}{1 - a^2 y^2} = \frac{1}{2a} \lg \left(\frac{ay + 1}{ay - 1} \right)$$

следовательно

$$\int \frac{\partial x}{\cos x - \cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta} \lg \left[\frac{\tan \frac{x}{2} + \tan \frac{\theta}{2}}{\tan \frac{x}{2} - \tan \frac{\theta}{2}} \right]$$

или окончательно

$$\int \frac{\cos^p x \partial x}{\cos (mx)} = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{k=1} (-1)^k \cos^p \theta \lg \frac{\sin \left(\frac{x + \theta}{2} \right)}{\sin \frac{x - \theta}{2}}$$

гдѣ

$$\theta = (2k + 1) \gamma \quad \text{и} \quad \gamma = \frac{\pi}{2m}$$

Будемъ теперь интегрировать дифференціалъ

$$\frac{\cos^p x \partial x}{\sin (2n x)}$$

Принимая во вниманіе выше приведенное выраженіе $\sin (2n x)$, представимъ дробь входящую въ рассматриваемый дифференціалъ въ видѣ

$$\frac{\cos^p x}{\sin (2n x)} =$$

$$\frac{\cos^{p-1} x}{G \sin x (\cos^2 x - \cos^2 \beta) (\cos^2 x - \cos^2 2\beta) \dots \{ \cos^2 x - \cos^2 [(n-1)\beta] \}}$$

умножая числителя и знаменателя второй части на $\sin x$, представимъ это выраженіе въ видѣ

$$\frac{\cos^p x}{\sin(2n x)} = \frac{-\cos^{p-1} x \sin x}{G(\cos^2 x - 1)(\cos^2 x - \cos^2 \beta)(\cos^2 x - \cos^2 2\beta) \dots \{\cos^2 x - \cos^2[(n-1)\beta]\}}$$

Имѣя это въ виду, мы будемъ разлагать на элементарныя дроби не входящую въ данный дифференціалъ, но дробь

$$\frac{\cos^p x}{\sin(2n x) \sin x}$$

и допустимъ, что

$$\frac{\cos^p x}{\sin(2n x) \sin x} = \sum_{k=0}^{k=n-1} \frac{C_k}{\cos x + \cos k\beta} + \sum_{k=0}^{k-1} \frac{C'_k}{\cos x - \cos k\beta}$$

Замѣтимъ, что если корни уравненія $\cos x - \cos k\beta = 0$ суть $x = k\beta$, гдѣ

$$\beta = \frac{\pi}{2n}$$

то корни уравненія $\cos x + \cos \beta = 0$ суть $x = \pi - k\beta$, слѣдовательно

$$C_k = \left/ \frac{\cos^p x}{\frac{\partial [\sin(2n x) \sin x]}{\partial (\cos x)}} \right|_{x=\pi-k\beta}; \quad C'_k = \left/ \frac{\cos^p x}{\frac{\partial [\sin(2n x) \sin x]}{\partial (\cos x)}} \right|_{x=k\beta}$$

но

$$\begin{aligned} \frac{\partial [\sin(2n x) \sin x]}{\partial (\cos x)} &= \frac{\partial [\sin(2n x) \sin x]}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial (\cos x)} = \\ &= \frac{2n \cos(2n x) \sin x + \sin(2n x) \cos x}{-\sin x} \end{aligned}$$

Слѣдовательно

$$\begin{aligned} C_k &= \left/ \frac{-\cos^p x \sin x}{2n \cos(2n x) \sin x + \sin(2n x) \cos x} \right|_{x=\pi-k\beta} \\ C'_k &= \left/ \frac{-\cos^p x \sin x}{2n \cos(2n x) \sin x + \sin(2n x) \cos x} \right|_{x=k\beta} \end{aligned} \quad (7)$$

Для опредѣленія коэффициентовъ C'_0 и C''_0 надо принять $k=0$ и подставить въ эти выраженія $x=\pi$ и $x=0$; но при этихъ подстановкахъ оба коэффициента C'_0 и C''_0 принимаютъ форму $\frac{0}{0}$, а потому прежде подстановки возьмемъ производныя отдѣльно отъ числителя и отъ знаменателя, и въ эти производныя подставимъ $x=\pi$ для C'_0 и $x=0$ для C''_0 ; тогда легко найдемъ

$$C'_0 = \frac{(-1)^{p+1}}{4n}; \quad C''_0 = -\frac{1}{4n}$$

Для всѣхъ значеній k отличныхъ отъ нуля, прямо по выраженіямъ (7) легко получаемъ

$$C_k = (-1)^{p+k+1} \frac{\cos^p(k\beta)}{2n}; \quad C''_k = (-1)^{k+1} \frac{\cos^p(k\beta)}{2n}$$

Слѣдовательно

$$\begin{aligned} \frac{\cos^p x}{\sin(2n x) \sin x} &= \frac{(-1)^{p+1}}{4n(\cos x + 1)} - \frac{1}{4n(\cos x - 1)} \\ &+ \sum_{k=1}^{k=n-1} \frac{(-1)^{p+k+1} \cos^p(k\beta)}{2n(\cos x + \cos k\beta)} + \sum_{k=1}^{k=n-1} \frac{(-1)^{k+1} \cos^p(k\beta)}{2n(\cos x - \cos k\beta)} \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \frac{\cos^p x \partial x}{\sin(2n x)} &= \frac{(-1)^p \partial(\cos x)}{4n(\cos x + 1)} + \frac{\partial(\cos x)}{4n(\cos x - 1)} \\ &+ \sum_{k=1}^{k=n-1} \frac{(-1)^{p+k} \cos^p(k\beta) \partial(\cos x)}{2n(\cos x + \cos k\beta)} + \sum_{k=1}^{k=n-1} \frac{(-1)^k \cos^p(k\beta) \partial(\cos x)}{2n(\cos x - \cos k\beta)} \end{aligned}$$

Интегрируя это, находимъ

$$\begin{aligned} \int \frac{\cos^p x \partial x}{\sin(2n x)} &= \frac{(-1)^p \log(\cos x + 1)}{4n} + \log(\cos x - 1) \\ &+ \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{k=n-1} (-1)^k \cos^p(k\beta) [(-1)^p \log(\cos x + \cos(k\beta)) + \log(\cos x - \cos k\beta)] + C \end{aligned}$$

Остается интегрировать дифференціалъ

$$\frac{\cos^p x \partial x}{\sin(2n+1)x}$$

Такъ какъ

$$\sin (2n+1)x = F \sin x (\cos^2 x - \cos^2 a) (\cos^2 x - \cos^2 2a) \dots (\cos^2 x - \cos^2 na)$$

гдѣ

$$a = \frac{\pi}{2n+1}$$

то очевидно

$$\begin{aligned} & \int \frac{\cos^p x \, dx}{\sin (2n+1)x} = \\ & = \frac{1}{F} \int \frac{\cos^p x \, d(\cos x)}{(\cos^2 x - 1)(\cos^2 x - \cos^2 a)(\cos^2 x - \cos^2 2a) \dots (\cos^2 x - \cos^2 na)} \end{aligned}$$

И этотъ интегралъ найдется такъ-же какъ предыдущій посредствомъ разложенія на элементарныя дроби приѣмомъ совершенно подобнымъ предыдущему.

21. Дифференциалы обратные съ тѣми, которые мы до сихъ поръ рассматривали, т. е.

$$\frac{\cos (nx) \, dx}{\cos^p x}, \quad \frac{\cos (nx) \, dx}{\sin^p x}, \quad \frac{\sin (nx) \, dx}{\cos^p x}, \quad \frac{\sin (nx) \, dx}{\sin^p x}$$

могутъ быть интегрированы по особымъ формуламъ пониженія. Въ самомъ дѣлѣ, мы знаемъ, что вообще сумма и разность синусовъ и косинусовъ представляется произведеніемъ тригонометрическихъ линій, поэтому имѣемъ

$$\cos (nx) + \cos [(n-2)x] = 2 \cos [(n-1)x] \cos x$$

$$\cos (nx) - \cos [(n-2)x] = -2 \sin [(n-1)x] \sin x$$

$$\sin (nx) + \sin [(n-2)x] = 2 \sin [(n-1)x] \cos x$$

$$\sin (nx) - \sin [(n-2)x] = 2 \cos [(n-1)x] \sin x$$

посредствомъ этого интегралы рассматриваемыхъ дифференціаловъ приводятся къ виду

$$\begin{aligned} \int \frac{\cos (nx) \, dx}{\cos^p x} &= 2 \int \frac{\cos [(n-1)x] \, dx}{\cos^{p-1} x} - \int \frac{\cos [(n-2)x] \, dx}{\cos^p x} \\ \int \frac{\cos (nx) \, dx}{\sin^p x} &= 2 \int \frac{\sin [(n-1)x] \, dx}{\sin^{p-1} x} + \int \frac{\cos [(n-2)x] \, dx}{\sin^p x} \end{aligned}$$

$$\int \frac{\sin (nx) \partial x}{\cos ^p x}=2 \int \frac{\sin [(n-1) x] \partial x}{\cos ^{p-1} x}-\int \frac{\sin [(n-2) x] \partial x}{\cos ^p x}$$

$$\int \frac{\sin (nx) \partial x}{\sin ^p x}=2 \int \frac{\cos [(n-1) x] \partial x}{\sin ^{p-1} x}+\int \frac{\sin [(n-2) x] \partial x}{\sin ^p x}$$

последовательнымъ примѣненіемъ этихъ формулъ данные интегралы упрощаются и приводятся къ интеграламъ вида

$$\int \frac{\partial x}{\sin ^p x} ; \quad \int \frac{\partial x}{\cos ^p x}$$

гдѣ p есть цѣлое положительное число. Чтобы взять первый изъ этихъ интеграловъ умножимъ подынтегральную функцію на единицу представленную въ формѣ $\cos x^2 + \sin^2 x$, тогда найдемъ

$$(8) \quad \int \frac{\partial x}{\sin ^p x}=\int \frac{\partial x}{\sin ^{p-2} x}+\int \frac{\cos ^2 x \partial x}{\sin ^p x}$$

Второй интегралъ возьмемъ по частямъ, для этого напомнимъ

$$\int \frac{\cos ^2 x \partial x}{\sin ^p x}=\frac{-1}{p-1} \int \cos x \partial\left\{\frac{1}{\sin ^{p-1} x}\right\}$$

Интегрируя это по частямъ, имѣемъ

$$\int \frac{\cos ^2 x \partial x}{\sin ^p x}=-\frac{\cos x}{(p-1) \sin ^{p-1} x}-\frac{1}{p-1} \int \frac{\partial x}{\sin ^{p-2} x}$$

поставивъ это въ выраженіе (8), найдемъ

$$\int \frac{\partial x}{\sin ^p x}=\frac{p-2}{p-1} \int \frac{\partial x}{\sin ^{p-2} x}-\frac{\cos x}{(p-1) \sin ^{p-1} x}$$

продолжая пониженіе, мы придемъ къ одному изъ интеграловъ

$$\int \frac{\partial x}{\sin x} \quad \text{или} \quad \int \frac{\partial x}{\sin ^2 x}$$

взять эти интегралы мы умѣемъ (второй берется непосредственно).

Подобнымъ же образомъ найдемъ

$$\int \frac{\partial x}{\cos^n x}$$

гдѣ n цѣлое положительное число. Умноживъ подынтегральную функцію на $\sin^2 x + \cos^2 x$, мы представимъ этотъ интегралъ въ видѣ

$$\int \frac{\partial x}{\cos^n x} = \int \frac{\partial x}{\cos^{n-2} x} + \int \frac{\sin^2 x \partial x}{\cos^n x} \quad (9)$$

но

$$\int \frac{\sin^2 x \partial x}{\cos^n x} = \frac{1}{n-1} \int \sin x \partial \left\{ \frac{1}{\cos^{n-1} x} \right\} = \frac{\sin x}{(n-1) \cos^{n-1} x} - \frac{1}{n-1} \int \frac{\partial x}{\cos^{n-2} x}$$

внося это въ выраженіе (9), имѣемъ

$$\int \frac{\partial x}{\cos^n x} = \frac{n-2}{n-1} \int \frac{\partial x}{\cos^{n-2} x} + \frac{\sin x}{(n-1) \cos^{n-1} x}$$

понижая показатели далѣе, придемъ къ одному изъ такихъ интеграловъ

$$\int \frac{\partial x}{\cos x} \quad \text{или} \quad \int \frac{\partial x}{\cos^2 x}$$

Эти интегралы брать умѣемъ, второй непосредственно представляетъ собою тангенсъ.

Для нахождения интеграловъ вида

$$\int \frac{\cos (px) \partial x}{\cos (nx)}; \quad \int \frac{\sin (px) \partial x}{\cos (nx)}; \quad \int \frac{\cos (px) \partial x}{\sin (nx)}; \quad \int \frac{\sin (px) \partial x}{\sin (nx)}$$

мы для всѣхъ ихъ примемъ одно и тоже новое переменное

$$e^{ix} = u$$

Вводя это переменное, мы преобразуемъ подынтегральныя функціи въ алгебраическія и притомъ раціональной формы.

Въ самомъ дѣлѣ

$$\cos (px) = \frac{e^{ipx} + e^{-ipx}}{2} = \frac{e^{2pix} + 1}{2e^{ipx}} = \frac{1 + u^{2p}}{2u^p}$$

$$\sin (px) = \frac{e^{ipx} - e^{-ipx}}{2i} = \frac{e^{2pix} - 1}{2i e^{ipx}} = \frac{u^{2p} - 1}{2i u^p}$$

точно также

$$\cos (nx) = \frac{1 + u^{2n}}{2u^n}; \quad \sin (nx) = \frac{u^{2n} - 1}{2i u^n}$$

и кромѣ того

$$\partial x = -i \frac{\partial u}{u}$$

Слѣдовательно разсматриваемые интегралы при введеніи этого новаго перемѣннаго принимаютъ видъ

$$\int \frac{\cos (px) \partial x}{\cos (nx)} = -i \int \frac{1 + u^{2p}}{1 + u^{2n}} u^{n-p-1} \partial u$$

$$\int \frac{\sin (px) \partial x}{\cos (nx)} = \int \frac{1 - u^{2p}}{1 + u^{2n}} u^{n-p-1} \partial u$$

$$\int \frac{\cos (px) \partial x}{\sin (nx)} = \int \frac{1 + u^{2p}}{1 - u^{2n}} u^{n-p-1} \partial u$$

$$\int \frac{\sin (px) \partial x}{\sin (nx)} = -i \int \frac{1 - u^{2p}}{1 - u^{2n}} u^{n-p-1} \partial u.$$

Крестьянскій правопорядокъ по трудамъ мѣстныхъ комитетовъ о нуждахъ сельскохозяйственной промышленности.

(Докладъ, прочитанный въ собраніи Кіевского Юридическаго Общества 6 ноября 1904 года).

„Исторія говоритъ властителямъ:—будьте согласны съ вашимъ вѣкомъ, идите съ нимъ вмѣстѣ, по ровнымъ шагамъ; отстанете—онъ васъ покинетъ“...

Жуковский. (Цитир. по Гр. Джаншievу, Эпоха великихъ реформъ, 8 изд. М., 1900, стр. 1).

I.

Образованіе комитетовъ, ихъ составъ и программа занятій.

Свыше сорока лѣтъ прошло съ тѣхъ поръ, какъ русская деревня начала новую жизнь. За это время, обновленная актомъ 19 февраля 1861 года, она должна была уйти далеко впередъ, раскрывъ таившіяся въ ней силы; благосостояніе крестьянской массы должно было подняться. Но протекшіе года показали обратное. Уже въ началѣ послѣдней четверти истекшаго вѣка обнаружился во многихъ мѣстахъ хозяйственный упадокъ сельскаго населенія, а въ послѣдующія десятилѣтія онъ сталъ еще сильнѣе и захватилъ болѣе широкіе районы. Голодъ 1891—92 гг. и рядъ послѣдующихъ неурожаевъ ясно показали это. Съ тѣхъ поръ даже предъ наиболѣе оптимистически настроенными людьми грозно во весь свой ростъ всталъ вопросъ объ обнищаніи деревни.

Вниманіе правительства все это время почти всецѣло отвлечено было фабрично-заводской промышленностью, но и оно не могло за-

крывать глаза на тяжелое положеніе деревни и нѣсколько разъ въ теченіе послѣдняго тридцатилѣтія принималось за изслѣдованіе нуждъ сельскаго хозяйства. Первымъ шагомъ въ этой области является образованіе въ 1872 году Валуевской комиссіи. Это была обширная анкета, которая подвела итогъ 10 годамъ жизни деревни послѣ отмѣны крѣпостного права и отмѣтила тѣ недодѣлки въ Положеніи 19 февраля, которыя задерживали развитіе крестьянскаго хозяйства. Того же на ряду съ общимъ вопросомъ о мѣстномъ управленіи касалась въ 80-хъ годахъ Кахановская комиссія. Она проработала съ 1881 по 1885 годъ, подготовила было цѣльную программу реформы мѣстнаго управленія, но 1 мая 1885 года была закрыта. Крестьянскій вопросъ перешелъ въ канцеляріи министерства внутреннихъ дѣлъ, гдѣ вся реформа сведена была на урѣзку законодательства императора Александра II изданіемъ Положенія о земскихъ начальникахъ 1889 года и земскаго 1890 года. Въ 1894 году, послѣ неурожаевъ 1891—92 годовъ образовано было министерство земледѣлія и новому вѣдомству вѣрено было попеченіе о сельскомъ хозяйствѣ. Это министерство въ томъ же году предприняло опросъ земствъ о нуждахъ деревни. Со своей стороны, министерство внутреннихъ дѣлъ въ 90-хъ годахъ вновь приступило къ пересмотру узаконеній о крестьянахъ и въ 1894 году предложило свою программу на обсужденіе особыхъ губернскихъ комитетовъ. Въ 1897 году для этой цѣли по Высочайшему повелѣнію была учреждена новая особая комиссія при министерствѣ внутреннихъ дѣлъ.

Этотъ длинный рядъ комиссій и другихъ подготовительныхъ мѣръ заканчивается Высочайшимъ повелѣніемъ 22 января 1902 года объ учрежденіи Особаго Совѣщанія о нуждахъ сельскохозяйственной промышленности. Задачей этого совѣщанія поставлено „выясненіе нуждъ сельскохозяйственной промышленности и соображеніе мѣръ, направленныхъ на пользу этой промышленности и связанныхъ съ нею отраслей народнаго труда“. Комиссія организована изъ трехъ министровъ—финансовъ, внутреннихъ дѣлъ и земледѣлія—и другихъ лицъ, по непосредственному избранію Е. И. Величества. Во главѣ, въ качествѣ предсѣдателя, поставленъ тогдашній министръ финансовъ, ст.-секр. Витте.

Но Совѣщаніе съ самаго начала признало свои собственныя силы недостаточными для выясненія нуждъ сельскаго хозяйства и рѣшило прибѣгнуть къ опыту мѣстныхъ людей и учреждений. Въ первомъ же

засѣданіи, открывая Совѣщаніе, председатель его сказалъ, что „въ виду серьезности задачи, возложенной на Совѣщаніе, и той нравственной отвѣтственности, которая ляжетъ на послѣднее за результаты трудовъ его, представлялось-бы цѣлесообразнымъ предложить мѣстнымъ учрежденіямъ и дѣятелямъ представить свои соображенія о нуждахъ сельскохозяйственной промышленности и способахъ ихъ удовлетворенія“. Совѣщаніе согласилось съ мнѣніемъ председателя и признало, что „въ такомъ жизненномъ и важномъ для всей Россіи дѣлѣ, какъ сельское хозяйство, едва-ли цѣлесообразно предпринимать каки-либо мѣры, не спрося мнѣнія тѣхъ, чьи нужды удовлетворить должны эти мѣры, кто ближе стоитъ къ земледѣлію и кому лучше всего извѣстны его слабыя стороны и насущныя требованія“¹⁾.

Такое обращеніе къ „мѣстнымъ людямъ“ не представляется неожиданнымъ. Сознаніе необходимости его при разрѣшеніи важныхъ государственныхъ вопросовъ давно и прочно укоренилось въ умахъ правящихъ сферъ. Въ новѣйшей исторіи первымъ примѣромъ такого обращенія являются дворянскіе комитеты по освобожденію крестьянъ. Правда, въ нѣкоторыхъ изъ этихъ комитетовъ правительство встрѣтило оппозицію своимъ освободительнымъ стремленіямъ. Въ результатѣ центральнымъ петербургскимъ комиссіямъ пришлось самостоятельно разрѣшить многіе вопросы реформы. Но приѣмъ обращенія къ мѣстнымъ силамъ не былъ оставленъ и примѣненіе его становилось все шире. При этомъ прибѣгали къ разнымъ способамъ: то мѣстные люди вызывались въ Петербургъ, и тамъ съ ними разрабатывались вопросы, то запрашивали письменно ихъ мнѣнія, то пользовались для этого существующими земскими и мѣстными административными учрежденіями, въ качествѣ выразителей мѣстныхъ мнѣній и интересовъ.

Особое Совѣщаніе также обратилось къ мѣстнымъ людямъ, но для опроса ихъ прибѣгло къ иному способу, организовавъ особые губернскіе и уѣздные комитеты о нуждахъ сельскохозяйственной промышленности (Выс. утв. 22 марта 1902 г.).

Каковъ же составъ этихъ комитетовъ, кто тѣ мѣстные люди, къ опросу которыхъ прибѣгло Совѣщаніе?

Они различны въ губерніяхъ земскихъ съ дворянскими выборами и тѣхъ губерніяхъ, гдѣ ни земства, ни выборныхъ дворянскихъ долж-

¹⁾ „Вѣстникъ Фин., Пром. и Торг.“, 1902 г., № 13.

ностей нѣтъ. Въ первыхъ губернскіе комитеты составлены подъ председательствомъ губернатора изъ губ. и уѣздн. предводителей дворянства, председатели и члены губери. зем. управы, председателей уѣздн. зем. управъ, управляющихъ каз. палатой и госуд. имуществами, мѣстнаго представителя министерства земледѣлія, председателей сельскохозяйственныхъ обществъ и всѣхъ тѣхъ лицъ, участіе которыхъ будетъ признано полезнымъ губернаторомъ или Особымъ Совѣщаніемъ. Комитеты уѣздные составлены въ этихъ губерніяхъ подъ председательствомъ уѣздн. предводителя дворянства изъ председатели и членовъ земской управы и лицъ, которыхъ найдетъ нужнымъ пригласить председатель. Въ губерніяхъ, гдѣ дворянскіе выборы не производятся и земства до послѣдняго времени не было, въ губернскихъ комитетахъ предводители дворянства выборные замѣнены назначенными, а председатель и члены зем. управъ членомъ губери. по крест. дѣламъ присутствія. Уѣздные же комитеты въ нихъ состоятъ изъ председателя — уѣздн. предв. дворянства, должностныхъ лицъ, указанныхъ губернаторомъ, и частныхъ лицъ, приглашенныхъ уѣздн. предводителемъ.

Какъ видно, въ качествѣ обязательныхъ членовъ, въ составъ комитетовъ вошли, главнымъ образомъ, должностныя лица, изъ сословныхъ представителей одни дворяне, а отъ земства одни председатели и члены управъ, приглашеніе же прочихъ лицъ поставлено въ зависимость отъ усмотрѣнія председателей. Такой составъ нельзя признать удовлетворительнымъ.

Учреждая комитеты, Совѣщаніе ставило себѣ цѣлью опросъ, между прочимъ, тѣхъ лицъ, чьи нужды оно должно удовлетворить. Такими лицами раньше всего и главнымъ образомъ являются крестьяне. Естественно было видѣть въ комитетахъ правильно организованное представительство отъ крестьянскаго населенія. На самомъ же дѣлѣ крестьяне лишь случайно попадали въ комитеты. Если председатели нѣкоторыхъ комитетовъ приглашали ихъ, то другими они были совершенно обойдены. Въ Ямдольскомъ, напр., комитетѣ Подольской губ. председатель призналъ настоящими представителями крестьянъ не ихъ самихъ, а мировыхъ посредниковъ, такъ какъ крестьяне „народъ грубый, неразвитой и ничѣмъ помочь не могутъ“. Председатель Одесскаго комитета представителями крестьянскихъ интересовъ призналъ землевладѣльцевъ, которые „прекрасно знаютъ всѣ нужды крестьянъ и лучше, чѣмъ сами они, понимаютъ, что нужно сдѣлать, чтобы улучшить крестьянскій бытъ“.

Правда, наша крестьянская масса стоитъ еще на такой низкой ступени развитія, что, дѣйствительно, не всегда понимаетъ свои собственные интересы, но во многихъ случаяхъ комитеты могли бы услышать не мало поучительнаго изъ устъ самыхъ крестьянъ, какъ это и было на самомъ дѣлѣ въ тѣхъ случаяхъ, когда крестьянскіе представители принимали участіе въ комитетахъ. Благодаря же отсутствію ихъ, резолюціи нѣкоторыхъ комитетовъ получили яркую окраску классовыхъ помѣщичьихъ тенденцій. Требованіе процессуальныхъ облегченій для преслѣдованія аграрныхъ преступленій, усиленіе наказаній за потравы, порубки и неисполненіе договоровъ рабочаго найма, мѣры противъ буйства, своеволія рабочихъ и трудности достать ихъ—вотъ въ какомъ смыслѣ поняты были подчасъ всѣ нужды сельскохозяйственной промышленности.

Еще болѣе непонятнымъ является непривлеченіе къ работѣ въ комитетахъ земствъ, т. е. земскихъ собраній. Учреждая комитеты, Совѣщаніе желало воспользоваться опытомъ и знаніемъ тѣхъ, „кто близко стоитъ къ земледѣлію и кому лучше всего извѣстны его слабыя стороны и насущныя требованія“. Такими людьми по всей справедливости могутъ быть признаны члены земскихъ собраній, между тѣмъ Совѣщаніе совершенно обошло ихъ, устанавливая обязательный составъ комитетовъ. Оно мотивировало это тѣмъ, что земства уже были запрошены о нуждахъ сельскаго хозяйства въ 1894 году министерствомъ земледѣлія и дали отвѣты въ 1894—98 годахъ, т. е. всего три года тому назадъ. За это время ни мѣстныхъ хозяйственныхъ условій, ни самыя взгляды земскихъ дѣятелей на нихъ измѣниться не могли. Между тѣмъ опросъ земствъ связанъ съ большою провололочкой. Какъ показалъ опытъ министерства земледѣлія, отвѣты земствъ даны были лишь черезъ четыре года.

Эти соображенія встрѣтили возраженія въ средѣ комитетовъ. По словамъ члена Тверскаго у. комитета Унковскаго, „отвѣты земствъ 1894 года теперь уже значительно устарѣли. Съ одной стороны, въ хозяйствѣ, особенно крестьянскомъ, за это время произошли серьезныя и глубокія измѣненія, требующія и новыхъ мѣръ, а съ другой—земства послѣ 1894 года-то и начали усиленно заниматься подъемомъ экономическаго положенія, тратя на это съ каждымъ годомъ все большія суммы, и получили за это время драгоцѣнный опытъ и соорудили цѣлую сложную экономическую организацію, которая могла-бы

очень помочь правительству въ рѣшеніи этихъ вопросовъ“¹⁾. То же высказано было нѣкоторыми членами комитетовъ въ Курской, Саратовской и др. губерніяхъ. Еще менѣе основателенъ второй мотивъ, т. е. опасеніе проволоочки. Не говоримъ уже о томъ, что и комитеты далеко не такъ быстро справились со своей задачей. Назначенный сперва семимѣсячный срокъ—съ 22 марта по 15 октября 1902 года—продленъ былъ потомъ до 1 февраля 1903 года, а на самомъ дѣлѣ лишь къ августу 1903 года въ Петербургѣ получены были труды всѣхъ комитетовъ. Но, если земства недавно разобрались въ нуждахъ сельскаго хозяйства, то на этотъ разъ они гораздо скорѣе могли отвѣтить на вопросы Совѣщанія, нежели кто-либо другой. Въ дѣйствительности такъ и было, и цѣлый рядъ комитетовъ, застигнутыхъ въ расплохъ вопросными пунктами Совѣщанія, сразу же прибѣгъ къ помощи земскихъ дѣятелей. Претензіи земцевъ шли, можетъ быть, слишкомъ далеко, они требовали передачи всего дѣла въ руки земскихъ собраний, вмѣсто особыхъ комитетовъ. Это врядъ-ли было бы цѣлесообразно, такъ какъ земскія собранія навѣрное не привлекли бы къ нему той массы самыхъ различныхъ лицъ, которые вошли во многіе комитеты. Но нельзя не пожалѣть, что Совѣщаніе не пригласило въ качествѣ обязательныхъ членовъ комитетовъ значительнаго числа представителей земскихъ собраний, которые говорили бы отъ имени собраний. Безъ этого участіе земства могло быть лишь случайнымъ и бессистемнымъ, завися отъ усмотрѣнія губернаторовъ и уѣздн. руководителей дворянства.

Если, несмотря на все указанное, составъ комитетовъ все таки вышелъ очень разностороннимъ, то это объясняется тѣмъ, что комитеты широко воспользовались правомъ предсѣдателей приглашать „всѣхъ лицъ, участіе коихъ будетъ признано ими полезнымъ“. Выше мы упомянули о приглашеніи крестьянъ, пользуясь той же оговоркой огромное число комитетовъ пригласило въ составъ членовъ всѣхъ гласныхъ земскихъ собраний. Жизнь сама ввела въ комитеты тѣхъ людей, отъ знаній и жизненнаго опыта которыхъ такъ упорно отказалось Совѣщаніе. Благодаря этому работа комитетовъ вышла очень плодотворной и далекой отъ формальныхъ отвѣтовъ на поставленные вопросы. Благодаря этому нигдѣ почти комитеты не закрыли глаза

¹⁾ Труды Мѣстныхъ Комитетовъ. Тверская губ., стр. 459.

на тяжелое положеніе сельскаго населенія, и лишь мѣстами прозвучала чиновничья формула: „все обстоитъ благополучно“. Въ большинствѣ же случаевъ комитеты съ удивительнымъ единодушіемъ засвидѣтельствовали о крайне тяжеломъ положеніи деревни и вскрыли длинный рядъ явъ, подтачивающихъ ея силы и коренящихся въ самыхъ основахъ правовой и экономической жизни крестьянъ.

Я такъ подробно остановился на личномъ составѣ комитетовъ потому, что имъ опредѣлился характеръ ихъ работъ. Другой не менѣе важный вопросъ вѣшной исторіи комитетовъ касается программы для этихъ работъ, выработанной Особымъ Совѣщаніемъ. Вопросъ приобрѣлъ нѣкоторую остроту, такъ какъ задачи комитетовъ и тѣ рамки, въ которыхъ не должна была выходить работа ихъ, были различно поняты Совѣщаніемъ и въ особенности предсѣдателями комитетовъ, съ одной стороны, и большинствомъ членовъ, съ другой.

Задача Совѣщанія состоятъ въ выясненіи нуждъ сельскохозяйственной промышленности. Этимъ и должна была опредѣлиться программа работы созданныхъ имъ комитетовъ.

Первый, естественный вопросъ этой программы—это вопросъ о томъ, чьи же нужды имѣются въ виду въ данномъ случаѣ. На этотъ счетъ опредѣленно высказался во вступительной рѣчи предсѣдатель Совѣщанія, и разногласій по этому поводу не возникло. „Совѣщаніе, сказалъ Витте, должно изслѣдовать нужды и потребности сельскохозяйственной промышленности во всей ихъ совокупности, не дѣлая никакого различія между отдѣльными группами занимающагося земледѣльческимъ промысломъ населенія, и, слѣд., наряду съ заботами объ улучшеніи сельскохозяйственныхъ условій на частновладѣльческихъ земляхъ, оно въ той же мѣрѣ должно войти въ разсмотрѣніе и хозяйственныхъ нуждъ крестьянства, численность котораго достигаетъ почти $\frac{1}{5}$ всего населенія Евр. Россіи и которое собираетъ на своихъ и арендуемыхъ имъ земляхъ болѣе $\frac{2}{3}$ всего производимаго Россіей хлѣба“¹⁾. Конецъ этой фразы ясно показываетъ, что вопросъ о нуждахъ сельскаго хозяйства есть, главнымъ образомъ, вопросъ крестьянскій. Такъ онъ и поставленъ былъ почти всѣми комитетами; исключенія очень рѣдки. Большинство комитетовъ только еще рѣзче подчеркнуло этотъ основной характеръ задачи Совѣщанія.

¹⁾ „Вѣст. Фин., Пром. и Торг.“, 1902 г., № 13.

Болѣ спорнымъ оказался вопросъ о предѣлахъ программы. По этому поводу Совѣщаніе не дало комитетамъ ясныхъ указаній. 12 мая 1902 года Выс. утверждена была программа ихъ работъ, состоящая изъ 27 пунктовъ¹⁾. Главная часть ея касается исключительно техники сельскаго хозяйства и специальныхъ экономическихъ сельскохозяйственныхъ вопросовъ. Нѣсколько пунктовъ затрагиваютъ юридическія и административныя стороны крестьянской жизни, но это опять таки узкіе, специальные вопросы: объ охранѣ сельскохозяйственной собственности, облегченіи обмѣна земельныхъ участковъ для устраненія череполосности, пересмотръ законодательства объ арендахъ, привлеченіе сельскихъ обществъ къ расходамъ по выселенію прироста населенія. Рядъ пунктовъ посвященъ хлѣбной торговлѣ, дорожному дѣлу, тарифамъ и передвиженію сельскохозяйственныхъ рабочихъ. Вотъ программа, которой должны были держаться комитеты. Но сами составители ея понимали, что въ эти пункты не укладываются нужды сельскаго хозяйства.

Изъ протоколовъ первыхъ засѣданій Совѣщанія²⁾ видно, что, по признанію его предсѣдателя: „съ сельскимъ хозяйствомъ прямо или косвенно связаны всѣ почти стороны государственной жизни“..., и потому, „конечно, Совѣщанію въ его сужденіяхъ неизбѣжно придется касаться вопросовъ общегосударственнаго характера“. Но далѣе Витте значительно суживаетъ задачу. „Совѣщанію, говоритъ онъ, едва-ли возможно брать на себя выполнение задачи въ столь широкомъ объемѣ, такъ какъ слишкомъ широкая постановка дѣла можетъ свести его съ практическаго пути, затянуть работу на многіе годы“. Поэтому, по мнѣнію Витте, „прямая и непосредственная задача Совѣщанія должна заключаться въ выясненіи ближайшихъ нуждъ сельскохозяйственной промышленности и мѣръ, непосредственно направленныхъ на пользу ея“.

Противъ такого суженія программы высказался министръ земледѣлія Ермоловъ. „Программа, по его словамъ, должна обнимать весь кругъ подвѣдомственныхъ вопросовъ. Кругъ же этотъ въ виду... первостепеннаго значенія сельскохозяйственной промышленности, какъ кореннаго занятія населенія Россіи и основы народнаго благосостоянія, затрагиваетъ всѣ почти стороны государственной жизни“. Все это и должно войти въ программу работъ Совѣщанія и комитетовъ.

¹⁾ „Вѣстн. Фин., Пром. и Торг.“, 1902 г., № 20.

²⁾ „Вѣстн. Фин., Пром. и Торг.“, 1902 г., № 13.

только вопросы должны быть распределены по категоріямъ, съ раздѣленіемъ болѣе общихъ и болѣе специальныхъ сельскохозяйственныхъ.

Съ такой широкой постановкой вопроса не согласился; однако, министръ внутреннихъ дѣлъ. По его мнѣнію, „разсмотрѣніе вопросовъ общегосударственнаго характера, такъ или иначе связанныхъ съ нуждами сельскаго хозяйства, не можетъ идти далѣе тѣхъ предѣловъ, которые намѣчены были предсѣдателемъ. Многіе изъ этихъ вопросовъ, имѣющіе весьма существенное значеніе для сельскохозяйственной промышленности, не должны, однако, разрѣшаться исключительно съ точки зрѣнія однихъ только интересовъ сельскаго хозяйства. Поэтому онъ не считаетъ входящимъ въ задачи Совѣщанія окончательное направленіе и разрѣшеніе подобныхъ общегосударственныхъ вопросовъ. Оно принадлежитъ соответственнымъ вѣдомствамъ“.

Не подлежитъ спору замѣчаніе министра внутреннихъ дѣлъ, что общегосударственные вопросы не могутъ разрѣшаться съ точки зрѣнія интересовъ одного сельскаго хозяйства. Но это отнюдь не основаніе исключать ихъ изъ программы Совѣщанія и созданныхъ имъ комитетовъ. Рѣчь идетъ о нуждахъ сельскаго хозяйства—ясно что при этомъ должны быть подняты всѣ вопросы, связанные съ этими нуждами, какъ бы широки они ни были. Единственнымъ критеріемъ того, относится или нѣтъ къ задачамъ Совѣщанія тотъ или другой вопросъ, долженъ былъ служить не специальный или общегосударственный характеръ его, а то, зависитъ отъ него сельское хозяйство или нѣтъ.

Совѣщаніе, однако, пришло къ иному рѣшенію и признало, что задача его состоитъ въ разсмотрѣніи вопросовъ, лишь непосредственно связанныхъ съ сельскимъ хозяйствомъ. Въ результатѣ всѣ общегосударственные вопросы, даже такіе тѣсно связанные съ сельскимъ хозяйствомъ, какъ вопросы о правовомъ устройствѣ крестьянъ, о податномъ бремені, лежащемъ на нихъ, и много другихъ, совершенно не вошли въ программу, преподанную для работъ комитетовъ.

Послѣдствіемъ было то же, что мы видѣли въ составѣ комитетовъ—большинство ихъ вышло далеко за предѣлы программы. Этотъ выходъ какъ бы указанъ былъ самимъ Совѣщаніемъ. Въ постановленіи объ учрежденіи комитетовъ сказано, что программа не должна стѣснять ихъ. Имъ предоставлено было право не ограничиваться этой программой и, смотря по ходу дѣлъ, пополнять ея пробѣлы. Для той же цѣли комитетамъ вѣдѣть съ 27 пунктами программы постав-

ленъ былъ и общій вопросъ о нуждахъ сельскохозяйственной промышленности, предоставившій имъ въ сущности полный просторъ въ изложеніи своихъ взглядовъ.

Но, вслѣдствіе неясности указаній Совѣщанія, этотъ просторъ былъ понятъ крайне различно отдѣльными предсѣдателями комитетовъ, отъ которыхъ зависѣло допущеніе къ обсужденію того или другого вопроса. Тогда какъ одни поняли его правильно и достаточно широко, другіе не допускали къ преніямъ ничего, кромѣ включеннаго въ 27 пунктовъ. На этой почвѣ возникъ цѣлый рядъ конфликтовъ. Просматривая томъ за томомъ труды комитетовъ, вездѣ натакиваешься на эту борьбу. Жизнь голосами видныхъ и свѣдущихъ людей старалась направить работу на обсужденіе коренныхъ нуждъ деревни, каковы: народное невѣжество, излишняя административная опека, отсутствіе правильнаго управленія, суда и законности, господство произвола, стѣсненіе личной и общественной самодѣтельности, неравномерное распредѣленіе налогового бремени, чрезмерное покровительство промышленности въ ущербъ земледѣлію. А предсѣдатели комитетовъ, въ лицѣ губернаторовъ и уѣздныхъ предводителей дворянства, старались направить эту работу по руслу почти исключительно спеціальныхъ, чуть-ли не техническихъ вопросовъ сельскаго хозяйства. На это раздавались повсемѣстно возраженія, въ родѣ замѣчанія, что „частныя мѣропріятія, техническія, агрономическія и т. п. сами по себѣ весьма благожелательныя, разумныя и, повидимому, цѣлесообразныя, но не рассчитанныя на устраненіе причинъ, вызывающихъ тѣ или иные неблагопріятныя явленія, окажутся палліативами, примѣненіе которыхъ, въ концѣ концовъ, разочаруетъ самихъ авторовъ такихъ мѣропріятій, а въ населеніи, кромѣ того, укрѣпитъ и разовьетъ горькое чувство недовѣрія къ заботамъ о его благѣ“¹⁾.

Подъ вліяніемъ этихъ возраженій въ большинствѣ случаевъ рамки программы пришлось расширить, но много было такихъ комитетовъ, гдѣ эти требованія жизни не были выслушаны. Послѣдствіемъ этого было то, что цѣлыя группы приглашенныхъ членовъ отказались отъ участія въ комитетахъ, масса докладовъ не была прочитана и обсуждена.

Вопросомъ, въ которомъ почти всѣ комитеты принуждены были выйти за предѣлы программы, является вопросъ о крестьянскомъ пра-

¹⁾ Сборникъ статей „Нужды деревни“, т. I, Спб. 1904, стр. 42

вопорядкѣ. Комитеты при этомъ подробно мотивировали, почему они не могли не остановиться на немъ, почему наряду съ крестьянскимъ малоземельемъ, сѣвооборотами, они много вниманія удѣлили такимъ совѣтамъ не сельскохозяйственнымъ институтамъ, какъ волостной судъ, обычное право, тѣлесное наказаніе, земскіе начальники и т. п. Вездѣ ясно выражено убѣжденіе, что безъ устраненія стѣснительныхъ правовыхъ условій и коренныхъ измѣненій въ этой области невозможно проявленіе никакой хозяйственной предпримчивости, этого основного условія улучшенія земледѣльческой культуры. „Успѣхъ или неудача всякаго предпріятія, въ томъ числѣ и земледѣльческаго, зависитъ, прежде всего отъ личныхъ качествъ самого человѣка, занятаго даннымъ промысломъ“, говорится въ трудахъ Балашевскаго у. комитета Саратовской губ. „Хозяйственная дѣятельность требуетъ, прежде всего, самостоятельности... спокойная и устойчивая работа въ области сельскаго хозяйства возможна лишь при полной увѣренности въ завтрашнемъ днѣ, при гарантіи отъ всевозможныхъ внѣшнихъ воздѣйствій“, читаемъ въ трудахъ Тульской губерніи. Между тѣмъ всякая самостоятельность убивается современными условіями крестьянской правовой жизни. Эта мысль красной нитью проходитъ черезъ труды комитетовъ, несмотря на различіе мѣстныхъ условій и состава мѣстныхъ людей. Различныя варьяціи ея можно было бы цитировать безъ конца.

Изложеніе взглядовъ комитетовъ на правовыя условія деревенской жизни и есть задача этой работы.

Матеріаломъ служатъ труды отдѣльных мѣстныхъ комитетовъ, сведенные по губерніямъ Европейской Россіи въ 49 томахъ и оффиціальная сводная работа А. А. Риттиха „Крестьянскій правопорядокъ“ (Спб. 1904).

II.

Административная опека и гнетъ сельскихъ обществъ.

„Осѣни себя крестнымъ знаменіемъ, православный народъ, и призови съ Нами Божіе благословеніе на твой свободный трудъ, залогъ твоего домашняго благополучія и блага общественнаго“—вотъ золотыя слова манифеста 19 февраля 1861 года. Въ свободномъ трудѣ дѣдъ нашего Государя видѣлъ основу благополучія крестьянина. Но эти слова забыты позднѣйшимъ законодательствомъ. Начиная съ 80-хъ годовъ, оно вступило на путь самой мелочной опеки надъ крестьянами и въ самыхъ широкихъ размѣрахъ возстановило „попечительный режимъ полицейскаго государства“¹⁾. Результатомъ этого явилось исчезновеніе законности, мѣсто которой заняли административное усмотрѣніе и произволъ.

Жалобами на это наполнены труды мѣстныхъ комитетовъ. Въ ней большинство ихъ видитъ коренную причину упадка нашего сельскаго хозяйства. „Самодѣтельности и почину крестьянина, говорится въ запискѣ крестьянина Волкова въ Суджанскомъ у. комитетѣ Курской губ., негдѣ проявиться: даже въ распоряженіи своими мірскими дѣлами, въ распоряженіи денежными суммами, въ распоряженіи личнымъ имуществомъ и т. п., въ пользованіи своей надѣльной землей крестьяне связаны по рукамъ и ногамъ административной опекой; даже о нравственности крестьянина призваны заботиться должностныя

¹⁾ Сборникъ статей „Нужды деревни“, т. I, Спб. 1904, стр. 49.

лица, не говоря уже о томъ, что такія явленія, какъ семейные раздѣлы и уходъ членовъ семьи на сторону, подлежатъ контролю. При такихъ условіяхъ нельзя и думать о свободномъ развитіи крестьянской личности, а вмѣстѣ съ тѣмъ и о подъемѣ хозяйственной дѣятельности крестьянина... деревня стоитъ на пути положительнаго обнищанія и разоренія, а лучшія силы деревни бѣгутъ изъ нея“¹⁾. „Какое можетъ быть возбужденіе самодѣтельности, читаемъ въ трудахъ Вятской губ., если крестьянинъ, хотя, быть можетъ, и не вполне ясно сознаетъ, но во всякомъ случаѣ чувствуетъ себя въ роли малаго неразумнаго ребенка, чуть ли не каждый шагъ котораго подлежитъ контролю многочисленнаго начальства“. Землевладѣлецъ Харьковской губ. Грищенко говоритъ: „вѣдь поставьте, господа, себя мысленно въ положеніе крестьянъ. Вообразите, что надъ вами установлена въ видахъ, положимъ, вашей собственной пользы та же опека, что и надъ крестьянами..., что каждый шагъ въ вашей личной жизни для своей легальности долженъ поступить на благовоззрѣніе какого-либо начальства, допустите все это, и вамъ, навѣрное, жутко станетъ“²⁾. „Мы привыкли полагать, сказалъ одинъ членъ Стерлитамакского у. комитета Уфимской губ., что въ опекѣ пуждаются ребенокъ и сумасшедшій... едва-ли русскій крестьянинъ ребенокъ или сумасшедшій. Въ настоящее время поставлены вопросы о поднятіи благосостоянія. По моему, благосостояніе населенія покоится на полной свободѣ личности и труда“³⁾.

Высказываясь отрицательно по вопросу объ административной опекѣ, комитеты главное вниманіе обратили на Положеніе о земскихъ начальникахъ 12 іюля 1889 года, справедливо видя въ этомъ институтѣ главное содержаніе отвлеченнаго понятія административной опеки. Для нѣкоторыхъ комитетовъ земскіе начальники являются олицетвореніемъ всей этой опеки. „Административная опека“, говорится въ запискѣ Волоцкаго въ Вологодскій у. комитетъ,—но, вѣдь, это и есть „близкая въ народу власть земскаго начальника“⁴⁾.

¹⁾ Тр. М. К., Курскан губ., стр. 651.

²⁾ Тр., М. К., Харьковская губ., стр. 395.

³⁾ Тр. М. К., Уфимская губ., стр. 269.

⁴⁾ Тр. М. К., Вологодская губ., стр. 130.

Когда еще въ началѣ 80-хъ годовъ въ трудахъ Кахановской комиссіи впервые возникла мысль объ учрежденіи земскихъ начальниковъ, какъ власти, близкой къ населенію и попечительной, которой облакались бы „лучшіе“ люди, большинство комиссіи высказалось противъ такой власти. Оно предсказывало, что „въ результатѣ предлагаемой реформы оказался-бы такой произволъ на мѣстахъ, отъ котораго только и оставалось бы бѣжать изъ уѣзда тѣмъ, кто въ немъ еще остается, не говоря о положеніи, въ которомъ могли-бы очутиться крестьяне“ ¹⁾. Труды мѣстныхъ комитетовъ показали, что это предсказаніе было вполне основательно.

Земскій начальникъ, по мнѣнію законодателя, долженъ былъ явиться „блюстителемъ права“ въ деревнѣ, но вслѣдствіе безконтрольности его власти и огромнымъ полномочіямъ получилась „власть, которой, по замѣчанію кн. Волконскаго въ Данковскомъ у. комитетѣ Рязанской губ., очень легко нарушить любое право, но защитить отъ правонарушенія почти невозможно. Не такая власть способна воспитать въ населеніи чувство уваженія къ закону“ ²⁾.

Земскій начальникъ долженъ заботиться о матеріальномъ улучшеніи крестьянскаго быта. Но комитеты указываютъ, что онъ не въ состояніи справиться съ этой сложной задачей. Отношеніе къ ней формальное вслѣдствіе трудности разобраться во всѣхъ подробностяхъ хозяйственныхъ нуждъ населенія и множества другого дѣла, возложеннаго на земскихъ начальниковъ ³⁾. Къ тому же, какъ на это указываетъ Константиноградскій у. комитетъ Полтавской губ., „самый составъ земскихъ начальниковъ, состоящій или изъ помѣщиковъ, вынужденныхъ итти на службу, вслѣдствіе плохого веденія собственнаго хозяйства, или изъ отставныхъ военныхъ и чинowników, не былъ приспособленъ къ руководству крестьянами въ дѣлѣ улучшенія способовъ и приемовъ веденія ихъ хозяйства“ ⁴⁾.

Въ лицѣ земскаго начальника, далѣе, объединена власть административная и судебная. Это, по мнѣнію комитетовъ, является рѣз-

¹⁾ Сборникъ статей „Нужды деревни“. т. I, Спб. 1904, стр. 44.

²⁾ Тр. М. К., Рязанская губ., стр. 165.

³⁾ Тр. М. К., Новгородская губ., стр. 152 и сл.

⁴⁾ Тр. М. К., Полтавская губ., стр. 293.

нимъ нарушеніемъ духа Судебныхъ уставовъ 20 ноября 1864 года и естественно приводитъ къ крайней спутанности отношеній. Эта власть проникаетъ во всѣ стороны общественной жизни крестьянина и всюду вноситъ нарушеніе принциповъ самоуправленія и законности, замѣняя ихъ принципомъ усмотрѣнія. Земскій начальникъ, напр., утверждаетъ постановленія сельскихъ сходовъ. Это, по словамъ 19 членовъ Московскаго губ. комитета, привело къ тому, что „въ настоящее время ни одинъ сколько-нибудь важный приговоръ не получаетъ силы, пока онъ не рассмотрѣнъ земскимъ начальникомъ“ ¹⁾. Но земскій начальникъ и только утверждаетъ приговоры, на практикѣ онъ оказываетъ давленіе на членовъ схода, склоняя ихъ къ желательному ему рѣшенію. „Это, по словамъ записки Португалова въ Сарапульскій у. комитетъ Вятской губ., лишило сельскіе сходы всякой самостоятельности, приговоры ихъ составляются далеко не по доброй волѣ, желанія не парализуются усиленнымъ контролемъ, подчасъ приговоры диктуются, а тѣ, которые для крестьянъ желательны, не получаютъ утвержденія“ ²⁾. „Какой же можетъ быть сельскій или волостной судъ съ задачами самоуправленія, говорятъ редакціонная коммиссія Лохвицкаго у. комитета Полтавской губ., когда за спиной этого схода, а часто и на самомъ сходѣ, стоитъ лицо, обладающее властью надъ участниками схода“ ³⁾. Насколько попечительна при этомъ власть земскаго начальника, видно изъ заявленія въ одномъ комитетѣ Уфимской губ., что „не только на сходахъ, но собравшихся у заваленки, крестьяне часто прерываютъ свои разговоры и разбѣгаются при появленіи тройки съ земскимъ начальникомъ“ ⁴⁾.

Избраніе крестьянскихъ должностныхъ лицъ также подчинено надзору земскихъ начальниковъ. Вслѣдствіе этого, по словамъ у. члена окр. суда Желѣзнова въ Малыжскомъ у. комитетѣ Вятской губ., власти въ крестьянской средѣ являются выборными только по названію и въ такой мѣрѣ зависимы, что не могутъ и думать о защитѣ интересовъ своихъ обществъ“ ⁵⁾.

¹⁾ Тр. М. К., Московская губ., стр. 22.

²⁾ Тр. М. К., Вятская губ., стр. 601.

³⁾ Тр. М. К., Полтавская губ., стр. 568.

⁴⁾ Тр. М. К., Уфимская губ., стр. 256.

⁵⁾ Тр. М. К., Вятская губ., стр. 416.

Волостной судъ также подчиненъ земскому начальнику. Этотъ судъ и самъ по себѣ неудовлетворителенъ, но, поставленный въ зависимость отъ земскаго начальника, имѣющаго право подвергать судей административнымъ взысканіямъ, онъ сталъ, по словамъ Плеваго въ Козловскомъ у. комитетѣ Тамбовской губ., „покорнымъ слугою худшихъ, склонныхъ къ деспотизму, представителей названнаго института“¹⁾.

Съ осужденіемъ останавливаются комитеты и на 61 и 62 ст. Полож. о зем. нач., которыя предоставляютъ земскому начальнику право налагать административныя взысканія „безъ всякаго формальнаго производства“ на крестьянъ въ случаѣ „неисполненія его законныхъ распоряженій и требованій, а на должностныхъ лицъ и въ случаѣ „маловажныхъ проступковъ“. Комитеты отвергаютъ самый принципъ вѣйсудебнаго наказанія и указываютъ на крайнюю неясность такихъ терминовъ, какъ „неисполненіе законныхъ требованій“—и „маловажные проступки“. Городской судья Тихвинскаго у. Новгородской губ. Бѣлякъ говорить по этому поводу въ своемъ докладѣ: „общепризнанными аксіомами при примѣненіи уголовныхъ законовъ являются положенія, что вѣтъ преступленія, а слѣд., и примѣненія наказанія, гдѣ вѣтъ соотвѣтственнаго запретительнаго закона (1 ст. Уст. угол. суд.). Эти правила и примѣняются по отношенію ко всѣмъ гражданамъ, за исключеніемъ крестьянъ“... крестьяне же „могутъ быть подвергнуты со стороны земскихъ начальниковъ и своихъ крестьянскихъ властей наказанію безъ суда, и притомъ за такіе дѣянія, которыя весьма неопредѣленно означены словами: „маловажные проступки“, „неисполненіе законныхъ требованій и распоряженій“, подъ каковыя опредѣленія можно подвести и такіа дѣйствія, которыя не заключаютъ въ себѣ ничего преступнаго и въ отношеніи другихъ сословій вовсе пенаказуемы“²⁾. При такомъ широкомъ правѣ наказаній примѣненіе ихъ находитъ въ исключительной зависимости отъ субъективнаго воззрѣнія лицъ, входящихъ въ составъ земскихъ начальниковъ. Подтвержденіемъ можетъ служить слѣдующая справка о числѣ штрафовъ и арестовъ, наложенныхъ по 61 ст. земскими на-

¹⁾ Тр. М. К., Тамбовская губ., стр. 270.

²⁾ Тр. М. К., Новгородская губ., стр. 385—386.

чальниками двухъ участковъ Елецкаго у. Орловской губ., приведенная въ докладѣ юридической комиссіи Елецкаго у. комитета:

Годы.	Въ одномъ участкѣ.		Въ другомъ участкѣ.	
	Штрафовъ.	Арестовъ.	Штрафовъ.	Арестовъ.
1893	132	39	9	10
1894	136	34	—	48
1896	131	26	—	—
1897	3	—	1	6
1898	—	1	—	1
1899	5	133	—	—
1900	836	63	—	—
1901	846	16	1	—

„Вышеприведенный примѣръ, говоритъ докладъ, будетъ еще убѣдительнѣе, если принять во вниманіе, что въ концѣ 1899 года въ одномъ участкѣ произошла смѣна земскаго начальника, лица съ спеціальнымъ юридическимъ образованіемъ. Со вступленіемъ новаго земскаго начальника—не юриста, число лицъ, подвергнутыхъ штрафу въ порядкѣ 61 ст. Пол. о зем. нач., сразу возросло больше, чѣмъ въ 167 разъ сравнительно съ предшествующимъ годомъ“¹⁾.

Въ трудахъ Самарскаго у. комитета говорится, что 61 ст. даетъ земскимъ начальникамъ право налагать взысканія не только на отдѣльныхъ крестьянъ, но и „на цѣлыя группы ихъ, хотя бы за нарушеніе запрещенія писать прошенія, какъ мы недавно читали въ опубликованномъ сенатскомъ рѣшеніи, или за нежеланіе подчиниться рѣшенію чисто хозяйственныхъ дѣйствій (передѣла, найма пастуха, сдачи земли въ аренду и др. п.“²⁾. До какого разгула доходитъ произволъ земскихъ начальниковъ, показываетъ слѣдующій примѣръ, сообщаемый въ трудахъ Балахнинскаго у. комитета Нижегородской губ.: „Однажды земскій начальникъ подвергъ аресту цѣлый сходъ, состоя-

¹⁾ Тр. М. К., Орловская губ., стр. 495.

²⁾ Тр. М. К., Самарская губ., стр. 117—118.

цій изъ нѣсколькихъ сотъ человѣкъ, только потому, что общество не уплатило въ срокъ назначенной имъ повинности. Это постановленіе случайно дошло до губернскаго присутствія, такъ какъ мѣстныя власти затруднились найти помѣщеніе для такого количества заарестованныхъ сразу людей, а поэтому приговоръ этотъ былъ доведенъ до сената, который его и отмѣнилъ. Замѣтьте, что это было въ горячую пору лѣтнихъ работъ¹⁾.

Вообще вся система административныхъ взысканій крестьянъ представляетъ рѣдкое отрицаніе началъ личной неприкосновенности. Цитированный уже нами тихвинскій городской судья Бѣлякъ говорить по этому поводу: „Ни исправникъ, ни губернаторъ, ни министръ не имѣютъ права безъ суда, своею властью подвергнуть аресту или штрафу дворянина, купца или вообще городского жителя. Но картина сейчасъ мѣняется, какъ только власти начинаютъ дѣйствовать въ крестьянской средѣ, въ деревнѣ... Какъ слѣдствіе такого подчиненнаго по закону положенія крестьянъ... является приниженность личности крестьянина не только въ официальныхъ, но и въ бытовыхъ отношеніяхъ. Не только прямые начальники крестьянъ, но вообще каждый чиновникъ или подобіе чиновника, въ видѣ помощника волостного писаря, по твердо укоренившемуся обычаю, считаетъ себя въ отношеніи крестьянъ начальникомъ, обращается съ ними на „ты“ вообще позволяетъ себѣ всякія грубости“²⁾. Онъ указываетъ даже на любопытную попытку узаконить такое грубое обращеніе. „При введеніи законоположеній 12 іюля 1889 года земскіе начальники Екатеринбургской губерніи въ особомъ собраніи постановили въ сношеніяхъ съ подчиненными и непривилегированными лицами употреблять второе лицо единственнаго числа, т. е., „ты“ вмѣсто „вы““³⁾.

Указывая всѣ эти ненормальности, выше ста комитетовъ высказалось за необходимость облегчить административную опеку надъ крестьянами, поднять ихъ личность, расширить самостоятельность и устроить или, по крайней мѣрѣ, слѣзуть въ высудебныя взысканія, замѣнивъ ихъ общимъ для всѣхъ другихъ сословій наказаніемъ по суду. При этомъ нѣкоторые комитеты не рѣшаются совершенно отмѣнить институтъ земскихъ чиновниковъ и требуютъ лишь отдѣленія адми-

¹⁾ Тр. М. К., Нижегородская губ., стр. 230.

²⁾ Тр. М. К., Новгородская губ., стр. 382—383.

³⁾ Тамъ же.

нистративныхъ функцій отъ судебныхъ, соединенныхъ въ этой должности, и передачи послѣднихъ общимъ судамъ. Тогда земскіе начальники явятся исключительно административными крестьянскими чиновниками. Составъ ихъ, кромѣ того, долженъ быть улучшенъ, и сфера административнаго надзора и воздѣйствій значительно ограничена.

Но цѣлый рядъ комитетовъ считаетъ, что особая должность земскаго начальника совершенно не нужна и подлежитъ упраздненію. Его административныя функціи могутъ быть переданы общей администраціи и полиціи, а всѣ хозяйственныя дѣла должно вѣдать земство, для чего необходимо учрежденіе мелкой земской единицы. Или же для тѣхъ или другихъ дѣлъ можетъ быть создано особое волостное учрежденіе, построенное на началѣ всесословности.

Однако, въ средѣ комитетовъ наблюдается кое-гдѣ и противоположное теченіе. Вопреки общему стремленію къ ослабленію опеки надъ крестьянами, оно находитъ, что послѣдняя слишкомъ слаба, и необходимо ея усиленіе, права земскихъ начальниковъ и рамки взысканій узки и ихъ надо расширить. Сергачскій у. комитетъ Нижегородской губерніи, напр., призналъ, что власть земскаго начальника слишкомъ ограничена, что земскій начальникъ связанъ по рукамъ бумагой; это уничтожаетъ необходимый порядокъ въ деревнѣ. Поэтому комитетъ постановилъ: „просить правительство возстановить и расширить административную власть земскихъ начальниковъ“¹⁾. Чернский у. комитетъ Тульской губерніи пришелъ къ заключенію, что одной изъ „мѣръ, могущихъ въ данное время дать благіе результаты... является болѣе широкое право земскихъ начальниковъ въ примѣненіи 61 ст. Пол. о зем. нач., съ точнымъ обозначеніемъ, въ какихъ случаяхъ таковую они обязаны примѣнять, такъ какъ не всегда и не всякій земскій начальникъ понимаетъ, что такое дисциплина, да иной разъ и не желаетъ ее примѣнять просто изъ несочувствія къ административному праву, считая послѣднее Шемякинымъ судомъ“²⁾. Для оцѣнки подобныхъ резолюцій нѣкоторыхъ комитетовъ необходимо принять во вниманіе сказанное выше о составѣ комитетовъ.

Еще дальше этого любопытнаго обвиненія земскихъ начальниковъ „въ бездѣйствіи власти“ и упрека въ нѣкоторой щепетильности при пользованіи своимъ административнымъ правомъ идутъ отдѣльныя лица.

¹⁾ Тр. М. К., Нижегородская губ., стр. 574—575.

²⁾ Тр. М. К., Тульская губ., стр. 479.

Они требуютъ возстановленія старой помѣщичьей власти надъ крестьянами въ виду некультурности крестьянъ и ухудшенія ихъ нравственности. Въ тотъ же Чернскій у. комитетъ поданъ проектъ замѣны земскихъ начальниковъ дворянами-помѣщиками, которымъ предоставлены были бы широкія вотчинныя права, т. е. право преслѣдованія и пресѣченія проступковъ въ крестьянской средѣ и право „извѣстнаго“ воздѣйствія на ихъ мірской обиходъ ¹⁾. У автора, впрочемъ, самого явилась мысль, что въ этомъ могутъ увидѣть „возстановленіе крѣпостного права въ замаскированномъ видѣ“.

Другой крѣпостническій вариантъ—извѣстный unicum въ своемъ родѣ—представляетъ проектъ сельскаго устройства, предложенный въ Мценскомъ у. комитетѣ Орловской губ. Нилусомъ. „Мужику, говоритъ проектъ, живется гораздо хуже, чѣмъ при крѣпостномъ правѣ, потому что у мужика нѣтъ теперь власти руководящей, а крестьянинъ требуетъ себѣ руководителя... Для того, чтобы создать власть попечительную и любовную, которая въ дореформенное время являлась въ лицѣ помѣщика, необходимо создать такую мелкую единицу или ячейку, изъ которой составлялось бы государство, и которая, именно, и была бы представительницей такой власти. Такой ячейкой долженъ явиться приходъ, при условіи, чтобы въ немъ ни въ какомъ случаѣ не примѣнялась выборная система, а во главѣ прихода долженъ стоять непремѣнно дворянинъ-землевладѣлецъ. Но такихъ дворянъ очень мало, поэтому необходимо создать помѣстное дворянство; это сдѣлать очень просто, стоитъ только въ каждомъ приходѣ поселить дворянина и дать ему 150 или 200 десятинъ; тогда помѣщикъ явится сельскимъ начальникомъ, который будетъ вмѣсто жалованія получать доходъ съ вырѣзанной ему земли“... Авторъ самъ испугался, что „помѣстный дворянинъ, сдѣлавшись сельскимъ начальникомъ, можетъ стать маленькимъ сатрапомъ“. Во избѣжаніе этого онъ предлагаетъ „установить при немъ совѣщательное собраніе съ мѣстнымъ батюшкой во главѣ, и въ составъ этого собранія должно войти нѣсколько крестьянъ, которыхъ укажутъ сами крестьяне“ ²⁾. Оспаривать это идилическое построеніе въ настоящее время не приходится. Оно продиктовано у автора совершенно своеобразными воззрѣніями на крестьянство. „Просвѣщеніе деревни, говоритъ онъ, ни къ чему не ведетъ и поэтому

¹⁾ Тамъ же, стр. 505—506. Докладъ д. с. с. Рембелнискаго.

²⁾ Тр. М. К., Орловская губ., стр. 678—679.

совершенно не нужно. Къ чему учить мужика, когда этимъ темнымъ мужикомъ создано государство русское, когда передъ этимъ темнымъ мужикомъ и теперь трепещетъ вся Европа“. Итакъ тьма, безпросвѣтная тьма крестьянской массы, и надъ этой тьмой владычество дворянъ-землевладѣльцевъ—вотъ программа. Къ счастью такіа мнѣнія можно пересчитать по пальцамъ во всѣхъ 531 комитетѣхъ 49 губерній съ десятками тысячъ членовъ. Закулисные мотивы такихъ мнѣній проглядываютъ слишкомъ ясно. Только что изложенный проектъ заканчивается слѣдующей тиррадой: „Все зло въ томъ, что имѣнія дворянъ заложены, но они заложены въ 60% своей стоимости, а между тѣмъ банкъ пускаетъ на торги все имѣніе. Это не справедливо, если % не уплачены, пусть банкъ отберетъ 60% земли, а усадьбу и 40% земли оставитъ помѣщику... Но пока будутъ обсуждать это предложеніе и пока придумаютъ что-либо для того, чтобы спасти отъ гибели помѣстное дворянство, надо принять экстренныя мѣры, чтобы не были проданы и послѣднія дворянскія имѣнія, а для этого надо на 5 или 6 лѣтъ дворянскія земли освободить отъ уплаты %; % эти причислить къ капитальному долгу, а самую уплату долга разложить на большее число лѣтъ“¹⁾. Теперь, я думаю, вамъ понятно, чѣмъ продиктованъ докладъ Нилуса и подобныя ему крѣпостническіе проекты. Перейдемъ мимо нихъ къ другимъ вопросамъ крестьянскаго правапорядка.

Не отъ одной административной опеки страдаетъ, по мнѣнію комитетовъ, развитіе личности и хозяйственной самостоятельности крестьянъ. Административная опека является вѣшнимъ факторомъ, стѣсняющимъ свободу сельскаго населенія. Помимо нея надъ крестьяниномъ виситъ внутренній гнетъ сельскаго общества, зависимость отъ котораго еще сильнѣе дѣйствуетъ въ томъ же направленіи и опутываетъ крестьянина новою сложною системой узъ. Часть ихъ создана при самомъ освобожденіи, другая послѣдующимъ законодательствомъ 80-хъ и 90-хъ годовъ.

Къ числу первыхъ относятся раньше всего затрудненія въ пользованіи и распоряженіи надѣльнымъ имуществомъ. Особое вниманіе комитеты обращаютъ на институтъ общиннаго землевладѣнія. Мы не касаемся здѣсь оцѣнки экономической стороны послѣдняго. Комитеты обнаруживаютъ при этомъ большія разногласія. Но всѣ они сходятся

¹⁾ Тамъ же, стр. 679—680.

на признаніи крайней стѣснительности современной формы этого института для крестьянъ и вызываемаго ею ограниченія ихъ личныхъ и имущественныхъ правъ. Жизнь въ теперешней общинѣ есть полное порабощеніе отдѣльнаго лица сельскому обществу. Если же у крестьянина является желаніе уйти изъ села, то и здѣсь община связываетъ его, такъ какъ продажа надѣла даже своему однообщественнику возможна лишь съ согласія общества.

Узы общины идутъ еще дальше. По Положенію о выкупѣ, если на надѣлѣ лежитъ выкупной долгъ, то крестьянинъ, даже безвозмездно сдавши свою землю обществу, не можетъ получить увольненія изъ него до тѣхъ поръ, пока не погаситъ выкупного долга. Это, по мнѣнію комитетовъ, окончательно прикрѣпляетъ крестьянъ къ землѣ. Такія фискальныя стѣсненія имѣли, быть можетъ, смыслъ въ 60-хъ годахъ, когда доходность земли не покрывала лежавшихъ на ней выкупныхъ платежей. Но съ тѣхъ поръ цѣнность земли такъ поднялась, что въ нихъ нѣтъ болѣе никакой надобности.

Ко всему этому присоединяется круговая порука, которая до послѣдняго времени устраняла личную отвѣтственность крестьянъ передъ фискомъ. Комитеты подробно разбираютъ круговую поруку и доказываютъ ея несостоятельность. Она, по ихъ мнѣнію, создаетъ несправедливую зависимость исправныхъ плательщиковъ отъ неисправныхъ, поселяетъ вражду въ средѣ крестьянскихъ обществъ и жестокіе приемы выбиванія платежей. Она не обезпечиваетъ и фиска, такъ какъ при большомъ числѣ недоимщиковъ и состоятельные крестьяне воздерживаются отъ уплаты податей. По словамъ управляющаго Херсонской каз. пал. Анучина, круговая порука „является теперь узаконеніемъ отжившимъ свое время.. актомъ величайшей несправедливости, если не совершеннаго насилія... безусловно вреднымъ во всѣхъ отношеніяхъ и потому подлежащимъ полному упраздненію ¹⁾“. 42 комитета высказались въ этомъ смыслѣ и ходатайствовали объ ея отмѣнѣ. Они въ данномъ случаѣ только еще разъ подчеркнули то, что давно многими лицами говорилось по поводу круговой поруки. Но ихъ согласнаго осужденія было достаточно, и этотъ отжившій институтъ, наконецъ, отмѣненъ закономъ 12 марта 1903 года.

Много другихъ сторонъ общественнаго гнета надъ отдѣльными лицами—въ родѣ права выселенія порочныхъ членовъ, наказаній,

¹⁾ Тр. М. К., Херсонская губ., стр. 141—143.

налагаемыхъ крестьянскими должностными лицами, выборов на обязательныя должности—касаются комитеты.

Изъ позднѣйшихъ распоряженій они останавливаются на стѣснительныхъ правилахъ 28 мая 1885 года о приѣмѣ и увольненіи членовъ крестьянскихъ обществъ; законѣ 18 марта 1886 года о семейныхъ раздѣлахъ, поставившемъ ихъ въ зависимость отъ воли старшаго члена семьи и сельскаго схода; на положеніи 1894 года о видахъ на жительство, обуславливающимъ право на отлучку согласіемъ схода или домохозяина. Всѣ эти попечительныя распоряженія, вмѣстѣ съ проникнутыми тѣмъ же духомъ опеки законами 13 іюня 1888 года о переселеніяхъ, 8 іюля 1893 года о передѣлахъ мірской земли и 14 декабря 1893 года о неотчуждаемости крестьянскихъ надѣловъ—все это проходитъ предъ судомъ комитетовъ и отмѣчается, какъ густая паутина ненужныхъ стѣсненій, убивающихъ въ крестьянахъ всякую самостоятельность и отнимающихъ возможность проявить какую-либо личную инициативу въ устройствѣ своего хозяйства. Всѣ эти мѣры, по словамъ 19 членовъ Московскаго губ. комитета, возвращаютъ въ крестьянахъ ту „неподвижность къ улучшеніямъ въ собственномъ бытѣ“, которая манифестомъ 19 февраля справедливо была признана необходимымъ послѣдствіемъ крѣпостного права.

Но, говоря о вмѣшательствѣ крестьянскаго общественнаго управленія въ личную и имущественную жизнь крестьянъ, комитеты поднимаютъ общій вопросъ объ этомъ управленіи и подвергаютъ его тщательному анализу. Въ большинствѣ случаевъ этотъ анализъ приводитъ ихъ къ самой суровой критикѣ всего современнаго строя крестьянскаго управленія и необходимости коренной реформы его.

III.

Крестьянское общественное управленіе.

По дѣйствующему нынѣ Общему Положенію о крест. основу крестьянскаго общественнаго управленія составляютъ сельскій и волостной сходы. Волостной сходы, кромѣ выбора должностныхъ лицъ волости, не играетъ важной роли, и потому главное вниманіе комитеты сосредоточили на организаціи и дѣятельности сельскаго схода. Общій отзывъ комитетовъ о немъ крайне неудовлетворителенъ. Большинство членовъ обрисовываютъ его „въ видѣ неорганизованныхъ многочисленныхъ сборищъ, лишенныхъ возможности толково обсуждать сколько-либо серьезныя дѣла крестьянской жизни.

„Сходы, по словамъ зем. нач. Слѣпцова изъ Аткарскаго у. Саратовской губ., представляетъ собою толпу, нерѣдко весьма многочисленную (до 500 и болѣе человекъ) и всегда крайне разнообразную по своему личному составу, сплошь и рядомъ совершенно не дисциплинированную, въ которой каждый стремится перекричать другого“¹⁾. „Кромѣ неразвитости, неграмотности, говорится въ трудахъ Пермскаго губ. комитета, и многочисленность мѣшаетъ дѣлу. Есть сельскіе сходы, гдѣ должны собираться 400, 500, 600 человекъ. Полная невозможность высказаться по каждому вопросу и десятой долѣ присутствующихъ, тѣснота зимнихъ помѣщеній, утомительность такихъ многочисленныхъ собраній и полное отсутствіе умѣнія руководить ими; результатъ—стадность рѣшенія: присоединеніе своего голоса къ міру, чего часто и не разобралъ или вовсе не слыхалъ“²⁾.

¹⁾ Тр. М. К., Саратовская губ., стр. 313—316.

²⁾ Тр. М. К., Пермская губ., стр. 86.

Крестьяне работающіе и толковые въ виду этого уклоняются отъ сходовъ. На сходахъ дѣйствуютъ обыкновенно нѣсколько горлановъ изъ числа нехозяйственныхъ крестьянъ, находящихся въ зависимости отъ кулаковъ и мироѣдовъ. Сельскій сходъ является послушнымъ орудіемъ въ рукахъ послѣднихъ и часто постановляетъ приговоры, вносящіе къ явному ущербу для общества. „У лицъ, составляющихъ сходъ, говоритъ предс. сѣзда мир. судей Виленской губ., нѣтъ и въ зародышѣ долга общественнаго служенія“¹⁾; „за ведро вина, говорится въ трудахъ Тамбовской губ., они готовы... постановить какой угодно приговоръ, праваго сдѣлать виновнымъ, виноватаго правымъ, продать свои собственные интересы“²⁾. Выставленное вино играетъ громадную роль. По словамъ крест. Баева въ Мценскомъ у. комитетѣ Орловской губ.: „рѣдкая сходка крестьянъ обойдется безъ винопитія, всякое дѣло какъ начинается, такъ и кончается обязательнымъ могогарычемъ“³⁾. Ко всему этому комитеты присоединяютъ указаніе на административное вмѣшательство въ дѣла сходовъ со стороны земскихъ начальниковъ, которое вводитъ въ сельское самоуправленіе элементы случайности и произвола, не устраняя ни одного изъ его недостатковъ, и окончательно отбиваетъ у крестьянъ охоту принимать участіе въ сходахъ.

Но на ряду съ этими огульными осужденіями схода встрѣчается въ средѣ комитетовъ неоднократное указаніе на то, что съ чисто хозяйственными, домашними дѣлами крестьяне прекрасно справляются. „Свои хозяйственные дѣла, говорится въ трудахъ комитетовъ, крестьяне знаютъ не хуже другихъ и въ этой сферѣ дѣятельности едва-ли нуждаются въ чемъ-либо руководствѣ со стороны“. Не могутъ они удовлетворительно разрѣшать лишь дѣла полицейско-административнаго, финансоваго и судебного характера, возложенныя на сельскіе сходы. Въ этомъ смыслѣ высказалась, напр., коммиссія по юридическо-правовымъ вопросамъ Малмыжскаго у. комитета Вятской губ.⁴⁾ и цѣлый рядъ другихъ комитетовъ. Въ виду этого комитеты высказываются за оставленіе въ вѣдѣніи сходовъ однихъ общинно-хозяйственныхъ дѣлъ, но въ этой узкой домашней сферѣ необходимо, по ихъ мнѣнію, освободить сходъ отъ административной опеки.

¹⁾ Тр. М. К., Виленская губ., стр. 178.

²⁾ Тр. М. К., Тамбовская губ., стр. 134.

³⁾ Тр. М. К., Орловская губ., стр. 675.

⁴⁾ Тр. М. К., Вятская губ., стр. 463.

Вмѣстѣ съ этимъ комитеты высказались за отмѣну 64 и 66 ст. Общ. Пол. о крест., требующихъ для важнѣйшихъ дѣлъ согласія $\frac{2}{3}$ всѣхъ крестьянъ общества, и для всѣхъ остальныхъ дѣлъ — $\frac{1}{2}$. Записка одного зем. нач., поданная въ Самарскій у. комитетъ говоритъ, что это число голосовъ собрать очень трудно и потому приговоры пишутся заглазно, часто лживо, подписи отбираются потомъ и, вслѣдствіе неграмотности крестьянъ, этимъ открывается возможность разныхъ злоупотребленій. Для устраненія этого тотъ же земскій начальникъ предлагаетъ для важнѣйшихъ дѣлъ требовать простого большинства голосовъ, а всѣ остальные дѣла рѣшать на, такъ называемыхъ, малыхъ сходахъ, въ которыхъ участвовали бы лишь сельскіе должностныя лица и выборные отъ каждаго 5, 10 и даже болѣе дворовъ ¹⁾).

Нѣкоторые комитеты идутъ дальше и требуютъ реформированія сельскаго схода на началѣ всесловности съ допущеніемъ къ сельскому управленію всѣхъ жителей села, включая и мѣстнаго помѣщика. Если провести въ сходѣ это начало и оставить общему сходу всѣхъ поселянъ лишь выборныя функціи, для всѣхъ же остальныхъ дѣлъ села учредить особый сельскій совѣтъ изъ небольшого числа выборныхъ членовъ, то недостатки современнаго сельскаго схода будутъ устранены. За эту послѣднюю мѣру, высказалось 27 комитетовъ.

Не лучше отзывы мѣстныхъ комитетовъ о современныхъ должностныхъ лицахъ крестьянскаго общественнаго управленія. Такими лицами являются выборные волостной старшина, сельскій староста, сотскіе и десятскіе, и наемные волостной и сельскій писари. Комитеты указываютъ на весьма важное значеніе всѣхъ этихъ лицъ, непосредственно стоящихъ надъ крестьянами, и многосложность возложенныхъ на нихъ обязанностей. Кромѣ общественныхъ и хозяйственныхъ дѣлъ крестьянъ они вѣдаютъ полицію безопасности, судебно-полицейское дѣло, воинскую и другія повинности, податное дѣло, продовольственное, страховое, выполняютъ порученія всевозможныхъ вѣдомствъ, постоянно собираютъ различныя статистическія свѣдѣнія и т. д. Такимъ образомъ, сельскія власти являются не только сословными крестьянскими учрежденіями, но и исполнительными органами правительства и земства. Между тѣмъ лица, несущія всѣ указанныя обязанности по отзыву комитетовъ въ большинствѣ случаевъ совершенно неспособны

¹⁾ Тр. М. К., Самарская губ., стр. 535—537.

справиться съ ними. Даже волостные старшины силошъ и рядомъ люди совершенно безграмотные, находящіеся поэтому въ полной зависимости отъ писарей, составъ которыхъ, въ свою очередь, оставляетъ желать многого.

Кромѣ того вознагражденіе, получаемое сельскими должностными лицами ничтожно. По словамъ Филотова въ Тамбовскомъ у. комитетѣ, волостные старшины получаютъ жалованія отъ 200 до 500 руб. въ годъ, сельскій староста 60 руб.¹⁾ Въ другихъ мѣстахъ оно еще меньше. Членъ Устьсисольскаго у. комитета Вологодской губ., под. инсп. Поповъ, по этому поводу говоритъ: „Наши волостные старшины получаютъ жалованія отъ 36 до 60 руб. въ годъ, сельскіе старосты 30—40 руб. въ годъ, даже волостные писаря получаютъ 200—300 руб. въ годъ. Между тѣмъ какъ волостной писарь въ большинствѣ случаевъ представляетъ собою и волостного старшину, и старосту, и судью, и сборщика, и ститистика, и почмейстера, т. е., долженъ работать 24 часа въ сутки²⁾... Такое положеніе дѣлаетъ крестьянскіе должности крайне невыгодными. Исполненіе обязанностей отнимаетъ время, собственное хозяйство приходитъ въ упадокъ. Вслѣдствіе этого зажиточные крестьяне всячески уклоняются и даже откупаются у міра отъ выборныхъ должностей. Выбираютъ обыкновенно малоимущихъ, задолженныхъ, неисправныхъ плательщиковъ и вообще худшихъ крестьянъ. Между тѣмъ сельскія должности представляютъ много соблазновъ. По словамъ одного земскаго начальника Саратовской губ., если даже на сельскую должность попадаетъ хозяйственный, трезвый и добросовѣстный крестьянинъ, то онъ „въ первые же годъ—два становится неузнаваемымъ, превращаясь въ пьяницу и сумасброднаго, подъ обаяніемъ власти, дебошира“.

О низшихъ должностныхъ лицахъ, десятскихъ и сотскихъ, и говорить нечего. Положеніе ихъ очень тяжело. „Ихъ, читаемъ въ трудахъ комитетовъ, постоянно отрываютъ отъ хозяйства по требованію крестьянскихъ учреждений, судебныхъ властей, полиціи и другихъ вѣдомствъ: за десятки верстъ ихъ посылаютъ вызывать лицъ, которыхъ требуютъ эти вѣдомства, сопровождать арестованныхъ, нести всевозможныя дежурства при проѣздѣ разныхъ должностныхъ лицъ, при становой квартирѣ, на ярмаркахъ, пожарахъ, при мертвыхъ тѣ-

¹⁾ Тр. М. К., Тамбовская губ., стр. 313.

²⁾ Тр. М. К., Вологодская губ., стр. 296.

лахъ и т. д.; жалованія, за рѣдкими исключеніями, они не получаютъ и продовольствуются на свой счетъ“. Отсюда крайне плохой составъ этихъ низшихъ должностей сельской полиціи, безсильный принести какую-либо пользу. „Случайно оторванные отъ сохи, говорятъ о нихъ крест. Колесниковъ въ Суджанскомъ у. комитетѣ Курской губ., большею частію неграмотные, они не только не могутъ аккуратно исполнять свои обязанности, но даже не въ силахъ ориентироваться, что и какъ дѣлать ¹⁾“. Между тѣмъ они должны разбираться въ нашихъ вещахъ, какъ пожарный уставъ, повѣрять торговые вѣсы, слѣдить за торговлею ядовитыми веществами и пр.

Положеніе сельскихъ должностныхъ лицъ еще болѣе ухудшается зависимостью ихъ отъ чиновъ полиціи, земскихъ начальниковъ, мировыхъ посредниковъ и вообще всѣхъ начальствующихъ лицъ. Говоря о сельскомъ старостѣ, Черниговскій губ. комитетъ замѣчаетъ: „Всѣ имъ помыкають—и урядникъ, и волостной старшина, и писарь, и приставъ, и земскій начальникъ (рѣдкій случай, чтобы за время службы онъ не попалъ нѣсколько разъ подъ арестъ)“ ²⁾. Бываютъ и прямо злоупотребленія властью. Вотъ, напр., что пишетъ крест. Петренко въ Суджанскій у. комитетъ: „Я человекъ малограмотный и слышалъ, что можно писать записки въ комитетъ. Вотъ я опишу, какъ я былъ сотскимъ и какъ я несъ свою службу; начну съ того, что насъ въ деревнѣ 30 дворовъ, въ которой 2 десятскихъ и 1 сотскій. Живемъ мы отъ Суджи въ 18 верстахъ и каждую недѣлю выставляемъ 2 обязательныхъ, а то и три подводы становому приставу, и на каждый разъ привъзжаетъ около 80 человекъ подводчиковъ. Зачѣмъ же мы привъзжаемъ?—За тѣмъ, смотря по времени года: копать огородъ, садить картофель, убирать сѣно, рубить дрова, возить воду и носить кухарѣй, запрягать и отпрягать кучеру лошадей... на то мы и полиція... Вотъ почему у насъ во время выбора десятскихъ и сотскихъ каждый ставитъ водку и откупается отъ этой должности, черезъ что у насъ является большое пьянство“ ³⁾.

Вслѣдствіе всего этого, „на выборную службу въ деревнѣ, по словамъ зем. нач. Слѣпцова Саратовской губ., идутъ теперь не по желанію, какъ бывало раньше, а по необходимости и по обязанности,

¹⁾ Тр. М. К., Курская губ., стр. 680—681.

²⁾ Тр. М. К., Черниговская губ., стр. 11.

³⁾ Тр. М. К., Курская губ., стр. 706.

идутъ не охотой, не добиваются избранія, какъ чести, а лишь примиряются съ нимъ, какъ съ безвыходною необходимостью, отъ которой нельзя уклониться“¹⁾). Или, какъ говорится въ трудахъ Вологодской губ.: „выборная служба по сельскому управленію превратилась въ натуральную повинность“, отъ нея всякій членъ крестьянскаго общества отрешивается²⁾).

Но и правительство въ современныхъ сельскихъ должностныхъ лицахъ, по отзыву комитетовъ, имѣетъ очень плохихъ исполнителей своихъ распоряженій. Подчиненные начальству, они въ еще большей зависимости находятся отъ своихъ односельчанъ. Ими они выбраны, отъ нихъ получаютъ жалованіе, къ средѣ ихъ принадлежать сами, всегда могутъ опасаться мести въ видѣ поджога. Получается, такимъ образомъ, „положеніе между молотомъ и наковальней“, какъ говорить одинъ комитетъ, „служба двумъ господамъ“, по словамъ другого. Отъ этого страдаютъ и государственные интересы и хозяйственные интересы сельскихъ обществъ.

Вслѣдствіе указанныхъ недостатковъ въ организаціи крестьянскихъ должностныхъ лицъ, комитеты высказались за слѣдующія измѣненія ея. Необходимо изъять изъ сферы ихъ обязанностей административныя и полицейскія функціи, оставивъ имъ лишь завѣдываніе хозяйственно-благоустройственными дѣлами сельскихъ обществъ. Обязанности же административныя и полицейскія передать общей администраціи и полиціи, назначенной отъ правительства. За это высказалось 23 комитета, въ томъ числѣ 4 губернскихъ. Но гораздо большее число комитетовъ—79, въ томъ числѣ 15 губернскихъ—не нашло возможнымъ идти такъ далеко въ отрицаніи выборнаго начала. Правительство, по ихъ мнѣнію, должно назначать лишь сельскую полицію, такія же должности, какъ волостной старшина и сельскій староста должны быть выборными. Въ этомъ сказалось справедливое опасеніе угнетенія сельскаго населенія чиновной администраціей. Для насъ лично и въ правительственной полиціи заключается серьезная опасность, въ виду трудности создать удовлетворительный составъ для низшихъ сельскихъ агентовъ ея. Поэтому и здѣсь совершенное устраненіе выборнаго начала нежелательно. Примирить исполнительность правительственной полиціи съ тѣми гарантіями для населенія, ко-

¹⁾ Тр. М. К., Саратовская губ., стр. 316.

²⁾ Тр. М. К., Вологодская губ., стр. 296.

торыя даетъ выборная, можно, сдѣлавъ низшихъ полицейскихъ чиновъ—урядника, сотскаго, десятскаго, стражника—назначаемыми, но не общей администраціей, а выборнымъ лицомъ, стоящимъ во главѣ административнаго управленія волости. Тогда іерархія полиціи будетъ такова: правительственные—губернаторъ, исправникъ, выборный глава волости, а затѣмъ, назначенные послѣднимъ урядникъ и др. низшіе чины. Волость при этомъ предполагается, конечно, всесословной.

Такъ какъ крестьянскія должностныя лица служатъ не однимъ крестьянскимъ интересамъ, но выполняютъ цѣлый рядъ задачъ общегосударственнаго характера, то по мнѣнію громадной группы комитетовъ—49 съ 7 губернскими—волостныя правленія и сельскія должностныя лица должны содержаться на общегосударственныя средства; по мнѣнію 18 комитетовъ во всякомъ случаѣ необходимо привлечь къ содержанію ихъ лицъ некрестьянскаго сословія.

Для улучшенія качества выборныхъ должностей комитеты считаютъ необходимымъ отмѣтить обязательность ихъ, ослабить зависимость ихъ отъ администраціи, отмѣтить административныя взысканія безъ суда, увеличить получаемое ими содержаніе. Для волостного старшины и волостного писаря цѣлый рядъ комитетовъ требуютъ, кромѣ того, установленія образовательнаго ценза и дарованія правъ государственной службы.

На ряду со всѣми этими отдѣльными мѣрами огромное число комитетовъ высказалось за коренную реформу всего сельскаго управленія на началахъ всесословности. Въ комитеты поступило много подробно мотивированныхъ и детально разработанныхъ проектовъ всесословной организаціи мѣстнаго управленія.

Большинство этихъ проектовъ оставляетъ въ завѣдываніи сословнаго управленія лишь хозяйственныя дѣла села, вытекающія изъ общности землевладѣнія. Затѣмъ всѣ прочія дѣла переходятъ въ вѣдѣніе всесословныхъ органовъ.

Относительно устройства послѣднихъ въ средѣ комитетовъ обрисовалось два различныя теченія. Оба склоняются къ всесословной волости. Но первое передаетъ этой волости только дѣла общественнаго хозяйства и благоустройства. Дѣла же административныя, полицейскія, фискальныя и судебныя, по этому мнѣнію, должны быть переданы соотвѣтственнымъ органамъ общей администраціи, полиціи, финансоваго вѣдомства и суда. На долю выборнаго волостного управленія, по мнѣнію, напр., предс. Борисоглѣбской у. зем. управы Там-

бовской губ. Измайлова, въ такомъ случаѣ осталось бы: медицинское, школьное, дорожное дѣло, страховое, пожарное, продовольственное, общественное призрѣніе, агрономическая помощь населенію и т. п., т. е., чисто земскія функціи. Съ этой компетенціей всесословная волость явилась бы мелкой земской единицей, она объединила-бы всѣхъ жителей извѣстнаго небольшого района и была бы поставлена въ связь съ уѣзднымъ и губернскимъ земствомъ. Главнымъ органомъ такой всесословной волости явился бы волостной сходъ изъ представителей сельскихъ обществъ, частныхъ землевладѣльцевъ, а также извѣстныхъ должностныхъ и служащихъ лицъ волости, каковы: врачи, фельдшера, учителя, священники, агрономы и т. п.¹⁾

Съ этимъ теченіемъ борется другое, склоняющееся къ такому типу всесословной волости, при которомъ она являлась бы не только мелкой земской единицей, вѣдающей одни хозяйственныя дѣла, но и органомъ ближайшаго къ населенію управленія, построеннаго на всесословномъ началѣ. Послѣдній типъ волостного управленія представляется намъ болѣе соответствующимъ условіямъ сельской жизни. Мелкая земская единица отдаетъ всѣ административныя функціи селскаго управленія въ руки правительственныхъ органовъ. Но мы указали уже вытекающія изъ этого опасности для населенія. Административно-хозяйственная всесословная волость счастливо избѣгаетъ ихъ. Если положить ее въ основаніе, то мѣстное управленіе представляется намъ схематически въ слѣдующемъ видѣ.

I. Губернія: административное лицо—губернаторъ; хозяйственно-благоустроительный органъ—губернское земство.

II. Уѣздъ: административное лицо—исправникъ, соответствующій западно-европейскому префекту; хозяйственно-благоустроительный органъ—уѣздное земство.

III. Волость: здѣсь административныя и хозяйственныя функціи сливаются въ одномъ всесословномъ волостномъ управленіи. Послѣднее состоитъ изъ: волостного собранія, избраннаго всѣмъ населеніемъ волости, волостной управы и стоящаго во главѣ волости старшины. Послѣдній выбирается волостнымъ собраніемъ. Поставленный независимо, получивши права государственной службы, достаточное содержаніе, обладающій извѣстнымъ образовательнымъ цензомъ новый всесослов-

¹⁾ Тр. М. К., Тамбовская губ., стр. 135.

ный старшина будетъ очень далекъ отъ настоящаго волостного старшины, но вмѣстѣ съ тѣмъ онъ соединить въ себѣ всѣ достоинства выборной власти, облеченной довѣріемъ избравшаго его населенія. Это будетъ русскій меръ. Онъ назначаетъ отъ себя низшихъ полицейскихъ агентовъ. По административнымъ дѣламъ волости онъ непосредственно сносится съ исправникомъ и губернаторомъ. Должности же станового пристава и земскаго начальника упраздняются. Въ хозяйственно-благоустройственныхъ дѣлахъ волость является мелкой земской единицей, самостоятельно разрѣшаетъ нѣкоторые земскія задачи, въ другихъ же подчинена уѣздному и губернскому земству и выполняетъ его порученія.

IV. Село: сельскій сходъ изъ всѣхъ поселеній сохраняется лишь для выборовъ. Всѣ административныя и хозяйственныя дѣла вѣдаетъ сельскій совѣтъ изъ немногихъ лицъ, выбранныхъ сходомъ. Этимъ будутъ устранены недостатки нынѣшнихъ многолюдныхъ сходовъ. Во главѣ сельскаго совѣта стоитъ сельскій староста, подчиненный волостному старшинѣ. Сельскій совѣтъ вѣдаетъ самостоятельно нѣкоторые свои хозяйственныя дѣла, а въ другихъ является вспомогательнымъ и исполнительнымъ органомъ волости. Что же касается отношеній крестьянъ, вытекающихъ изъ общности земельного владѣнія, то всѣ они совершенно не относятся къ области публичнаго права, и если для нихъ нужны особые сообщества, послѣднія должны быть нормированы на началахъ частнаго гражданскаго права.

Въ такихъ чертахъ рисуется намъ сельское управленіе, реформированное на основаніи указаній мѣстныхъ комитетовъ. Но каковы бы ни были детали организаціи всесословной волости, мы отмѣчаемъ одно: за ничтожными исключеніями, общимъ выводомъ комитетовъ является вотумъ за введеніе всесословнаго начала въ низшее сельское управленіе. Если формы варьируютъ, основная мысль одна. Она подсказала детальнымъ знакомствомъ съ современной деревенской жизнью. Отзывы комитетовъ показываютъ, что жизнь эта сильно осложнилась подъ вліяніемъ общенія съ городомъ, фабрикой и заводомъ, благодаря школѣ, всеобщей воинской повинности, желѣзнымъ дорогамъ и пр. Сословная замкнутость крестьянъ исчезла, въ деревню ворвалось много другихъ элементовъ, интересы которыхъ тѣ же, что и у крестьянъ. Законодательство съ его сословными рамками отстало отъ жизни, эти рамки стали узки и должны быть отброшены. Новыя силы выросшія въ деревнѣ: многочисленные мелкіе частные землевла-

дѣльцы, представители торговли и промышленности, наконецъ, лица интеллигентныхъ профессій, должны быть привлечены къ участию въ сельскихъ дѣлахъ. Здѣсь всѣ они приложить свои силы къ устройству мѣстной жизни, а вмѣстѣ съ тѣмъ болѣе равномерно разложится тяжесть содержанія сельскаго управленія, въ настоящее время непосильно ложащаяся на однихъ крестьянъ.

Нѣкоторые комитеты высказываются за то, что всесловная во-
лость должна быть вмѣстѣ съ тѣмъ и низшимъ судебнымъ органомъ.
Но для разрѣшенія этого вопроса мы раньше познакоимся съ со-
временнымъ состояніемъ крестьянскаго суда и отзывами о немъ мѣст-
ныхъ комитетовъ.

IV.

Крестьянскій судъ.

Первою инстанціей крестьянскихъ судебныхъ учреждений является волостной судъ. Онъ играетъ главную роль въ крестьянскомъ правосудіи, на немъ и останавливаются съ особымъ вниманіемъ комитеты.

Волостной судъ созданъ Положеніемъ 19 февраля 1861 года. Въ этомъ видѣ онъ до сихъ поръ дѣйствуетъ въ мѣстностяхъ, гдѣ не введены земскіе начальники. Состоитъ онъ изъ крестьянъ, избираемыхъ на волостномъ сходѣ, числомъ отъ 4 до 12, срокомъ на одинъ годъ. Волостной судъ совершенно независимъ отъ администраціи: судьи вступаютъ въ должность безъ всякаго утвержденія начальствомъ, административныя крестьянскія должностныя лица—волостной старшина и сельскіе старосты—судьями быть не могутъ и въ производство дѣлъ не вмѣшиваются. Компетенція волостного суда по Положенію 19 февраля: гражданскія дѣла—цѣною до 100 руб., изъ уголовныхъ—„маловажныя проступки“ съ правомъ наказанія общественными работами до 6 дней, арестомъ до 7 дней, штрафомъ до 3 рублей и тѣлеснымъ наказаніемъ до 20 ударовъ. Рѣшенія волостного суда окончательны, апелляціи нѣтъ, возможна лишь кассачія съѣздомъ мировыхъ посредниковъ.

Положеніе 12 іюля 1889 года о зем. нач. затронуло и волостной судъ, внеся въ него много существенныхъ измѣненій. Сословный крестьянскій характеръ его остался—судьи тѣ же крестьяне. Но выборный элементъ значительно ослабленъ. По закону 1889 года выбираются сельскимъ сходомъ не судьи, а лишь кандидаты, по одному отъ сельскаго общества, въ числѣ не менѣе 8 на волость. Изъ этого

состава кандидатовъ земскій начальникъ своею властью назначаетъ 4 судьями, и изъ нихъ уѣздный съѣздъ одного предсѣдателемъ. Последнимъ можетъ быть теперь назначено и главное должностное лицо волости—волостной старшина. Параллельно значительно расширена компетенція волостного суда. Прежде ему были подсудны лишь крестьяне, теперь и всѣ постоянно живущіе въ сельскихъ мѣстностяхъ мѣщане, посадскіе, ремесленники и цеховые. По гражданскимъ дѣламъ съ 1889 году волостной судъ вѣдаетъ иски о надѣльномъ имуществѣ на всякую сумму, прочія тяжбы до 30 руб., а наследственные дѣла до 500 рублей. Уголовная компетенція также расширена: волостному суду передана большая часть проступковъ, подвѣдомственныхъ прежде мировымъ судьямъ, а карательная власть повышена до 20 дней ареста и 30 руб. штрафа. Тѣлесное наказаніе оставлено въ томъ же размѣрѣ—до 20 ударовъ. Наконецъ, рѣшенія волостного суда признаны неокончательными, создана апелляціонная инстанція въ лицѣ судебного присутствія уѣзднаго съѣзда, куда передаются дѣла земскимъ начальникомъ по жалобѣ сторонъ. Кассачія возложена на губернское присутствіе.

Какъ старый, такъ и реформированный волостной судъ вызвалъ почти единодушные отрицательные отзывы въ средѣ комитетовъ. По преобладающему мнѣнію личный составъ волостныхъ судей совершенно не отвѣчаетъ тѣмъ требованіямъ, которымъ должны удовлетворять органы правосудія. Настойчиво отмѣчается безграмотность судей, неспособность ихъ разобраться въ мало-мальски сложномъ случаѣ, наконецъ, подкупность ихъ. Зем. нач. Остерскаго у. Черниговской губ. Максимовскій говоритъ: „Для крестьянъ существуетъ волостной судъ. Но что же это за судилище?... Да прощено мнѣ будетъ, ибо не въ осужденіе говорю, а ради пользы дѣла, если скажу, что болѣе безотрадное учрежденіе, чѣмъ волостной судъ, едва ли можно найти на землѣ... Четыре крестьянина, неграмотные или малограмотные, избранные не изъ лучшихъ людей, а изъ болѣе нуждающихся—лучшіе люди не пойдутъ на это дѣло, не бросятъ своего хозяйства и не захотятъ брать на себя „пятна“, какъ они выражаются,—эти четыре крестьянина... вовсе незнакомые съ закономъ, ничѣмъ не отличающіеся по уму отъ своего собрата, садятся за судейскій столъ, покрытый краснымъ сукномъ, украшенный зеркаломъ и портретомъ Государя, и начинаютъ судить своего собрата—крестьянина, а то еще лучше—мѣщанина, который и умнѣе и образованиѣе, чѣмъ этотъ

судъ. Если писарь толковъ..., то онъ въ дѣйствительности и есть настоящій судья, тогда рѣшеніе суда хотя по виду сколько-нибудь прилично, о внутренней правдѣ я не говорю, потому что среди писарей ее найти очень мудрено. Но если писарь плохъ, то рѣшенія суда имѣютъ невозможный видъ и по внутреннему, и по внѣшнему содержанию... Пьянство судей и подкупъ судей и свидѣтелей—это обычное явленіе¹⁾. Вслѣдствіе этого, по словамъ того же земскаго начальника: „онъ никакого уваженія населенія къ этому суду нигдѣ не замѣчалъ, а полного пренебреженія и оскорбительнаго отношенія видѣлъ много“. По словамъ Глуховскаго у. предв. двор. Черниговской губ. Кочубея: „нынѣшній составъ волостныхъ судовъ, состоящихъ изъ лицъ не только необразованныхъ, но и часто малограмотныхъ, ведетъ къ сведенію на нуль основныхъ принциповъ всякаго суда, безпристрастности и свободы совѣсти“²⁾. Крест. Королевъ говоритъ въ Суджанскомъ у. комитетѣ Курской губ.: „старшина, писарь, дѣлопроизводитель и судьи, въ большинствѣ случаевъ, при разрѣшеніи дѣлъ разсѣкаютъ судебный гордіевъ узелъ такъ: чья изъ двухъ, просителя или отвѣтчика, чаша съ деньгами, продуктами и водкою тяжелѣе потянетъ, тотъ и выигрываетъ дѣло, составитъ рѣшеніе, подтасовать показаніе свидѣтелей и мотивировку въ ту или другую сторону—дѣло уже рукъ дѣлопроизводителя“³⁾. И такому суду, восклицаетъ онъ, ввѣряется веденіе весьма крупныхъ дѣлъ крестьянской среды дѣлъ. Еще суровѣе отзывы землевладѣльцевъ. Мясоѣдовъ, напр., изъ Рославльскаго у. Смоленской губ. говоритъ: „Заглянемъ въ волостной судъ. Этотъ судъ, предназначенный законодателемъ имѣть громадное воспитательное значеніе для народа, вмѣсто этого вноситъ страшную деморализацію. Это ложный кругъ: въ судьи попадаютъ нечестные люди... Эти нечестные люди своими пристрастными рѣшеніями губятъ честность въ народѣ, и такъ безъ конца въ родѣ *perpetuum mobile*. Чуть не каждое рѣшеніе таксирруется на водку, дрова и деньги. Всѣ мѣры противъ этого зла ограничиваются закрытіемъ кабаковъ и винныхъ лавокъ на время засѣданія суда, какъ будто кто-либо пьетъ водку во время разбора дѣла. Ее пьютъ либо передъ дѣломъ въ видѣ посула, либо послѣ него въ видѣ благодарности“⁴⁾. Въ запискѣ Бла-

¹⁾ Тр. М. К., Черниговская губ., стр. 50.

²⁾ Тр. М. К., Черниговская губ., стр. 129.

³⁾ Тр. М. К., Курская губ., стр. 687.

⁴⁾ Тр. М. К., Смоленская губ., Журналы уѣздныхъ комитетовъ, стр. 219.

говѣщенскаго, поданной въ Весьегонскій у. комитетъ Тверской губ., говорится о неоднократныхъ жалобахъ въ сѣздъ на то: „что судья держитъ руку той или другой стороны, что предсѣдатель дѣйствуетъ, какъ повѣренный стороны, что кто-либо изъ тяжущихся носилъ медъ предсѣдателю, что судьи были угощаемы стороною, и иногда настолько усердно, что предсѣдатель, напр., по выраженію жалобщиковъ, выходилъ въ засѣданіе „съ медалями не только на груди, но и на спинѣ“, что судья, будучи въ нетрезвомъ видѣ, столкнулъ зеркало на полъ, что въ рѣшеніе вмѣшивался старшина, что дѣлопроизводитель суда, будучи въ томъ же судѣ отвѣтчикомъ по дѣлу, составлялъ протоколъ засѣданія и проч.“¹⁾ Землевладѣлецъ Гросуль-Толстой въ Одесскомъ у. комитетѣ говоритъ: „Крестьяне-судьи, въ большинствѣ знающіе только подписать свою фамилію, иногда нетрезвые, нерѣдко подкупаемые, они всецѣло находятся въ рукахъ письменнаго, большею частью, захожаго, безъ образованія волостного писаря. Рука и мозги послѣдняго понаторѣли изрекать приговоры по общему шаблону съ примѣненіемъ одной и той же статьи закона и съ перевираніемъ свидѣтельскихъ показаній. Такой судъ для крестьянъ образовательнаго значенія не имѣетъ, они его не уважаютъ, глумятся надъ нимъ и того мнѣнія, что его можно купить“²⁾.

Такіе же отзывы о составѣ и личныхъ качествахъ судей идутъ изъ западныхъ губерній, гдѣ дѣйствуетъ прежняя, первоначальная форма волостного суда. Лишь изрѣдка встрѣчаются противоположные отзывы.

Но не одни дурныя качества личнаго состава дѣлаютъ волостной судъ плохимъ судомъ. Въ Херсонской губ. мѣстные дѣятели цитируютъ слѣдующія слова Побѣдоносцева: „дѣйствіе учрежденій зависитъ отъ людей, но вмѣстѣ съ тѣмъ нельзя упускать изъ виду, что и люди образуются въ духѣ тѣхъ или другихъ учрежденій, и что есть учрежденія, при дѣйствіи коихъ нельзя ждать развитія людей въ томъ направленіи и духѣ, которому учрежденія сіи не соотвѣтствуютъ“³⁾. Волостной же судъ является именно учрежденіемъ не способнымъ воспитывать людей въ духѣ правосудія и законности. На это указываетъ цѣлый рядъ мѣстныхъ комитетовъ.

¹⁾ Тр. М. К., Тверская губ., стр. 196.

²⁾ Тр. М. К., Херсонская губ., стр. 260—261.

³⁾ Цитир. по Сборнику статей „Нужды деревни“, т. I, Спб. 1904, стр. 161.

По словамъ городского судьи Бѣляка Тихвинскаго у. Новгородской губ.: „Болостной судъ вовсе не отвѣчаетъ тѣмъ основнымъ требованіямъ, которыя и наука, и практика предъявляютъ устройству и дѣятельности всякаго отвѣчающаго потребностямъ правосудія суда. Волостному суду недостаетъ самостоятельности и легальности. Подъ самостоятельностью, говоритъ онъ, разумѣютъ независимость суда и судей при отправленіи правосудія отъ какихъ-либо постороннихъ вліяній, въ томъ числѣ и отъ вліянія какого-бы то ни было начальства“... Этого нѣтъ въ волостныхъ судахъ: „въ то время, какъ члены окружныхъ судовъ назначаются Высочайшею властью и могутъ быть смѣнены не иначе, какъ по суду, а городскіе судьи назначаются Высочайшими приказами, по представленію министра юстиціи, и увольняются по постановленію консультаціи при министерствѣ, съ утвержденія министра юстиціи; а дисциплинарнымъ взысканіямъ подвергаются не иначе, какъ по постановленію высшаго коллегіальнаго суда—судебной палаты, суду предаются лишь по постановленію сената,—волостные судьи назначаются земскимъ начальникомъ изъ кандидатовъ, выбранныхъ сельскими обществами, земскій же начальникъ можетъ кременно устранить волостного судью отъ должности и войти въ административное присутствіе уѣзднаго сѣзда съ представленіемъ о совершенномъ увольненіи волостного судьи отъ службы и о преданіи его суду. За маловажные проступки земскій начальникъ можетъ подвергнуть волостного судью замѣчанію, выговору, денежному взысканію до 5 руб. и аресту до 7 дней безъ формальнаго производства. Такимъ образомъ, заключаетъ докладчикъ, волостные судьи вполне зависятъ отъ земскаго начальника“¹⁾. О самостоятельности нашихъ судей нельзя говорить. Зависимость судей отъ земскаго начальника нарушаетъ принципъ „отдѣленія суда отъ администраціи“, принципъ, поколебленный уже съ 1889 года тѣмъ, что на должность предсѣдателя волостного суда можетъ быть назначенъ волостной старшина, лицо административное, имѣющее, какъ мы видѣли выше, большую власть надъ крестьянскимъ населеніемъ, и, въ свою очередь подчиненное земскому начальнику и другимъ административнымъ лицамъ.

Другое начало—легальность—также не соблюдено въ организаціи волостного суда. „Подъ легальностью, говорится въ докладѣ того же городского судьи, разумѣется принципъ, въ силу котораго судъ

¹⁾ Тр. М. К., Новгородская губ., стр. 390.

при отправленіи правосудія руководствуется не своимъ усмотрѣніемъ, не произволомъ и не указаніемъ начальства, а правовыми нормами, какъ матеріальными, опредѣляющими права, такъ и процессуальными, которыми опредѣляется порядокъ производства дѣлъ въ судѣ и при-
дается дѣйствіемъ суда „правомѣрный, а не случайный характеръ“. Этого именно нѣтъ въ волостныхъ судахъ. Здѣсь совершенно почти нѣтъ ни матеріальнаго, ни процессуальнаго права. Въ области мате-
ріальнаго права они „для руководства не имѣютъ никакихъ опредѣ-
ленныхъ законовъ и постановляютъ свои приговоры на основаніи мѣстныхъ обычаевъ“. Если же принять во вниманіе, какъ это мы увидимъ дальше, что твердо установившихся обычаевъ въ деревнѣ нѣтъ, то нельзя не согласиться съ крест. Козаковымъ Дмитріевскаго у. Курской губ., который говоритъ: „обычное право даетъ полный просторъ произволу, бороться съ которымъ не въ силахъ никакой административный надзоръ“¹⁾. Предс. Борисоглѣбской у. зем. управы Тамбовской губ. по тому же поводу говоритъ: „волостные суды—на-
смѣшка надъ правосудіемъ, дѣятельность ихъ—произволъ подъ пред-
логомъ примѣненія несуществующихъ, неизвѣстно откуда взятыхъ
обычаевъ, примѣняемыхъ по одному дѣлу такъ, по другому иначе“²⁾.

Процессуальныхъ нормъ для волостныхъ судовъ, кромѣ самыхъ общихъ указаній въ Общемъ Полож. о крест. 1861 года и Времен-
ныхъ Правилахъ для вол. судовъ, изданныхъ въ 1889 году, также нѣтъ. Отсюда полное отсутствіе какой-бы то ни было законности въ волостномъ судѣ. „Можно сказать, говоритъ членъ Костромской губ.
зем. управы Кривороговъ, что волостной судъ это совсѣмъ не судъ,
ибо такимъ именемъ нельзя назвать учрежденіе, дѣйствующее сти-
хійно и безсистемно, на основаніи какого-то мифическаго обычнаго
права и 60 статей такъ называемыхъ Временныхъ Правилъ“³⁾.

Не лучше отзывы и о высшихъ инстанціяхъ крестьянскихъ су-
дебныхъ учрежденій—уѣздномъ съѣздѣ и губернскомъ присутствіи,
которые въ значительной части состоятъ не изъ судей, а изъ адми-
нистративныхъ чиновниковъ. Въ трудахъ Боровичскаго у. комитета
Новгородской губ., напримѣръ, читаемъ о съѣздѣ: „и въ слѣдующей
за волостнымъ судомъ инстанціи развѣ крестьянинъ видитъ судъ?

¹⁾ Тр. М. К., Курская губ., стр. 161.

²⁾ Тр. М. К., Тамбовская губ., стр. 132.

³⁾ Тр. М. К., Костромская губ., стр. 72.

Онъ приходитъ въ судъ и видитъ тамъ тоже свое начальство, судей почти нѣтъ, а сидятъ его непосредственные начальники; можетъ ли онъ при этомъ считать, что передъ нимъ сидитъ судъ? и какое онъ можетъ вынести впечатлѣніе объ этомъ, такъ называемомъ, судѣ, когда въ засѣданіи въ теченіе 2—3 часовъ разбирается по 60, 80 и даже болѣе дѣлъ!“¹⁾ О кассационной инстанціи—губернскомъ присутствіи—даетъ отзывъ Суджанскій у. комитетъ. Докладчикъ въ этомъ комитетѣ, у. членъ окр. суда Говорунъ, напоминаетъ „о тѣхъ основаніяхъ, по которымъ при составленіи судебныхъ уставовъ было признано опаснымъ присвоеніе кассационныхъ функцій судебнымъ палатамъ, въ видахъ однообразія и однородности кассационной практики. Но судебныхъ палатъ, сравнительно, немного, а губернскія присутствія учреждены въ каждой губерніи, и каждое изъ нихъ устанавливаетъ свою собственную кассационную практику, внося свой элементъ путаницы и неустойчивости въ печальную область волостной юстиціи“²⁾.

Указанные недостатки волостныхъ судовъ такъ серьезны, что населеніе, по отзывамъ мѣстныхъ комитетовъ, само бѣжитъ ихъ. „Понятно, читаемъ въ докладѣ того же Говоруна, недовольство крестьянъ своимъ судомъ. „Передай, батюшка, наше дѣло, говорили они, мировому, а не въ волостной. Тамъ народъ слѣпой, несвѣдущій, пьяный, а писарь говоритъ: „дай, коли правды хочешь““³⁾. Въ докладѣ Ветлужскаго у. комитета Костромской губ. говорится, что „при мировомъ институтѣ крестьяне всегда предпочитали обращаться къ мировому“⁴⁾. По словамъ предсѣдателя Малоархангельской у. зем. управы Потулова, и въ Орловской губ. „населеніе при мировыхъ судьяхъ бѣжало отъ волостного суда, искусственно подтасовывая дѣла, чтобы подчинить его компетенціи мирового судьи, оно бѣжитъ и теперь“⁵⁾... Въ докладѣ юридической комиссіи Гайсинскаго у. Подольской губ., гдѣ дѣйствуетъ первоначальная форма волостного суда, говорится, что и здѣсь „путемъ казуистической кваліфикаціи или путемъ завѣдомаго преувеличенія цѣны иска крестьяне стараются превысить подсудность дѣла, чтобы разбираться въ общемъ или мировомъ судѣ,

¹⁾ Тр. М. К., Новгородская губ., стр. 163.

²⁾ Тр. М. К., Курская губ., стр. 632—633.

³⁾ Тр. М. К., Курская губ., стр. 630.

⁴⁾ Тр. М. К., Костромская губ., стр. 258.

⁵⁾ Тр. М. К., Орловская губ., стр. 113.

хотя этотъ послѣдній сопряженъ съ расходами. Этотъ всеобщій фактъ, прибавляетъ докладъ, можетъ удостовѣрить каждый изъ судебныхъ дѣятелей“¹⁾).

Въ виду всего сказаннаго мѣстные комитеты, сознавая всю важность суда для охраны личныхъ и имущественныхъ правъ крестьянства, а слѣдовательно, и для поднятія экономическаго благосостоянія деревни настойчиво совѣтуютъ реформировать крестьянскія судебныя учрежденія. 71 комитетъ вотировалъ за учрежденіе современнаго сословнаго волостного суда. Изъ нихъ 38 предложило замѣнить его общими для всѣхъ коронными мировыми судьями и окружными судами. 17 комитетовъ проэктируютъ возстановленіе выборной мировой юстиціи, которой и должны быть переданы всѣ дѣла, подвѣдомственные волостнымъ судамъ. Наконецъ, третья группа, въ числѣ 16 комитетовъ, склоняется къ замѣнѣ сословнаго крестьянскаго суда низшимъ безсословнымъ коллегіальнымъ судомъ, выборнымъ и независимымъ отъ администраціи. Образцомъ такого суда могутъ служить гминные суды Царства Польскаго, успѣшно дѣйствующіе болѣе 25 лѣтъ. Они сословны, состоятъ изъ выборнаго судьи и лавниковъ. Для судьи требуется извѣстный имущественный и образовательный цензъ, утверждается онъ министромъ юстиціи, а въ дисциплинарномъ отношеніи подчиняется окружному суду. Апелляціонной инстанціей является мировой съѣздъ, гдѣ вмѣстѣ засѣдаютъ гминные и мировые судьи.

Дѣло соответствующаго вѣдомства выбрать одну изъ этихъ трехъ формъ низшаго суда—коронныхъ мировыхъ судей, выборныхъ мировыхъ судей или гминные суды (мы лично остановились бы на мировыхъ судьяхъ, не дѣлая особаго различія между выборными и коронными)—указанные комитеты лишь отмѣтили коренное требованіе жизни: учрежденіе сословнаго волостного суда и переходъ къ суду общему для всего населенія.

Но не всѣ комитеты признаютъ такой переходъ необходимымъ. Для самыхъ мелкихъ дѣлъ цѣлый рядъ комитетовъ (17) призналъ желательнымъ сохранять сословный волостной судъ, лишь уменьшивъ его компетенцію и реформировавъ его. Реформа эта, по мнѣнію однихъ, должна состоять въ назначеніи предсѣдателемъ лица съ из-

¹⁾ Тр. М., Подольская губ., стр. 551.

вѣстнымъ образовательнымъ цензомъ, по мнѣнію другихъ, въ улучшеніи состава ихъ отъ власти административныхъ лицъ. Обращено при этомъ вниманіе и на улучшеніе высшихъ инстанцій, введеніемъ въ нихъ большаго числа лицъ судебнаго вѣдомства.

Совершенно единичные комитеты ¹⁾ высказались за оставленіе волостного суда въ теперешнемъ видѣ, признавъ нежелательною какую-либо реформу его.

Главные мотивы, по которымъ рядъ комитетовъ стоитъ за сохраненіе сословнаго волостного суда, состоятъ въ указаніи на его дешевизну для государства и населенія, доступность и приспособленность къ крестьянскому обычному праву. Что касается перваго довода, то въ тѣхъ же трудахъ мѣстныхъ комитетовъ много разъ повторяется разными лицами, что правый судъ—это такое высокое благо въ государственной жизни, что ради достиженія его, нельзя останавливаться передъ извѣстными затратами. „Крестьянство, говорится въ особой комиссіи при Самарскомъ у. комитетѣ, какъ главный плательщикъ прямыхъ и косвенныхъ налоговъ, имѣтъ право на полученіе правосудія, какихъ бы средствъ это ни стоило. Запасы съ лихвою возвратятся увеличенною производительностью крестьянскаго труда“ ²⁾. Переплата же населенія, если посчитать, во что ему обходится подкупный волостной судъ, будетъ въ дѣйствительности не такъ значительна. Доступность волостного суда дѣйствительно очень велика, но вѣдь и гминные суды доступны, а если увеличить число мировыхъ судей, то и мировая юстиція станетъ очень доступной.

Ссылка на обычное право серьезнѣе. Носителями и знатоками его, говорятъ члены нѣкоторыхъ комитетовъ, являются крестьяне, поэтому долженъ быть сохраненъ особый крестьянскій судъ. Но гминные судьи съ ихъ лавниками оказались бы не менѣе свѣдущими въ мѣстныхъ обычаяхъ. Такими же оказались бы мировые судьи, выбранные мѣстнымъ населеніемъ. Наконецъ, при коронныхъ мировыхъ судьяхъ могъ бы быть учрежденъ родъ шеффиговъ, избираемыхъ изъ мѣстныхъ жителей, въ качествѣ экспертовъ по обычному праву. Это ослабляетъ ссылку на обычное право. Но помимо этого встаетъ еще вопросъ, дѣйствительно-ли существуетъ обычное право, настолько-ли

¹⁾ Пермскій и Нижегородскій губернскіе, Смоленскій уѣздный, Макарьевскій Костромской губ. и Подольскій Московской губ.

²⁾ Тр. М. К., Самарская губ., стр. 482.

оно твердо, чтобы на него могла опираться правовая жизнь деревни. Если на этотъ вопросъ отвѣтить отрицательно; если далѣе, даже въ тѣхъ случаяхъ, когда обычное право существуетъ, желательно замѣнить его общими для всѣхъ писаными законами—тогда сама собою исчезаетъ необходимость сохраненія особаго сословнаго крестьянскаго суда.

Вотъ почему мы рассмотримъ теперь отзывъ комитетовъ о крестьянскомъ матеріальномъ правѣ.

V.

Матеріальное гражданское и уголовное право крестьянъ.

Ст. 135 Общаго положенія о крест. гласитъ: „Волостной судъ рѣшаетъ дѣла по совѣсти, на основаніи имѣющихся въ дѣлѣ доказательствъ. При разрѣшеніи тяжбъ и споровъ между крестьянами, въ особенности же дѣлъ о раздѣлѣ крестьянскаго наслѣдства, судъ руководствуется мѣстными обычаями“. Эта статья устанавливаетъ разбирательство гражданскихъ дѣлъ на основаніи мѣстнаго обычнаго права. Такой порядокъ подвергается рѣзкой критикѣ со стороны мѣстныхъ комитетовъ.

Цѣлый рядъ послѣднихъ указываетъ, что въ крестьянской средѣ не существуетъ какихъ-либо твердыхъ, освященныхъ долгимъ временемъ обычаевъ. „Подъ обычнымъ правомъ, говоритъ тов. предс. Орловскаго окр. суда Кистеневъ въ Орловскомъ комитетѣ, подразумѣвается такая юридическая норма, которая служитъ выраженіемъ юридическаго убѣжденія народа. Это убѣжденіе слагается, конечно, въ долгій періодъ времени и слагается совершенно свободно; оно есть слѣдствіе долгой свободной жизни народа. У нашего народа, угнетаемаго крѣпостнымъ правомъ, произволомъ помѣщика, не могло сложиться такихъ убѣжденій; то, что годилось, такъ сказать, для обихода, не есть юридическій обычай, обязательная правовая норма“¹⁾. Много разъ уже цитированный нами городской судья Тихвинскаго у. Бѣлякъ говоритъ по этому поводу: „Обычнымъ правомъ называется система правовыхъ нормъ, выработанныхъ народною жизнью, въ соответствии

¹⁾ Тр. М. К., Орловская губ., стр. 112.

съ народнымъ правосознаніемъ и потребностями народного быта, пользующихся всеобщимъ признаніемъ. Но въ дѣйствительности, за немногими исключеніями, въ крестьянскомъ быту такихъ обычно-правовыхъ нормъ не имѣется. Дѣло въ томъ, что народно-правовые обычаи возникаютъ на раннихъ ступеняхъ развитія и притомъ въ средѣ свободныхъ гражданъ. Но и тогда уже является потребность въ записи и систематическомъ изложеніи этихъ нормъ и въ дополненіи ихъ законодательными нормами. Такъ возникли: древнѣйшій сборникъ права—„Русская Правда“, а потомъ въ XIV и XV вв.—Псковская и Новгородская Судебныя Грамоты. Но затѣмъ, особенно съ наступленіемъ Московскаго періода, народно-правовое творчество прекращается, его замѣняетъ указная дѣятельность государей. Не могло оно сохраниться и въ крестьянскомъ сословіи, которое попало въ рабство. Если при крѣпостномъ состояніи и установились какіе-либо обычаи, то ихъ нельзя признать въ настоящемъ смыслѣ правовыми нормами, такъ какъ послѣднія опредѣляютъ мѣру свободы, предоставленной отдѣльному человѣку, а какая же могла быть мѣра свободы крѣпостного раба, который самъ могъ быть, подобно вещи, объектомъ купли-продажи; правила эти, слѣдовательно, носили скорѣе хозяйственный, техническій характеръ, подобно правиламъ пользованія инвентаремъ“¹⁾...

Но „если, говорить тотъ же судья, и существовали при крѣпостномъ правѣ правовыя обычныя нормы, то, какъ созданныя въ условіяхъ рабскаго состоянія, онѣ уже не могутъ соответствовать правосознанію и потребностямъ народной массы, вышедшей на волю и очутившейся въ совершенно иныхъ условіяхъ общественнаго, имущественнаго и семейнаго быта; особенно теперь, когда городъ все болѣе и болѣе беретъ гегемонію надъ деревней, и капитализмъ проникаетъ въ самые отдѣльные медвѣжьи углы. Старый укладъ крестьянской жизни разлагается, а теперешняя эпоха вовсе не благопріятствуетъ какому-либо народному органическому творчеству, въ томъ числѣ и обычно-правовому. Какъ исчезла и исчезаетъ народная пѣсня, одежда, танцы, такъ исчезли народно-правовые обычаи, а мѣсто ихъ заняли какіе-то сколки законовъ, циркуляровъ и инструкцій, въ толкованіи, преимущественно, волостныхъ писарей. Если гдѣ-либо на сѣверныхъ или восточныхъ окраинахъ, или въ особыхъ условіяхъ быта, какъ,

¹⁾ Тр. М. К., Новгородская губ., стр. 391.

напримѣръ. у бѣлозерскихъ рыбаковъ, и сохранились еще народно-правовые обычаи, то вѣдь тамъ, напримѣръ, въ Олонецкой губерніи, сохранились народныя быliny, но какъ тѣ, такъ и другія составляютъ рѣдкія явленія и практическаго значенія для громаднаго большинства крестьянскаго населенія не имѣютъ“¹⁾. По мнѣнію Елифанскаго у. комитета Тульской губ., „юридическіе обычаи, если только они и были въ нашей мѣстности, давно исчезли; ихъ замѣнило усмотрѣніе—начиная съ усмотрѣнія волостного суда и кончая губернскимъ присутствіемъ“²⁾. Тихвинскій землевладѣлецъ Новгородской губ. Богдановъ замѣчаетъ: „требованіемъ разрѣшать споры на основаніи обычаевъ ст. 135 возвращаетъ наше простонародье къ временамъ Гостомысла. Но и перешедшая отъ этихъ временъ пословица говоритъ: что ни городъ—то норовъ, что ни деревня—то обычай. Для настоящаго времени, можетъ быть, она была бы болѣе вѣрна, еслибы говорила: „что ни голова—то обычай“. При такомъ разнообразіи обычаевъ, какое руководящее значеніе они могутъ имѣть, и посему не слѣдуетъ-ли признать, что совсѣмъ нѣтъ обычаевъ, пригодныхъ для суда“³⁾?

Сами крестьяне свидѣтельствуютъ, что у нихъ твердыхъ юридическихъ обычаевъ нѣтъ. Въ трудахъ комитетовъ Новгородской губ. говорится: „Когда производилось обслѣдованіе волостныхъ судовъ, то крестьяне въ разныхъ мѣстахъ прямо заявляли слѣдующее: „обычаи не существуютъ, ихъ перезабыли“, „коренного обычая у насъ своего нѣтъ“, „никакихъ мѣстныхъ обычаевъ у насъ нѣтъ, и судьи такихъ обычаевъ у насъ не знаютъ“, „при рѣшеніи дѣлъ волостные судьи не руководствуются мѣстными крестьянскими обычаями, потому что у всякой бабы свой обычай“⁴⁾.

Отмѣченное цѣлымъ рядомъ комитетовъ крайнее разнообразіе и даже полное отсутствіе юридическихъ обычаевъ открывастъ, по отзыву Стерлитамакскаго у. комитета Уфимской губ., широкій просторъ для нарушенія безпристрастія и справедливости со стороны судей“⁵⁾. Пантелѣевъ въ Клинскомъ у. комитетѣ Московской губ. говоритъ по этому

¹⁾ Тр. М. К., Новгородская губ., стр. 391.

²⁾ Тр. М. К., Тульская губ., стр. 237.

³⁾ Тр. М. К., Новгородская губ., стр. 439.

⁴⁾ Тр. М. К., Новгородская губ., стр. 391.

⁵⁾ Тр. М. К., Уфимская губ., стр. 313.

поводу: „я очень часто присутствую въ качествѣ зрителя въ волостномъ судѣ и вынесъ полное убѣжденіе въ его несостоятельности. Глубоко заблужденіе, что у крестьянъ есть мѣстный обычай. Обыкновенно его создаютъ при помощи ведра вина“¹⁾. Это сознаютъ сами крестьяне, которые всячески стараются избѣжать примѣненія къ нимъ обычнаго права, и, по словамъ тов. предс. Орловскаго окр. суда Кистенева, „всегда охотно прибѣгаютъ къ защитѣ X тома“²⁾.

При отсутствіи обычаевъ ст. 135 Общаго Полож. о крест. указываетъ волостнымъ судамъ рѣшать дѣла „по совѣсти“. Но, по словамъ цитированнаго уже нами землевладѣльца Богданова, у всякаго человѣка своя совѣсть. Судъ по одной совѣсти, поэтому, въ самомъ лучшемъ случаѣ будетъ „благодѣтельнымъ произволомъ“, гораздо чаще онъ является „просто произволомъ“, т. е. отрицаніемъ суда³⁾. Между тѣмъ во власть этого произвола отдана главная часть населенія. По словамъ одного гласнаго Херсонскаго земства, „одна десятая часть Россіи по гражданскимъ дѣламъ имѣетъ писанные законы, а вся остальная масса крестьянъ судится обычаями... И вотъ спорные вопросы въ лучшемъ случаѣ разрѣшаются по справедливости, по-Божески, а часто болѣе сильныя производятъ давленіе надъ слабыми... и въ сельскомъ быту въ гражданскихъ правоотношеніяхъ водворяется судебная неурядица“⁴⁾.

Рѣшеніе гражданскихъ дѣлъ по совѣсти безъ закона могло еще удовлетворять крестьянъ при несложности экономической жизни деревни, при патріархальномъ строѣ ея. Но все это исчезаетъ, жизнь деревни усложняется, выдвигается масса запутанныхъ юридическихъ отношеній. Потребность въ точныхъ гражданскихъ законахъ, которые нормировали бы эти отношенія, стала въ виду этого насущной и неотложной. „За 40 лѣтъ, говорится въ сводѣ мѣстной Епифанскаго у. комитета Тульской губ., жизнь ушла впередъ, народилась масса новыхъ потребностей и положеній, усложнились въ сильнѣйшей степени общественныя и частныя отношенія крестьянъ между собою и къ другимъ сословіямъ, совершенно измѣнилось не только экономическое положеніе населенія, но и направленіе экономической политики госу-

¹⁾ Тр. М. К., Московская губ., стр. 408.

²⁾ Тр. М. К., Орловская губ., стр. 112.

³⁾ Тр. М. К., Новгородская губ., стр. 438—439.

⁴⁾ Тр. М. К., Херсонская губ., стр. 311.

дарства. Между тѣмъ крестьянство осталось при тѣхъ же законоположеніяхъ 1861 года¹⁾.

Вслѣдствіе всего сказаннаго большинство комитетовъ, высказавшихся по вопросамъ крестьянскаго суда, признало необходимымъ уничтожить ссылку крестьянскаго суда на обычное право, этотъ „санкціонированный произволъ“²⁾, и распространить на крестьянъ общіе писанные гражданскіе законы. 93 комитета, въ томъ числѣ 15 губернскихъ, высказалось за это, признавъ неотложнымъ „устраненіе обособленности крестьянъ въ гражданскихъ правахъ“.

Распространеніе общаго гражданского права на крестьянъ, по мнѣнію комитетовъ, необходимо еще потому, что высшія инстанціи крестьянской юстиціи—уѣздный съѣздъ и губернское присутствіе—рѣшаютъ поступающія къ нимъ тяжбы не на основаніи обычая, а по закону. Отсюда полнѣйшее отсутствіе какой-либо опредѣленности. „И низшая, и высшая инстанціи, говоритъ гор. судья Новгородской губ. Ывлякъ, обязаны примѣнять одни и тѣ же законы. Было бы безсмыслицей, еслибы, положимъ, низшій судъ примѣнялъ русскіе законы, а высшій, при перерѣшеніи того же дѣла, нѣмецкіе. Между тѣмъ, въ отношеніи волостного суда по гражданскимъ дѣламъ допущено что-то весьма похожее на это... Волостной судъ рѣшаетъ дѣла по своему усмотрѣнію, безъ примѣненія какихъ либо законовъ матеріальнаго права, но рѣшенія волостного суда по искамъ на сумму болѣе 30 рублей недовольная сторона имѣетъ право обжаловать въ судебное присутствіе уѣзднаго съѣзда, которое для волостного суда является высшей инстанціей. Уѣздный же съѣздъ при разрѣшеніи этихъ дѣлъ обязанъ примѣнять законъ... Такимъ образомъ, одна инстанція при рѣшеніи дѣла не обязана примѣнять никакихъ матеріальныхъ законовъ, а другая, высшая, при перерѣшеніи того же дѣла, руководствуется закономъ... Получается явная „антиномія“³⁾. Все это вызываетъ путаницу, противорѣчивыя рѣшенія по одинаковымъ дѣламъ и, какъ слѣдствіе этого, недовѣріе населенія къ суду, упадокъ чувства законности и развитіе сутяжничества“. По словамъ Чунакова въ Самарскомъ у. комитетѣ, отъ этого „происходитъ страшная волокита: волостные суды, уѣздные съѣзды и губернскія присутствія завалены

¹⁾ Тр. М. К., Тульская губ., стр. 237.

²⁾ Тр. М. К., Минская губ., стр. 227.

³⁾ Тр. М. К., Новгородская губ., стр. 392—393.

крестьянскими дѣлами по спорамъ о семейныхъ имуществахъ и о землѣ, а сами стороны продолжаютъ враждовать между собою, возбуждаютъ дѣла гражданскія, уголовныя и административныя, расходятся на свои тяжбы, бесплодно ожидаютъ благопріятнаго разрѣшенія и, не получая такового, въ конецъ разоряются. Для устраненія такого положенія представляется необходимымъ: уравниеніе крестьянъ съ другими сословіями въ области ихъ гражданскихъ и имущественныхъ отношеній, точное опредѣленіе правъ крестьянъ о собственности, пріобрѣтеніи, пользованіи, распоряженіи и отчужденіи имущества, а равно о наслѣдованіи и обязательствахъ" ¹⁾.

Но на ряду съ этимъ преобладающимъ мнѣніемъ то тамъ, то здѣсь пробиваются противоположные отзывы объ обычномъ гражданскомъ правѣ крестьянъ и стремленіе сохранить его. „Нельзя признать, говоритъ Орловскій губ. предв. двор. Стаховичъ, вѣрнымъ соображеніемъ объ отсутствіи обычного права. Принятое и безправное положеніе народа не только не могло служить препятствіемъ къ образованію обычая, напротивъ, оно способствовало его составленію, оно было выраженіемъ народной совѣсти... Никто не можетъ опредѣлить возникновеніе и исчезновеніе его, но сомнѣваться въ существованіи обычая и обойтись безъ него нельзя... Противорѣчивыя показанія свидѣтелей ничего не доказываютъ; обычай долженъ жить въ судѣ, какъ извѣстное сознаніе гражданина; если отклонить примѣненіе обычая, то онъ все-таки будетъ проявляться въ убѣжденіи судьи, въ его желаніи быть справедливымъ и тѣмъ удовлетворить понятной нравственной потребности" ²⁾. Малоархангельскій у. предв. двор. Орловской губ. кн. Куракинъ говоритъ: „Обычай—юридическое воззрѣніе народа, неоднократно и однообразно проявлявшееся въ жизни; это—законъ, живущій въ сознаніи народа; наконецъ, какъ говоритъ Пухта въ его извѣстномъ сочиненіи „Обычное право“, обычай—юридическій языкъ народа. Вѣдь нельзя же запретить народу говорить на родномъ его языкѣ. И отмѣна примѣненія обычая будетъ равносильна такому запрещенію. Всѣмъ извѣстно, что народъ на первыхъ ступеняхъ своего развитія руководствуется однимъ только обычаемъ; затѣмъ является писанный законъ, который начинаетъ постепенно вытѣснять обычай, или вѣрнѣе, не вытѣсняетъ, а замѣняетъ его... По мѣрѣ того, какъ

¹⁾ Тр. М. К., Самарская губ., стр. 515.

²⁾ Тр. М. К., Орловская губ., стр. 113—114.

жизнь идетъ впередъ, народъ становится культурнѣе,—область закона расширяется, кругъ дѣйствія обычая суживается; но никакъ законъ не вытѣсняетъ обычая: жизнь всегда будетъ идти впереди закона“... При „хорошемъ судѣ, стоящемъ на высотѣ умственного и нравственного развитія“... „нѣтъ опасности въ примѣненіи обычая; напротивъ, онъ будетъ цѣннымъ коррективомъ закона и его слѣдуетъ сохранить, какъ неизмѣнный источникъ для законодателя. Я глубоко убѣжденъ, заканчиваетъ кн. Куракинъ, что отмѣна обычая обратитъ законъ въ мертвую букву, а судью, руководствующагося однимъ только закономъ въ автомата“¹⁾).

Однако, почти всѣ сторонники сохраненія обычного права согласны съ тѣмъ, что примѣненіе его на практикѣ крайне плохо: въ низшей инстанціи царитъ произволъ, а высшія совершенно не знаютъ обычныхъ нормъ. Для устраниенія этого, по мнѣнію защитниковъ обычного права, необходимо произвести повсемѣстное изученіе его на основаніи рѣшеній волостныхъ судовъ и опроса сельскихъ сходоу и результаты такого изслѣдованія народнаго права облечь въ форму писаннаго закона въ видѣ „Сельскаго Устава“ для основныхъ общихъ положеній и особыхъ порайонныхъ сборниковъ для мѣстныхъ юридическихъ обычаевъ. Сельскій Уставъ долженъ быть санкціонированъ законодательною властью, мѣстные же сборники могутъ утверждаться губернскими присутствіями или судебными палатами. Эти сборники должны подлежать періодическому дополненію и пересмотру, соотвѣтственно измѣненіямъ обычно-правового быта крестьянъ. За такую кодификацію обычного права высказалось 18 комитетовъ, въ томъ числѣ 4 губернскихъ.

Къ мнѣнію меньшинства всегда надо чутко прислушиваться, это предупреждаетъ одностороннія, слишкомъ огульные рѣшенія. Но въ данномъ случаѣ, разбираясь въ указаніяхъ на важность обычного права, нельзя не замѣтить, что это право могло-бы служить богатымъ источникомъ для законодателя и должно было бы быть кодифицировано, еслибы, дѣйствительно, существовали какія-либо общепризнанныя „неоднократно и однообразно примѣняющіяся обычныя нормы“, которыя притомъ желательнo сохранять и нельзя ввести въ общіе гражданскіе законы. Этому же именно нѣтъ.

¹⁾ Тр. М. Б., Орловская губ., стр. 117—118.

Изъ такихъ однообразныхъ нормъ въ средѣ комитетовъ указываютъ на твердо установившееся въ крестьянскомъ правосознаніи понятіе о коллективной собственности, субъектами которой является семья (дворъ) и община.

Но семейная собственность, игравшая прежде очень важную роль, особенно въ великороссійской деревнѣ, съ каждымъ годомъ все болѣе разлагается, стремясь превратиться въ индивидуальную. Ея существованіе, по мнѣнію многихъ членовъ комитетовъ, лишь искусственно поддерживается сенатской практикой, идущей въ этомъ случаѣ противъ духа положенія 19 февраля 1861 года. Последнее признало за крестьянами права личные, имущественныя и семейныя, предоставленныя всѣмъ обывателямъ Имперіи. Въмѣсто этого сенатъ отвергъ индивидуальную надѣльную собственность, создавъ собственность семьи, какъ рабочаго союза. Во главѣ этого союза стоитъ домохозяинъ, но онъ не собственникъ, а лишь „распорядитель хозяйства и представитель семьи“. Семейная собственность, созданная сенатомъ, не представляетъ даже владѣнія на правѣ общей собственности, а какую-то совершенно особую конструкцію собственности¹⁾. Исходя изъ этого начала сенатъ призналъ: подворный участокъ не отвѣтственнымъ за личные долги домохозяина²⁾ и не подлежащимъ завѣщанію³⁾, сына, получившаго надѣлъ отца, не припавшимъ наслѣдство и потому за долги отца не отвѣтственнымъ⁴⁾. Весь этотъ строй семейной собственности давно не соответствуетъ интересамъ крестьянъ. По словамъ свода заключеній Понемѣжскаго у. комитета Ковенской губ.⁵⁾:

а. Изъ этого возникаютъ вѣчныя недоразумѣнія между отдельными членами семьи, стремящимися къ личной собственности, вѣчные споры, доходящіе иногда до дракъ и убійствъ. Члены семьи сами раздѣляютъ надѣлы на мелкіе череполосные куски, такъ какъ совмѣстно пользоваться семейною землею является невозможнымъ.

б. Неизвѣстно, кто является распорядителемъ въ хозяйствѣ. Право завѣщательнаго распоряженія отнято, а порядокъ наслѣдованія безъ завѣщанія не установленъ. Въ случаѣ смерти домохозяина

¹⁾ Рѣш. Гражд. Касс. Деп. 1884 г. № 67 и 1893 г. № 91.

²⁾ Рѣш. Прав. Сен. 1882 г. № 147.

³⁾ Рѣш. Общаго Собр. Сен. 1897 г. № 27.

⁴⁾ Рѣш. Общаго Собр. Сен. 1900 г. № 27.

⁵⁾ Тр. М. К., Ковенская губ., стр. 100—101.

могутъ явиться распорядителями и жена, и старшій сынъ, и братъ умершаго. Эта неопредѣленность дѣлаетъ крестьянина безразличнымъ къ улучшенію хозяйства, такъ какъ онъ не знаетъ, кому достанется результатъ его трудовъ.

в. Семейная собственность уничтожаетъ кредитоспособность крестьянина, такъ какъ земля принадлежитъ не ему, а двору, и въ случаѣ его смерти за его долги не отвѣчаетъ никто.

Такимъ образомъ, современная семейная собственность, во-первыхъ, не является обычной нормой, а искусственно создана сенатской практикой, а во-вторыхъ, она не только не отвѣчаетъ интересамъ крестьянской семьи, но разрушаетъ ее, родитъ въ ней разнь и тормозитъ развитіе крестьянскаго хозяйства. Указаніе на семейную собственность, поэтому, не подкрѣпляетъ стремленія сохранить обычное право, напротивъ, здѣсь именно желательно распространить на крестьянъ общій гражданскій законъ съ его индивидуальной собственностью.

Что касается общинной собственности, то, хотя цѣлый рядъ комитетовъ высказался за необходимость ликвидаціи ея и переходъ къ подворному индивидуальному владѣнію землей, какой-либо рѣзкій іпачъ здѣсь отнюдь не желателенъ. Общинное землевладѣніе до сихъ крайне распространено и дѣйствительно представляетъ прочно сложившійся обычно-правовой институтъ. Его поэтому нельзя вычеркнуть изъ крестьянскаго права. Но онъ можетъ быть регламентированъ и введенъ въ общіе гражданскіе законы. Въ эти законы общинная собственность можетъ войти, какъ часть, но точно формулированная, съ яснымъ опредѣленіемъ правъ отдѣльныхъ общинниковъ, съ указаніемъ условій для вступленія и выхода членовъ изъ общины. Это устраняетъ ту массу неопредѣленности, отъ которой страдаетъ современная общинная собственность.

Наконецъ, сторонники сохраненія обычнаго права указываютъ на порядокъ наслѣдованія, который у крестьянъ опредѣляется обычаями и рѣзко отличается отъ обще-гражданскаго. Но противъ предоставленія этой важной области правоотношеній дѣйствию обычая категорически высказывается цѣлый рядъ членовъ въ средѣ комитетовъ. „Наслѣдованіе по обычаю мыслимо только-при патріархальномъ строѣ жизни, изъ котораго крестьянство вышло“, говорится въ докладѣ юридической комиссіи Гайсинскаго у. комитета Подольской

губ. ¹⁾ 17 членовъ Вологодскаго у. комитета въ своей запискѣ говорить: „Обычное наследственное право крестьянъ такъ разнообразно, неустойчиво и неуловимо, что распространение на сельское населеніе дѣйствующихъ въ законѣ гражданскомъ постановленій было бы весьма желательной мѣрой“ ²⁾. Крест. Дубенскаго у. Волынской губ. Давидюкъ объ обычномъ порядкѣ наследованія говорить: „въ 38 ст. Общаго Полож. о крест. сказано руководствоваться мѣстными обычаями, но въ мѣстныхъ обычаяхъ порядокъ не установленъ, женщины благоволятъ болѣе дочерямъ; если помираетъ отецъ, а осталась мать, тогда и пошло въ разбродъ все, тутъ драки, споры и судьбище безконечное; она раздаетъ имущество дочерямъ, сыны дерутся, не даютъ и т. д. А если къ ней былъ пріймакъ, то она и признаетъ, что все должно принадлежать дочерямъ“ ³⁾.

Эти отзывы заставляютъ и въ области наследственного права признать желательнымъ распространеніе на крестьянъ общихъ гражданскихъ законовъ. Если по этимъ законамъ крестьянамъ предоставлена будетъ общая свобода завѣщанія, тогда всѣ мѣстныя особенности и индивидуальныя желанія въ распоряженіи своимъ имуществомъ свободно выльются въ завѣщаніяхъ. Одинъ вопросъ здѣсь возникаетъ лишь. Это вопросъ о необходимомъ наследованіи и объ ограниченіяхъ свободы завѣщанія, если таковыя установились гдѣ-либо подъ вліяніемъ обычая. Игнорированіе ихъ было-бы насиліемъ надъ юридическою совѣстью народа. Но такія обычные нормы наследственного права, по мнѣнію комитетовъ, опять таки прекрасно могутъ быть внесены въ видѣ оговорокъ въ общіе законы.

Подводя итогъ всему сказанному въ трудахъ комитетовъ о крестьянскомъ обычномъ правѣ, мы видимъ, что ими ясно сознава насущная потребность деревни въ распространеніи на нее общаго для всѣхъ гражданского права. По свидѣтельству комитетовъ, правосознаніе народа вполне отвѣчаетъ началамъ этого права и данно уже подготовлено къ его воспріятію. Нѣкоторыя отличія—напримѣръ, общинная собственность, особыя формы наследованія, можетъ быть, еще какія-либо другія—могутъ быть введены въ обще-гражданскіе законы въ видѣ спеціальныхъ оговорокъ. Если въ такомъ видѣ пи-

¹⁾ Тр. М. К., Подольская губ., стр. 551.

²⁾ Тр. М. К., Вологодская губ., стр. 116.

³⁾ Тр. М. К., Волынская губ., стр. 68.

санное правъ кое-гдѣ и разоидется съ мѣстными обычаями, то этотъ недостатокъ сторицею искупится устраненіемъ царящей нынѣ въ деревнѣ правовой неопредѣленности и произвола. Да и о недостаткѣ здѣсь трудно говорить. Начала общаго гражданскаго права являются продуктомъ многовѣковой культурной работы всего человѣчества и представляютъ собою наиболѣе справедливые способы разграниченія честно-правовыхъ интересовъ. Поднятіе крестьянскаго населенія до этихъ началъ будетъ выполненіемъ крупнѣйшей задачи правовой политики и юридическаго воспитанія народа. Только обезпечивъ народъ твердымъ и неизблемымъ гражданскимъ закономъ, можно надѣяться на спокойную и плодотворную хозяйственную дѣятельность его.

Уравненіе крестьянъ съ другими сословіями комитеты признаютъ необходимымъ не только въ области гражданскаго права, но и въ уголовномъ правѣ. Здѣсь вниманіе комитетовъ привлекаетъ особая преступность и особая наказуемость крестьянъ. Въ области преступности „поразительною представляется, по мнѣнію 19 членовъ Московскаго губ. комитета, вторая часть 38 ст. Временныхъ правилъ о волостномъ судѣ, которою наравнѣ съ кражею и присвоеніемъ чужого имущества наказываются мотовство и пьянство, разстраивающія хозяйство, и нарушеніе условій найма, т. е. такіе проступки, которые для лицъ всѣхъ другихъ сословій не представляютъ вовсе дѣянія, запрещеннаго подъ страхомъ наказанія, и входятъ въ область или гражданскихъ правонарушеній, или даже просто нравственнаго поведенія и не могутъ ни въ какомъ случаѣ влечь за собою преданіе уголовному суду“¹⁾. Въ области наказуемости комитеты указываютъ на несоотвѣтствіе наказанія за одинъ и тотъ же проступокъ, налагаемаго волостнымъ судомъ и общимъ. Напримѣръ, кража волостнымъ судомъ наказывается арестомъ отъ 7 до 30 дней, а общимъ по Уставу о наказ.—тюрьмой отъ 3 мѣсяцевъ до 1 года. Положеніе это члены комитетовъ приводятъ въ связь съ обязательной подсудностью волостному суду тѣхъ дѣлъ, гдѣ обвиняемый и потерпѣвшій крестьяне и факультативной, въ зависимости отъ воли потерпѣвшаго, гдѣ кража совершена у лица другого сословія. Благодаря этому получается, что довольно крупная кража, на сумму до 50 рублей, у крестьянина будетъ наказана арестомъ, а самая незначительная кража у землевладельца, духовнаго лица и пр., для того же лица повлечетъ тюрьму.

¹⁾ Тр. М. К., Московская губ., стр. 23.

Городской судья Костромской губ. Бошнякъ пишетъ по этому поводу: „крестьянину, чуждому юридическихъ точностей, должно показаться крайне страннымъ, почему онъ, если тайно выкопаетъ рѣпу изъ огорода своего сосѣда—пономаря, долженъ просидѣть полтора мѣсяца въ тюрьмѣ, тогда какъ за похищеніе у своего же брата—крестьянина, совершенное на 50 рублей., составляющихъ часто предметъ долговременныхъ сбереженій, онъ отдѣливается сравнительно легкимъ арестомъ, и почему его собственность строже охраняется въ городѣ, гдѣ легче обезопасить ее отъ чужихъ посягательствъ, чѣмъ въ деревнѣ“¹⁾. Предоставленіе же потерпѣвшему, если онъ лицо привилегированнаго сословія, по своему усмотрѣнію подавать жалобу на крестьянина въ волостной или общій судъ, и сообразно этому налагать на него арестъ или тюрьму, отдаетъ въ руки потерпѣвшаго право карать и милловать виновнаго. При такихъ условіяхъ у крестьянина естественно укореняется взглядъ, что наказаніе для него опредѣляется не закономъ, а произволомъ: „глядя по человѣку“. Такое положеніе дѣла не можетъ быть признано, по мнѣнію тѣхъ же 19 членовъ Московскаго комитета, отвѣчающимъ понятію „суда праваго и равнаго для всѣхъ“²⁾.

14 комитетовъ остановилось на этихъ ненормальностяхъ и вотировало за устраненіе ихъ.

Не обошли комитеты молчаніемъ и позорнаго пятна русскаго законодательства о крестьянахъ—тѣлеснаго наказанія по приговору волостного суда. Цѣлый рядъ лицъ въ средѣ ихъ настойчиво отмѣчаетъ несоотвѣтствіе этого наказанія цѣлямъ исправительнымъ, а особенно нравственному и культурному уровню современнаго крестьянства. „Обидно сознавать крестьянину, говорится въ докладѣ крест. Козакова въ Дмитріевскомъ у. комитетѣ Курской губ.,—а это сознаетъ теперь всякій заурядный крестьянинъ—, что гражданину изъ всякаго другого сословія нужно совершить выдающееся злодѣяніе, быть лишеннымъ всѣхъ правъ состоянія и затѣмъ еще вновь выказать нежеланіе подчиниться закону или обязательному для него требованію, чтобы быть подвергнутымъ наказанію розгами. Крестьянину же стоитъ лишь обнаружить недостаточное почтеніе маленькой власти и поссо-

¹⁾ Тр. М. К., Костромская губ., стр. 474.

²⁾ Тр. М. К., Московская губ., стр. 23.

ряться съ деревенскимъ кулакомъ, чтобы подвергнуться этому по зорѣйшему наказанію“¹⁾. „Полноправіе заслужено нашимъ крестьянскимъ населеніемъ, читаемъ въ трудахъ Вятской губ., не меньше, чѣмъ другими сословіями, такъ какъ оно, наравнѣ съ послѣдними, если не въ большей степени, вынесло на себѣ тяжесть тысячелѣтняго государственнаго домостроительства“²⁾. Много говорятъ члены комитетовъ и о растлѣвающимъ вліяніи тѣлеснаго наказанія на нравственную сторону народа. Наказанный, по ихъ мнѣнію, становится „или до низости безразличнымъ, или же озлобленнымъ и ожесточеннымъ“³⁾.

Въ доказательство того, что тѣлесное наказаніе отжило своей вѣкъ, комитеты указываютъ на сокращеніе случаевъ его примѣненія и широкую замѣну его арестомъ со стороны земскихъ начальниковъ. Вотъ цифры для Елецкаго уѣзда Орловской губ. по свѣдѣніямъ юридической комиссіи у. комитета⁴⁾:

Годы.	Всего осуждено.	Наказано розгами.	%%.
1893	1062	119	11,2
1894	1418	105	7,4
1896	1455	44	3,0
1897	1587	31	1,9
1898	1548	31	2,0
1899	1301	16	1,2
1900	1344	30	2,2
1901	1802	27	1,4

Но далеко не вездѣ число случаевъ наказанія розгами такъ быстро сокращалось и было такъ незначительно. По даннымъ Савостьянова, въ Гайсинскомъ уѣздѣ Подольской губерніи за послѣднее пятилѣтіе было постановлено 600 приговоровъ о тѣлесномъ наказаніи и приведено въ исполненіе 473, т. е. ежегодно приговариваютъ къ розгамъ 120 и сѣкутъ 95 человекъ. „Если всѣ 12 уѣздовъ нашей губерніи, говорятъ этотъ членъ Гайсинскаго у. комитета, отличались

¹⁾ Тр. М. К., Курская губ., стр. 161.

²⁾ Тр. М. К., Вятская губ., стр. 615.

³⁾ Тр. М. К., Подольская губ., стр. 600.

⁴⁾ Тр. М. К., Орловская губ., стр. 496.

одинаковой склонностью къ тѣлесному наказанію, то число ежегодно высѣченныхъ достигаетъ 1140 человѣкъ, или по 3 слишкомъ тѣлесныхъ наказанія на губернію ежедневно“ ¹⁾). При этомъ „подавляющее большинство приговоровъ—90% ихъ—поставлялось за нарушеніе общественной тишины и спокойствія, т. е. по проступкамъ въ высшей степени неопредѣленнымъ и растяжимымъ“.

Сколько же розогъ гулило ежедневно во всей Россіи, и сколько при этомъ было произвола и незаслуженнаго оскорбленія человѣческаго достоинства!

Только манифестъ 11 августа 1904 года положилъ конецъ этому прискорбному явленію нашей общественной жизни. Комитетамъ, изъ которыхъ 47 горячо ходатайствовали объ отмѣнѣ этого остатка крепостного права, пробравшагося въ XX вѣкъ, принадлежитъ роль послѣднихъ 47 капель, продолбившихъ камень.

¹⁾ Тр. М. К., Подольская губ., стр. 600.

VI.

Заключеніе.

Передъ нами прошли отзывы мѣстныхъ комитетовъ о всѣхъ сторонахъ правовой жизни крестьянъ. Какъ видно изъ этихъ отзывовъ, ни нѣкоторые недостатки въ личномъ составѣ комитетовъ, ни узость поставленной программы не помѣшали имъ отмѣтить крайнюю неудовлетворительность современнаго состоянія этой жизни.

Законодательная работа освободительной эпохи по устроению правового быта крестьянъ не была закончена въ 60-хъ годахъ, а послѣдующіе годы еще болѣе удалили насъ отъ этого. Между тѣмъ жизнь не стояла и съ каждымъ годомъ все сильнѣе подчеркивала правоту неурядицы деревни и тѣ гибельныя послѣдствія, которыя вытекали изъ нихъ. Отсюда выросла потребность реформы. И комитеты устами мѣстныхъ людей громко говорятъ о неотложной необходимости такой реформы.

Реформа эта, по ихъ признанію, не можетъ состоять изъ отдѣльных частныхъ поправокъ современнаго порядка. Нѣтъ, она должна охватить собою всѣ стороны послѣдняго и кореннымъ образомъ перестроить его на совершенно иныхъ началахъ. Такимъ началомъ должна раньше всего явиться свобода личности крестьянина, независимость его въ управленіи своими домашними и общественными дѣлами. Отсюда необходимость облегченія административной опеки и расширенія мѣстнаго самоуправления. Это должно быть поставлено во главѣ угла реформы. Другимъ основнымъ началомъ, по мнѣнію комитетовъ, должно быть устраненіе сословной обособленности крестьянъ и уравниеніе ихъ въ правахъ со всѣми другими слоями русскаго населенія. Отсюда требованіе введенія всесословности въ сельское управ-

леніе, дарованіе крестьянамъ „праваго и равнаго для всѣхъ“ суда, распространеніе на нихъ общаго гражданскаго и уголовнаго закона Имперіи.

Правда, „на этомъ сошлись мнѣнія не всѣхъ мѣстныхъ людей. Но иначе и быть не могло. Какъ ожидать, чтобы 11 тысячъ человѣкъ, опрошенныхъ при посредствѣ 49-ти губернскихъ и 482 уѣздныхъ комитетовъ на всемъ пространствѣ громадной страны, были совершенно согласны во взглядахъ? Среди мѣстныхъ комитетовъ должны были быть и оказались на дѣлѣ представители самыхъ различныхъ, верѣдко непримиримыхъ, воззрѣній“ ¹⁾. Но указанныя начала провозглашены были подавляющимъ большинствомъ лицъ, участвовавшихъ въ работахъ комитетовъ.

Намѣчая приведенныя выше начала желательной реформы, эти лица обнаружили много жизненнаго опыта, ума и знанія. Но сквозь все это въ ихъ отзывѣхъ рвется живое чувство любви къ сѣрой крестьянской массѣ. Въ этомъ залогъ правоты и жизненности провозглашенныхъ началъ. Разумъ, согрѣтый тѣмъ же чувствомъ, руководилъ творцами великихъ реформъ Императора Александра II, онъ разбилъ крѣпостныя оковы, создалъ гласный судъ, онъ же продиктовалъ начала личной свободы, законности и равноправія, высказанныя въ средѣ мѣстныхъ комитетовъ.

А то, что эти начала высказаны не отдѣльнымъ лицомъ, а цѣлымъ хоромъ изъ огромнаго числа голосовъ, показываетъ, что они раздѣляются болѣею частью русскаго общества, выражаютъ его стремленія и пожеланія. Это придаетъ провозглашенію ихъ огромное практическое значеніе и рождаетъ увѣренность, что на этотъ разъ сказанное съ такимъ единодушіемъ мѣстными людьми въ самыхъ различныхъ частяхъ страны не будетъ только „принято къ свѣдѣнію“ и погребено, а претворится въ дѣйствительныя правительственныя мѣропріятія.

Этой увѣренности не хочется терять и отъ того, что недавно выработанный особой Коммиссіей по пересмотру законоположеній о крестьянахъ при министерствѣ внутреннихъ дѣлъ проектъ этихъ законоположеній положилъ въ основаніе инымъ руководящія идеи, далеко отличныя отъ того, къ чему стремятся мѣстные комитеты. На-

¹⁾ „Очерки по крестьянскому вопросу“. Сборникъ статей подъ ред. А. Ма-
мунлова. Вып. I. Москва 1904, стр. 215.

дѣмся, что этотъ проэктъ, пройдя черезъ работающіи теперь надъ нимъ губернскія совѣщанія, выйдетъ совершенно другимъ, болѣе соотвѣтствующимъ тому, о чемъ хлопочетъ русское общество.

Это необходимо для дальнѣйшаго спокойнаго развитія русской общественной жизни. „Наше отечество уже дошло въ срединѣ прошлаго вѣка до тяжелаго положенія, благодаря крѣпостному праву, которое вызывало осужденіе и нравственное угнетеніе всѣхъ лучшихъ людей и въ то же время поднимало опасныя волны недовольства въ массахъ. Реформа 19 февраля 1861 года параллельно съ другими реформами Императора Александра II, устранила этотъ кризисъ. Въ настоящее время является настоятельная потребность закончить дѣло сельскаго устроенія и предотвратить второй кризисъ, подготовленный обособленіемъ крестьянства и крайне плохимъ сословнымъ крестьянскимъ управленіемъ и судомъ“¹⁾.

Вмѣстѣ съ тѣмъ и Особое Совѣщаніе о нуждахъ сельскохозяиственной промышленности, съ тремя министрами и предсѣдателемъ комитета министровъ во главѣ, не оставитъ, навѣрное, безъ вниманія конечные выводы созданныхъ имъ комитетовъ и, какъ выразился въ Козловскомъ у. комитетѣ Тамбовской губ. Плевако, „раздѣлитъ тотъ взглядъ, что для подъема благосостоянія и удаленія нуждъ сельское хозяйство нуждается не только въ удобрительныхъ средствахъ, правильномъ сѣвооборотѣ и торныхъ дорогахъ для нашихъ продуктовъ, но еще больше въ нравственномъ удобреніи работниковъ и дѣателей, въ твердости правъ, въ широкихъ путяхъ для истиннаго просвѣщенія, словомъ во всемъ томъ, въ чемъ выражается осуществленіе одного изъ прошеній молитвы Господней, которую миллионы устъ ежедневно повторяютъ на Руси: да пріидетъ царствіе Твое“²⁾.

¹⁾ Записка подкомиссіи Кіевского Губернскаго Совѣщанія о проэктѣ положенія о крестьянскомъ общественномъ управленіи, стр. 9.

²⁾ Тр. М. К., Тамбовская губ., стр. 257.

INDEX SEMINUM

IN

Horto Universitatis IMPERIALIS Kiewensis

ANNO 1904 COLLECTORUM.

l. = planta lignosa, p. = planta perennis, b. = planta biennis, a. = planta annua
fr. = frigidarium, c. = caldarium.

- | | |
|--------------------------------------|-------------------------------|
| Abrus praecatorius L. l. c. | Allium decipiens Fich. p. |
| Abutilon Avicennae Gaertn. a. | „ fistulosum L. p. |
| Acacia saligna L. l. fr. | „ flavescens Bess. p. |
| Acanthus longifolius L. p. | „ globosum M. B. p. |
| Acer campestre L. l. | „ grande Lipsky p. |
| „ Negundo L. l. | „ obliquum L. p. |
| „ monspessulanum L. l. | „ odorum L. p. |
| „ platanoides L. l. | „ rotundum L. p. |
| „ Pseudoplatanus L. l. | „ senescens L. p. |
| „ Tataricum L. l. | „ „ glaucum p. |
| Achillea compacta Willd. p. | „ sphaerocephalum L. p. |
| „ Clavenae E. p. | „ strictum L. p. |
| „ grandiflora M. B. p. | Alnus glutinosa E. p. |
| Aconitum Lycoctonum L. p. | „ incana L. l. |
| Aethionema cordifolium DC. p. | Alsine laricifolia Wahlbg. p. |
| Agapanthus umbellatus L'Herit p. fr. | Althaea narbonensis Pourr. p. |
| Agrostemma Githago L. a. | „ officinalis E. p. |
| Agrimonia Eupatoria L. p. | „ taurinensis DC. p. |
| „ odorata Mill. p. | Alyssum saxatile L. p. |
| „ pilosa Ledeb. p. | Amorpha fruticosa L. l. |
| Aichrysum dichotomum Webb. p. fr. | Amsonia salicifolia Pursh. p. |
| Ailanthus glandulosa Desft. l. | Anemone silvestris L. p. |
| Allium acutangulum Schrd. p. | „ virginica L. p. |
| „ albidum Fisch. p. | Angelica silvestris L. p. |

- Anoda cristata* Cav. a.
 " *hastata* Cav. a.
Antennaria plantaginea R. Br. p.
Anthemis rigescens Willd. p.
 " *Ruthenica* M. B. a.
Anthericum Liliago L. p.
 " *ramosum* L. p.
Anthurium leuconeuron Lam. p. c.
Anthyllis Vulneraria L. p.
Anticlea glauca Knth. p.
Apocynum androsaemifolium Ait. p.
Aquilegia chrysantha A. Gray. p.
 " *vulgaris* L. p.
Arabis petraea Lam. a.
 " *rosea* DC. p.
 " *Turrita* L. p.
Aralia racemosa L. p.
Archangelica officinalis Hoffm. p.
Archypappus schkuhrioides Lk. et Otto. a.
Arenaria longifolia M. B. p.
Argemone mexicana L. a.
Armeria maritima L. p.
 " *plantaginea* Willd. p.
Artemisia annua L. a.
Asarum canadense L. p.
Asclepias Cornuti Decaisn. p.
 " *currasavica* L. l. fr.
 " *incarnata* L. p.
Asparagus trichophyllus Bnge. p.
Asperula glauca Bess. p.
 " *longifolia* Sibth. et Sm. p.
 " *montana* W. et K. p.
 " *tinctoria* L. p.
Aster brumalis Nees. p.
 " *Drumondi* Lindl. p.
 " *japonicus* Less. p.
 " *Novi-Belgii* Nees. p.
 " *peregrinus* L. p.
 " *pyrenaicus* Desft. p.
Astragalus Cicer L. p.
 " *falcatus* Lam. p.
 " *galegiformis* L. p.
 " *glycyphyllus* L. p.
Astrantia intermedia L. p.
 " *major* L. p.
Atriplex hortensis L. a.
Atropa Belladonna L. p.
Aubrietia erubescens Griseb. p.
Avena barbata Brot. a.
Azolla caroliniana Webb. pl. viv.
Baptisia australis R. Br. p.
Begonia hirsuta Aubl. a. c.
Begonia Schmidtii Rgl. p. c.
 " *semperflorens* Lk. et Otto
 fl. rosea p. c.
 " *semperflorens* Lk. et Otto
 fl. coccinea p. c.
 " *semperflorens* Lk. et Otto
 fl. rosea p. c.
Benthamia fragifera Lindl. p. fr.
Berberis Aquifolium Pursh. l.
Betonica Alopecurus L. p.
 " *grandiflora* Stev. p.
 " *officinalis* L. p.
 " *orientalis* L. p.
 " *serotina* Host. p.
Betula humilis Schrank. l.
Bidens leucantha L. a.
Biota orientalis Endl. l.
Biscutella auriculata L. a.
Blitum capitatum L. a.
Blumenbachia Hieronymi Urb. a.
Bocconia cordata Willd. p.
Boltonia asteroides L'Herit. p.
Brassica alba L. a.
 " *nigra* L. a.
Brizopyrum siculum Lk. a.
Bromus erectus Huds. p.
Brunella grandiflora Mnch. p.
Bryophyllum calycinum Salisb. p. fr.
Buddleia curvifolia Andr. l.
Bulbine annua Willd. a.
Bupthalmum speciosum Schreb. p.
Bupleurum rotundifolium L. a.
Butomus umbellatus L. p.
Calamintha hirsuta Koch. p.
 " *Nepeta* L. p.
Calceolaria chelidonioides H. B. a.
Calendula officinalis L. a.
 " *stellata* L. a.
Camelina dentata Pers. a.
 " *foetida* Fr. a.
 " *microcarpa* Andr. a.
 " *sativa* Crantz. a.
 " *silvestris* Wall. a.
Campanula bononiensis L. p.
 " *carpatica* Jacq. p.
 " *glomerata* L. p.
 " *lamiifolia* M. B. p.
 " *latifolia* L. p.
 " *Medium* L. b.
 " *persicifolia* L. p.
 " *sibirica* L. p.
 " *Steveni* M. B. p.
 " *Trachelium* L. p.

- Campanula turbinata* Schott. p.
Canabis gigantea hort. a.
Capsicum anuum L. a.
Caragana arborescens Lam. l.
 " *frutescens* L. l.
Carex atrata L. p.
 " *capillaris* L. p.
 " *cyperoides* L. p.
 " *folliculata* L. p.
 " *hordeistichos* L. p.
 " *Pseudocyperus* L. p.
 " *tribuloides* Wahlbg. p.
 " *virens* Lam. p.
Carum Carvi L. p.
Caryolopha sempervirens Fisch. p.
Catalpa syringæfolia Sims. l.
Celastrus scandens L. l.
Celsia Arcturus L. b.
Celtis occidentalis L. l.
Centaurea calocephala Willd. p.
 " *dealbata* Willd. p.
 " *glastifolia* L. p.
 " *salicifolia* M. B. p.
 " *Salonitana* Vis. p.
 " *solstititalis* L. a.
Cephalaria alpina Schrad. p.
 " *centauroides* Coult. p.
 " *tatarica* Schrad. p.
Chaerophyllum aromaticum L. p.
 " *aureum* L. p.
Chamaecyparis nutkaënsis Spach. l.
Chrysanthemum serotinum L. p.
Cicer arietinum L. a.
Cirsium eriophorum Scop. p.
Clematis integrifolia L. p.
 " *recta* L. p.
 " *vitalba* L. p.
Cneorum tricoccum L. l. fr.
Cnicus benedictus L. a.
Codonopsis rotundifolia Benth. p.
Coix Lacrima L. a.
Collinsia bicolor Benth. a.
Colomia grandiflora Dougl. a.
Colutea arborescens L. l.
Commeline coelestis L. a.
 " *tuberosa* L. a.
 " *variabilis* Schlecht. a.
Conoclinium Janthinum Moore. l. c.
Convolvulus tricolor L. a.
Coriandrum sativum L. a.
Cornus asperifolia Mchx. l.
 " *Mas.* L. l.
Corydalis glauca Pursh. a.
Corydalis solida Sm. p.
Crataegus coccinea L. l.
 " *crus-galli* L. l.
 " *glandulosa* Mchx. l.
 " *monogyna* Jacq. l.
 " *nigra* W. et K. l.
 " *sanguinea* Pall. l.
Crepis sibirica L. p.
Crocus susianus Curt. p.
Cryptomeria japonica Don. l. fr.
Cucurbita verrucosa L. a.
Cuphea procumbens Cav. a.
Cupressus horizontalis Mill. l.
Cuscuta Epilinum L. a.
 " *lupuliformis* Kr. a.
Cyclanthera explodens Schrd. a.
 " *pedata* Schrad. a.
Cynoglossum officinale L. b.
Cyperus albo-striatus L. p. c.
 " *alternifolius* L. p. c.
 " *rotundus* L. p. c.
 " *viridis* L. p. c.
Cytisus capitatus L. l.
 " *Laburnum* L. l.
Datisca cannabina L. p.
Datura Stramonium L. a.
 " *quercifolia* H. B. a.
Delphinium elatum L. p.
 " *grandiflorum* L. p.
Desmodium canadense DC. p.
Deutzia scabra S. et Z. l.
Dianthus arenarius L. p.
 " *caesius* Sm. p.
 " *capitatus* L. p.
 " *deltoides* L. p.
 " *montanus* M. B. p.
 " *plumarius* L. p.
 " *Seguieri* Vill. p.
 " *superbus* L. p.
 " *tener* Balb. p.
Digitalis lutea L. p.
 " *purpurea* L. p.
 " *sibirica* L. p.
Dimorphotheca pluvialis Mchx. a.
Dipsacus fullonum Mill. b.
 " *Gmelini* M. B. b.
 " *laciniatus* L. b.
Dolichos Catjang L. a.
 " *unguiculatus* L. a.
Draba muricella Wahlbg. p.
 " *verna* L. a.
Eccremocarpus scaber R. P. p.
Echinops bannaticus Roch. p.

Echinops sphaerocephalus L. p.
Elaeagnus angustifolia L. l.
Epilobium alpinum L. p.
" *angustifolium* L. p.
" *Dodonaei* Vill. p.
" *hirsutum* L. p.
Eremurus tauricus Stev. p.
Erigeron alpinus L. p.
" *glabellus* Nutt. p.
" *speciosus* DC. p.
Eryngium amethystinum L. p.
" *eburneum* Decsm. p.
" *planum* L. p.
Eschscholtzia californica Cham. a.
Eupatorium cannabinum L. p.
" *maculatum* L. p.
" *purpureum* L. p.
Eurybia cordifolia DC. p.
Evonymus europaeus L. l.
" *nanus* L. l.
" *verrucosus* L. l.
Fedia Cornucopiae Vahl. a.
Fragaria indica Andr. p.
Francoa sonchifolia Cav. p. fr.
Fraxinus excelsior L. l.
" *pennsylvanica* Marsh. l.
Fritillaria Meleagris L. p.
" *ruthenica* Wiekstr. p.
" *tenella* M. B. p.
" *tulipifolia* M. B. p.
Funkia cordata Sibth. p.
Gaillardia Drumondii DC. a.
Galatella punctata Lindl. p.
Galega officinalis L. p.
" *orientalis* L. p.
Galium lithospermifolium Fisch. p.
Gaura parviflora Dougl. a.
Gentiana cruciata L. p.
" *Fetisowi* Fisch. p.
" *septemfida* L. p.
Geranium nodosum L. p.
" *macrorrhizum* L. p.
" *pratense* L. p.
" *sibiricum* L. p.
Geum intermedium W. p.
" *macrophyllum* W. p.
Glaucium luteum Scop. p.
Gleditschia triacanthos L. l.
Globularia vulgaris L. p.
Glycyrrhyza echinata L. p.
Goniolimon tataricum Boiss. p.
Gratiola officinalis L. p.
Gymnocladus canadensis Lam. l.

Gypsophila acatifolia Fisch. p.
" *paniculata* L. p.
" *perfoliata* L. p.
" *repens* L. p.
Hablitzia thamnoides M. B. p.
Hedychium flavescens Carr. p. c.
Heimia salicifolia Lk. et Otto p. fr.
Helenium autumnale L. p.
Helianthemum vulgare Gaertn. p.
Helianthus argophyllus Torr. et Gray a.
" *debilis* Nutt. a.
Heracleum pubescens M. B. p.
" *villosum* M. B. b.
Herniaria pyrenaica Gay. p.
Hesperis matronalis L. b.
Heuchera americana L. p.
" *atrosanguinea* Englm. p.
Hieracium boreale L. p.
" *glaucom* All. p.
" *pulmonarioides* Willd. p.
" *ramosum* Koch. p.
" *sabaudum* L. p.
" *stoloniferum* W. et K. p.
Hoplophytum coeleste C. Koch. p. fr.
Hordeum hexastichum L. a.
" *himalayense* R. et S. a.
Humulus japonicus S. et Z. a.
Hyacinthus candicans Bak. p.
" *ciliatus* Cyr. p.
Hyoscyamus aureus L. a.
" *niger* L. a.
Hypericum Ascyron L. p.
" *montanum* L. p.
" *perforatum* L. p.
" *quadrangulum* L. p.
Hyssopus officinalis L. p.
Jasminum affine L. l. fr.
Iberis sempervirens L. p.
Impatiens Roylei Walp. a.
Imperata sacchariflora Max. p.
Inula britannica L. p.
" *Helenium* L. p.
" *Oculus Christi* L. p.
" *salicina* L. p.
Ipomoea coccinea L. a.
" *purpurea* L. a.
" *sibirica* L. a.
Iris chinensis Curt. p.
" *graminea* Curt. p.
" *Güldenstaedtia* Lep. p.
" *notha* M. B. p.
" *Pallasii* Fisch. p.
" *pallida* Lam. p.

Iris sibirica L. p.
 „ *versicolor* L. p.
 „ *virginica* L. p.
Iuglans nigra L. l.
 „ *regia* L. l.
Juniperus Sabina L. l.
 „ *virginiana* L. l.
Iva xanthifolia Nutt. a.
Kitaibelia vitifolia W. p.
Knautia orientalis L. a.
Lathyrus latifolius L. p.
 „ *silvestris* L. p.
Lavandula spica L. p.
 „ *vera* L. p.
Leontopodium alpinum Cav. p.
Leonurus sibiricus L. a.
 „ *tataricus* L. b.
Levisticum officinale Koch. p.
Leycesteria formosa Wall. l. fr.
Lilium candidum L. p.
 „ *Martagon* L. p.
 „ *pubescens* Beruh p.
 „ *tenuifolium* Fisch. p.
 „ *umbellatum* Pursh. p.
Linaria alpina Desf. b.
 „ *Cymbalaria* L. p.
 „ *dalmatica* L. p.
 „ *minor* L. a.
 „ *striata* L. p.
Linum austriacum L. p.
 „ *flavum* L. p.
 „ *humile* L. a.
 „ *rubrum* Rafin. a.
 „ *usitatissimum* L. a.
Lobelia erinus L. a.
 „ *inflata* L. a.
 „ *syphilitica* L. p.
 „ *urens* L. a.
Lonicera iberica M. B. l.
 „ *Ruprechtiana* Rgl. l.
 „ *tatarica* L. fl. alba l.
 „ „ „ *β. micrantha* l.
 „ „ „ *γ. splendens* l.
Lopezia racemosa Cav. a.
Lophanthus scrophulariaefolius Benth. p.
Lunaria biennis L. b.
Lupinus polyphyllus Lindl. p.
 „ *variabilis* L. a.
Lychnis chalconica L. p.
 „ *coronaria* Lam. b.
 „ *flos cuculi* L. p.
Lycopus europaeus L. p.
Lysimachia brachystachys Bnge. p.

Lysimachia punctata L. p.
 „ *purpurea* Hook. p.
 „ *verticillata* M. B. p.
Lythrum Salicaria L. p.
 „ *virgatum* L. p.
Macrochordium tinctorium de Vr. p. c.
Malope trifida Cav. a.
Malva Alcea L. p.
 „ *moschata* L. p.
 „ *rotundifolia* L. a.
 „ *silvestris* L. a.
Martynia proboscidea Lindl. a.
Marrubium leonuroides Desf. p.
 „ *peregrinum* L. p.
Melica ciliata L. p.
Melilotus coeruleus Desv. a.
 „ *officinalis* L. p.
Melissa officinalis L. p.
Menispermum dahuricum DC. p.
Mentha crispa L. p.
 „ *piperita* L. p.
 „ *rotundifolia* L. p.
 „ *silvestris* L. p.
Mesembrianthemum cordifolium L. a.
Mespilus germanica L. l.
Mirabilis jalappa L. p. fr.
 „ *longiflora* L. p. fr.
Molucella laevis L. a.
Monarda fistulosa L. p.
Morina longifolia Walp. p.
Morus alba L. l.
Mulgedium Plumieri DC. p.
Muscari racemosum Mill. p.
 „ *tenuiflorum* Mill. p.
Myosotis alpestris Sm. b.
Nepeta grandiflora M. B. p.
 „ *macrantha* Fisch. p.
 „ *Mussini* Sprgl. p.
 „ *nuda* L. p.
Nicandra physaloides L. a.
Nicotiana affinis hort. a.
 „ *glauca* Grah. l.
 „ *rustica* L. a.
 „ *Tabacum* L. a.
Nigella orientalis L. a.
Ocimum Basilicum L. a.
 „ *minimum* L. a.
 „ *sanctum* L. a.
Oenantha fistulosa L. p.
Oenothera acaulis Cav. b.
 „ *biennis* L. b.
 „ *fruticosa* L. p.
 „ *glauca* Mchx p.

- Oenothera speciosa* Nutt. p.
Ononis spinosa L. p.
Ornithogalum arcuatum Stev. p.
 " *limbriatum* Willd. p.
 " *marbonense* L. p.
 " *umbellatum* L. p.
Orobanche Cumana L. a.
 " *Eryngii* Duby. a.
 " *Hederae* Duby. a.
 " *ramosa* L. a.
 " *speciosa* Duby. a.
Orobis lathyroides L. p.
 " *niger* L. p.
 " *vernus* L. p.
Paeonia anomala L. p.
Panicum italicum L. a.
Papaver lateritium C. Koch. p.
 " *monanthum* Trautv. p.
 " *orientale* L. p.
 " *Rhoeas* L. a.
Parietaria officinalis L. p.
Passiflora peltata Cav. p. c.
Patrinia rupestris Juss. p.
Pelargonium australe Jacq. p.
 " *dissectum* Sweet. p. fr.
 " *graveolens* Ait. p. fr.
Pentstemon barbatus Nutt. p.
 " *campanulatus* Willd. p.
 " *Digitalis* Nutt. p.
 " *procerus* Dougl. p.
 " *pubescens* Nutt. p.
Peperomia pellucida Knth. a. c.
 " *scandens* R. P. p. c.
Phalaris canariensis L. a.
Phellodendron amurense Max. l.
Philadelphus coronarius L. l.
Phlomis agraria Bnge. p.
 " *tuberosa* L. p.
Physostegia virginica Bnth. p.
Phythenma canescens W. et K. p.
 " *Michellii* All. p.
Pimpinella magna L. p.
 " *Saxifraga* L. p.
Pinus Strobus L. l.
Platycodon grandiflorus DC. p.
Plectranthus glaucocalyx Max. p.
Polanisia graveolens DC. a.
Polemonium coeruleum L. p.
 " " *fl. alba* p.
Polygonatum Maximowiczii Rgl. p.
Potentilla argentea L. p.
 " *cataclines* Lehm. p.
 " *chrysantha* Trev. p.
Potentilla fruticosa L. p.
 " *heptaphylla* Mill. p.
 " *hirta* L. p.
 " *pyrenaica* Willd. p.
 " *recta* L. p.
 " *rupestris* L. p.
 " *tanacetifolia* Willd. p.
Poterium Sanguisorba L. p.
Primula cortusoides L. p.
 " *japonica* L. p.
 " *veris* L. p.
Prunus serotina Ehrh. l.
 " *tomentosa* Thnbg. l.
 " *virginiana* L. l.
Psidium pomiferum L. l. fr.
Pulsatilla pratensis Mill. p.
Pyrethrum Balsamita Willd. p.
 " *corymbosum* Willd. p.
Ranunculus abortivus L. p.
 " *illyricus* L. p.
Rapistrum perenne L. p.
Reseda alba L. a.
 " *luteola* L. a.
 " *mediterranea* L. a.
Rhamnus catharticus L. l.
 " *saxatilis* L. l.
 " *spathulæfolius* F. et Mey. l.
Rheum palmatum L. p.
Rhodotypus Kerrioides S. et Z. l.
Rhus Toxicodendron L. l.
 " *typhina* L. l.
Ribes alpinum L. l.
 " *floribundum* L'Herit. l.
 " *saxatile* Pall. l.
Ricinus communis L. a.
Rivina humilis L. l. c.
Rosa alpina L. l.
 " *canina* L. l.
 " *caryophyllacea* Bess. l.
 " *glaucescens* Desft. l.
 " *microcarpa* Bess. l.
 " *pimpinellifolia* L. l.
 " *rubrifolia* Vill. l.
 " *rugosa* Thnbg. l.
Rubus crataegifolius Bnge. l.
Rudbeckia amplexicaulis Vahl. a.
 " *digitata* Mill. p.
 " *laciniata* L. p.
 " *purpurea* L. p.
 " *speciosa* Wender p.
Ruta graveolens L. p.
Salvia cordata Bnth. p.
 " *glutinosa* L. p.

Salvia Horminum L. a.
 " *nilotica* Murr. a.
 " *officinalis* L. p.
 " *pratensis* L. p.
 " *Sclarea* L. p.
 " *verticillata* L. p.
 " *virgata* Ait. p.
Sambucus racemosus L. l.
Sanguisorba officinalis L. p.
 " *tenuifolia* Fisch. p.
Santolina pectinata Benth. p.
Saponaria officinalis L. p.
Satureja hortensis L. a.
 " *montana* L. p.
 " *pygmaea* Sibth. p.
Saxifraga aizoon L. p.
 " *altissima* Kern. p.
 " *cordifolia* Haw. p.
 " *Hosti* Tausch. p.
 " *rotundifolia* L. p.
Scabiosa atropurpurea L. a.
 " *ochroleuca* L. p.
Schizanthus pinnatus R. Br. a.
Scilla bifolia L. p.
 " *cernua* L. p.
 " *pratensis* L. p.
Scorzonera hispanica L. p.
Scrofularia alata Hoppe. p.
 " *lateriflora* Trautv. p.
 " *nodosa* L. p.
 " *orientalis* L. p.
 " *Scopoli* Hoppe. p.
Scutellaria albida L. p.
 " *alpina* L. p.
 " *altissima* L. p.
 " *galericulata* L. p.
 " *peregrina* L. p.
Sedum aizoon L. p.
 " *album* L. p.
 " *Anacampseros* L. p.
 " *glaucum* W. et K. p.
 " *hybridum* L. p.
 " *Kamtschaticum* Fisch. p.
 " *maximum* Suter. p.
 " *pallidum* L. p.
 " *populifolium* L. p.
 " *purpureum* Lk. p.
 " *reflexum* L. p.
 " *roseum* Stev. p.
 " *spurium* M. B. p.
 " " " " β album p.
 " " " " γ splendens p.
Senecio carfolia L. p.

Sempervivum arachnoideum L. p.
 " *Braunii* Funke. p.
 " *Comoli* Roth. p.
 " *fimbriatum* Sch. p.
 " *Funkii* Braun p.
 " *hirtum* Aut. p.
 " *patens* Griseb. p.
 " *Pittoni* Schott. p.
 " *ruthenicum* Koch. p.
 " *soboliferum* Sims. p.
 " *tectorum* L. β . *glaucum* p.
 " " " γ . *pulchrum* p.
 " " " δ . *violaceum* p.
Senecio macrophyllus M. B. p.
Seseli glaucum Jacq. p.
 " *Libanotis* Koch. p.
 " *varium* Trev. p.
Sida indica L. a.
 " *Napaea* Cav. p.
Sideritis hirsuta L. p.
Silene alpestris Jacq. p.
 " *chlorantha* Ehrh. p.
 " *Czerei* Baumg. p.
 " *glaucifolia* Lag. p.
 " *multicaulis* Guss. p.
 " *Otites* Pers. p.
 " *tatarica* Pers. p.
Silphium perfoliatum L. p.
Silybum marianum Gaertn. a.
Sisymbrium strictissimum L. p.
 " *wolgense* M. B. p.
Sium laucifolium M. B. p.
Soja hispida Mnch. a.
Solanum laciniatum Ait. p.
 " *ovigerum* Dun. p.
 " *Pseudocapsicum* L. l. fr.
Solidago humilis L. p.
 " *latifolia* L. p.
 " *Riddellii* Frank. p.
 " *Virgaurea* L. p.
Sophora alopecuroides L. p.
Spiraea Aruncus L. p.
 " *chamaedrifolia* L. l.
 " *japonica* L. l.
 " *media* L. l.
 " *opulifolia* L. l.
 " *palmata* Thunb. p.
 " *sorbifolia* L. l.
Stachys germanica L. p.
 " *lanata* L. p.
 " *recta* L. p.
 " *setifera* C. A. Mey p.
Statice latifolia L. p.

- Sternbergia colchiciflora* W. et K. p.
Stipa capillata L. p.
Streptocarpus Rhexii Lindl. p. c.
Symphiantha Hoffmanni hort. p.
Symphoricarpos racemosus Mchx. l.
Talinum patens Willd. a.
Tanacetum vulgare L. p.
Telephium Imperati L. p.
Tellima grandiflora Lindl. p.
Teloxis aristata Moq. Tand. a.
Teucrium Scordium L. p.
Thalictrum aquilegifolium L. p.
 " *glaucum* Desft. p.
 " *minus* L. p.
 " *rugosum* Ait. p.
Thuja occidentalis L. l.
Thunbergia alata Hook. a.
Tilia americana L. l.
 " *platyphyllos* Scop. l.
Tinnantia fugax Scheidn. a.
Torenia exappendiculata Rgl. a.
 " *Fournieri* Lindl. a.
Tradescantia virginica L. p.
Tragopogon floccosus W. et K. p.
Trifolium pannonicum L. p.
 " *rubens* L. p.
Trigonella foenum graecum L. a.
Triticum dicoccum Schr. a.
 " *durum* Desf. a.
 " *monococcum* L. a.
 " *Spelta* L. a.
Tulipa Biebersteiniana Schult. p.
 " *silvestris* L. p.
Tunica Saxifraga Scop. p.
Urtica cannabina L. p.
 " *pilulifera* L. a.
Valeriana Phu L. p.
Veratrum nigrum L. p.
Verbena Aubletia L. a.
 " *officinalis* L. b.
Vernonia novaboracensis Willd. p.
Veronica caucasica M. B. p.
 " *fruticulosa* L. p.
 " *longifolia* L. p.
 " *repens* L. p.
 " *saturejoides* Vis. p.
 " *sibirica* L. p.
 " *Teucrium* L. p.
 " *urticifolia* Iacq. p.
Viburnum Opulus L. l.
 " *Lantana* L. l.
 " *Tinus* L. l. fr.
Vincetoxicum fuscum L. p.
Viola elatior L. p.
 " *hirta* L. p.
 " *mirabilis* L. p.
 " *pinnatifida* L. p.
 " *sciaphylla* Koch. p.
Xanthoxylum Americanum Mill. l.
Zinnia Haageana Rgl. a.
Zephyranthes candida Herb. p. fr.

FILICES.

- Adiantum Capillus Veneris* L. p. fr.
 " *chilense* Klfs. p. fr.
 " *cuneatum* Lgdf. et Fisch. p. c.
 " *formosum* R. Br. p. fr.
 " *fulvum* Raoul. p. fr.
 " *macrophyllum* Sw. p. c.
 " *trapeziforme* L. p. c.
 " *Veitchii* Moore. p. c.
Allosurus rotundifolius Kntze. p. fr.
Alsophila australis R. Br. p. fr.
Aneimia Phylliditis Sw. p. fr.
Aspidium anomophyllum Zenker, p. fr.
 " *decussive-pinnatum* Knze. p. fr.
 " *falcatum* Sw. p. fr.
 " *grandifolium* Mett. p. c.
 " *molle* Sw. p. fr.
 " *Sieboldi* v. H. p. fr.
Aspidium trifoliatum Sw. p. c.
 " *varium* Lk. p. fr.
Asplenium bulbiferum Forst. p. fr.
 " *Filix-femina* Bernh. β
 " *monstrosum* p.
 " *Thwaitesii* A. Br. p. fr.
Blechnum brasiliense Desft. l. c.
 " *occidentale* L. p. fr.
Ceratopteris thalictroides Brong. a. c.
Doodia aspera R. Br. p. fr.
 " *caudata* R. Br. p. fr.
 " *dives* Knze. p. fr.
Gymnogramme calomelanos Klfs. v.
 " *chrysophylla* p. c.
 " *japonica* Desv. p. fr.
Heteroneuron repandum Fée. p. fr.
Nephrolepis exaltata Schott. p. fr.

Polypodium areolatum H. B. K. p. c.	Pteris palmata L. p. fr.
" caespitosum L. p. c.	" serrulata L. fil. p. fr.
" glaucophyllum Knze. p. c.	" " v. crispa p. fr.
" pustulatum Forst. p. c.	" stenophylla Hook. p. fr.
Pteris cretica L. p. fr.	" tremula R. Br. p. fr.
" " v. albo-lineata p. fr.	Scolopendrium officinarum Sw. p. fr.
" flagellata Thnbg. p. fr.	Woodwardsia radicans Sm. pr. fr.
" longifolia L. p. fr.	

Kiew, Novembri 1904.

Horti Director Prof. *S. Nawaschin.*

Hortulanus primarius *E. Hohnbaum.*

- Rv. Женщина сидитъ налѣво, держать чашу и факель. Leg:
P. M. TR. P. COS. II. P. P.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 21, № 113. Годъ 98.
1202. Подобная № 1201. На Rv. Женщина держать копые.
Ag. 4 ¹/₂. Coh. II, 21, № 116. Годъ 98.
1203. Подобная № 1201. На Rv. женщина стоитъ налѣво, держать
вѣтку и рогъ изобилія.
Ag. 4. Coh. II, 21, № 118. Годъ 98.
1204. Подобная № 1203. Ag. 4¹/₂.
1205. Подобная № 1201. На Rv. побѣда сидитъ налѣво, держать
чашу и пальму.
Ag. 4. Coh. II, 22, № 122. Годъ 98.
1206. Подобная № 1205. Ag. 4.
1207. Ав. Подобный № 1201.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держать чашу и факель. Leg:
P. M. TR. P. COS. III. P. P.
Ag. 4. Coh. II, 22, № 123. Годъ 100.
1208. Ав. Подобный № 1201.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держать жезлъ. Leg: P. M. TR.
P. COS. III. P. P.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 23, № 127. Годъ 100.
1209. Подобная № 1208. На Rv. Побѣда сидитъ налѣво, держать
чашу и пальму.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 23, № 130. Годъ 100.
1210. Подобная № 1209. Ag. 4.
1211. Подобная № 1208. На Rv. женщина держать чашу и двой-
ной рогъ изобилія.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 23, № 134. Годъ 100.
1212. Ав. Голова Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP.
CAES. NERVA. TRAIAN. AVG. GERM.
Rv. Марсъ въ шлемѣ идетъ направо, держать копые и трофей:
Leg: P. M. TR. P. COS. III. P. P.
Ag. 4. Coh. II, 24, № 135. Годъ 101.
1213. Подобная № 1212. Ag. 4.
1214. Ав. Подобный № 1212.
Rv. Геркулесъ стоитъ на жертвенникѣ en face, держать палицу
и львиную кожу. Leg: P. M. TR. P. COS. III. P. P.
Au. 4¹/₂. Coh. II, 24, № 138. Годъ 102.

1215. Подобная № 1214.

Ag. 4¹/₂. Coh. II, 24, № 139. Годъ 102.

1216. Подобная № 1215. Ag. 4¹/₂.

1217. Ав. Подобный № 1214.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ кадуцей и рогъ изобилія.

Leg. P. M. TR. P. COS. III. P. P.

Ag. 4 Coh. II, 25, № 142. Годъ 101.

1218. Подобная № 1214. На Rv. Побѣда стоитъ налѣво, держитъ вѣнецъ и пальму.

Ag. 4¹/₂. Coh. II, 25, № 144. Годъ 101.

1219. Подобная № 1218. Ag. 4¹/₂.

1220. Подобная № 1218. На Rv. Побѣда стоитъ направо на носу корабля.

Ag. 4¹/₂. Coh. II, 25, № 145. Годъ 101.

1221. Подобная № 1220. Ag. 4¹/₂.

1222. Подобная № 1218. На Rv. побѣда идетъ налѣво.

Ag. 4¹/₂. Coh. II, 25, № 146. Годъ 101.

1223. Подобная № 1222. Ag. 4¹/₂.

1224. Ав. Голова Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. NERVA. TRAIAN. AVG. GER.

Rv. Побѣда сидитъ налѣво, держитъ вѣнецъ и пальму. Leg. P. M. TR. P. COS. III. P. P.

Ag. 4¹/₂. Coh. II, 26, № 149. Годъ 101.

1225. Подобная № 1224. На Rv. Побѣда стоитъ направо, пишетъ на щитѣ, поставленномъ на пьедесталъ.

Ag. 4¹/₂. Coh. II, 26, № 151. Годъ 101.

1226. Подобная № 1225. Ag. 4¹/₂.

1227. Ав. Подобный № 1224.

Rv. Побѣда стоитъ налѣво предъ пылающимъ жертвенникомъ, держитъ чашу и пальму. Leg: P. M. TR. P. COS. III. P. P.

Ag. 4. Coh. II, 26, № 150. Годъ 101.

1228. Ав. Голова Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. NERVA. TRAIANVS. AVG. GER. DACICVS.

Rv. Побѣда идетъ налѣво, держитъ вѣнецъ и трофей. Leg: P. M. TR. P. COS. V. P. P.

Ag. 4. Coh. II, 27, № 158.

1229. Подобная № 1228. На Rv. Мужчина сидитъ на щитѣ; внизу: кривой ножъ.

Аг. 4¹/₂. Coh. II, 27, № 160.

1230. Подобная № 1228. На Rv. Траянъ стоитъ en face, держитъ копье и мечъ; его вѣнчаетъ, стоящая рядомъ, побѣда.

Аг. 4. Coh. II, 27, № 161.

1231. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. NER. TRAIANO. OPTIMO. AVG. GER. DAC.

Rv. Марсъ въ шлемѣ идетъ направо, держитъ копье и трофей.

Leg: P. M. TR. P. COS. VI. P. P. S. P. Q. R.

Аг. 4 ¹/₂. Coh. II, 28, № 168. Годъ 114.

1232. Подобная № 1231. Аг. 4¹/₂.

1233. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg. IMP. TRAIANO. AVG. GER. DAC. PARTHICO.

Rv. Воинъ стоитъ направо, наступая на шлемъ, держитъ копье и паразоніумъ. Leg: P. M. TR. P. COS. VI. P. P. S. P. Q. R.

Аг. 4. Coh. II, 28, № 170. Годъ 116.

1234. Ав. Подобный № 1231.

Rv. Подобный № 1233.

Аг. 4¹/₂. Coh. II, 29, № 171. Годъ 114.

1235. Подобная. № 1234. Аг. 4.

1236. Подобная № 1231. На Rv. юноша стоитъ налѣво, держитъ чашу и два колоса.

Аг. 4¹/₂. Coh. II, 29, № 173. Годъ 114.

1237. Подобная № 1236. Аг. 4¹/₂.

1238. Подобная № 1231. На Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ кадучей и рогъ изобилія.

Аг. 4¹/₂. Coh. II, 29, № 175. Годъ 114.

1239. Подобная № 1231. На Rv. Статуя Траяна съ копьемъ въ рукѣ стоитъ на колоннѣ en face; на пьедесталѣ сидятъ два орла.

Аг. 4¹/₂. Coh. II, 30, № 180. Годъ 114.

1240. Подобная № 1239. Аг. 4¹/₂.

1241. Ав. Голова Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. NERVA. TRAIAN. AVG. GERM.

Rv. Женщина въ покрывалѣ сидитъ налѣво, держитъ чашу и факелъ. Leg: PONT. MAX. TR. POT. COS. II.

Аг. 4¹/₂. Coh. II, 30, № 182. Годъ 98.

1242. Подобная № 1241. На Rv. Женщина держитъ вѣтку и рогъ изобилія.

Аг. 4. Coh. II, 31, № 185. Годъ 98.

1243. Подобная № 1242. На Rv. Женщина стоит налѣво.
Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 31, № 186. Годъ 98.
1244. Подобная № 1243. Ag. 4 $\frac{1}{2}$.
1245. Подобная № 1241. На Rv. Женщина стоит налѣво, держитъ кадуцей и рогъ изобилія.
Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 31, № 187. Годъ 98.
1246. Подобная № 1241. На Rv. Побѣда сидитъ налѣво, держитъ чашу и пальму.
Ag. 4 Coh. II, 31, № 188. Годъ 98.
1247. Подобная № 1241. На Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ жезлъ.
Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 32, № 194. Годъ 98.
1248. Подобная № 1247. Ag. 4 $\frac{1}{2}$.
1249. Подобная № 1241. На Rv. Женщина сидитъ налѣво передъ пылающимъ жертвенникомъ, держитъ чашу и двойной рогъ изобилія.
Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 32, № 195. Годъ 98.
1250. Подобная № 1249. Ag. 4 $\frac{1}{2}$.
1251. Подобная № 1241. На Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу.
Ag. 4. Coh. II, 32, № 196. Годъ 98.
1252. Av. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. NER. TRAIAN. OPTIM. AVG. GERM. DAC.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, опираясь на колонну; у ногъ ея шаръ. Въ полѣ: PRO—VID. Leg: PARTHICO. P. M. TR. P. COS. VI. P. P. S. P. Q. R.
Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 33, № 201. Годъ 116.
1253. Подобная № 1252. Ag. 4 $\frac{1}{2}$.
1254. Подобная № 1252. Слово: PARTHICO перенесено изъ Rv. въ конецъ легенды на Av.
Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 33, № 203. Годъ 116.
1255. Av. Голова Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. NERVA. CAES. TRAIAN. AVG. GERM. P. M.
Rv. Траянъ стоитъ направо, держитъ копьё; противъ него стоитъ Нерва въ тогѣ и передаетъ ему шаръ. Внизу. PROVID. Leg: TR. P. COS. II. P. P.
Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 33, № 205. Годъ 98.

1256. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P. COS. V. P. P.
Rv. Марсъ въ шлемѣ идетъ направо, держитъ побѣду и трофей.
Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
Аг. 4, Coh. II, 36, № 216.
1257. Подобная № 1256. На Rv. Марсъ стоитъ направо, держитъ копье и щитъ, поддерживаемый колѣнопреклоненнымъ плѣнникомъ.
Аг. 4. Coh. II, 36. № 217.
1258. Подобная № 1257. Аг. 4.
1259. Подобная № 1256. На Rv. Марсъ стоитъ направо, держитъ копье и опирается на щитъ.
Аг. 4. Coh. II, 36, № 219
1260. Подобная № 1259. Аг. 4^{1/2}..
1261. Подобная № 1256. На Ав: COS. VI. На Rv. Марсъ идетъ направо, держитъ копье и трофей.
Аг. 4^{1/2}. Coh. II, 36, № 220.
1262. Подобная № 1261. Аг. 4.
1263. Подобная № 1256. На Rv. воинъ стоитъ направо, наступая на шлемъ. Держитъ копье и *ragazonium*.
Аг. 4. Coh. II, 37, № 223.
1264. Подобная № 1256. На Rv. Юноша стоитъ направо передъ жертвенникомъ, держитъ чашу и рогъ изобилія.
Аг. 4^{1/2}. Coh. II, 37, № 224.
1265. Подобная № 1264. Аг. 4^{1/2}.
1266. Подобная № 1256. На Ав. въ легендѣ: COS. VI. На Rv. юноша держитъ чашу и колосъ.
Аг. 4^{1/2}. Coh. II, 37, № 228.
1267. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg. IMP. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P. COS. V. P. P.
Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ кадуцей и рогъ изобилія. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
Аг. 4^{1/2}. Coh. II, 38, № 231.
1268. Подобная № 1267. На Rv. у ногъ женщины жертвенникъ.
Аг. 4^{1/2}.
1269. Подобная № 1268.
1270. Подобная № 1267. На Rv. женщина стоитъ направо, наступая на плѣнника, держитъ вѣтку и рогъ изобилія.

- Ag. 4. Coh. II, 38, № 233.
1271. Подобная № 1270. Ag. 4.
1272. Подобная № 1268.
- Ag. 4. Coh. II, 38, № 234.
1273. Подобная № 1267. На Rv. Женщина сидитъ налѣво, держать вѣтку и жезлъ; у ногъ ея плѣнникъ.
- Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 38, № 235.
1274. Подобная № 1273. Ag. 4 $\frac{1}{2}$.
1275. Подобная № 1267. На Av. въ легендѣ: COS. VI. На Rv. Побѣда стоитъ налѣво, держать вѣнецъ и пальму.
- Ag. 4. Coh. II, 39, № 240.
1276. Подобная № 1267. На Rv. Побѣда стоитъ направо, писать на щитѣ, привязанномъ къ дереву: DA—CI—CA.
- Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 40, № 247. Годъ 111.
1277. Av. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P. COS. V. P. P. Rv. Женщина идетъ налѣво, приподымая платье. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
- Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 40, № 249.
1278. Подобная № 1277. На Rv. женщина стоитъ налѣво, держать вѣсы и рогъ изобилія.
- Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 40, № 250.
1279. Подобная № 1278. Ag. 4.
1280. Подобная № 1277. На Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать колосья и рогъ изобилія; передъ нею модіусъ, за нею—корабль.
- Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 41, № 252.
1281. Подобная № 1280. Ag. 4 $\frac{1}{2}$.
1282. Подобная № 1277. На Rv. Женщина сидитъ налѣво, держать руль и рогъ изобилія.
- Ag. 4. Coh. II, 41, № 255.
1283. Подобная № 1277. На Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать колосья и корзину съ плодами.
- Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 41, № 256.
1284. Подобная № 1277. На Av. въ легендѣ: COS. VI. На Rv. всадникъ стоитъ налѣво, держать копье.
- Ag. 4. Coh. II, 42, № 260. Годъ 114.
1285. Подобная № 1284. Ag. 4 $\frac{1}{2}$.

1286. Подобная № 1277. На Rv. воинъ стоитъ en face, держитъ
копье и palazonium, его вѣнчаетъ, стоящая рядомъ, по-
бѣда, которая держитъ пальму.
Ag. 4. Coh. II, 42, № 265.
1287. Подобная № 1277. На Rv: Мужчина сидитъ на щитѣ направо,
опустивъ голову на руку; подъ нимъ сабля.
Ag. 4. Coh. II, 43, № 268.
1288. Подобная № 1287. Ag. 4.
1289. Подобная № 1277. На Rv: Плѣнникъ сидитъ направо у под-
ножія трофея.
Ag. 4. Coh. II, 43, № 269.
1290. Подобная № 1289. Ag. 4.
1291. Подобная № 1277. На Rv: трофей.
Ag. 4½. Coh. II, 43, № 270.
1292. Подобная № 1277. На Rv.: три знамени; на вершинѣ лѣваго—
вѣнецъ, средняго—орелъ и праваго—рука.
Ag. 4½. Coh. II, 43, № 272.
1293. Подобная № 1292. На Av. въ легендѣ: COS. VI.
Ag. 4½. Coh. II, 44, № 274.
1294. Подобная № 1293. Ag. 4½.
1295. Подобная № 1293.
Ag. 4½. Coh. II, 44, № 273.
1296. Av. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP.
TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P. COS. VI. P. P.
Rv. На колоннѣ стоитъ статуя Траяна съ копьемъ въ рукѣ;
на пьедесталѣ сидятъ два орла. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO.
PRINCIPI.
Ag. 4½. Coh. II, 44, № 277. Годъ 113.
1297. Av. Голова Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо: Leg: IMP.
NERVA. CAES. TRAIAN. AVG. GERM. P. M.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ цвѣтокъ и рогъ изобилія. Leg: TR. P. COS. II. P. P.
Ag. 4½. Coh. II, 45, № 282. Годъ 98.
1298. Подобная № 1297. Ag. 4.
1299. Подобная № 1297. На Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ
жезлъ.
Ag. 4. Coh. II, 45, № 284. var. Годъ 100.

1300. Av. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P.
 Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ палладіумъ и жезлъ. Внизу: VESTA. Leg: COS. V. P. P. S. P. Q. R. OPTIMO. PRINC.
 Ag. 4½. Coh. II, 46, № 286.
1301. Av. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P. COS. VI. P. P.
 Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ палладіумъ и жезлъ. Внизу: VESTA. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
 Ag. 4½. Coh. II, 46, № 288.
1302. Av. Подобный № 1301.
 Rv. Женщина лежитъ налѣво, держитъ колесо, опирающееся на ея колѣно. Внизу: VIA. TRAIANA. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
 Ag. 4½. Coh. II, 46, № 290.
1303. Av. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ...TRAIANO. AVG. GER. DAC.....
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ колосья и рогъ изобилія; у ногъ ея дитя. Внизу: ALIM. IT... Leg: изглажена. Ae. 9½ Coh. II. 48, № 299.
1304. Av. Бюстъ Траяна въ лучистой коронѣ направо. Leg:....VAE. TRAIANO...
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ рогъ изобилія. S. C. Внизу: ALIM. ITA. Leg: S. P. Q. R.... Ae. 7.
1305. Av. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. NERVAE. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P. COS. VI. P. P.
 Rv. Женщина стоитъ en face, смотритъ налѣво, держитъ колосья и рогъ изобилія; у ногъ ея ребенокъ. S. C. Внизу: ALIM. ITAL. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
 Ae. 9½. Coh. II, 49, № 301.
1306. Av. Подобный № 1305. Въ легендѣ: COS. V.
 Rv. Подъ сводомъ, опирающимся на двѣ колонны, лежитъ богъ рѣки налѣво, держитъ вѣтку и облокачивается на урну, изъ которой вытекаетъ вода. S. C. Внизу: AQVA. TRAIANA. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.

Ае. 11. Coh. II, 49, № 305.

1307. Подобная № 1306. Ае. 9¹/₂.

1308. Ав. Бюсть Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg:....
TRAIANO. AVG. GER.....

Рв. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и трость; у ногъ
ея верблюдъ, S. C. Внизу: ARAB. ADQVIS. Leg: S. P.
Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.

Ае. 6¹/₂. Coh. II, 50, № 312.

1309. Ав. Бюсть Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg:.....NO.
AVG. GER. DAC. PARTHIC.....

Рв. Траянъ стоитъ направо, держитъ копье и *ragazonium*, на-
ступаеъ ногою на лежащую женщину; у ногъ его по
сторонамъ два человѣка, держать вѣтки и опираются на
урны. Leg: REDVCTAE. ARMENIA. ET. MESOPOTA-
MIA. IN. POTESTATEM.

Ае. 10¹/₂. Coh. II, 51, № 318. var. Годъ 116.

1310. Ав. Подобный 1308. Въ концѣ легенды: GER. DAC. P. M....

Рв. Траянъ и Юпитеръ стоятъ налѣво. S. C. Leg. изглажена.

Ае. 9¹/₂. Coh. II, 52, № 322.

1311. Ав. Подобный № 1309.

Рв. Женщина сидитъ налѣво, держитъ знамя съ орломъ; у ногъ
ея ребенокъ. Leg: DACIA. AVG.....PROVINCIA.

Ае. 9¹/₂. Coh. II, 54, № 332.

1312. Подобная № 1311. На Рв. на колѣнахъ у женщины двое
дѣтей.

Ае. 7¹/₂. Coh. II, 54, № 334.

1313. Ав. Бюсть Траяна въ лучистой коронѣ и плащѣ направо. Leg:
IMP. CAES. NER. TRAIANO. OPTIMO. AVG. GERM.

Рв. Среди дубоваго вѣнка: S. C. Leg: DAC. PARTHICO. P.
M. TR. P. XX. COS. VI. P. P.

Ае. 7. Coh. II, 54, № 335. Годъ 116.

1314. Подобная № 1313. Ае. 7.

1315. Подобная № 1313.

Ае. 4¹/₂. Coh. II, 54, № 336.

1316. Подобная № 1315. Ае. 4¹/₂.

1317. Ав. Бюсть Траяна въ лучистой коронѣ и плащѣ направо. Leg:
IMP. CAES. NERVAE. TRAIANO. AVG. GERM. DAC.
P. M. TR. P. COS. VI. P. P.

- Rv. Женщина стоит налѣво, держитъ кадуцей и рогъ изобилія. S. C. Leg: FELICITAS. AVGVSTI.
 Ae. 7¹/₂. Coh. II, 55, № 341.
1318. Подобная № 1317. Ar. 7¹/₂.
1319. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAES. TRAIANO. OPTIMO. AVG. GER.....COS. VI. P. P.
 Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія. Внизу: FORT. RED. S. C. Leg: SENATVS. POPVLVS-QVE. ROMANVS.
 Ae. 10. Coh. II, 55, № 343.
1320. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAES. NERVAE. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P. COS. VI. P. P.
 Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія. Leg: FORTVNAE. REDUCI. S. C.
 Ae. 10. Coh. II, 56, № 346.
1321. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. NERVAE. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P. COS. V. P. P.
 Rv. Тожественный съ Ав.
 Ae. 7. Coh. II, 57, № 351.
1322. Ав. Бюстъ Траяна въ лучистой коронѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAES. NER. TRAIANO. AVG. GER. DAC. PARTHICO.
 Rv. S. C. среди дубоваго вѣнка: Leg: P. M. TR. POT. XX. COS. VI. P. P.
 Ae. 7. Coh. II, 58, № 363. Годъ 116.
1323. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. NERVAE. TRAIANO. AVG. GER. DAC.....
 Rv. Портъ, огражденный стѣнами. Leg: PORTVM.....S. C.
 Ae. 10. Coh. II, 50, № 365.
1324. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. NER. TRAIANO. OPTIMO. AVG. GER. DAC. PARTHICO P. M. TR. P. COS. VI. P. P.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, опираясь на колонну, указываетъ рукою на шаръ, лежащій у ея ногъ и держитъ жезлъ. S. C. Leg: PROVIDENTIA. AVGVSTI. S. P. Q. R.

Ае. 9 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 59, № 369.

1325. Подобная № 1324. На Ав. Бюсть въ лучистой коронѣ и плащѣ.

Ае. 7 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 60, № 371. Годъ 116.

1326. Ав. Подобный № 1324. Бюсть въ панцырѣ.

Rv. Траянъ сидитъ на эстрадѣ налѣво; рядомъ стоитъ воинъ;
у ногъ Траяна человекъ стоитъ налѣво и предъ нимъ ко-
лѣнопреклоненная женщина. Leg: REX. PARTHIS. DA-
TVS.—S. C.

Ае. 10. Coh. II, 60, № 375. Годъ 116.

1327. Подобная № 1326. На Ав. Бюсть въ плащѣ вмѣсто панцыря.

Ае. 10.

1328. Ав. Голова Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP.
CAES. NERVA. TRAIAN. AVG.

Rv. Гераклъ стоитъ на жертвенникѣ en face, держитъ па-
лицу и львиную кожу. S. C.

Ае. 4. Coh. II, 62, № 382.

1329. Ав. Подобный № 1328.

Rv. Сосудъ и вѣнецъ, лежащіе на столѣ. S. C.

Ае. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 62, № 383.

1330. Подобная № 1329. Ае. 4 $\frac{1}{2}$.

1331. Ав. Подобный № 1328.

Rv. Волкъ идетъ направо. S. C.

Ае. 3 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 62, № 384.

1332. Ав. Бюсть Траяна направо. Leg: IMP. CAES. TRAIAN. AVG.
GERM.

Rv. Палица. S. C.

Ае. 3. Coh. II, 62, № 387.

1333. Подобная № 1332. Ае. 3.

1334. Ав. Подобный № 1332.

Rv. Дикій кабанъ идетъ направо. S. C.

Ае. 3. Coh. II, 62, № 388.

1335. Подобная № 1334. Ае. 3.

1336. Ав. Бюсть Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.
Leg: IMP. CAES. TRAIANO. OPTIMO. AVG. GER. DAC.
P. M. TR. P..

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ кадуцей и рогъ изобилія.
S. C. Leg: SENATVS. POPVLVSQVE. ROMANVS.

Ае. 10. Coh. II, 62, № 389. Годъ 115.

1337. Ав. Бюстъ Траяна въ лучистой коронѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAES. NER. TRAIANO. OPTIMO. AVG. CER. DAC. PART. COS. VI. P. P.
Rv. Подобный № 1336.
Ае. 7½. Coh. II, 63, № 392. var.
1338. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAES. NERVAE. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P.M. TR. P. COS. VI. P. P.
Rv. Подобный № 1336.
Ае. 9½. Coh. II, 63, № 394.
1339. Ав. Бюстъ Траяна въ лучистой коронѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAES. NER. TRAIANO. OPTIMO. AVG. GER. DAC. PARTHICO. P. M. TR. P. COS. VI. P. P.
Rv. Траянъ стоитъ en face, смотритъ налѣво, держитъ копье; по сторонамъ его два трофея. Leg: SENATVS. POPVLVSQVE. ROMANVS.—S. C.
Ае. 7½. Coh. II, 64, № 400. Годъ 116.
1340. Ав. Подобный № 1339.
Rv. Два трофея: Leg: SENATVS. POPVLVSQVE. ROMANVS—S. C.
Ае. 7½. Coh. II, 64, № 401.
1341. Подобная № 1340. Ае 7½.
1342. Ав. Подобный № 1338. Въ легендѣ: COS. V.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ колосья и фавель; у ногъ ея modius. S. C. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
Ае. 10. Coh. II, 65, № 406.
1343. Ав. Подобная № 1342
Rv. Рома въ шлемѣ и панцырѣ стоитъ налѣво, держитъ статую побѣды и копье. S. C. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
Ае. 10. Coh. II, 65, № 411.
1344. Подобная № 1343. Ае. 8. Coh. II, 65, № 412.
1345. Подобная № 1343. На Rv. у ногъ Ромы колѣнопреклоненный плѣнникъ.
Ае. 10. Coh. II, 66, № 414.
1346. Подобная № 1345. На Ав. бюстъ въ лучистой коронѣ.
Ае. 7½. Coh. II, 66, № 418.

1347. Ав. Подобный № 1342.

Rv. Рома въ племѣ сидитъ налѣво на панцырѣ и щитахъ, держитъ статую побѣды и копье; одною ногою наступаетъ на панцырь, другою на голову въ дакійской шпанѣ. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO PRINCIPI.—S. C.

Ае. 9½. Coh. II, 66, № 419.

1348. Подобная № 1347. Ае. 10.

1349. Ав. Подобный № 1342.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и рогъ изобилія; у ногъ ея бюстъ плѣнника. S. C. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.

Ае. 9½ Coh. II, 67, № 423.

1350. Подобная № 1349. На Ав. Бюстъ въ лучистой коронѣ.

Ае. 7½. Coh. II, 67, № 425.

1351. Ав. Подобный № 1350.

Rv. Женщина стоитъ налѣво; зажигаетъ факеломъ костеръ и держитъ рогъ изобилія. S. C. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.

Ае. 7½. Coh. II, 67, № 427.

1352. Ав. Подобный № 1342.

Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ вѣтку. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.—S. C.

Ае. 8. Coh. II, 68, № 432.

1353. Ав. Подобный № 1338.

Rv. Побѣда идетъ направо, держитъ вѣнецъ и пальму. S. C. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.

Ае. 7. Coh. II, 69, № 436.

1354. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. NERVAE. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P. COS. V. P. P.

Rv. Побѣда стоитъ налѣво, держитъ пальму и сооружаетъ трофей, у подножія котораго лежатъ два щита. Leg. S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI. S. C.

Ае. 9½. Coh. II, 69, № 437.

1355. Подобная № 1354. Ае. 7½. Coh. II, 69, № 438.

1356. Подобная № 1354. На Ав. Бюстъ въ лучистой коронѣ.

Ае. 7½ Coh. II, 69, № 440.

1357. Подобная № 1354. На Rv. Побѣда стоитъ налѣво, привязывая къ дереву щитъ съ надписью: VIC.—DAC.
Ае. 10. Coh. II, 70, № 441.
1358. Подобная № 1357. На Av. Бюсть въ плащѣ.
Ае. 10. Coh. II, 70, № 443.
1359. Подобная № 1357. Ае. 7½. Coh. II, 70, № 444.
1360. Av. Подобный № 1354.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ цвѣтокъ и приподымаетъ платье. S. C. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
Ае. 9. Coh. II, 70, № 446.
1361. Подобная № 1360. На Av. Бюсть въ лучистой коронѣ.
Ае. 7. Coh. II, 70, № 448.
1362. Av. Подобный № 1354.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ колосья и рогъ изобилія. У ногъ ея modius; сзади корабль. S. C. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
Ае. 9½. Coh. II, 71, № 452.
1363. Подобная № 1362. Ае. 10.
1364. Подобная № 1362. На Av. Бюсть въ лучистой коронѣ.
Ае. 7. Coh. II, 71, № 454.
1365. Подобная № 1362. На Rv. ятъ корабля.
Ае. 10. Coh. II, 71, № 455.
1366. Подобная № 1364. На Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія.
Ае. 9. Coh. II, 71, № 456.
1367. Подобная № 1366. Ае. 8. Coh. II, 71, № 457.
1368. Подобная № 1364. На Rv. Женщина сидитъ налѣво, кормитъ изъ чаши змѣю, обвитую вокругъ жертвенника.
Ае. 7. Coh. II, 72, № 461.
1369. Av. Подобный № 1364. Въ легендѣ: COS. VI.
Rv. Траянъ ѣдетъ въ квадригѣ налѣво, держитъ вѣтку и жезль.
Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.—S. C.
Ае. 10. Coh. II, 72, № 465.
1370. Av. Бюсть Траяна въ лавровомъ вѣнцѣ и плащѣ направо.
Leg: IMP. CAES. NERVAE. TRAIANO. AVG. GER. DAC.
P. M. TR. P. COS. V. P. P.
Rv. Всадникъ скачетъ направо, опрокидывая врага. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.—S. C.

Ае. 10. Сoh. II, 73, № 468.

1371. Подобная № 1370. Ае. 10.

1372. Подобная № 1370. Ае. 7¹/₂. Сoh. II, 73, № 469.

1373. Подобная № 1370. На Ав. вмѣсто бюста—голова Траяна.

Ае. 9¹/₂. Сoh. II, 73, № 471.

1374. Подобная № 1373. Ае. 9¹/₂.

1375. Подобная № 1373. Ае. 8. Сoh. II, 73, № 472.

1376. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP.

CAES. NERVAE. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M.
TR. P. COS. V. P. P.

Рv. Траянъ стоитъ налѣво, держитъ молнію и копье, его вѣн-
чаетъ побѣда, стоящая за нимъ съ пальмою въ рукѣ. Leg:
S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.—S. C.

Ае. 9. Сoh. II, 74, № 475.

1377. Подобная № 1376. Ае. 10.

1378. Подобная № 1376. Ае. 8. Сoh. II, 74, № 476.

1379. Подобная № 1378. Ае. 7¹/₂.

1380. Подобная № 1376. На Рv. Человѣкъ идетъ направо, держитъ
вѣтку и наступаетъ на лежащаго плѣнника.

Ае. 9¹/₂. Сoh. II, 75, № 482. Годъ 105.

1381. Подобная № 1380. Ае. 9¹/₂.

1382. Подобная № 1376. На Рv. Человѣкъ сидитъ на щитахъ на
лѣво; передъ нимъ трофей, у подножія котораго два щита.

Ае. 9¹/₂. Сoh. II, 75, № 484.

1383. Подобная № 1382. Ае. 10.

1384. Подобная № 1382. Ае. 7. Сoh. II, 76, № 485.

1385. Подобная № 1382. На Ав. голова въ лучистой коронѣ.

Ае. 7¹/₂. Сoh. II, 76, № 486.

1386. Подобная № 1382. На Рv. у подножія трофея: щитъ и копье.

Ае. 9. Сoh. II, 76, № 487.

1387. Ав. Подобный № 1376.

Рv. Мостъ; на концахъ его двѣ башни, каждая украшена
тремя статуями; подъ мостомъ лодка, S. C. Leg: S. P. Q.
R. OPTIMO. PRINCIPI.

Ае. 9¹/₂. Сoh. II, 76, № 490.

1388. Ав. Подобный № 1376.

Рv. Фасадъ храма, покрытый барельефами; на верху фронтона
шесть лошадей. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI. S. C.

- Ае. 10. Coh. II, 77, № 495.
1389. Ав. Подобный № 1376.
Rv. Храмъ на шести колоннахъ, украшенный статуями и барельефами; по сторонамъ храма двѣ крытыя галереи, каждая на шести колоннахъ; передъ входомъ—жертвенникъ. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI. S. C.
Ае. 9. Coh. II, 78, № 496.
1390. Подобная № 1389. На Rv. Галереи опираются каждая на четырехъ колоннахъ.
Ае. 7. Coh. II, 78, № 497.
1391. Подобная № 1389. Храмъ опирается на восьми колоннахъ; внутри его статуя.
Ае. 9. Coh. II, 78, № 498.
1392. Подобный № 1391. На Ав. Бюстъ въ лучистой коронѣ.
Ае. 8. Coh. II, 79, № 499.
1393. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.
Leg: IMP. CAES. NERVAE. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P. COS. VI. P. P.
Rv. На колоннѣ статуя Траяна en face съ копьемъ въ рукѣ; пьедесталъ украшенъ рельефами; на немъ два орла. S. C.
Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
Ае. 10. Coh. II, 79, № 500. Годъ 113.
1394. Подобная № 1393. На Rv. голова въ лучистой коронѣ.
Ае. 7. Coh. II, 79, № 501. Годъ 113.
1395. Ав. Подобный № 1393. Въ легендѣ: COS. V.
Rv. На пьедесталѣ львиная кожа, на которую поставлена на-
лица. S. C. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
Ае. 7 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 79, № 502.
1396. Подобная № 1395. Ае. 7 $\frac{1}{2}$.
1397. Подобная № 1394. На Rv: панцырь.
Ае. 8. Coh. II, 79, № 503.
1398. Ав. Подобный № 1395.
Rv. Овальный щитъ, украшенный пальмою; за нимъ: шести-
угольный щитъ, два копья, знамя и коса. S. C. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
Ае. 6 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 79, № 504.
1399. Подобная № 1398. На Rv.: Трофей; у его подножія два щита.
Ае. 7 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 79, № 505.

1400. Подобная № 1398. На Rv.: три знамени, увѣнчанныя: вѣнцомъ, орломъ и рукою.
Ае. 8. Coh. II, 80, № 507.
1401. Ав. Подобный № 1398.
Rv. Среди дубоваго вѣнка: S. P. Q. R.—OPTIMO.—PRINCIPAL.—S. C.
Ае. 9½. Coh. II, 80, № 508.
1402. Подобная № 1401. Ае. 7. Coh. II, 80, № 509.
1403. Подобная № 1401. На Ав. Бюстъ въ лучистой коронѣ.
Ае. 8½. Coh. II, 80, № 510.
1404. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. NERVA. TRAIAN. AVG. GERM. P. M.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ вѣтку и жезлъ. Leg: TR. POT. COS. II.—S. C.
Ае. 10. Coh. II, 80, № 512. Годъ 98.
1405. Ав. Подобный № 1404.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, приподнявъ руку; у ногъ ея жертвенникъ. S. C. Leg: TR. POT. COS. II.
Ае. 8. Coh. II, 81, № 514. Годъ 98.
1406. Ав. Подобный № 1404.
Rv. Побѣда идетъ налѣво, держитъ пальму и щитъ съ надписью: S. P.—Q. R.—S. C. Leg: TR. POT. COS. II. P. P.
Ае. 7½. Coh. II, 81, № 516. Годъ 98.
1407. Подобная № 1406. Ае. 7½.
1408. Ав. Бюстъ Траяна въ лучистой коронѣ направо. Leg: IMP. CAES. NERVA. TRAIAN. AVG. GERM. P. M.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ жезлъ. Leg: TR. POT. COS. II. S. C.
Ае. 7½. Coh. II, 81, № 517. Годъ 98.
1409. Подобная № 1408. Ае. 8.
1410. Ав. Подобный № 1404.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу и двойной рогъ изобилія; передъ нею пылающій жертвенникъ. Leg: TR. POT. COS. II.—S. C.
Ае. 10½. Coh. II, 81, № 519. Годъ 98.
1411. Подобная № 1410. На Rv. въ легендѣ: COS. III.
Ае. 10. Coh. II, 82, № 521. Годъ 100.
1412. Подобная № 1411. На Rv. женщина держитъ вѣтку и жезлъ.

- Ае. 9 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 82, № 522. Годъ 100.
1413. Ав. Подобный № 1404.
Rv. Марсъ въ шлемѣ стоитъ направо, держать копьѣ и щитъ.
Leg: TR. POT. COS. III. P. P. S. C.
Ае. 7 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 82, № 523. Годъ 100.
1414. Подобная № 1413. На Rv. побѣда идетъ налѣво, держать пальму и щитъ.
Ае. 8. Coh. II, 82, № 525. Годъ 100.
1415. Подобная № 1411. На Rv. женщина держитъ жезлъ.
Ае. 7 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 82, № 526. Годъ 100.
1416. Подобная № 1415. Ае. 7 $\frac{1}{2}$.
1417. Ав. Подобный № 1404.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ вѣтку и жезлъ. Leg: TR. POT. COS. III. P. P.—S. C.
Ае. 9 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 83, № 532. Годъ 102
1418. Подобная № 1417. Ае. 9 $\frac{1}{2}$.
1419. Ав. Подобный № 1408.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держать жезлъ. Leg: TR. POT. COS. III. P. P.—S. C.
Ае. 8. Coh. II, 84, № 535. Годъ 102.
1420. Подобная № 1417. На Rv. Побѣда идетъ налѣво, держать щитъ съ надписью: S. P.—Q. R.
Ае. 8. Coh. II, 84, № 536. Годъ 102.
1421. Ав. Подобный № 1404.
Rv. Побѣда стоитъ en face, смотреть налѣво, держать вѣнецъ и пальму. S. C. Leg: TR. POT. COS. III.
Ае. 8. Coh. II, 84. № 537. Годъ 102.
1422. Подобная № 1421. Ае. 7 $\frac{1}{2}$.
1423. Ав. Голова Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. NERVA. TRAIAN. AVG. GERM. DACICVS. P. M.
Rv. Рома въ шлемѣ сидитъ направо на панцырѣ и щитѣ, держать жезлъ и подаетъ статую побѣды Траяну, который стоитъ въ тогѣ передъ нею. Leg: TR. P. VII. IMP. III. COS. V. P. P.—S. C.
Ае. 9 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 85, № 540. Годъ 104.
1424. Подобная № 1423. На Rv. Женщина сидитъ налѣво, держать жезлъ.

Ае. 9¹/₂. Coh. II, 85, № 542. Годъ 104.

1425. Ав. Бюсть Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. NERVAE. TRAIANO. AVG. GER. DAC. P. M. TR. P. COS. VI. P. P.

Рv. Женщина лежитъ налѣво, держитъ колесо. S. C. Внизу: VIA. TRAIANA. Leg: S. P. Q. R. OPTIMO. PRINCIPI.
Ае. 9. Coh. II, 86, № 546.

1426. Подобная № 1425. Ае. 7¹/₂. Coh. II, 86, № 547.

1427. Подобная № 1425. На Ав. бюсть въ лучистой коронѣ. На Рv. легенда изглажена.
Ае. 8. Coh. II, 86, № 548.

1428. Ав. Бюсть Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ направо; передъ нимъ въ полѣ вдавленная пальма. Leg: TRAIANVS COS.....

Рv. Женщина сидитъ направо, передъ нею стоитъ обнаженный юноша.
Ае. 11¹/₂. Coh. VI, 569, № 7. Contorniat.

а) Плотина († 129).

Plotina Augusta, imperatoris Trajani. Жена Траяна.

1429. Ав. Бюсть Плотины въ діадемѣ направо. Leg: PLOTINA. AVG. IMP. TRAIANI.

Рv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ палладіумъ и копье.
Leg: CAES. AVG. GERMA. DAC. COS. VI. P. P.
Аг. 4¹/₂. Coh. II, 90, № 2. Годъ 113.

1430. Ав. Бюсть Плотины направо, въ діадемѣ, съ косою, опущенною сзади. Leg: PLOTINA. AVG. IMP. TRAIANI.

Рv. Женщина стоитъ направо, держитъ два колоса и корзину съ плодами. S. C. Leg: FIDES. AVGVSTI.
Ае. 9¹/₂. Coh. II, 91, № 10.

1431. Подобная № 1430. Ае. 9¹/₂.

1432. Ав. Подобный № 1430.

Рv. Подобный № 1429. Женщина держитъ палладіумъ и жезлъ.
S. C. Ае. 8.

b) Марціана († 114).

Marciana Augusta. Сестра Траяна.

1433. Ав. Бюстъ Марціаны въ діадемъ направо. Leg: DIVA. AVGVSTA. MARCIANA.

Рv. Орелъ съ распущенными крыльями стоитъ налѣво, смотритъ направо. Leg. CONSECRATIO.

Ар. 4. Coh. II, 94, № 4.

1434. Ав. Бюстъ Марціаны въ діадемъ направо. Leg: DIVA. AVGVSTA. MARCIANA.

Рv. Орелъ съ распущенными крыльями сидитъ на скипетрѣ налѣво, смотритъ направо. S. C. Leg: CONSECRATIO.

Ае. 10. Coh. II, 94, № 10.

1435. Подобная № 1434. Ае. 9½.

1436. Ав. Подобный № 1433.

Рv. Колесница, въ которую запряжены два мула, ѣдетъ направо. Leg: CONSECRATIO.—S. C.

Ае. 9½. Coh. II, 94, № 11.

с) Матидія.

Matidia Augusta, divae Marcianae filia.—Племянница Траяна.

1437. Ав. Бюстъ Матидіи въ діадемъ направо. Leg:.... AVG. DIVAE. MARCIANAE. F.

Рv. Женщина стоитъ налѣво, опустивъ руки на головы двухъ дѣтей. Leg: PIETAS. AVGVSTI.

Ар. 4½. Coh. II, 96, № 6.

1438. Ав. Подобный № 1437. Leg: MATID. AVG. DIVAE. MARCIANAE. F.

Рv. Подобный № 1437. Въ полѣ: S. C.

Ае. 10. Coh. II, 96, № 9.

15. АДРІАНЪ.

(117—138).

Imperator Caesar Trajanus Hadrianus Augustus, divi Trajani filius, divi Nervae nepos, optimus, Germanicus, Dacicus, Parthicus, consul, consul designatus, pontifex maximus, pater patriae.

1439. Ав. Бюстъ Адріана направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS. P. P.

- Rv. Юпитеръ стоитъ налѣво, держитъ орла и жезлъ. Leg: COS. III.
 Ag. 8. Coh. II, 101, № 9. Медаль.
1440. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнчѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAES. TRAIAN. HADRIAN. OPT. AVG. GER. DAC.
- Rv. Траянъ и Адріанъ стоятъ, протягивая другъ другу руки. Внизу: ADOPTIO. Leg: PARTHIC. DIVI. TRAIAN.....
 COS. P. P.
 Ag. 4. Coh. II, 106, № 52. Годъ 117.
1441. Ав. Голова Адріана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.
- Rv. Женщина лежитъ налѣво, держитъ сестръ; у ногъ ея ибисъ. Leg: AEGVPTOS.
 Ag. 4. Coh. II, 109, № 70.
1442. Подобная № 1441. Ag. 4.
1443. Подобная № 1441. На Ав. Голова въ лавровомъ вѣнчѣ.
 Ag. 4½. Coh. II, 109, № 72.
1444. Ав. Подобный № 1441.
- Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣсы и копье. Leg: AEQVITAS. AVG.
 Ag. 4. Coh. II, 109, № 78.
1445. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнчѣ направо: Leg: IMP. CAES. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
- Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ головы солнца и луны. Въ полѣ: AET.—AVG. Leg: P. M. TR. P. COS. II.
 Ag. 4½. Coh. II, 110, № 80. Годъ 118.
1446. Подобная № 1445. На Rv. легенда: P. M. TR. P. COS. DES. III.
 Ag. 4½. Coh. II, 110, № 81. Годъ 118.
1447. Подобная № 1445. На Rv. легенда: P. M. TR. P. COS. III.
 Ag. 4. Coh. II, 110, № 83.
1448. Ав. Подобный № 1445.
- Rv. Женщина лежитъ налѣво, голова ея покрыта слоновымъ хоботомъ; держитъ скорпіона и рогъ изобилія; у ногъ ея корзина съ плодами. Leg: AFRICA
 Ag. 4. Coh. II, 110, № 86.
1449. Подобная № 1448. Ag. 4.

1450. Подобная № 1448. На Ав. бюсть въ плащѣ.
 Аг. 4. Coh. II, 110, № 87.
1451. Ав. Голова Адріана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS.
 III. P. P.
 Рv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ сестръ и корзину со
 змѣею. Leg: ALEXANDRIA.
 Аг. 4. Coh. II, 111, № 90.
1452. Ав. Подобный № 1451.
 Рv. Модіусъ, изъ котораго выдаются: четыре колоса и макъ.
 Leg: ANNONA. AVG.
 Аг. 4. Coh. II, 111, № 93.
1453. Подобная № 1452. Аг. 4.
1454. Ав. Подобный № 1451.
 Рv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ цвѣтокъ и весло. Leg:
 ASIA.
 Аг. 4. Coh. II, 112, № 96.
1455. Ав. Голова Адріана направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.
 Рv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ. Leg:
 CLEMENTIA. AVG. COS. III. P. P.
 Аг. 4. Coh. II, 112, № 101.
1456. Ав. Бюсть Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP.
 CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
 Рv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ; передъ
 нею жертвенникъ. Внизу: CLEM. Leg: P. M. TR. P.
 COS. III.
 Аг. 4. Coh. II, 113, № 107.
1457. Подобная № 1456. На Ав. вмѣсто бюста—голова.
 Аг. 4. Coh. II, 113, № 108.
1458. Ав. Бюсть Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP.
 CAES..... HADRIANO. AVG. DIVI. TRAIANI.
 Рv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу; подъ вресломъ
 рогъ изобиліи; сзади статуетка. Внизу: CONCORD. Leg:
 PARTH. F. DIVI. NER. NER. P. M. TR. P. COS.
 Аг. 4 1/2. Coh. II, 113, № 110. Годъ 117.
1459. Ав. Бюсть Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.
 Leg: IMP. CAES. TRAIAN. HADRIAN. OPT. AVG. GER.
 DAC.

- Rv. Подобный № 1458. Leg: PARTHIC. DIVI. TRAIAN. AVG.
F. P. M. TR. P. COS. P. P.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 114, № 112. Годъ 117.
1460. Подобная № 1459. Легенды: на Av. IMP. CAESAR. TRAIAN.
HADRIANVS. AVG. На Rv.: P. M. TR. P. COS. П.
Ag. 4. Coh. II, 114, № 114. Годъ 118.
1461. Подобная № 1460. Ag. 4¹/₂.
1462. Подобная № 1460. На Rv. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 114, № 116.
1463. Av. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HAD-
RIANVS. AVGVSTVS. P. P.
Rv. Минерва въ шлемѣ стоитъ направо, держитъ копье и опи-
рается на щитъ. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 115, № 119.
1464. Подобная № 1463. Ag. 4.
1465. Av. Подобный № 1463.
Rv. Минерва въ шлемѣ стоитъ налѣво, держитъ опущенное
копье и круглый щитъ. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 115, № 121.
1466. Подобная № 1465. Ag. 4.
1467. Av. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HAD-
RIANVS. AVGVSTVS.
Rv. Нептунъ стоитъ направо, наступая на корму корабля; дер-
житъ трезубецъ и дельфина. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 115, № 125.
1468. Av. Подобный № 1467.
Rv. Нептунъ стоитъ налѣво, наступая на корабль; держитъ
акростоліумъ и жезлъ. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 115, № 126.
1469. Подобная № 1468. Ag. 4. Часть монеты отломана.
1470. Av. Подобный № 1467.
Rv. Діана стоитъ направо, держитъ стрѣлу и лукъ. Leg:
COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 116, № 130.
1471. Подобная № 1470. Ag. 4.
1472. Av. Подобный № 1467.
Rv. Женщина идетъ налѣво, держитъ чашу и облачивается
на статую. Leg: COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 116, № 131.

1473. Подобная № 1472. Аг. 4.

1474. Ав. Подобный № 1467.

Рv. Геркулесъ сидитъ направо на панцырѣ и щитѣ, держитъ палицу и двѣ стрѣлы; позади его лежитъ щитъ. Leg: COS. III.

Аг. 4¹/₂. Coh. II, 116, № 133.

1475. Ав. Подобный № 1467.

Рv. Юноша стоитъ налѣво, держитъ чашу и рогъ изобилія; передъ нимъ—жертвенникъ. Leg: COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 117, № 137.

1476. Ав. Подобный № 1467.

Рv. Рома въ шлемѣ сидитъ направо на панцырѣ и щитѣ, держитъ копье и паразоніумъ. Leg: COS. III.

Аг. 4¹/₂. Coh. II, 117, № 138.

1477. Подобная № 1476. Аг. 4¹/₂.

1478. Подобная № 1476. На Рv. Подъ кресломъ—шаръ. Аг. 4.

1479. Подобная № 1476. На Ав. въ концѣ легенды: Р. Р.

Аг. 4. Coh. II, 117, № 39.

1480. Подобная № 1479. На Рv. внизу—шаръ. Аг. 4.

1481. Подобная № 1476. На Рv. Рома обращена налѣво.

Аг. 4¹/₂. Coh. II, 117, № 140.

1482. Ав. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.

Рv. Рома сидитъ налѣво, держитъ вѣтку и жезлъ, позади ея щитъ. Leg: COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 117, № 141.

1483. Ав. Подобный № 1482.

Рv. Рома въ шлемѣ стоитъ налѣво, держитъ статую побѣды и копье. Leg: COS. III.

Аг. 4¹/₂. Coh. II, 117, № 143.

1484. Подобная № 1483. Аг. 4¹/₂.

1485. Ав. Подобный № 1482.

Рv. Женщина въ шлемѣ стоитъ направо, держитъ копье и паразоніумъ. Leg: COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 118, № 144.

1486. Подобная № 1485. Аг. 4.

1487. Ав. Подобный № 1482.

- Rv. Побѣда стоитъ направо, заложивъ руку за голову, держитъ пальму. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 118, № 147.
1488. Ав. Подобный № 1482.
Rv. Побѣда сидитъ направо, держитъ вѣнецъ и пальму. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 118, № 150.
1489. Подобная № 1488. Ag. 4.
1490. Подобная № 1488. На Rv. внизу—шаръ. Ag. 4.
1491. Ав. Подобный № 1482.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ цвѣтокъ и рогъ изобилія; у ногъ ея модіусъ. Leg: COS. III.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 119, № 156.
1492. Подобная № 1491. На Rv. внизу—шаръ. Ag. 4¹/₂.
1493. Подобная № 1491. На Rv. въ концѣ легенды: P. P.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 119, № 157.
1494. Ав. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, наступающая ногою на модіусъ, держитъ цвѣтокъ и рогъ изобилія. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 119, № 158.
1495. Подобная № 1494. Ag. 4.
1496. Ав. Подобный № 1493.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣсы и рогъ изобилія. Leg: COS. III.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 119, № 159.
1497. Ав. Подобный № 1494.
Rv. Женщина идетъ налѣво, держитъ цвѣтокъ и приподымаетъ платье. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 120, № 162.
1498. Ав. Подобный № 1494.
Rv. Женщина въ покрывалѣ идетъ налѣво. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 120, № 163.
1499. Подобная № 1498. На Rv. женщина стоитъ налѣво.
Ag. 4 Coh. II, 120, № 164.
1500. Ав. Подобный № 1494.
Rv. Женщина въ покрывалѣ сидитъ налѣво. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 120, № 165.

1501. Подобная № 1500. Аг. 4.
1502. Подобная № 1500. На Rv. внизу—шаръ.
Аг. 4¹/₂. Coh. II, № 166.
1503. Ав. Подобный № 1494.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, наступаая на панцырь, держитъ
вънець и рогъ изобилія. Leg: COS. III.
Аг. 4. Coh. II, 121, № 171.
1504. Ав. Подобный № 1494.
Rv. Чаша, кропило, кувшинъ и посохъ. Leg: COS. III.
Аг. 4¹/₂. Coh. II, 123, № 189.
1505. Подобная № 1504. Аг. 4.
1506. Ав. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HAD-
RIANVS. AVGVSTVS. P. P.
Rv. Звѣзда, точка и полумѣсяцъ. Leg: COS. III.
Аг. 4. Coh. II, 123, № 195.
1507. Ав. Подобный № 1506. Нѣтъ P. P.
Rv. Звѣзда, полумѣсяцъ и шаръ. Leg: COS. III.
Аг. 4¹/₂. Coh. II, 124, № 198.
1508. Подобная № 1507. Аг. 4.
1509. Ав. Подобный № 1507.
Rv. Семь звѣздъ и полумѣсяцъ. Leg: COS. III.
Аг. 4¹/₂. Coh. II, 124, № 201.
1510. Подобная № 1509. Аг. 4.
1511. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP.
CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ кадуцей и рогъ изоби-
лія. Въ полѣ: FEL.—AVG. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Аг. 4. Coh. II, 126, № 215.
1512. Подобная № 1511. На Rv. въ полѣ: FELIC. AVG.
Аг. 4¹/₂. Coh. II, 126, № 216.
1513. Подобная № 1512. Аг. 4¹/₂.
1514. Ав. Голова Адріана направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ кадуцей и оливковую
вѣтвь. Leg: FELICITAS. AVG.
Аг. 4. Coh. II, 126, № 218.
1515. Ав. Голова Адріана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS.
III. P. P.

- Rv. Адрианъ подаетъ руку женщинѣ, стоящей передъ нимъ и держащей кадуцей. Leg: FELICITAS. AVG.
Ag. 4. Coh. II, 126, № 220.
1516. Ав. Бюстъ Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.
Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.
Rv. Подобный № 1515.
Ag. 4. Coh. II, 126, № 221.
1517. Ав. Подобный № 1516.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ рогъ изобилія и кадуцей. Leg: FELICITAS. AVG.
Ag. 4. Coh. II, 126, № 222.
1518. Ав. Подобный № 1516.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ рогъ изобилія и вѣтку.
Leg: FELICITAS. AVG.
Ag. 4. Coh. II, 127, № 224.
1519. Ав. Подобный № 1511.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ кадуцей и рогъ изобилія. Внизу: FEL. P. R. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4½. Coh. II, 127, № 225.
1520. Ав. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.
Rv. Корабль съ кормчимъ и гребцами плыветъ налѣво. Leg: FELICITATI. AVGVSTI.
Ag. 4. Coh. II, 128, № 231. var.
1521. Ав. Подобный № 1515.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ два колоса и корзину съ плодами. Leg: FIDES. PVBLICA.
Ag. 4. Coh. II, 128, № 233.
1522. Ав. Подобный № 1520.
Rv. Подобный № 1521.
Ag. 4½. Coh. II, 128, № 235.
1523. Подобная № 1522. Ag. 4.
1524. Ав. Подобный № 1515.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ руль, опирающійся на шаръ и рогъ изобилія. Leg: FORTVNA. AVG.
Ag. 4. Coh. II, 128, № 236.
1525. Подобная № 1524. Ag. 4.
1526. Подобная № 1524. На Rv. подъ рулемъ вѣтъ шара.

- Ag. 4. Coh. II, 128, № 237.
1527. Av. Подобный № 1520.
Rv. Адрианъ подаетъ руку женщинѣ, стоящей передъ нимъ и держащей рогъ изобилія. Leg: FORTVNAE. REDVCI.
Ag. 4. Coh. II, 129, № 242.
1528. Av. Голова Адриана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS.
III. P. P.
Rv. Подобный № 1527. Leg: FORT. REDVCI.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 129, № 243.
1529. Av. Подобный № 1520.
Rv. Подобный № 1526. Leg: FORTVNAE. REDVCI.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 129, № 245.
1530. Подобная № 1529. Snbaer. 4.
1531. Av. Бюстъ Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. TRAIAN. HADRIANO. AVG. DIVI. TRA.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія. Внизу: FORT. RED. Leg: PART. F. DIVI. NER. NER. P. M. TR. P. COS.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 130, № 253. Годъ 117.
1532. Av. Бюстъ Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
Rv. Подобный № 1531. Leg: P. M. TR. P. COS. II.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 130, № 255. Годъ 118.
1533. Подобная № 1532. Ag. 4.
1534. Av. Подобный № 1528.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ коня и опирается на щитъ. Leg: GERMANIA.
Ag. 4. Coh. II, 131, № 263.
1535. Подобная № 1534.
1536. Подобная № 1534. На Rv. женщина обращена направо.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 131, № 265.
1537. Av. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
Rv. Женщина стоитъ en face, подымая покрывало. Въ полѣ: HILAR.—P. R. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 132, № 268.
1538. Подобная № 1537. Ag. 4.

1539. Ав. Голова Адриана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS.
Ш. Р. Р.
Рv. Женщина лежитъ налѣво, держитъ вѣтку. Leg: HISPANIA.
Аг. 4. Coh. II, 132, № 271.
1540. Подобная № 1539. Аг. 4.
1541. Ав. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.
Рv. Женщина сидитъ налѣво, протянувъ руку, въ другой держитъ жезлъ. Leg: INDVLGENTIA. AVG.—COS. III.
Р. Р.
Аг. 4. Coh. II, 133, № 278.
1542. Подобная № 1541. На Рv. въ легендѣ нѣтъ: Р. Р.
Аг. 4. Coh. II, 133, № 279.
1543. Ав. Подобный № 1537.
Рv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ жезлъ и рогъ изобилія.
Leg: ITALIA.
Аг. 4. Coh. II, 134, № 285.
1544. Подобная № 1543. Аг. 4.
1545. Ав. Бюстъ Адриана налѣво. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.
Рv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ. Leg: IVSTITIA. AVG. Р. Р.—COS. III.
Аг. 4. Coh. II, 135, № 293.
1546. Подобная № 1545. На Ав. Бюстъ въ плащѣ, обращенъ направо.
Аг. 4^{1/2}. Coh. II, 135, № 294.
1547. Ав. Бюстъ Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.
Leg: IMP. CAES. TRAIAN. HADRIAN. OPT. AVG. GER. DAC.
Рv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ. Внизу: IVSTITIA. Leg: PARTHIC. DIVI. TRAIAN.....
Аг. 4. Coh. II, 135, № 296. Годъ 117.
1548. Подобная № 1547. На Ав. Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG. На Рv. Leg: P. M. TR. P. COS. DES. II.
Аг. 4. Coh. II, 135, № 297. Годъ 117.
1549. Подобная № 1548. На Рv. въ легендѣ нѣтъ: DES. II.
Аг. 4. Coh. II, 135, № 298. Годъ 118.
1550. Ав. Подобный № 1548.

- Rv. Адріанъ сидить на эстрадѣ налѣво, даетъ подаваніе чело-
вѣку, стоящему передъ нимъ. Внизу: LIBERAL. AVG.—
III. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ar. 4. Coh. II, 136, № 300.
1551. Av. Голова Адріана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS.
III. P. P.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ тессеру и рогъ изобилія.
Leg: LIBERALITAS. AVG VI.
Ar. 4¹/₂. Coh. II, 136, № 306.
1552. Av. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HAD-
RIANVS. AVGVSTVS
Rv. Женщина стоитъ направо, высыпая рогъ изобилія. Leg:
LIBERALITAS. AVG. COS. III. P. P.
Ar. 4. Coh. II, 137, № 313.
1553. Подобная № 1552. На Rv. Leg: LIBERALITAS. AVG. P. P
COS. III.
Ar. 4¹/₂. Coh. II, 137, № 314.
1554. Av. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.
Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ вѣтку и жезлъ. Внизу:
LIB. PVB. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ar. 4¹/₂. Coh. II, 137, № 319.
1555. Av. Подобный № 1554. Въ концѣ легенды: P. P.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ шапку и жезлъ. Въ
полѣ: LIB.—PVB. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ar. 4¹/₂. Coh. II, 138, № 320.
1556. Av. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HAD-
RIANVS. AVG. COS. III. P. P.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣсы и рогъ изобилія.
Leg: MONETA. AVG.
Ar. 4. Coh. II, 138, № 324.
1557. Подобная № 1556. На Av. Голова безъ вѣнка. Ar. 4.
1558. Av. Подобный № 1557.
Rv. Человѣкъ лежитъ направо, держитъ тростникъ и рогъ изо-
билія; подъ нимъ крокодилъ; у ногъ голова Гиппопотама.
Leg: NILVS.
Ar. 4. Coh. II, 139, № 328.
1559. Подобная № 1558. На Av. Бюстъ въ плащѣ.

Аг. 4. Сoh. II, 139, № 329.

1560. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнчѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.

Рv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и рогъ изобилія.

Внизу: PAX. Leg: P. M. TR. P. COS. II.

Аг. 4. Сoh. II, 140, № 340. Годъ 118.

1561. Подобная № 1560. Аг. 4¹/₂.

1562. Ав. Подобный № 1556.

Рv. Женщина стоитъ налѣво, подымая руки надъ жертвенникомъ. Leg: PIETAS. AVG.

Аг. 4¹/₂. Сoh. II, 141, № 341.

1563. Подобная № 1562. На Ав. голова безъ вѣнка.

Аг. 4. Сoh. II, 141, № 343.

1564. Ав. Подобный № 1556.

Рv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ. Leg: PIETAS. AVG.

Аг. 4. Сoh. II, 141, № 345.

1565. Подобная № 1564. Аг. 4.

1566. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнчѣ, панцырь и плащъ направо. Leg: IMP. CAES. TRAIAN. HADRIAN. OPT. AVG. GER. DAC.

Рv. Женщина въ покрывалѣ стоитъ налѣво, подымая правую руку. Въ полѣ: PIE—TAS. Leg: PARTHIC. DIVI. TRAIAN. AVG. F. P. M. TR. P. COS. P. P.

Аг. 4¹/₂. (У Когена не описана).

1567. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнчѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.

Рv. Подобный № 1566. Leg: P. M. TR. P. COS. II.

Аг. 4. Сoh. II, 141, № 349. Годъ 118.

1568. Подобная № 1567. Аг. 4.

1569. Ав. Голова Адріана направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.

Рv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ. Leg: PIETATI. AVG. COS. III.

Аг. 4. Сoh. II, 142, № 350 и VII, 112, № 350.

1570. Ав. Подобный № 1567.

Рv. Побѣда идетъ направо, держитъ вѣнецъ и пальму. Leg: P. M. TR. P. COS. II.

Аг. 2¹/₂. Сoh. II, 142, № 355. Quin. Годъ 118.

1571. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнчѣ, панцырѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.

Рv. Юпитеръ стоитъ en face, плащъ его закинутъ на лѣвое плече; держитъ молнію и жезлъ. Leg: P. M. TR. P. COS. III.

Аи. 4½. Coh. II, 143, № 358.

1572. Ав. Подобный № 1571.

Рv. Минерва въ шлемѣ съ копьемъ стоитъ налѣво. Передъ нею дерево, подъ которымъ бѣжитъ заяцъ. Leg: P. M. TR. P. COS. III.

Аи. 4½. Coh. II, 143, № 361.

1573. Ав. Подобный № 1571.

Рv. Минерва въ шлемѣ стоитъ направо, метаетъ дротикъ и держитъ щитъ. Leg: P. M. TR. P. COS. III.

Аг. 4½. Coh. II, 143, № 363.

1574. Ав. Подобный № 1571.

Рv. Минерва въ шлемѣ стоитъ налѣво, держитъ чашу и копье; у ногъ ея жертвенникъ. Leg: P. M. TR. P. COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 143, № 365.

1575. Подобная № 1574. Аг. 4.

1576. Ав. Подобный № 1571.

Рv. Марсъ въ шлемѣ идетъ направо, держитъ копье и трофей. Leg: P. M. TR. P. COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 144. № 369.

1577. Ав. Подобный № 1571.

Рv. Юноша стоитъ налѣво передъ жертвенникомъ, держитъ чашу и колосья. Leg: P. M. TR. P. COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 146, № 380.

1578. Ав. Подобный № 1571.

Рv. Юноша стоитъ налѣво передъ жертвенникомъ, держитъ чашу и рогъ изобилія. Leg: P. M. TR. P. COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 146, № 383.

1579. Ав. Подобный № 1571.

Рv. Рома въ шлемѣ сидитъ на панцырѣ налѣво, держитъ статую побѣды и копье. Leg: P. M. TR. P. COS. III.

Аг. 4½. Coh. II, 147, № 386.

1580. Подобная № 1579. Аг. 4.

**А. Росписаніє лекцій на медицинскомъ факультетѣ Университета
св. Владиміра на 1904 - 1905 уч. годъ.**

В е с е н н е е п о л у г о д і е

2-й семестръ. 1-й курсъ.

О Б Я З А Т Е Л Ь Н Ы Е П Р Е Д М Е Т Ы .

Понедѣльникъ.

Часы.	Преподаватели.	П р е д м е т ы .	Помѣщеніе.
11—12	Проф. Бобрецькій.	Зоологія съ срав. анатом.	Аудит. № 15.
12—1	„ Косоноговъ.	Физика.	Аудит. № 15.
1—2	„ Баранецкій.	Ботаника.	Аудит. № 15.
5—7	„ Стефанисъ.	Пр. зан. по анатоміи.	Анатомич. театръ.
6—8	„ Косоноговъ.	Пр. занятія по физикѣ.	Физич. институтъ.
Необязательные предметы:—нѣтъ.			

О Б Я З А Т Е Л Ь Н Ы Е П Р Е Д М Е Т Ы .

Вторникъ.

10—12		Гистологія съ эмбриологіей	Гистологич. инстит.
12—2	„ Стефанисъ.	Нормальная анатомія	Анатом. театръ.
5—7	„ Стефанисъ.	Пр. зан. по анатоміи.	Анатомич. театръ.
6—8	„ Косоноговъ.	Пр. занятія по физикѣ	Физич. институтъ.
Необязательные предметы:—нѣтъ.			

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Среда.**

Часы.	Преподаватели.	Предметы.	Помѣщеніе.
9—11		Гистологія съ эмбриологіей.	Гистол. инст.
11— 2	" Косоноговъ.	Физика.	Аудиторія № 15.
12—2	" Стефанисъ.	Нормальная анатомія.	Анатомич. театръ.
5—7	" Стефанисъ.	Пр. зан. по анатоміи.	Анатомич. театръ.
6—8	" Косоноговъ.	Пр. зан. по физикѣ.	Физич. институтъ.
Необязательные предметы:—нѣтъ.			

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Четвергъ.**

9—11	Проф. Реформатскій.	Органич. химія.	Химич. Лабор.
11—12	" Бобрецкій.	Зоологія съ сравн. анатом.	Аудиторія № 15.
12—1	" Баранецкій.	Ботаника.	Аудиторія № 15.
1—3	" Армашевскій.	Минералогія	Аудиторія № 15.
4—7	" Лоначевскій-Петруняка.	Пр. зан. по фармац. и судебн. химіи (для фармац.).	Фармацев. лаборат.
5—7	" Стефанисъ.	Пр. зан. по анатоміи.	Анатомич. театръ.
6—8	" Косоноговъ.	Пр. зан. по физикѣ.	Физическ. инстит.
Необязательные предметы—нѣтъ.			

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Пятница.**

8—10	Проф. Реформатскій.	Органич. химія.	Химич. лабор.
11—1	" Косоноговъ.	Физика.	Аудиторія № 15.
1—2	" Бобрецкій.	Зоологія съ сравн. анатом.	Аудиторія № 15.
4—7	" Лоначевскій-Петруняка.	Пр. зан. по фармац. и судебн. химіи (для фармац.).	Фармацев. лабор.
5—7	" Стефанисъ.	Пр. зан. по анатоміи.	Анатомич. театръ.
6—8	" Косоноговъ.	Пр. зан. по физикѣ.	Физич. институтъ.
Необязательные предметы:—нѣтъ.			

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Суббота.**

Часы.	Преподаватели.	Предметы.	Помѣщеніе.
9—11		Пр. зан. по гистологін.	Гистолог. инстит.
11—12	" Косоноговъ.	Физика.	Аудит. № 15.
12—2		Прак. зан. по гистологін.	Гистолог. лабор.
4—7	" Тоначевскій-Петруняка.	Пр. зан. по фармац. и судеб. химіи (для фармацевт.).	Фармацев. лабор.
5—7	" Стефанисъ	Пр. зан. по анатоміи.	Анатомич. театр.
6—8	" Косоноговъ.	Прак. занятія по физикѣ.	Физич. институтъ.
Необязательные предметы:—нѣтъ.			

4-й семестръ. 2-й курсъ.**ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.****Понедѣльникъ.**

11—1	Проф. Садовень.	Медицинская химія.	Лабор. медиц. химіи
1—3	" Садовень.	Пр. зан. по медиц. химіи.	Лабор. медиц. химіи
6—8	" Стефанисъ.	Прак. зан. по анатоміи.	Анатомич. театр.
Необязательные предметы:—нѣтъ.			

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Вторникъ.**

9—11	Проф. Садовень.	Пр. зан. по медиц. химіи.	Лабор. медиц. химіи
11—1	" Чирьевъ.	Физиологія.	Физиолог. инстит.
1—3	" Садовень.	Пр. зан. по медиц. химіи.	Лабор. медиц. химіи
6—8	" Стефанисъ.	Пр. зан. по анатоміи.	Анатом. театр.
Необязательные предметы:—нѣтъ.			

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Среда.**

9—11	Проф. Садовень.	Пр. зан. по медиц. химіи.	Лабор. медиц. химіи
11—1	" Чирьевъ.	Физиологія.	Физиолог. инстит.

Часы.	Преподаватели.	П р е д м е т ы.	Помѣщеніе.
1—2	Проф. Лоначевскій-Петруняка.	Фармація.	Фармакол. аудит.
4—6	" Лоначевскій-Петруняка.	Практ. зан. по фармаціи.	Фармац. лаборат.
5—7	" Стефанисъ.	Практ. зан. по анатоміи.	Анатомич. театр.
6—8	" Чирьевъ.	Пр. зан. по физиологіи.	Физиологич. аудит.
Необязательные предметы—нѣтъ.			

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.

Четвергъ.

11—1	Проф. Чирьевъ.	Физиологія.	Физиологич. инстит.
1—3	" Садовень.	Пр. зан. по медиц. химіи.	Лабор. медиц. химіи
4—7	" Лоначевскій-Петруняка.	Пр. зан. по фармац. и судеб. химіи (для фармацевт.).	Фармац. лебор.
5—7	" Стефанисъ.	Пр. зан. по анатоміи.	Анатомич. театр.
6—8	" Чирьевъ.	Практ. зан. по физиологіи.	Физиологич. инстит.
Необязательные предметы—нѣтъ.			

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.

Пятница.

10—12	Проф. Стефанисъ.	Нормальная анатомія.	Анатомич. театр.
1—2	" Садовень.	Медицинская химія.	Аудит. медиц. химіи
2—3	" Лоначевскій-Петруняка.	Фармація.	Фармакол. аудитор.
4—7	" Лоначевскій-Петруняка.	Пр. зан. по фар. и суд. химіи (для фармац.).	Фармацев. лаборат.
6—8	" Стефанисъ.	Пр. зан. по анатоміи.	Анатом. театр.
Необязательные предметы—нѣтъ.			

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Суббота.**

Часы.	Преподаватели.	Предметы.	Помѣщеніе.
9—11	Проф. Стефанисъ.	Нормальная анатомія.	Анат. театръ.
11—1	„ Чирьевъ.	Физиологія.	Физиол. институтъ.
12—2	„ Лоначевскій-Петруняка.	Пр зан. по произ. суд. мед. изслѣд. (для формацевт.)	Формац. лабор.
1—2	„ Садовень.	Медицинская химія.	Аудит. мед. химіи.
2—3	„ Лоначевскій-Петруняка.	Фармація.	Фармакол. аудит.
4—7	„ Лоначевскій-Петруняка.	Пр. зан. по фармаціи и суд. химіи (для фармацевт.).	Фармац. лабор.
6—8	„ Стефанисъ.	Практ. зан. по анатоміи.	Анатом. театръ.
Необязательные предметы:—нѣтъ.			

6-й семестръ. 3-й курсъ.**ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.****Понедѣльникъ.**

8—10	вак. каѳ.	Пр. зан. по врач.б. діагност.	Александр. больн.
8—10	вак. каѳ.	Пр. зан. по част. патол. и тер.	Александр. больн.
10—11	вак. каѳ.	Врачебная діагностика.	Александр. больн.
11—12	Проф. Муратовъ.	Женскія болѣзни	Акуш. факул. клин.
12—1	„ Лауденбахъ.	Фармакологія.	Фармак. лабор.
1—3	„ Павловскій.	Хирург. патол. и терапія.	Аудит. № 13.
5—7	„ Морозовъ.	Пр. зан. по операт. хирург. съ топогр. анатоміей.	Ауд. опер. хирург.
Необязательные предметы:—нѣтъ.			
8—9	Пр.-дц Коровицкій.	Частн. патол. и терап.	Алекс. больница.
9—10	„ Абражановъ	Частн. хирург. діагн.	Алекс. больница.
1—2	„ Качковскій	Хирургич. діагностика.	Дѣтская лечебн.
1—2	„ Свенсонъ	Частн. патол. и терап.	Алекс. больница.
6—8	„ Трофимовъ	Болѣзни носа, уха и горла.	Военный госпит.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Вторникъ.**

Часы.	Преподаватели.	П р е д м е т ы.	Помѣщеніе.
8—10	Проф. Морозовъ.	Оперативная хирургія съ топографич. анатоміей.	Аудит. опер. хирур.
10—11	„ Павловскій.	Хирургич. патол. и терапія.	Аудит. № 15.
11—1	„ Высоковичъ.	Патологическая анатомія.	Патол. анат. инст.
1—2	„ Лауденбахъ.	Фармакологія.	Фармакол. аудит.
5—7	„ Высоковичъ.	Пр. зан. по патол. анатом.	Патол. анат. инст.
Необязательные предметы.			
12—2	Пр.-дц. Качковскій.	Прак. зан. по хирургичес. диагностикѣ.	Дѣтская лѣчебн. (Б. Кудр. № 20).
3—4	Проф. Лауденбахъ.	Пр. зан. по фармакологіи.	Фармакол. лабор.
2—3	Пр.-дц. Линдстремъ.	Дерматологія.	Военный госпит.
2—4	Пр.-дц. Лещинскій.	Нервные болѣзни.	Алекс. больница.
5—7	Пр.-дц. Жукъ.	Болѣзни носа, горла и уха.	Терап. клиника.
5—7	Проф. Рустицкій.	Пр. зан. по оперативной хирургіи.	Анатом. театр.
5—6	Пр.-д. Тржецскій.	Частная патол. и терапія.	Терап. клиника.
7—8	„ Боровскій.	Сифилидологія.	Патол. анат. инст.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Среда.**

9—11	вак. кав.	Частн. патол. и терапія	Алекс. больница.
11—12	Проф. Муратовъ.	Женскія болѣзни.	Акушер. фак. клин.
12—1	„ Лауденбахъ.	Фармакологія.	Фармакол. аудит.
1—3	„ Линдеманъ.	Общая патологія.	Лабор. общ. патол.
5—7	„ Морозовъ.	Пр. зан. по опер. хирур. съ топ. ан.	Аудит. опер. хирур.
5—7	„ Павловскій.	Пр. зан. по хир. пат. и терап.	Лаб., хир. пат. и тер.
Необязательные предметы.			
8—9	Пр.-дц. Бушуевъ.	Пр. зан. по массажу.	Военный госпит.
9—10	„ Абражановъ.	Частн. хирург. діагн.	Алекс. больн.
1—3	„ Доброура- вовъ.	Гинекологич. диагностика.	Алекс. больн.

Часы.	Преподаватели.	Предметы.	Помещение.
3—4	Пр.-доц. Боровскій	Прак. зан. по сифидиологии	Воен. госпит.
5—6	Пр.-доц. Ивановъ.	Акушерство.	Александр. болън.
5—7	Проф. Павловскій.	Пр. зан. по хир. пат. и тер.	Лаб. хир. пат.
7—8	Пр.-Дц. Корчакъ-Чепурковскій.	Эпидемиология	Гигиенн. лабор.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Четвергъ.**

8—9	Вак. каф.	Пр. зан. по врач. диагност.	Александр. болън.
9—11	Вак. каф.	Врачебная диагностика.	Александр. болън.
11—1	Проф. Морозовъ.	Операт. хирург. съ топ. анат.	Аудит. опер. хирург.
1—3	" Линдеманъ.	Общая Патология.	Лаб. общ. патол.
5—7	" Высоковичъ.	Пр. зан. по патол. гистолог.	Патол. анатом. инст.

Необязательные предметы.

12—2	Пр.-доц. Качковскій.	Пр. зан. по хирург. диаг.	Дѣтская лечебн.
1—2	" Свенсонъ.	Част. патол. и терап.	Александр. болън.
3—4	Проф. Лауденбахъ.	Пр. зан. по фармаколог.	Фармакол. лаборат.
5—6	Пр.-доц. Тржецъск.	Частн. патол. и терап.	Фак. терат. клинн.
5—7	Проф. Рустинскій.	Пр. зан. по оперет. хирург.	Анатом. театръ.
5—7	Пр.-доц. Трофимовъ	Болѣзни уха, носа и горла.	Алек. бол. кл. проф. Вагнера.
6—7	" Бушуевъ.	Частн. патол. и терапія.	Аудиторія № 7.
1—3	" Деминскій.	Психіатрія.	Лечебн. Коршуна.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Пятница.**

8—10	Вак. каф.	Пр. зан. по врач. диагност.	Александр. болън.
8—10	Вак. каф.	Пр. зан. по част. пат. и тер.	Александр. болън.
10—11	Вак. каф.	Врачебная диагностика.	Александр. болън.
11—12	Проф. Муратовъ.	Женскія болѣзни.	Акуш. фак. клиника.

Часы.	Преподаватели.	Предметы.	Помѣщеніе.
12—2	Проф. Лауденбахъ.	Фармакологія.	Фармакол. аудит.
5—7	„ Высоковичъ.	Пр. зан. по патол. гистол.	Патол. анат. инстит.
Необязательные предметы.			
2—3	Пр.-доц. Добронравовъ.	Гинеколог. діагностика.	Александр. больн.
2—3	„ Леplinский.	Нервные болѣзни.	Александр. больн.
2—4	Проф. Лауденбахъ.	Пр. зан. по фармакологіи.	Фармакол. лабор.
2—4	Пр.-доц. Леplinский.	Пр. зан. по нервн. болѣзн.	Александр. больн.
5—6	Пр.-доц. Ивановъ.	Акушерство.	Александр. больн.
6—7	„ Коровицкій.	Частная патол. и терап.	Александр. больн.
7—8	„ Коровицкій.	Практ. зан. по гематологіи.	Аудит. №

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Суббота.**

8—10	Вок. кан.	Частн. патол. и терапія.	Александр. больн.
10—11	Проф. Лауденбахъ.	Фармакологія.	Фармакол. аудитор.
11—12	„ Павловскій.	Хирург. патол. и терапія.	Аудитория № 16.
12—2	„ Высоковичъ.	Патологическая анатомія.	Патол. анат. инстит.
5—7	„ Морозовъ.	Пр. зан. по операт. хирург. съ топ. ант.	Аудит. опер. хир.
Необязательные предметы.			
12—2	Пр.-доц. Качковскій.	Пр. зан. по хирург. діагнос.	Дѣтская лечеб. (Бульв.-Кудр. 20).
1—2	„ Леplinский.	Пр. зан. по психіатріи.	Лечеб. Коршуна.
1—3	„ Линдстремъ.	Пр. зан. по венерологіи.	Военный госпит.
6—7	„ Боровскій.	Дерматологія.	Патол. анат. инстит.
7—8	„ Корчакъ-Чепурковскій.	Санитарная статистика.	Гигіеническая лаб.

8-й семестръ IV курсъ.**Понедѣльникъ.**

Часы.	Преподаватели.	Предметы.	Помѣщеніе.
9—11	Проф. Муратовъ.	Акушерство и гинекол.	Акуш. фак. клин.
9—12	„ Высоковичъ.	Техн. патол. анат. вскрыт.	Патол. анат. инст.
11—1	„ Черновъ.	Дѣтскія болѣзни.	Александр. больн.
5—7	„ Орловъ.	Пр. зан. по гигиен. съ мед. полиц.	Гигиенич. лаборат.
5—7	„ Малиновскій.	Визитація больныхъ.	Хирург. фак. клин.
6—8	„ Лапинскій.	Пр. зан. по клин. нерв. бол.	Александр. больн.

Необязательные предметы.

8—9	Пр.-доц. Коровицкій	Частн. патол. и терап.	Аудитория № 13.
1—2	„ Качковский.	Хирургич. діагностика.	Александр. больн.
1—2	„ Свенсонъ.	Частн. патол. и терапія.	Александр. больн.
1—3	„ Селецкій.	Нервные болѣзни.	Александр. больн.
5—7	„ Михайловъ.	Операт. хирургія.	Анатомич. театръ.
7—8	„ Бондаревъ.	Оперативн. гинекологія.	Акуш. гинек. клин.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Вторникъ.**

9—11	Проф. Образцовъ.	Терапевт. фак. клиника.	Терап. фак. клин.
9—12	„ Высоковичъ ¹⁾	Техн. патол.-анат. вскрытія.	Патол. анат. инст.
11—1	„ Малиновскій	Хирургич. фак. клиника.	Хирург. фак. клин.
1—3	„ Орловъ.	Гигіена и мед. полиція.	Гигиенич. лаборат.
5—7	„ Орловъ.	Пр. зан. по гигиен. и медиц. полиціи.	Гигиенич. лаборат.
5—7	„ Малиновскій	Визитація больныхъ.	Хирург. фак. клин.
6—8	„ Лапинскій.	Пр. зан. по клин. нерв. болн.	Александр. больн.

¹⁾ По мѣрѣ накопленія матеріала.

Часы.	Преподаватели.	П р е д м е т ы.	Помѣщеніе.
12-2	Пр.-дц. Качковскій.	Пр. зан. по хирург. діагн.	Дѣтская лечеб.
1-3	„ Косткевичъ.	Клиника внутр. болѣз.	Болѣн. для чернор.
2-3	„ Линдстремъ.	Дерматологія.	Военный госпит.
2-4	„ Леплинскій.	Нервн. болѣзни.	Александр болѣн.
5-7	„ Жукъ.	Горловые болѣзни.	Терап. фак. клин.
5-6	„ Трубецскій.	Частн. патол. и терапия.	Терап. клиника.
7-8	„ Ларионовъ.	Нервные болѣзни.	Аудитория № 2.
7-8	„ Боровскій.	Сифилидологія.	Патол. анат. инст.
7-8	„ Колесниковъ.	Нервные болѣзни.	Военный госпит.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Среда.**

9-11	Проф. Муратовъ.	Клин. лекц. по акуш. и гин.	Акуш. фак. клин.
11-12	„ Шимановскій.	Офтальмологія.	Глаз. фак. клин.
12-1	„ Оболенскій.	Судебная медицина.	Анатомич. театр
1-2	„ Орловъ.	Гигіена и медич. полиція.	Гигіенич. лаборат.
5-7	„ Малиновскій.	Визитація больныхъ.	Хирург. фак. клин.
6-8	„ Лапинскій.	Пр. зан. по клин. нерв. бол.	Александр болѣн.

Необязательные предметы.

8-9	Пр.-дц. Бушуевъ.	Пр. зан. по массажу	Воен. госпиталь.
2-3	Проф. Гейбель.	Фармакологія	Аудитория № 7.
2-3	Пр.-дц. Карницкій.	Дѣтскія болѣзни.	Александр болѣн.
3-4	„ Боровскій.	Пр. зан. по сифилидологін	Военный госпит.
6-7	„ Боровскій.	Сифилидологія.	Патол. анат. инст.
6-8	„ Селецкий.	Пр. зан. по нервн. болѣзн.	Александр болѣн.
7-8	„ Корчакъ-Чепурковскій.	Эпидемиологія.	Гигіенич. лабор.
6-8	„ Радзівескій.	Хирургія моче-пол. орг.	Хирург. клиника.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.

Четвергъ.

Часы.	Преподаватели.	П р е д м е т ы.	Помѣщеніе.
9—11.	Проф. Образцовъ.	Терапев. факулт. клиника.	Терапев. фак. клин.
9—12	„ Высоковичъ.	Техн. патол. анат. вскрыт. ¹⁾	Патол. анат. инст.
11—1	„ Малиновскій.	Хирург. факульт. клиника.	Хирург. фак. клин.
12—1	„ Муратовъ.	Акушер. операц. на фант.	Акуш. фак. клин.
1—3	„ Черновъ.	Дѣтскія болѣзни.	Александр. больн.
3—4	„ Черновъ.	Пр. зан. по дѣтск. болѣзн.	Александр. больн.
5—7	„ Малиновскій.	Визитация больныхъ.	Хирург. фак. клин.
5—7	„ Орловъ.	Практ. занятія по гигиен. и медиц. полиціи.	Гигиенич. лаборат.
6—8	„ Лапинскій.	Пр. зан. по клин. нерв. бол.	Александр. больн.

Необязательные предметы.

12—2	Пр.-дц. Качковскій.	Пр. зан. по хирург. діагн.	Дѣтская лечебн.
1—2	„ Свенсонъ.	Частн. патол. и терапія.	Алексе. больн.
1—3	„ Леонинскій.	Психіатрія.	Алексе. больн.
5—6	„ Тржецскій.	Частн. патол. и терапія.	Терап. клиника.
5—7	„ Михайловъ.	Прак. зан. по опер. хир.	Анатомич. театръ.
6—7	„ Бушуевъ.	Частн. патол. и терап.	Аудитория № 7.
6—7	„ Яхонтовъ.	Операт. акуш. на фант.	Аудит. Общ. Пат.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.

Пятница.

9—11	Проф. Муратовъ.	Клин. лек. по акуш. гинек.	Акуш. фак. клин.
11—12	„ Шимановскій.	Офтальмологія.	Глази. фак. клин.
12—2	„ Лапинскій.	Нервные болѣзни.	Алексе. больн.
5—7	„ Орловъ.	Практ. занят. по гигиен. и медиц. полиц.	Гигиенич. лаборат.

¹⁾ По мѣрѣ поступленія труповъ.

Часы.	Преподаватели.	П р е д м е т ы.	Помѣщеніе.
5—7	Проф. Малиновскій.	Визитація больныхъ.	Хирург. клин.
6—8	„ Лапинскій.	Пр. зан. по клин. нерв. бол.	Александр. больн.
Необязательные предметы.			
2—4	Пр.-дц. Ленглинскій	Пр. зан. по нервн. болѣзн.	Алекс. больн.
5—7	Проф. Морозовъ.	Пов. курсъ опер. хир.	Анатом. театръ.
6—7	Пр.-дц. Коровицкій.	Частная патолог. и терапія.	Алекс. больн.
7—8	„ Коровицкій.	Пр. зан. по гематологін.	Алекс. больн.
7—8	„ Ларионовъ.	Душевные болѣзни.	Аудиторія № 2.
7—8	„ Келесниковъ	Душевные болѣзни.	Воен. госпиталь.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Суббота.**

9—11	Проф. Образцовъ.	Терапевтическая факульт. клиника.	Терапев. фак. клин.
9—12	„ Высоковичъ.	Технич. патол. анатомич. вскрытій ¹⁾).	Пат. анат. инстит.
11—1	„ Малиновскій.	Хирургич. факульт. клин.	Хирург. фак. клин.
2—3	„ Оболенскій.	Судебная медицина.	Анатом. театръ.
5—7	„ Малиновскій.	Визитація больныхъ.	Хирург. фак. клин.
6—8	„ Лапинскій.	Практ. занятія по клиникѣ нервн. болѣзн.	Александр. больн.

¹⁾ По мѣрѣ поступления труповъ.

Часы.	Преподаватели.	П р е д м е т ы.	Помѣщеніе.
Необязательные предметы.			
12—2	Пр.-дц. Качковский.	Пр. зан. по хирург. діагн.	Дѣтская лечебн.
1—3	" Косткевичъ.	Клиника внутрен. болѣзн.	Больн. для чернор.
1—3	" Линдстремъ.	Практ. зан. по венерологіи.	Военный госпит.
2—3	" Карницкій.	Дѣтскія болѣзни.	Александр. больн.
2—3	Проф. Гейбель.	Фармакологія.	Аудитория № 7.
1—2	Пр.-дц. Мешинскій.	Пр. зан. по психіатріи.	Лечебн. Коршуна.
6—7	" Боровскій.	Дерматологія.	Патол. анат. инст.
6—7	Проф. Ланинскій.	Общая діагн. психич. болѣзн.	Аудитория № 12.
7—8	Пр.-дц. Бондаревъ.	Оперативная гинекологія.	Акуш. фак. клин.
7—8	" Корчакъ-Чепурковскій.	Санитарн. статист.	Гигиенич. лабор.

10-й семестръ. V курсъ.**ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.****Понедѣльникъ.**

8—10	Проф. Вагнеръ.	Терапевт. госпит. клиника.	Военный госпит.
10—11	" Оболонскій.	Судеб. мед. изсл. трупов ¹⁾ .	Анатомич. театръ.
10—12	" Волковичъ.	Хирург. госпит. клиника.	Военный госпит.
12—1	" Томашевскій.	Дерматологія.	Военный госпит.
1—4	" Высоковичъ.	Патол. анат. вскрыт.	Воен. госп. Алекс. больн.
5—6	" Ланинскій.	Пр. зан. по клин. душ. бол.	Военный госпит.
Необязательные предметы.			
12—2	Пр.-дц. Качковский.	Хирургич. діагн.	Дѣтская лечебн. (Бул.-Кудр., 20).

¹⁾ По мѣрѣ поступления труповъ.

Часы.	Преподаватели.	Предметъ.	Мѣстѣ.
1—2	Пр.-дц. Свенсонъ.	Частн. патол. и терап.	Александр. больн.
1—3	" Селецкий.	Нервн. болѣзн.	Александр. больн.
6—7	" Кіяницкій.	Пр. зан. по судебн. химіи.	Кабин. Суд. мед.
7—8	" Бондаревъ.	Операт. гинеколог.	Акуш. фак. клин.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Вторникъ.**

8—10	Проф. Вагнеръ.	Терапевт. госпит. клиника.	Военный госпит.
10—12	" Томашевскій.	Сифилидологія.	Военный госпит.
12—2	" Оболенскій.	Клин. лек. по судеб. психопатол.	Военный госпит.
1—3	" Томашевскій.	Пр. зан. по дерматол.	Военный госпит.
5—6	" Ланинскій.	Пр. зан. по клин. душ. бол.	Военный госпит.

Необязательные предметы.

12—2	Пр.-дц. Качковскій.	Пр. зан. по хирур. діагност.	Дѣтская лечебн. (Бул.-Кудр., 20)
2—3	" Ландстремъ.	Дерматологія.	Военн. госпит.
2—4	" Леплинскій.	Нервныя болѣзни.	Алекс. больн.
4—6	" Добронравовъ.	Операт. акушерство.	Алекс. больн.
5—7	Проф. Рустыцкій.	Пр. зан. по опер. хирур.	Анатомич. театр.
7—8	Пр.-дц. Ивановъ.	Акуш. и гинекол.-операцин.	Алекс. больн.
7—8	" Ларионовъ.	Нервн. бол.	Военн. госпиталь.
7—8	" Колесниковъ.	Нервн. бол.	Военн. госпиталь.
7—8	" Нееловъ.	Гинекологія.	Фак. акуш. клин.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Среда.**

9—10	Проф. Ланинскій.	Системат. курсъ психіатр.	Военн. госпит.
10—12	" Волковичъ.	Хирург. госпит. клиника.	Военн. госпит.
12—2	" Томашевскій.	Пр. зан. по сифилидологіи.	Военн. госпит.
12—3	" Высоковичъ.	Патол. анатом. вскрытія.	Военн. госп. Алекс. больн.
5—6	" Ланинскій.	Пр. зан. по клин. душ. бол.	Военн. госпиталь.

Часы	Преподаватели.	Предметы	Помещение.
Необязательные предметы.			
8—9	Пр.-дц. Бушуевъ.	Пр. зан. по массажу	Воен. госпиталь.
2—3	„ Карницкій.	Дѣтскія болѣзни.	Александр. больн.
2—3	„ Нечай.	Психіатрія	Кирилл. больн.
2—3	Проф. Гейбель.	Фармакологія.	Аудит. № 00.
6—8	Пр.-доц. Селецкій.	Прак. зан. по нервн. бол.	Алекс. больн.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Четвергъ.**

9—10	Проф. Шимановскій	Глазныя операціи.	Глазн. фак. клин.
10—11	„ Оболонскій.	Судебн. медиц. изслѣдован. труповъ ¹⁾ .	Анатом. театр.
10—12	„ Шимановскій.	Офтальмологич. клиника.	Глазная фак. клин.
12—2	„ Томашевскій.	Пр. зан. по дерматологii.	Воен. госпиталь.
12—1	„ Муратовъ.	Клин. акуш. опер.	Акуш. клиника
1—2	„ Муратовъ.	Практ. зан. по гинекол. поликл.	Акуш. фак. клин.
5—6	„ Лапинскій.	Практ. занят. по клин. душ. болѣзн.	Воен. госпиталь.
Необязательные предметы.			
12—1	Проф. Муратовъ	Пр. зан. по фантомѣ.	Акуш. фак. клин.
12—2	Пр.-доц. Качковскій	Пр. зан. по хир. діагн.	Дѣтск. лѣчебница.
12—2	„ Ломинскій.	Пр. зан. по гистологii.	Гистолог. инстит.
1—2	„ Свенсонъ	Частн. патол. и терап.	Алекс. больн.
1—3	„ Леплинскій.	Психіатрія.	Алекс. больн.
2—3	„ Селецкій.	Общая терапія душев. бол.	Аудиторія № 6
4—6	„ Добронравовъ.	Оперативн. акушерство	Александр. больн.
5—7	Проф. Рустицкій.	Пр. зан. по операт. хирург.	Анатом. театр.
6—7	Пр.-дц. Бушуевъ.	Частн. патол. и терапія.	Аудиторія № 7.
6—7	„ Яхонтовъ.	Опер. акуш. на фантомѣ.	Аудит. общ. патол.

¹⁾ По мѣрѣ поступления труповъ.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Пятница.**

Часы.	Преподаватели.	Предметы.	Помѣщеніе.
8—10	Проф. Вагнеръ	Терапевт. госпит. клиника.	Военн. госпиталь.
10—11	„ Лашинскій.	Психіатрич. клиника	Военн. госпиталь.
11—12	„ Оболонскій.	Клин. лек. по суд. психопат.	Военн. госпиталь.
12—3	„ Высоковичъ	Патол. анат. вскрытія.	Воен. госп. и Алек. больница
5—6	„ Лашинскій	Пр. зан. по клин. душ. бол.	Военн. госпиталь.
6—8	Оболонскій.	Пр. зан. по судебн. медиц.	Анатомич. театр.
Необязательные предметы.			
1—3	Проф. Высоковичъ.	Повт. курсъ патол. анатом.	Патол. анат. инст.
2—4	Пр.-доц. Теплинскій	Прак. зан. по нервн. бол.	Алекс. больн.
2—3	Пр.-доц. Селецкий.	Нервн. болѣзни.	Алекс. больн.
5—7	Проф. Морозовъ.	Повт. курсъ опер. хирур. съ топ. анат.	Анатомич. театр.
6—8	Пр.-доц. Радзиевскій	Хирург. мочев. путей.	Факул. хир. клин.
7—8	„ Ларионовъ.	Нервные болѣзни.	Военн. госпиталь.
7—8	„ Колесниковъ.	Душевные болѣзни.	Военн. госпиталь
7—8	„ Нееловъ.	Акушерство.	Фак. Акуш. клин.

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ ПРЕДМЕТЫ.**Суббота.**

8—10	Проф. Томашевскій.	Дерматологія.	Военн. госпиталь.
10—12	„ Волковичъ.	Хирург. госпитал. клиника.	Военн. госпиталь.
10—11	„ Оболонскій.	Суд. мед. изслѣд. труповъ ¹⁾	Анатом. театр
12—2	„ Шимановскій.	Офтальмологич. клиника.	Глазн. фак. клин.
2—3	„ Оболонскій.	Судебная медицина.	Анатом. театр.
2—4	„ Томашевскій.	Пр. зан. по сифилид.	Военн. госпит.
5—6	„ Лашинскій	Пр. зан. по клин. душ. бол.	Военн. госпит.

¹⁾ По мѣрѣ преступленія труповъ.

Часы.	Преподаватели.	П р е д м е т ы	Помѣщеніе.
Необязательные предметы.			
12—2	Пр.-дц. Качковскій	Пр. зан. по хирург. діагн.	Дѣтская лечебница (Бул.-Кудр., 20).
1—2	„ Леплинскій	Пр. зан. по психіатр.	Лечебн. Коршуна
2—3	„ Киселевъ.	Душевные болѣзни.	Военный госпит.
2—3	Проф. Гейбель.	Фармакологія.	Аудиторія № 7.
1—3	Пр.-дц. Линдстремъ	Пр. зан. по венерологіи.	
6—7	Проф. Лапинскій.	Психіатрія.	Аудиторія № 12.
2 3	Пр.-дц. Карницкій.	Дѣтскія болѣзни.	Александр. больн.
6—7	„ Кіянницынъ.	Судебная медицина.	Анатомич. театръ.
7—8	„ Бондаревъ.	Оперативная гинекол.	Акуш. фак. клин.
7—8	„ Ивановъ.	Оперет. акуш. и гинек.	Александр. больн.

Деканъ **Н. Оболенскій.**

Секретарь **Ю. Лауденбахъ.**

Объявленія.

ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ

„ЗАПИСКИ“

Кіевского Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества
по СВЕКЛОСАХАРНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ.

Программа „ЗАПИСОКЪ“: протоколы общихъ собраній Отдѣленія, засѣданій Совѣта Отдѣленія и назначаемыхъ Отдѣл. комиссій, правительственныя распоряженія, оригинальныя изслѣдованія, разныя статьи, замѣтки, извѣстія и корреспонденціи, касающіяся разныхъ сторонъ свеклосахарной промышленности, обзоръ литературы по тому же предмету. Кромѣ того, въ „Запискахъ“ будутъ печататься статистическія свѣдѣнія о свеклосахарной промышленности въ Россіи, составляемыя по отчетамъ, обязательно доставляемымъ въ Департаментъ Неокладныхъ Сборовъ.

„Записки“ выходятъ одинъ разъ въ мѣсяцъ, 12 выпусковъ въ годъ. Подписная цѣна „Записокъ“ для подписчиковъ внутри и внѣ Россіи 10 руб. въ годъ, а для гг. членовъ Отдѣленія и лицъ, служащихъ на сахарныхъ и рафинадныхъ заводахъ—5 руб.

Подписка принимается въ Бюро Кіевского Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества (Кіевъ, Крещатикъ, д. Оглоблина, № 10).

2—3

1905 г.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА

1905 г.

НА

„ЮРИДИЧЕСКУЮ ГАЗЕТУ“

XIV годъ изданія;

СЪ БЕСПЛАТНЫМЪ ПРИЛОЖЕНИЕМЪ

Сборника рѣшеній Уголовнаго и Гражданскаго Кассационныхъ Департаментовъ и Общаго собранія Правительствующаго Сената и Собранія узаконеній и распоряженій Правительства.

Выходитъ два раза въ недѣлю: по воскресеньямъ и четвергамъ
безъ предварительной цензуры.

Годовая подписная цѣна съ доставкой и пересылкою СЕМЬ рублей.

Допускается разсрочка въ платежѣ:

при подпискѣ—4 руб. и къ 1-му апрѣля—остальные—3 рубля.

Правительственныя, Судебныя и Административныя, равно какъ общественныя и сословныя учрежденія могутъ подписываться въ кредитъ, съ тѣмъ, чтобы деньги (7 р.) были присылаемы въ теченіи ШЕСТИ мѣсяцевъ, но, во всякомъ случаѣ, до истеченія подписного года; лица же, служащія въ этихъ учрежденіяхъ, вправѣ подписываться чрезъ ГГ. Казначеевъ—въ разсрочку, со взносомъ ежемѣсячно по одному рублю, каковыя деньги должны быть доставляемы въ редакцію ГГ. Казначейми.

(Адресъ: С.-Петербургъ, Невскій пр., домъ № 59).

Программа: Передовыя статьи — Обзоръ постановленій отечественнаго и послѣднихъ важнѣйшихъ постановленій иностраннаго законодательства. — Статьи и замѣтки специально юридическаго содержанія. — Вѣсти и слухи. — Корреспонденція. — Фельетонъ. — Рѣшенія Правительств. Сената. — Отчеты о судебныхъ засѣданіяхъ и процессахъ. — Рефераты юридическихъ ученыхъ обществъ и диспуты. — Движеніе по государственной и общественной службѣ (приказы минис-

стерствъ).—Дѣйствія правительства (собр. узак. и распор. прав.).—Списки дѣлъ, назначенныхъ къ слушанію въ Департаментахъ и общихъ собраніяхъ Правительствующаго Сената. — Списки лицъ, состоявшихъ подъ опекою, признанныхъ несостоятельными, возстановленныхъ въ правоспособности, а также объявленія объ уничтоженныхъ довѣренностяхъ (Сенатскія объявленія).—Обзоръ юридическихъ журналовъ.—Новыя книги и отзывы о нихъ (библіографія).—Объявленія.

Вмѣстѣ съ этимъ подписчики, *внесшіе полную годовую плату за газету*, могутъ обращаться въ контору „Юридической Газеты“ за справками по дѣламъ какъ судебнымъ, такъ и административнымъ, и за разрѣшеніемъ юридическихъ вопросовъ по дѣламъ, касающимся ихъ имущественныхъ или личныхъ интересовъ. *Порученія эти редакция принимаетъ на себя при соблюденіи слѣдующихъ условій:*

§ 1. Сообщеніе въ „Юридической Газетѣ“, въ отдѣлѣ „Почтового ящика“, справокъ о резолюціяхъ Кассационныхъ Департаментовъ Сената, но не болѣе 3-хъ разъ въ теченіе подписного года, дѣлается бесплатно. Лица же, желающія получить по дѣламъ Кассационныхъ Департаментовъ Сената справки по почтѣ, прилагаютъ два рубля за каждую справку по каждому отдѣльному дѣлу, а желающія получить ее по телеграфу присылаютъ, кромѣ двухъ рублей и стоимость отвѣтной телеграммы.

§ 2. Наблюденіе за ходомъ дѣла, какъ составляющаго предметъ особаго порученія болѣе или менѣе продолжительнаго, производится на условіяхъ особаго предварительнаго соглашенія съ конторою редакціи.

§ 3. Справки и порученія по судебнымъ и административнымъ департаментамъ Правит. Сената, равно какъ и по всѣмъ вообще, кромѣ Кассационныхъ Департаментовъ Сената (см. выше § 1-й), центральнымъ и мѣстнымъ административнымъ и судебнымъ учрежденіямъ (правительственнымъ и общественнымъ), должны производиться на условіяхъ особаго предварительнаго соглашенія съ конторою редакціи.

§ 4. Разрѣшеніе юридическихъ вопросовъ по дѣламъ, касающимся имущественныхъ и личныхъ интересовъ, сообщеніе софѣтовъ и т. п., производится письменно по почтѣ, на условіяхъ особаго предварительнаго соглашенія съ конторою редакціи.

§ 5. Лица и учрежденія, обращающіяся за справками, обязаны сообщать: а) бандероль, за которою получаютъ „Юридическую Газету“; б) когда и къмъ поданы прошеніе или жалоба; в) на рѣшеніе ка-кого присутственнаго мѣста или должностнаго лица, и г) когда и ка-кимъ присутственнымъ мѣстомъ и должностнымъ лицомъ прошеніе или жалоба отправлены въ Сенатъ или другое правительственное учрежденіе.

§ 6. При невзносѣ полной годовой подписной платы и при не-исполненіи условій, указанныхъ выше въ §§ 1—5 настоящей про-граммы, всѣ требованія, запросы и порученія оставляются безъ дви-женія, такъ какъ порученія предусмотрѣнныя § 1, обязательны для конторы, если подписчикомъ исполнены требованія, указанные въ § 1 и 5, а порученія, предусмотрѣнныя въ §§ 2—4, могутъ счи-таться обязательными для конторы лишь тогда, когда послѣдняя изъявитъ согласіе принять исполненіе возлагаемаго на нее порученія.

2—3

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ

XVI г.

Ж У Р Н А Л Ъ

XVI г.

„Вѣстникъ Воспитанія“.

Журналъ имѣетъ цѣлю распространеніе среди русскаго общества правильныхъ взглядовъ на воспитаніе и образованіе.

Кромѣ педагогическихъ статей, въ журналѣ помѣщаются научно-популярныя статьи по естествознанію, психологін, философін, филологін, обществовѣдѣнію, исторіи, исторіи-литературы, а также по вопросамъ искусства.

Программа журнала: 1) Оригинальныя и переводныя статьи. II) Критика и библіографія. III) Рефераты и мелкія сообщенія. IV) Хроника. V) Приложенія: Литературно-педагогическіе очерки, рассказы, воспомина-нія и т. д. VI) Объявленія.

При настоящей редакціи въ журналѣ принимали участіе; д-ръ фи-лософін В. Анри (Victor Henri), Ю. И. Айхенвальдъ, А. Д. Алферовъ,

проф. В. М. Арнольди, д-ръ Д. Д. Бекаржковъ, Ю. А. Бунинъ, И. А. Бунинъ, И. И. Вѣлоковскій, Н. М. Вычковъ, проф. А. В. Васильевъ, В. П. Вахтеровъ, К. Н. Вентцель, Ю. А. Веселовскій, проф. Р. Ю. Випперъ, А. Ф. Гартвигъ, М. О. Гершензонъ, прив.-доц. А. В. Горбуновъ, А. Е. Грузинскій, женщина-врачъ Е. С. Дрентельнъ, Е. А. Звягинцевъ, Н. Н. Златовратскій, прив.-доц. А. А. Ивановскій, прив.-доц. В. Н. Ивановскій, прив.-доц. Н. А. Иванцовъ, д-ръ В. Е. Игнатьевъ, проф. Н. А. Каблуковъ, В. В. Каллашъ, проф. М. М. Ковалевскій, Е. І. Лозинскій, прив.-доц. Т. В. Локоть, проф. И. И. Мечниковъ, П. Мирвичъ, В. М. Михеевъ, проф. О. Г. Мищенко, Н. Ф. Михайловъ, С. П. Моравскій, Н. М. Никольскій, проф. Д. Н. Овсянко-Куликовскій, Ф. Ф. Ольденбургъ, проф. А. П. Павловъ, В. В. Петровъ, прив.-доц. Н. А. Рожковъ, Г. Роковъ, прив.-доц. П. Н. Сакулннъ, Д. Сатурнъ, прив.-доц. Е. Д. Синицкій, Л. Д. Синицкій, С. Г. Смирновъ, Н. В. Сперанскій, А. А. Стаховичъ, Г. А. Фальборкъ, проф. А. О. Фортунатовъ, В. П. Холповъ, В. И. Чернолуесскій, кн. Д. И. Шаховской, проф. Ф. Ф. Эрисманъ, В. Е. Якушкинъ, Е. Н. Янжулъ, акад. И. И. Янжулъ и многіе другіе.

Журналъ допущенъ Ученнымъ Комитетомъ Министр. Нар. Просв. для фундаментальныхъ библіотекъ среднихъ учебныхъ заведеній какъ мужскихъ, такъ и женскихъ.

Журналъ выходитъ 9 разъ въ годъ (въ теченіе лѣтнихъ мѣсяцевъ журналъ не выходитъ); въ каждой книжкѣ журнала не менѣе 20 печатныхъ листовъ.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА: въ годъ безъ доставки 5 р., съ доставкой и пересылкой 6 р., въ полгода 3 р.; съ пересылкой за границу 7 р. 50 к.; для студентовъ и недостаточныхъ людей цѣна уменьшается на 1 рубль.

Подписка принимается: въ конторѣ редакціи (Москва, Арбатъ, Староколюшенный пер., д. Михайлова) и во всѣхъ крупныхъ книжныхъ магазинахъ обѣихъ столицъ. Гг. иногороднихъ просятъ обращаться прямо въ редакцію.

ОБЪ ИЗДАНИИ

ЗАПИСОКЪ

МОСКОВСКАГО ОТДѢЛЕНІЯ

ИМПЕРАТОРСКАГО РУССКАГО ТЕХНИЧЕСКАГО ОБЩЕСТВА.

(Десять выпусковъ въ годъ).

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:

1) Отчеты о дѣятельности Московскаго Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества и другихъ ученыхъ обществъ, съѣздовъ и пр. 2) Новости техники и промышленности (оригинальныя и переводныя статьи, корреспонденціи и малкія сообщенія и пр.). 3) Техническое образованіе. 4) Критика и библіографія. 5) Правительственныя распоряженія. 6) Справочный отдѣлъ (спросы и предложенія, вопросы и отвѣты). 7) Объявленія. 8) Приложенія.

Подписная цѣна „Записокъ“:

За годъ съ пересылкой и доставкой 5 р., за полгода 3 р.; безъ пересылки и доставки за годъ 4 р. 50 к., за полгода 2 р. 50 к.

Подписка принимается въ редакціи „Записокъ“: Москва, Садовая-Куретная, 241.

Въ настоящее время занятія Московскаго отдѣленія И. Р. Т. О. распредѣляются по слѣдующимъ отдѣламъ и комиссіямъ:

- I. Отдѣлъ Химико-Технологическій.
- II. „ Механическій.
- III. „ Строительно-железнодорожный.
- IV. „ Физико-фотографическій.
- V. „ Электротехническій.
- VI. Комиссія по техническому образованію.
- VII. „ „ опытной станціи огнестойкихъ построекъ.
- VIII. Отдѣлъ Санитарный.
- IX. Комиссія Техническаго Музея содѣйствія труду.

ОТКРЫТА ПОДПИСНА НА 1905 г. (XII г. ИЗДАНИЯ)

ХОЗЯИНЪ

Еженедѣльн. иллюстр. Экономич. и Сельско-Хозяйств. журналъ

БЕЗЪ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ЦЕНЗУРЫ.

Кромѣ статей по всеѣмъ отраслямъ сельскаго хозяйства, въ журналѣ помѣщаются: передовыя статьи, статьи по экономіи, финансамъ и статистикѣ, обзоры сельско-хоз. дѣятельности земства, научно-хозяйственной литературы, русской сельско-хозяйственной и технической печати, хозяйственной жизни въ Россіи, библіографія, рынки, отвѣты на вопросы.

Годовые подписчики въ 1905 году получаютъ

52 №№ журнала и 12 книгъ „Библіотеки Хозяина“,

состоящихъ изъ оригинальныхъ и переводныхъ произведеній русскихъ и иностранныхъ авторовъ.

Подписная цѣна на годъ съ приложеніями *Шесть руб.* съ пересылкой, на полгода *Три руб.*; разсрочка отъ *1 руб.* (въ первые 6 мѣс.).

Комиссіонная уступка для гг. книгопродавцевъ при подпискѣ на годъ и на полгода *5%.*

Пробные №№ **бесплатно.** Новые годовые подписчики получаютъ журналъ со дня подписки по 1 января 1905 г. **бесплатно.**

С.-Петербургъ, Невскій, 92.

Редакторъ А. П. Мертваго.

Издатель И. А. Машковцевъ.

2—3

ОТКРЫТА ПОДПИСКА
на
„БОГОСЛОВСКИЙ ВѢСТНИКЪ“
1905 года
(Четырнадцатый годъ изданія)
СЪ ПРИЛОЖЕНІЕМЪ
**ТВОРЕНІЙ БЛАЖЕННАГО
ѲЕОДОРІТА, ЕПИСКОПА КИРРСКАГО.**

Въ 1905 году Московская Духовная Академія будетъ продолжать изданіе „Богословскаго Вѣстника“ ежемѣсячно, книжками въ пятнадцать и болѣе печатныхъ листовъ, по слѣдующей программѣ.

1) Творенія св. Отцовъ въ русскомъ переводѣ. 2) Исслѣдованія и статьи по наукамъ богословскимъ, философскимъ и историческимъ, составляющія въ большей своей массѣ труды профессоровъ Академіи. 3) Изъ современной жизни: обзорѣнія важнѣйшихъ событій изъ церковной жизни Россіи, православнаго Востока, странъ славянскихъ и западно-европейскихъ и сообщенія изъ области внутренней жизни Академіи. 4) Обзоръ текущей русской журналистики, преимущественно духовной, а также критика, рецензіи и библіографія по наукамъ богословскимъ, философскимъ и историческимъ. 5) Приложенія, въ которыхъ будутъ печататься автобіографическія записки Высокопреосвященнаго Саввы, Архіепископа Тверскаго, и протоколы Совѣта Академіи за истекшій 1904 годъ (полностью). Въ качествѣ собственнаго приложенія къ журналу „Богословскій Вѣстникъ“ всѣмъ подписчикамъ его въ 1905 году будутъ посланы:

ПЕРВЫЕ ДВА ТОМА
ТВОРЕНІЙ БЛАЖЕННАГО ѲЕОДОРІТА,
ЕПИСКОПА КИРРСКАГО,

въ русскомъ переводѣ.

Вѣрная однажды намѣченной залачѣ—содѣйствовать возможно широкому распространенію въ обществѣ святоотеческой литературы

путемъ удешевленія изданій и этимъ итти навстрѣчу возрастающему интересу къ изученію твореній св. оо. церкви, редакція „Богословскаго Вѣстника“ приступаетъ къ новому изданію твореній бл. Θεодорита Киррскаго съ цѣлію выдавать ежегодно своимъ подписчикамъ въ качествѣ приложенія по два тома сочиненій этого замѣчательнаго церковнаго писателя. Каждый томъ отъ 25—30 печатныхъ листовъ въ отдѣльной продажѣ стоитъ 1 р. 50 коп. Такимъ образомъ, подписчики „Богословскаго Вѣстника“ получаютъ возможность пріобрѣсти за одинъ рубль вмѣсто трехъ каждые два тома твореній бл. Θεодорита.

Предпринимаемое изданіе давно уже является настоятельною потребностью. Нѣкоторыхъ томовъ перваго изданія (1855—1861 гг.) давно уже не существуетъ въ продажѣ. Остальные имѣются лишь въ крайне незначительномъ количествѣ экземпляровъ. Между тѣмъ творенія Киррскаго пастыря, преимущественно экзегетическія, по справедливости привлекаютъ вниманіе общества. По научности пріемовъ, по стремленію твердо держаться священнаго текста и выяснять прежде всего его непосредственный смыслъ бл. Θεодоритъ изъ всѣхъ древнихъ толкователей болѣе всего приближается къ современной научной экзегетикѣ. Чуждаясь произвольнаго и мечтательнаго аллегоризма, свойственнаго александрійцамъ, онъ былъ свободенъ и отъ крайностей антиохійскаго буквализма. Его экзегезисъ, чуждый крайнихъ увлеченій, представляетъ собою счастливое сочетаніе того и другого направленія. Въ своемъ замѣчательномъ изслѣдованіи о бл. Θεодоритѣ проф. Н. Н. Глубоковскій характеризуетъ его истолковательные труды въ слѣдующихъ словахъ. „Въ нихъ, пишетъ онъ, всюду мы замѣчаемъ поразительную, прозрачную наглядность, рельефность мысли, энергическую сжатость, продуманность каждаго слова, всегда умѣстнаго и никогда не излишняго, преувеличеннаго или недостаточнаго. Все богатство содержанія его твореній располагается въ стройномъ порядкѣ, въ логической связи, въ точномъ соотвѣтствіи съ библейскимъ текстомъ, безъ произвольныхъ отступленій отъ него, какія столь часто удивляютъ насъ въ сочиненіяхъ Св. Златоуста. Вотъ почему комментаріи Θεодоритовы, при научной серьезности и глубинѣ, являются образцомъ художественной законченности и цѣльности. Самое изложеніе его отличается геллчественной простотой и выразительною краткостью, пріятно улаждающими читателя... Θεодоритъ всегда осязательно ясенъ и въ мысли, и въ ея выраженіи“. Въ составъ двухъ первыхъ томовъ твореній бл. Θεодорита войдутъ его тол-

КОНТОРА редакціи открыта для приѣма подписки и объявленій: въ будни отъ 10-ти до 5-ти ч., по праздникамъ отъ 1-го до 3-хъ ч. Подписка принимается также во всѣхъ мѣстныхъ столичныхъ и провинціальныхъ книжныхъ магазинахъ.

ОБЪЯВЛЕНІЯ: Впереди текста 60 к. за строку петита; позади текста: предложеніе и спросъ труда, прислуга и проч.—10 к. строка, остальные—20 к. Объявленія въ иллюстрированныхъ приложеніяхъ по 1 р. за строку петита. Годовыя и мѣсячныя объявленія—по соглашенію.

3—2

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ

на журналъ Юридическаго Общества при Императорскомъ С.-Петербургскомъ Университетѣ

„ВѢСТНИКЪ ПРАВА“

издаваемый подъ редакціей

К. К. Арсеньева, М. М. Винавера, прив.-доц. В. М. Гессена, В. Д. Набокова и проф. І. А. Покровскаго.

Въ 1904 г. въ журналѣ помѣстили статьи слѣдующія лица: В. К. Агафоновъ, С. А. Андреевскій, прив.-доц. М. М. Боровитиновъ, В. М. Вороновскій, А. Г. Вероновъ, прив.-доц. М. И. Гернетъ, А. С. Гольденвейзеръ, проф. В. Э. Грабарь, проф. М. А. Дьяконовъ, Г. Г. Евангуловъ, проф. Ф. Ф. Зигель, В. А. Идельсонъ, М. И. Ипполитовъ, В. Л. Исаченко, А. О. Кони, Е. М. Кулишеръ, А. А. Левенстимъ, М. С. Маргуліеъ, прив.-доц. І. В. Михайловскій, проф. С. А. Муромцевъ, прив.-доц. Баронъ, А. Э. Нолде, проф. Л. І. Петражицкій, М. А. Рейснеръ, П. М. Саладиловъ, К. Н. Скворцовъ, В. К. Случевскій, В. Д. Спасовичъ, проф. Кн. Е. Н. Трубецкой, Н. И. Фалѣевъ, проф. Н. М. Цытовичъ, В. В. Чеховъ, проф. М. П. Чубинскій, А. А. Чупровъ и др.

Журналъ выходитъ ежемѣсячно (кромѣ іюля и августа) въ количествѣ 10 книгъ въ годъ.

		по полугодіамъ		
Условія подписки:		на годъ	январь	іюнь
Въ С.-Петербургѣ	безъ доставки	8 р. — к.	4 р. — к.	4 р. — к.
„	съ доставкой	8 „ 50 „	4 „ 50 „	4 „ 50 „
Въ другихъ городахъ	съ доставкой	9 „ — „	5 „ — „	4 „ — „
За границей	12 „ — „	7 „ — „	5 „ — „

Подписывающіеся на одинъ мѣсяць платятъ 1 р. 20 к. съ доставкой.

Въ распоряженіи редакціи имѣется 500 экземпляровъ Сборника рѣшеній Кассационныхъ Департаментовъ и Общаго Собранія Сената, въ официальномъ изданіи, разсылаемаго подписчикамъ немедленно по выходѣ листовъ изъ Сенатской типографіи.

Условія подписки съ приложеніемъ Сборника рѣшеній:

		по полугодіамъ		
		на годъ	январь	іюнь
Въ С.-Петербургѣ	съ доставкой	11 р. 50 к.	6 р. 50 к.	5 р.
Въ другихъ городахъ	съ доставкой	12 „ — „	7 „ — „	5 „

Кандидаты на судебныя и военно-судебныя должности и учащіяся платятъ при подпискѣ по 4 р. 50 коп. въ годъ съ доставкой и пересылкою, а съ приложеніемъ рѣшеній 8 р. 50 коп.

Подписка принимается въ конторѣ „Вѣстника Права“: С.-Петербургъ, Загородный пр., д. № 2, и кромѣ того во всѣхъ книжныхъ магазинахъ.

Объявленія для напечатанія въ „Вѣстникъ Права“ принимаются въ конторѣ по разсчету 16 руб. за страницу.

Адресъ редакціи: С.-Петербургъ, Захарьевская, 25.

Телефонъ № 2936.

3—2

ГОДЪ ИЗДАВІЯ II-Й.

ПРИНИМАЕТСЯ ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ

на журналъ

**Вѣстникъ Психологій, Криминальной Антропологій и
Гипнотизма,***подъ общою редакціею*

акад. В. М. Бехтерева и проф. В. С. Серебrenникова.

Редакторы отдѣловъ: прив.-доц. Н. О. Лосскій—общей психологій, прив.-доц. А. Ф. Лазурскій и д-ръ А. А. Крогіусъ—эксперимент. психологій, А. П. Нечаевъ—педагогической психологій, проф. Л. В. Блауменау и д-ръ Л. Э. Бари—психопатологій, прив.-доц. В. П. Осиповъ—гипнотизма, Д. А. Дриль и проф. В. Ф. Чижъ—криминальной антропологій и общественной психологій.

Журналъ будетъ выходить въ количествѣ 10 книжекъ въ годъ, объемомъ 5—6 листовъ каждая, по слѣдующей программѣ: 1) оригинальныя статьи по психологій общей, ея исторіи, по психологій экспериментальной и педагогической, по зоопсихологій, по психопатологій и гипнотизму, по криминальной антропологій и общественной психологій; 2) обзоры, рецензіи и рефераты по указаннымъ отдѣламъ; 3) корреспонденціи, отчеты и письма; 4) хроники, біографіи и некрологи; 5) объявленія и извѣщенія.

Въ текущемъ году г.г. подписчики получаютъ въ видѣ бесплатнаго приложенія первые три выпуска сочиненія акад. В. М. Бехтерева.

ОСНОВЫ УЧЕНІЯ О ФУНКЦІЯХЪ МОЗГА.

Оригинальныя статьи и рефераты (въ заказныхъ бандероляхъ) покорнѣйше просятъ адресовать на имя секретаря редакціи, д-ра А. А. Крогіуса (С.-Петербургъ, Невскій, д. 86, кв. 9. Пріемные часы по вторникамъ и средамъ отъ 6—7). Статьи, въ случаѣ надобности, подлежатъ сокращеніямъ и редакціоннымъ поправкамъ. Размѣръ оплаты статей гонораромъ опредѣляется по особымъ правиламъ, выработаннымъ редакціею. Статьи, присылаемыя въ редакцію (на имя секретаря ея) безъ обозначенія условій, поступаютъ въ полное рас-

поряженіе редакціи. О книгахъ, присылаемыхъ въ редакцію, будутъ дѣлаться объявленія. Книги и журналы просятъ присылать въ библиотеку редакціи (С.-Петербургъ, Боткинская, д. № 9, Клиника душевнобольныхъ). Плата за объявленія 30 руб. за страницу.

Подписная цѣна на годъ 6 руб., съ перес. 6 р. 50 к.

Требованія и деньги адресовать: въ контору Редакціи Брокгаузъ-Ефронъ. С.-Петербургъ, Прачешный, 6. 3—2

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА
ИЗВѢСТІЯ
МОСКОВСКАГО
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ИНСТИТУТА.
ГОДЪ XI
1905

Извѣстія выходятъ четыремя книгами въ годъ, составляющими не меньше 35 листовъ текста in 8^o.

ПРОГРАММА ИЗВѢСТІЙ.

Официальный отдѣлъ.

- I. Правительственныя распоряженія, касающіяся М. С. Х. Института.
- II. Постановленія Совѣта Института и относящіяся къ нимъ приложенія: а) программы и планы лекцій и практическихъ занятій въ Институтѣ; б) отчеты объ экскурсіяхъ, ежегодно совершаемыхъ студентами Института подъ руководствомъ профессоровъ, преподавателей и пр.; в) работы комиссій, назначаемыхъ Совѣтомъ Института для разслѣдованія различныхъ вопросовъ и г) отчеты о командировкахъ членовъ совѣта и другихъ лицъ, служащихъ въ Институтѣ.
- III. Нѣкоторые изъ журналовъ засѣданій Сельскохозяйственнаго комитета, состоящаго при Институтѣ, а именно тѣ, которые имѣютъ особенное значеніе для учебной и ученой дѣятельности Института.

IV. Годичный отчетъ о состояніи Института.

V. КATALOGИ и описанія библіотеки, разнообразныхъ коллекцій и учебныхъ пособій, находящихся при Институтѣ.

Неофициальный отдѣлъ.

I. Труды профессоровъ, преподавателей, ассистентовъ, студентовъ Института и постороннихъ лицъ, а именно:

- а) естественно-историческіе и
- б) статистико-экономическіе (преимущественно касающіеся изученія русскаго народнаго хозяйства).

Сюда входятъ какъ отдѣльныя самостоятельныя изслѣдованія, такъ и совмѣстныя работы, исполненныя въ лабораторіяхъ, кабинетахъ, на опытномъ полѣ, или на предполагаемой опытной станціи, пасѣкѣ, въ лѣсной дачѣ, огородѣ, питомникѣ и пр.

II. Критическія и библіографическія статьи о выдающихся произведеніяхъ народнохозяйственной и естественноисторической литературы.

III. Метеорологическія наблюденія, произведенныя на обсерваторіи Института.

Работы могутъ сопровождаться рисунками, таблицами, чертежами, діаграммами и пр. и, по желанію автора, краткимъ резюме на какомъ-либо иностранномъ языкѣ (резюме должно быть составлено самимъ авторомъ и прислано въ редакцію одновременно со статьею). Оглавленія каждой книги Извѣстія, кромѣ русскаго языка, печатаются еще на французскомъ языкѣ.

Подписка принимается въ канцеляріи Московскаго Сельскохозяйственнаго Института и въ книжн. магаз. Карбасникова (Москва, Варшава, Вильна, С.-Петербургъ) и „Трудъ“ (Москва, Тверская).

Подписная цѣна въ годъ, за четыре книги, 5 р.; для студентовъ высшихъ учебныхъ заведеній 2 р. 50 к.; цѣна отдѣльной книги 1 р. 50 к.; отдѣльные оттиски статей естественноисторическихъ и статистикоэкономическихъ высылаются названными книжными магазинами наложеннымъ платежомъ по расчету 20 коп. за листъ.

Редакторы С. И. Ростовцевъ.

Д. Н. Прянишниковъ.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ

70-й годъ изданія

НА

„ЖИВОПИСНОЕ ОБОЗРѢНІЕ“

8 руб. въ годъ

4 руб. за полгода

еженедѣльный общественный художественно-литературный журналъ,
издаваемый и редактируемый И. Н. Потапенко.

52 №№ сброшюрованныхъ тетрадей, въ изящной цвѣтной обложкѣ (особый цвѣтъ для каждаго мѣсяца), содержатъ литературныя произведенія лучшихъ соврем. писателей, иллюстрированныя состоящими при журналѣ художниками. Новости науки, литературы, искусства, политики, общественной жизни.

Съ января 1905 г.: „Страшный Юноша“—истор. ром. Ф. Зарина, иллюстр. худ. Орловой.

Въ теченіе года: „Еврей“—ром. И. Потапенко,—съ иллюстраціями.

400 страницъ художественно-исполненныхъ рисунковъ, на спеціально-рисуночной бумагѣ, печатаются отдѣльно отъ текста, составлять особый художественный альбомъ.

Въ томъ числѣ: около 50 портретовъ извѣстныхъ художниковъ, съ характеристиками и снимками съ ихъ картинъ.

Коллекція портретовъ писателей,—рисованныхъ по заказу редакціи и особо отпечатанныхъ на мѣловой бумагѣ. Въ январѣ портретъ Чарльза Диккенса.

Коллекція снимковъ съ произведеній скульптуры,—вставной листъ на мѣловой бумагѣ.

Коллекція рисунковъ изящныхъ предметовъ домашняго обихода (художеств. промышленность).

Кромѣ того въ текстѣ:

Оригинальныя иллюстраціи событій текущей жизни (художниковъ редакціи).

Оригинальныя иллюстраціи событій на Дальнемъ Востокѣ—художниковъ редакціи, а также при помощи фотографій, снятыхъ на мѣстѣ.

Портреты государственныхъ и общественныхъ дѣятелей.

Общественная каррикатура.

Художественная фотографія—новости фотогр. техники, рецепты, отвѣты подписчикамъ, фотозѣюды фотографовъ-любителей, подписчиковъ журнала.

Шахматы, спортъ.

Еженедѣльно, при каждомъ номерѣ—бесплатныя приложенія, а именно:

24 выпуска „Собранія романовъ“ Чарльза Диккенса.

12 книгъ иллюстрированнаго журнала Театръ.

12 книгъ иллюстрированнаго журнала для дѣтей.

400 стран. (2—4 книги) этнографическихъ очерковъ.

12 №№ моднаго журнала (моды, рисунки съ туалетовъ артистокъ въ современныхъ пьесахъ и пр.).

Альбомъ 12 снимковъ красивыхъ головокъ съ картинъ знаменитыхъ художниковъ, на мѣловой бумагѣ.

Подписная цѣна на годъ съ доставкой и перес.—8 руб. Допускается разсрочка платежа (только для подписывающихся непосредственно черезъ Главную Контору журнала):

въ 2 срока: при подпискѣ—4 руб. и къ 1 іюля—4 руб.

„ 3 „ „ „ 3 руб. къ 1 апрѣля—3 и къ 1 іюля—2 руб.

„ 4 „ „ „ 2 руб. и по 2 руб. къ 1 марта, 1 мая и 1 іюля.

Другіе сроки платежа не допускаются.

Для г.г. служащихъ въ казенныхъ и частныхъ учрежденіяхъ разсрочка по особому соглашенію.

Подписка принимается въ Главной Конторѣ журнала: С.-Петербургъ, Знаменская ул., д. № 7, а также во всѣхъ книжныхъ магазинахъ.

Подробные проспекты высылаются бесплатно.

Открыта подписка на 1905 годъ
на
НАУЧНО-СПЕЦИАЛЬНЫЙ И БЫТОВОЙ ЖУРНАЛЪ
„ФАРМАЦЕВТЪ“

XIII.

Годъ изданія.

XIII.

Выходитъ четыре раза въ мѣсяцъ.

Удостоенъ золотыхъ медалей: 1) на международномъ фармацевтическомъ съѣздѣ въ Прагѣ 1896 г. и 2) на международной выставкѣ въ Лондонѣ 1902 г.

Журналъ издается по широкой, какъ научной, такъ и бытовой программѣ, охватывающей всѣ отрасли знанія по фармаціи и близко соприкасающихся съ ней наукъ. Въ бытовомъ отдѣлѣ вентилируются всѣ стороны дѣла, жизни и быта аптекъ, фабрикъ, лабораторій, аптекарскихъ магазиновъ, заведеній минеральныхъ водъ и проч.

УСЛОВІЯ ПОДПИСКИ:

Цѣна журнала съ доставкой и пересылкой въ Россіи: на годъ 6 р., на 6 мѣсяцевъ 3 р. 50 к., на 3 мѣсяца 2 р. Каждый № 25 к. Годовымъ подписчикамъ допускается разсрочка по третямъ года, причемъ, въ случаѣ непоступленія платы въ срокъ, журналъ высылается наложеннымъ платежомъ. Для служащихъ въ аптекахъ частныхъ, казенныхъ и общественныхъ послѣ первыхъ двухъ взносов по два рубля допускается плата за слѣдующіе два мѣсяца по одному руб.—За наложеніе платежа и за перемѣну адреса взимается по 20 коп.

Пробные номера высылаются по требованіямъ бесплатно. При выпискѣ книгъ чрезъ нашу редакцію подписчики пользуются уступкою 10%.

Подписка принимается въ Москвѣ: 1) въ редакціи (Красныя ворота, д. Борисовской); 2) въ конторѣ типографіи Товарищества И. Н. Кушнеровъ и К^о (Пилемновская у., соб. домъ) и въ магазинѣ (Никольская, д. бр. Чижовыхъ).

Объявленія принимаются по цѣнѣ:

Передъ текстомъ строка петита 25 к. Послѣ текста: за $\frac{1}{1}$ страницу 30 р., за $\frac{1}{2}$ страницы 15 р., за строку петита (въ страницѣ 3 столбца) 15 к.

Съ начала 1905 г. будетъ выходить при редакціи „Фармацевта“ но независимо отъ него, журналъ: **Обозрѣніе новѣйшихъ лѣкарственныхъ средствъ**, книжками каждыя два мѣсяца. Объ этомъ журналѣ будетъ опубликовано отдѣльно; при чемъ для подписчиковъ на „Фармацевтъ“ будутъ сдѣланы при выпискѣ новаго журнала особыя льготы.

2—2 Редакторы магистры фармаціи: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Е. Альтгаузенъ.} \\ \text{И. Антуневичъ.} \end{array} \right.$

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ

(т. XXII—годъ двадцать второй).

УЧЕНЫЯ ЗАПИСКИ КАЗАНСКАГО ВЕТЕРИНАРНАГО ИНСТИТУТА ИЗДАЮТСЯ

КАЗАНСКИМЪ ВЕТЕРИНАРНЫМЪ ИНСТИТУТОМЪ

ПО СЛѢДУЮЩЕЙ ПРОГРАММѢ:

- I. Отдѣлъ естественно-историческій.
- II. Отдѣлъ гигиеническій и сельско-хозяйственный.
- III. Отдѣлъ нормальной и патологической зоотоміи, гистологіи и фізіологіи.
- IV. Отдѣлъ клиническій (клиника терапевтическая, хирургическая и акушерство).
- V. Отдѣлъ инвазіонныхъ и инфекціонныхъ болѣзней.
- VI. Отдѣлъ ветеринарно-полицейскій.
- VII. Отдѣлъ критики и бібліографіи.
- VIII. Отдѣлъ научно-практическихъ свѣдѣній.
- IX. Извѣстія и замѣтки.

„Ученыя Записки“ выйдутъ въ 1904 году въ количествѣ 6 вын. составивъ томъ болѣе 20 печатн. листовъ (томъ XXII).

Цѣна 3 руб. съ пересылкой; за границу—4 рубля.

Для студентовъ Ветеринарнаго Института .2 рубля.

Съ требованіями на журналъ и авторовъ, желающихъ помѣстить свои статьи въ журналъ, просятъ обращаться исключительно въ Казанскій Ветеринарный Институтъ на имя редактора.

2—2

Редакторъ *Гр. Кирилловъ.*

ОБЪ ИЗДАНИИ ЖУРНАЛА

ВѢРА И РАЗУМЪ

въ 1905 году.

Вступая съ Божіею помощію въ XXII-й годъ изданія журнала „Вѣра и Разумъ“, редакція по прежнему сохраняетъ убѣжденіе, что современное наше образованное общество, кромѣ религіозно-нравственнаго назиданія, нуждается въ опроверженіи различныхъ религіозно-нравственныхъ заблужденій, въ оправданіи и выясненіи христіанскихъ началъ жизни и вообще въ указаніи на гармоническое единеніе вѣры и знанія, богооткровенной истины и человѣческой науки. Это направленіе дано нашему журналу славнымъ основателемъ его, въ Бозѣ почившемъ Архіепископомъ Амвросіемъ. Оно же далѣе нашло одобреніе и бывшего преемника его по святительской кафедрѣ, Высокопреосвященнаго Флавіана, нынѣ митрополита Кіевского и Галицкаго. Оно же затѣмъ находитъ благосклонное одобреніе, архипастырское благословеніе и просвященное покровительство въ лицѣ Высокопреосвященнаго Арсенія, нынѣшняго Архіепископа Харьковскаго и Ахтырскаго.—Соотвѣтственно съ этимъ, журналъ нашъ по прежнему будетъ состоятъ изъ трехъ отдѣловъ:

1. Отдѣла церковнаго, въ который входитъ все, относящееся до богословія въ обширномъ смыслѣ: изложеніе догматовъ вѣры, правилъ христіанской нравственности, изъясненіе церковныхъ каноновъ и богослуженія, исторія Церкви, обзоръ замѣчательныхъ современныхъ явленій въ религіозной и общественной жизни,—однимъ словомъ, все, составляющіе обычную программу собственно духовныхъ журналовъ.

2. Отдѣла философскаго. Въ него входятъ изслѣдованія изъ области философій вообще и въ частности изъ психологій, метафизики, исторій философій, также біографическія свѣдѣнія о замѣчательныхъ мыслителяхъ древняго и новаго времени, отдѣльные случаи изъ ихъ жизни, болѣе или менѣе пространные переводы и извлеченія изъ ихъ сочиненій съ объяснительными примѣчаніями, гдѣ окажется нужнымъ, особенно свѣтлыя мысли языческихъ философовъ, могущія свидѣтельствовать, что христіанское ученіе близко къ природѣ чловѣка и во время язычества составляло предметъ желаній и исканій лучшихъ людей древняго міра.

3. Такъ какъ журналъ „Вѣра и Разумъ“, издаваемый въ Харьковской епархіи, между прочимъ, имѣетъ цѣлю замѣнить для Харьковскаго духовенства „Епархіальныя Вѣдомости“, то въ немъ, въ видѣ особаго приложенія, съ особою нумерацію страницъ, будетъ помѣщаться отдѣлъ подъ названіемъ: „Извѣстій по Харьковской епархіи“, въ который войдутъ постановленія и распоряженія правительственной власти, церковной и гражданской, центральной и мѣстной, относящіяся до Харьковской епархіи, свѣдѣнія о внутренней жизни епархіи, перечень текущихъ событій церковной, государственной и общественной жизни и другія извѣстія, полезныя для духовенства и его прихожанъ въ сельскомъ быту. Этотъ отдѣлъ журнала (3-й), по предложенію высокопреосвященнаго Арсенія, Архіепископа Харьковскаго и Ахтырскаго, будетъ расширенъ редакціею на 24 печатныхъ листа въ годъ, съ цѣлю дать мѣстному духовенству большую возможность высказывать свои сужденія, наблюденія и пожеланія.

Журналъ выходитъ отдѣльными книжками ДВА РАЗА въ мѣсяцъ, по девяти и болѣе печатныхъ листовъ въ каждой книжкѣ, т. е. годовое изданіе журнала состоитъ изъ 24 выпусковъ съ текстомъ богословско-философскаго содержанія до 202 и болѣе печатныхъ листовъ.

Цѣна за годовое изданіе внутри Россіи 10 р., а за-границу 12 р. съ пересылкою.

Разсрочка въ уплатѣ денегъ не допускается.

ПОДПИСКА ПРИНИМАЕТСЯ: въ Харьковѣ, въ Редакціи журнала „Вѣра и Разумъ“ при Харьковской духовной семинаріи, при свѣчной лавкѣ харьковскаго Покровскаго монастыря, въ харьковской конторѣ

„Новаго Времени“, во всѣхъ остальныхъ книжныхъ магазинахъ г. Харькова и въ конторѣ „Харьковскихъ Губернскихъ Вѣдомостей“; въ Москвѣ: въ конторѣ Н. Печковской, Петровскія линіи, въ Петербургѣ: въ книжномъ магазинѣ г. Тузова, Садовая, домъ № 16. Въ остальныхъ городахъ Имперіи подписка на журналъ принимается во всѣхъ извѣстныхъ книжныхъ магазинахъ и во всѣхъ конторахъ „Новаго Времени“.

Въ Редакціи журнала „Вѣра и Разумъ“, можно получать полные экземпляры ея изданія за прошлые 1884—1889 годы включительно по уменьшенной цѣнѣ, именно по 6 р. за каждый годъ; по 7 руб. за 1890—1896 г., по 8 р. за 1897—1901 годы. За 1902 г. 9 р. и за 1904 г. 10 рублѣй.

Лицамъ же, выписывающимъ журналъ за всѣ означенные годы, журналъ можетъ быть уступленъ за 135 р. съ пересылкою.

Кромѣ того, въ Редакціи продаются слѣдующія книги:

1. „Древніе и современные софисты“. Сочиненіе Т. Ф. Брентано. Съ французскаго перевелъ Яковъ Новицкій. Цѣна 1 р. 50 к. съ пересылкою.

2. Справедливы ли обвиненія, возводимыя Графомъ Львомъ Толстымъ на православную Церковь въ своемъ сочиненіи „Церковь и Государство?“ Сочиненіе А. Рождествина. Цѣна 60 к. съ пересылкою.

3. Бесѣда Высокопреосвященнаго Арсенія, Архіепископа Харьковскаго и Ахтырскаго, съ о. о. Благочинными Харьковской епархіи. 1903 г. Цѣна 25 к. съ пересылкою.

2—2

XI годъ

Въ 1905 году

годъ XI

„Журналъ Министерства Юстиціи“

будетъ выходить ежемѣсячно, кромѣ іюля и августа, книгами въ объемѣ около 20 лист. Подписной годъ начинается съ января 1905 г.

Въ „Журналѣ“ печатаются: 1) Указовенія и распоряженія правительства, приказы и циркуляры по вѣдомству М. Ю.; 2) Статьи по исторіи, теоріи и практической разработкѣ права и судопроизводства особенно гражданскаго и уголовнаго; 3) Обзоръ текущей судебной прак-

тики, систематическія излѣченія изъ рѣшеній Гражд. и Уголов. Касс. Дѣловъ и Общаго Собранія Правительствующаго Сената; 4) Литературное обозрѣніе: критическіе отзывы о новыхъ книгахъ и брошюрахъ, русскихъ и иностранныхъ, библиографическій указатель юридической литературы, русской и иностранной; 5) Обзоръ иностраннаго законодательства: свѣдѣнія о новыхъ законахъ и законопроектахъ въ иностранныхъ государствахъ; 6) Письма изъ Англіи.

Въ „Журналѣ“ за 1894—1904 годъ были напечатаны, между прочимъ, статьи слѣдующихъ авторовъ: А. С. Алексѣева, А. Л. Боровиковскаго, Е. В. Васильковскаго, М. М. Винавера, Ю. С. Гамбаровъ, А. Г. Гасмана, Д. Д. Гримма, М. О. Громницкаго, А. М. Гуляева, П. Н. Гусаковскаго, Д. А. Дриля, М. В. Духовскаго, М. А. Дьяконова, К. П. Змирлова, В. В. Ивановскаго, А. О. Кони, Н. М. Коркунова, В. Н. Латкина, О. И. Леонтовича, В. М. Нечаева, Д. А. Носенко, П. Н. Обвинскаго, А. А. Понтовскаго, І. А. Покровскаго, А. К. фонъ-Резона, М. Н. Рейнке, В. И. Сергѣевича, Н. Д. Сергѣевскаго, В. К. Случевскаго, В. Д. Спасовича, Е. Н. Тарновскаго, А. Н. Филиппова, И. Я. Фойницкаго, М. П. Чубинскаго, В. М. Цвингмана, Г. Ф. Шершеневича, И. Г. Щегловитова, И. Е. Энгельмана и мн. др.

Подписная плата 8 рублей въ годъ съ доставкою и пересылкою.

Должностныя лица при подпискѣ черезъ казначеевъ пользуются разсрочкою до 1 рубля въ мѣсяцъ съ тѣмъ, чтобы вся уплата была произведена въ теченіе первыхъ 8 мѣсяцевъ каждаго года.

Всѣ прочіе подписчики, при подпискѣ исключительно въ Главной Конторѣ, пользуются разсрочкою до 2 рублей въ мѣсяцъ съ тѣмъ, чтобы вся уплата была произведена въ теченіе первыхъ четырехъ мѣсяцевъ каждаго года.

Кандидаты на должности по судебному вѣдомству, лица, оставленныя при Университетахъ для приготовленія къ профессорскому званію, а также студенты Императорскихъ Университетовъ и Демидовскаго Юридическаго Лицея, Воспитанники Императорскихъ: Училища Правовѣдѣнія и Александровскаго Лицея и слушатели Военно-Юридической Академіи платятъ, при подпискѣ въ Главной Конторѣ, — по 5 руб. въ годъ.

Книжные магазины пользуются за приемъ подписки и объявленій уступкою 10%.

Главная контора: Книжный складъ М. М. Стасюлевича, С.-Петербургъ, Васильевскій островъ, 5 линія, д. № 28.

Объявленія для напечатанія въ „Журналъ“ принимаются въ Главный Конторъ съ платою по расчету 30 копѣекъ за строчку и 8 руб. лей за страницу.

Редакція журнала Министерства Юстиціи находится въ С.-Петербургѣ, по Екатерининской улицѣ, въ зданіи Министерства Юстиціи.

2—2

Редакторъ *В. Θ. Дерюжинскій.*

УЧЕНЫЯ ЗАПИСКИ

ИМПЕРАТОРСКАГО

Казанскаго Университета

НА 1905 ГОДЪ.

Въ Ученыхъ Запискахъ помѣщаются:

I. Въ отдѣлѣ наукъ: ученые изслѣдованія профессоровъ и преподавателей; сообщенія и наблюденія; публичныя лекціи и рѣчи; отчеты по ученымъ командировкамъ и извлеченія изъ нихъ; научныя работы студентовъ, а также рекомендованные факультетами труды постороннихъ лицъ.

II. Въ отдѣлѣ критики и библіографіи: профессорскія рецензіи на магистерскія и докторскія диссертациі, представляемыя въ Казанскій университетъ, и на студентскія работы, представляемыя на соисканіе наградъ; критическія статьи о вновь появляющихся въ Россіи и заграничѣ книгахъ и сочиненіяхъ по всѣмъ отраслямъ знанія; библіографическіе отзывы и замѣтки.

III. Университетская лѣтопись: извлеченія изъ протоколовъ засѣданій Совѣта; отчеты о диспутахъ, статьи, посвященныя обзорѣнію коллекцій и состоянію учебно-вспомогательныхъ учрежденій при университетѣ, біографическіе очерки и некрологи профессоровъ и другихъ лицъ, стоявшихъ близко къ Казанскому университету, обзорѣніе преподаванія, распредѣленіе лекцій, актовый отчетъ и проч.

IV. Приложенія: университетскіе курсы профессоровъ и преподавателей; памятники историческіе и литературныя съ научными комментаріями, и памятники, имѣющіе научное значеніе и еще не обнародованные.

УЧЕНЫЯ ЗАПИСКИ выходятъ ежемѣсячно книжками въ размѣрѣ не менѣе 13 листовъ, не считая извлеченій изъ протоколовъ и особыхъ приложеній.

Подписная цѣна въ годъ со всѣми приложеніями 6 руб., съ пересылкою 7 р. Отдѣльныя книжки можно получать изъ редакціи по 1 руб. Подписка принимается въ Правленіи университета.

2—2

Редакторъ *А. Александровъ.*

Св. Вла

ная патологі
ц. *Свенсонъ*
Гинекол. пол
рд. проф. М
перско-гинеко

с кой фа
Минерало
рд. проф. Ар
(Аудит. №
занятія по
рд. проф. С
ризіол. химич
абор. общей

кстра-ор.
у п п а .

весеннее полугодіе 1905 года.

Ч	ПЯТНИЦА.	СУББОТА.
	Итальянскій языкъ. Проф. Гливенко. Ауд. № 3.	
	Латинскій. Проф. Лециусъ. Ауд. № 12. Гонъ. Проф. Гиляровъ. Ауд. № 2. Гогофанъ. Пр.-доц. Петръ. Ауд. № 3.	Тацитъ. Проф. Кулаковскій. Ауд. № 3. Катуллъ. Проф. Сонни. Ауд. № 12.
		Проф. Лучицкій. Ауд. № 3. Памятники русскаго искусства. Проф. Павлуцкій. Кабин.
	Готская грамматика. Проф. Кнауэръ. Ауд. № 3. Нѣмецкій языкъ. Бруненекъ. Ауд. № 6. Французскій языкъ. Проф. де-ла-Бартъ. Ауд. № 2. Французскій театр XVIII в. Проф. Гливенко. Ауд. № 10.	Исторія крестьянской реформы. Проф. Лучицкій. Ауд. № 3. Французскій языкъ. Лект. гр. де-ла-Бартъ. Ауд. № 2. Нѣмецкій языкъ. Лект. Бруненекъ. Ауд. № 6. Зендскій языкъ. Проф. Кнауэръ. Ауд. № 4.
		Практ. зан по психологін. Проф. Челпановъ. Ауд. № 2.

Ауд. № 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.

А Т О П И А

Вопросы к экзамену по курсу
Зоология (членистоногие)
1. Что такое членистоногие?
2. Каковы признаки членистоногих?

3. Каковы признаки насекомых?
4. Каковы признаки пауков?

5. Каковы признаки ракообразных?
6. Каковы признаки моллюсков?

7. Каковы признаки кольчатых червей?
8. Каковы признаки плоских червей?

9. Каковы признаки круглых червей?
10. Каковы признаки двуклеточных?

Печатано по опредѣленію Совѣта Императорскаго Университета Св. Владиміра
Ректоръ Н. Бобрецькій.

УНИВЕРСИТЕТСКІЯ ИЗВѢСТІЯ

Годъ XLV.

№ 2 — ФЕВРАЛЬ.

1905 годъ.

Часть I—официальная.

- | | |
|--|------|
| I. Правила преміи имени П. П. Семенова при Русскомъ Этно-
мологическомъ Обществѣ | 1—3 |
| II. Отчетъ о состояніи Кіевскаго Центральнаго Архива для
древнихъ актовъ книгъ губерній: Кіевской, Подольской
и Волинской въ 1904 г. | 1—2 |
| III. Рецензіи на сочиненія, представленныя въ Физико-Матема-
тической факультетъ для приобрѣтенія высшихъ ученыхъ
степеней | 1—16 |

Часть II—неофициальная.

- | | |
|--|---------|
| I. Современное состояніе психофизической проблемы.—Студ.
В. В. Зѣньковского | 1—37 |
| II. Рядъ Фурье.—Проф. В. П. Ермакова | 1—16 |
| III. Элементы математическаго анализа.—Проф. М. Ѳ. Хандрикова | 425—580 |

Прибавленія.

- | | |
|--|---------|
| I. Сборникъ законодательныхъ памятниковъ древняго западно-
европейскаго права, издав. подъ ред. проф. П. Г. Виногра-
дова и М. Ф. Владимірскаго-Буданова | 49—80 |
| II. Описаніе монетъ и медалей, хранящихся въ Нумизматиче-
скомъ музеѣ Университета св. Владиміра. III. Монеты
римскихъ императоровъ.—Проф. В. Б. Антоновича. | 143—174 |
| III. Объявленіе о конкурсѣ на премію Адама Хойнацкаго | 1—2 |
| IV. Объявленія объ изданіи журналовъ и газетъ | 1—16 |

К І Е В Ъ .

1905.

1. The first step in the process of the investigation is the identification of the problem. This is done by the investigator who is assigned to the case. The investigator must first determine the nature of the problem and the scope of the investigation. This is done by reviewing the available information and by conducting interviews with the relevant parties. The investigator must also determine the objectives of the investigation and the methods to be used.

2. The second step in the process is the collection of data. This is done by the investigator who is assigned to the case. The investigator must first determine the sources of data and the methods to be used. This is done by reviewing the available information and by conducting interviews with the relevant parties. The investigator must also determine the objectives of the investigation and the methods to be used.

3. The third step in the process is the analysis of the data. This is done by the investigator who is assigned to the case. The investigator must first determine the methods to be used and the objectives of the investigation. This is done by reviewing the available information and by conducting interviews with the relevant parties. The investigator must also determine the objectives of the investigation and the methods to be used.

4. The fourth step in the process is the presentation of the findings. This is done by the investigator who is assigned to the case. The investigator must first determine the methods to be used and the objectives of the investigation. This is done by reviewing the available information and by conducting interviews with the relevant parties. The investigator must also determine the objectives of the investigation and the methods to be used.

5. The fifth step in the process is the conclusion. This is done by the investigator who is assigned to the case. The investigator must first determine the methods to be used and the objectives of the investigation. This is done by reviewing the available information and by conducting interviews with the relevant parties. The investigator must also determine the objectives of the investigation and the methods to be used.

На подлинномъ написано: УТВЕРЖДАЮ.
Управляющій Министерствомъ Народнаго
Просвѣщенія Товарищъ Министра С. Лукья-
новъ. 6 ноября 1904 г.

Правила преміи имени Петра Петровича Семенова при русскомъ Энтомологическомъ Обществѣ.

§ 1.

Согласно постановленію Общаго Собранія Русскаго Энтомологическаго Общества отъ 18 января 1903 года при означенномъ Обществѣ учреждается премія имени Президента его Дѣйствительнаго Тайнаго Совѣтника Петра Петровича Семенова.

§ 2.

Премія имени П. П. Семенова образуется изъ ежегодныхъ отчисленій въ 100 рублей по расходной смѣтѣ на предстоящій годъ. Могущіе образоваться проценты по этимъ отчисленіямъ причисляются къ суммамъ Общества наравнѣ съ прочими доходами.

§ 3.

Премія имени П. П. Семенова выдается чрезъ каждые три года въ размѣрѣ 300 рублей и не можетъ быть раздѣляема на преміи меньшихъ размѣровъ.

§ 4.

Въ случаѣ, если ни одинъ изъ представленныхъ трудовъ не удостоится преміи, то она остается на слѣдующее трехлѣтіе, по окончаніи котораго составитъ отдѣльную премію.

§ 5.

Трудъ, уже удостоенный денежной преміи въ Россіи не можетъ быть увѣнчанъ преміей имени П. П. Семенова, но одно и тоже лицо не лишено права быть награжденнымъ означенною премією во второй разъ и болѣе за свои отдѣльныя сочиненія, представленныя въ разные сроки соисканія.

§ 6.

На соисканіе преміи могутъ быть представляемы самостоятельныя изслѣдованія и работы по систематикѣ, морфологій, фізіологій, географіи и біологій насѣкомыхъ.

§ 7.

Премія имени П. П. Семенова выдается лишь русскимъ ученымъ; представляемыя на соисканіе преміи сочиненія должны быть опубликованы не далѣе, какъ въ теченіе послѣднихъ шести лѣтъ, предшествовавшихъ присужденію преміи; они могутъ быть представлены или самими авторами, или указаны членами Комиссіи, избираемой на основаніи § 13 этихъ правилъ.

§ 8.

Въ теченіе года, предшествующаго году выдачи премій, Совѣтъ Общества объявляетъ о предстоящемъ присужденіи, съ указаніемъ срока представленія сочиненій на соисканіе преміи, причемъ доводитъ до всеобщаго свѣдѣнія главныя постановленія настоящихъ правилъ.

§ 9.

Пріемъ трудовъ на соисканіе преміи прекращается 1-го октября того года, въ которомъ предстоитъ ея присужденіе; означенные труды адресуются и доставляются въ Совѣтъ Русскаго Энтомологическаго Общества (С.-Петербургъ).

§ 10.

Первое присужденіе преміи состоится въ годовомъ декабрьскомъ Общемъ Собраніи 1905 года, затѣмъ, въ 1908, 1911 и т. д.

§ 11.

Преміи выдаются самимъ авторамъ или ихъ законнымъ наследникамъ, но не издателямъ сочиненій.

§ 12.

О каждомъ трудѣ, которому присуждена премія, доводится до общаго свѣдѣнія въ публичномъ годовомъ Собраніи Общества.

§ 13.

Въ одномъ изъ первыхъ засѣданій того года, когда должно происходить присужденіе преміи, Общее Собраніе избираетъ изъ среды своихъ членовъ Комиссію изъ четырехъ лицъ, подъ пред-

сѣдательствомъ Президента или Вице-Президента Общества, для разсмотрѣнія представленныхъ на соисканіе сочиненій.

§ 14.

Коммиссія, въ случаѣ если найдетъ нужнымъ, можетъ обращаться за отзывами о представленныхъ сочиненіяхъ къ другимъ членамъ Общества и къ постороннимъ ученымъ.

§ 15.

Заключенія Коммисіи представляются съ приложеніемъ мотивированныхъ отзывовъ о разсмотрѣнныхъ ею сочиненіяхъ на утвержденіе Совѣта. Отзывы о трудахъ, удостоенныхъ преміи, печатаются въ „Протоколахъ“ Общества.

§ 16.

Измѣненіе этихъ правилъ возможно лишь по постановленію Общаго Собранія Русскаго Энтомологическаго Общества и съ разрѣшенія Министра Народнаго Просвѣщенія. Наименованіе же преміи и ея назначеніе остаются не всегда неизмѣнными.

ОТЧЕТЪ

о состояніи Кіевскаго Центрального Архива для древнихъ актовъ книгъ губерній: Кіевской, Подольской и Волынской, въ 1904 году.

1. Число актовыхъ книгъ, отдѣльныхъ документовъ и старыхъ дѣлъ, хранящихся въ Архивѣ.

Въ Кіевскомъ Центральномъ Архивѣ къ 1-му января 1904 года числилось:

а) актовыхъ книгъ	5920
б) вновь переплетенныхъ книгъ, составленныхъ изъ отдѣльныхъ документовъ	45
в) отдѣльныхъ документовъ,	424177
г) старыхъ дѣлъ около	69284
д) разныхъ писемъ, записокъ и старыхъ дѣлъ истекшаго столѣтія	2 связки.

Въ теченіе 1904 года новыхъ поступленій не было.

Изъ общаго же числа отдѣльныхъ документовъ разобраны, приведены въ порядокъ и переплетены въ 16 книгъ—10157 отдѣльных документовъ.

Затѣмъ, къ 1 января 1905 года состоитъ на лицо:

а) актовыхъ книгъ	5920
б) вновь переплетенныхъ книгъ, составленныхъ изъ отдѣльныхъ документовъ,	61
в) отдѣльныхъ документовъ	414020
г) старыхъ дѣлъ около	69284
и д) разныхъ писемъ, записокъ и старыхъ дѣлъ истекшаго столѣтія	2 связки.

II. Составленіе описей къ актовымъ книгамъ и разборъ отдѣльных документовъ.

Къ 1-му января 1904 года находилось на лицо 210 описей къ 210 актовымъ книгамъ, заключающимъ въ себѣ 39412 отдѣльных документовъ.

Въ теченіе 1904 года составлено 6 описей къ 6 актовымъ книгамъ, заключающимъ въ себѣ 2569 отдѣльных документовъ.

Затѣмъ, къ 1-му января 1905 года имѣется 216 описей къ 216 актовымъ книгамъ, заключающимъ въ себѣ 41981 отдѣльный документъ.

Изъ означеннаго количества описей 62 напечатаны (въ 52 брошюрахъ), 1 заканчивается печатаніемъ, 5 разрѣшены къ печати и остальные 148 приготавливаются къ печати.

Кромѣ того, какъ показано выше, разобрано, приведено въ порядокъ и приготовлено къ переплету въ книги 10157 отдѣльных документовъ.

III. Выдача выписей и посвидѣтельствованіе документовъ.

Къ 1-му января 1904 года неисполненныхъ требованій не оставалось.

Въ теченіе 1904 года поступило 12 требованій о выдачѣ и посвидѣтельствovanіи 36 документовъ *).

Къ 1-му января 1905 года всѣ означенныя требованія были исполнены.

IV. Количество пошлиннаго сбора.

За выдачу выписей и посвидѣтельствованіе документовъ въ отчетномъ году поступило пятьдесятъ одинъ рубль (51 р.).

*) Въ это число не входятъ, какъ требованія, по которымъ розысканія документовъ остались безуспѣшны, такъ и справки о существованіи или отсутствіи документовъ, имѣющихъ значеніе для заинтересованныхъ въ нихъ лицъ.

Рецензіи на сочиненія, представленныя въ факультеты для пріобрѣтенія высшихъ ученыхъ степеней.

I.

Отзывъ о книгѣ Т. В. Локтя „Влажность почвы въ связи съ культурными и климатическими условіями“, представленной для соисканія степени магистра агрономіи.

Предметомъ своего изслѣдованія г. Локоть избралъ вопросъ очень важный, но въ то же время и чрезвычайно трудный. Для земледѣлія вообще, а для русскаго, особенно же южно-русскаго въ частности почвенная влажность, какъ результатъ накопленія въ почвѣ влаги и ея расходованія, является однимъ изъ болѣе важныхъ, часто же и самымъ важнымъ условіемъ урожая. Отсюда стремленіе выяснитъ зависимость почвенной влажности отъ различныхъ условій и попытки рѣшить водный вопросъ въ цѣломъ или въ отдѣльных частяхъ. Но рѣшеніе его усложняется тѣмъ, что влажность почвъ опредѣляется комбинаціей многообразныхъ условій, изъ которыхъ каждое проявляется въ различныхъ случаяхъ весьма неодинаково. Прійти къ выводамъ относительно влажности почвы на основаніи изученія частныхъ воднаго вопроса до сихъ поръ не удалось, несмотря на многочисленныя работы по изученію накопленія и расходованія влаги почвою. Поэтому явилась мысль изучать влажность почвы въ ея окончательномъ видѣ въ той обстановкѣ, какую дѣлаетъ намъ природа, и путемъ полевыхъ наблюденій и опытовъ вычислить условія, вліяющія на эту влажность такъ или иначе. Однако въ такой обстановкѣ изученіе вопроса сильно затрудняется сложностью опытовъ и наблюденій, которые должны

обладать достаточной точностью и быть многочисленными, чтобы привести къ несомнѣннымъ заключеніямъ.

Г. Локтю, служившему на Полтавскомъ опытномъ полѣ, однимъ изъ старѣйшихъ и лучшихъ опытныхъ полей Россіи, представилась возможность путемъ собственныхъ наблюденій, а также пользуясь данными, раньше него добытыми на томъ же опытномъ полѣ, собрать солидный матеріалъ по вопросу о зависимости влажности почвы отъ культурныхъ и климатическихъ условій въ нормальной обстановкѣ полевой культуры. Изложеніе результатовъ соответствующихъ изслѣдованій, а также выводовъ изъ полученныхъ данныхъ и составляетъ существеннѣйшую часть разбираемаго труда г. Локтя. Сообщая затѣмъ еще результаты своихъ опредѣленій испаренія воды яровой пшеницей въ различные періоды ея роста, г. Локоть остальную часть своей книги посвящаетъ изложенію литературы по водному вопросу въ земледѣліи.

Весь разбираемый трудъ можно раздѣлить на двѣ главныя части: первая существенно посвящена изложенію литературы, вторая же—собственнымъ работамъ автора. Первая часть, кромѣ предисловія и указателя литературы, которую авторъ воспользовался, состоитъ изъ четырехъ главъ. Въ первой главѣ излагаются литературныя данныя по вопросу о зависимости урожаевъ отъ осадковъ, и авторъ критикуетъ попытки нѣкоторыхъ изслѣдователей, установившихъ болѣе или менѣе простое соответствіе между осадками и урожаями. Вторая глава посвящена изложенію литературныхъ данныхъ о зависимости урожаевъ отъ влажности почвы, третья глава—испаренію воды растеніями въ связи съ влажностью почвы, четвертая—общимъ воднымъ свойствамъ почвы. Большею частью авторъ лишь излагаетъ литературныя данныя въ видѣ сырого матеріала, не подвергая ихъ обработкѣ и не дѣлая изъ нихъ окончательныхъ выводовъ въ связи съ своею задачею. Но въ главѣ третьей чужія наблюденія надъ испареніемъ влаги растеніями дополняются собственными опытами съ яровой пшеницей, при чемъ устанавливается интересную разницу сравнительно съ наблюденіями въ Западной Европѣ. Во второй части своего труда, прежде чѣмъ излагать собственные данныя и выводы изъ нихъ, авторъ останавливается на методѣ изслѣдованія влажности почвы въ условіяхъ полевыхъ опытовъ, приводитъ нѣкоторыя собственные данныя для сужденія относительно точности этого метода и разсматриваетъ соответствующія

работы на русских опытных поляхъ, произведенныя другими изслѣдователями. Затѣмъ авторъ касается вопроса о бесполезной водѣ въ почвѣ Полтавскаго опытнаго поля. Наконецъ, на болѣе чѣмъ 90 страницахъ сжато прилагаетъ огромный полученный имъ цифровой матеріалъ, выводы изъ него и общія заключенія. Тщательность въ полученіи данныхъ о влажности полевой почвы въ различныхъ условіяхъ и многочисленность этихъ данныхъ сообщаютъ большую достовѣрность дѣлаемымъ изъ нихъ выводамъ, относительно которыхъ авторъ обнаруживаетъ достаточную степень осторожности, отдѣляя вѣроятное отъ носомѣннаго. Выводы автора, не представляя чего-либо неожиданнаго или совершенно новаго, главнымъ образомъ имѣютъ то значеніе, что твердо устанавливаютъ положенія, которыя на основаніи прежнихъ работъ представлялись болѣе или менѣе вѣроятными.

Главная цѣнность разбираемой работы заключается въ томъ фактическомъ матеріалѣ, который былъ собранъ авторомъ. Въ полученіи соответствующихъ данныхъ онъ заявилъ себя трудолюбивымъ, точнымъ и осторожнымъ изслѣдователемъ. Это и сообщаетъ его труду извѣстную научную цѣнность. Вся книга изложена довольно хорошо, языкъ легкій и ясный.

Но нельзя не отмѣтить и ряда недостатковъ труда г. Локтя. Прежде всего не можетъ насъ удовлетворить первая часть книги, посвященная литературному обзору. Литература излагается въ видѣ сырого матеріала, который долженъ лишь служить иллюстраціей того, какъ трудно разобраться въ вопросѣ о влажности полевой почвы на основаніи изученія деталей воднаго вопроса при помощи лабораторныхъ опытовъ. Едва ли стоило для этого занимать большую часть книги рефератами о чужихъ работахъ по водному вопросу. Общій выводъ изъ этихъ работъ и безъ того уже извѣстенъ всѣмъ научно работающимъ въ соответствующей области, а иллюстрація его могла бы быть сдѣлана на немногихъ яркихъ примѣрахъ. Къ тому же, несмотря на огромный трудъ, затраченный авторомъ на изученіе литературы вопроса, она все же изложена не совсѣмъ полно. Далѣе, авторъ не использовалъ наличную литературу въ интересахъ объясненія и разъясненія полученныхъ имъ выводовъ. Частью имъ сдѣланы въ этомъ отношеніи даже существенныя упущенія. Напримѣръ, считаясь съ содержаніемъ въ почвѣ воды, бесполезной для растений, авторъ даже не пытается выяснить, какъ

его выводы относятся къ болѣе интересной части почвенной влаги—къ водѣ, полезной для растеній. Разсматривая вліяніе упавоживанія почвы, онъ совершенно не затрогиваетъ вопроса о томъ, что внесеніемъ въ почву органическихъ веществъ мы можемъ вліять на содержаніе въ почвѣ безполезной влаги. Наконецъ, нельзя не поставить автору въ упрекъ и того, что свои опыты и наблюденія онъ описываетъ черезчуръ сжато. Благодаря этому, не всегда возможно правильно отнестись къ его опытамъ и установить степень точности получаемыхъ результатовъ.

Тѣмъ не менѣе недостатки труда г. Локтя не отнимаютъ научнаго значенія отъ произведенныхъ имъ изслѣдованій и позволяютъ признать этотъ трудъ заслуживающимъ допущенія къ защитѣ въ качествѣ диссертациі на степень магистра агрономіи.

Проф. С. Богдановъ.

Проф. К. Пуріевичъ.

22 февраля 1904 г.

II.

Отзывъ о диссертациі г. Гайдукова подъ заглавіемъ „О вліяніи окрашеннаго свѣта на окраску осциллярій“, представленную въ Физико-Математическій факультетъ для полученія степени магистра ботаники.

Диссертация г. Гайдукова посвящена разработкѣ весьма важнаго и интереснаго вопроса о приспособляемости растительныхъ организмовъ къ условіямъ освѣщенія. Уже раньше Энгельманномъ было указано на зависимость между поглощеніемъ различныхъ лучей спектра окрашенными клѣтками и ихъ ассимиляторною дѣятельностью, зависящею отъ наиболѣе полной утилизациі поглощаемыхъ лучей. Установленіе этой зависимости объясняло многіе факты относительно распредѣленія водорослей на различныхъ глубинахъ морей и океановъ, но тѣмъ не менѣе было основано всецѣло на наблюденіяхъ, такъ какъ не существовало прямыхъ указаній на способность растительныхъ организмовъ непосредственно приспособляться къ качественнымъ измѣненіямъ получаемаго ими свѣта. Г. Гайдуковъ поставилъ себѣ задачей путемъ опыта показать цѣлесообразное измѣненіе окраски хромофилловъ подѣ вліяніемъ различно окрашеннаго свѣта. Объектами для своихъ изслѣдованій онъ избралъ представителей рода *Oscillaria*, характеризующихся вообще быстрымъ ростомъ и размноженіемъ, благодаря чему представлялась возможность въ теченіе сравнительно короткаго времени наблюдать постепенныя измѣненія окраски въ цѣломъ рядѣ поколѣній. Опыты автора привели его къ установленію закона т. наз. дополнительной красочной приспособляемости, состоящаго въ томъ, что окраска хромофилла подѣ вліяніемъ окрашеннаго свѣта измѣняется въ такомъ направленіи, что хромофиллъ становится способнымъ погло-

щать преимущественно тѣ лучи, которые количественно преобладаютъ въ этомъ свѣтѣ.

Для установленія опытнымъ путемъ этого важнаго закона авторъ выращивалъ культуры осциллярій въ окрашенномъ свѣтѣ: красномъ, бурожелтомъ, зеленомъ, синемъ, фіолетовомъ, причемъ спектрофотометрическими измѣреніями опредѣлялъ относительное поглощеніе клѣтками осциллярій различныхъ лучей, пропущенныхъ свѣтофильтрами. Постановка опытовъ автора исполнѣ правильна, а числовыя данныя спектрофотометрическихъ измѣреній, представляющія среднія величины изъ очень многихъ (иногда изъ нѣсколькихъ сотенъ) отдѣльныхъ опредѣленій, даютъ ясную картину измѣненій способности хромофиловъ поглощать преобладающіе въ данномъ свѣтѣ лучи. Числовыя данныя авторъ иллюстрируетъ кривыми интенсивности цвѣтныхъ лучей, проходящихъ чрезъ различно окрашенныя клѣтки осциллярій, а также рисунками, представляющими спектръ поглощенія и характеръ окраски этихъ организмовъ. Что въ опытахъ автора измѣненія окраски осциллярій дѣйствительно представляли фізіологическое явленіе—доказываютъ дополнительные опыты его, въ которыхъ дѣйствіе окрашеннаго свѣта на извлеченный пигментъ или на мертвыя клѣтки не сопровождалось такими измѣненіями окраски, какъ въ живыхъ клѣткахъ.

Этой главной части своего труда г. Гайдуковъ предпосылаетъ историческій и критическій очеркъ разсматриваемаго вопроса, въ которомъ онъ тщательно собралъ фактическій матеріалъ и теоріи, относящіяся къ измѣненію окраски растительныхъ организмовъ подѣ вліяніемъ различно окрашеннаго свѣта. Обзоръ этотъ, несомнѣнно, можетъ имѣть немаловажное значеніе въ литературѣ, такъ какъ представляетъ въ настоящее время единственный полный сводъ всего, извѣстнаго намъ по разсматриваемому вопросу. Но недостаткомъ его является растянутость изложенія и встрѣчающіяся довольно часто совершенно излишнія подробности, только вредящія ясности изложенія. Вторая половина этого очерка посвящена пигментамъ водорослей, причемъ въ концѣ ея авторъ приводитъ также собственныя изслѣдованія надъ этими пигментами. Это—наиболѣе слабая часть диссертациі. Въ ней необходимо отмѣтить, во-первыхъ, недостатки въ методахъ извлеченія пигментовъ изъ клѣтокъ, благодаря которымъ врядъ ли возможно отождествлять извлеченные авторомъ пигменты съ пигментами, находящимися въ живой клѣткѣ.

Во-вторыхъ, неправильна и самая постановка изслѣдованій, такъ какъ при отсутствіи какихъ-либо опредѣленныхъ свѣдѣній о химическомъ характерѣ растительныхъ пигментовъ, измѣненія ихъ при дѣйствіи различныхъ реактивовъ совершенно не могутъ дать указаній на взаимное отношеніе ихъ другъ къ другу. Вслѣдствіе этого, изслѣдованія автора подъ пигментами водорослей не связаны тѣсно съ главною частью его диссертациіи и потому могли бы быть опущены безъ всякаго ущерба для всей работы. Впрочемъ и въ этой части имѣется довольно важное указаніе автора на несомнѣнный фактъ раздвоенія сильнѣйшихъ максимумовъ поглощенія въ спектрѣ хромофилловъ, что отвергалось нѣкоторыми авторами.

Какъ на одинъ изъ недостатковъ, присущихъ всей диссертациіи, слѣдуетъ указать на неясное мѣстами изложеніе и на обороты рѣчи, свойственные больше языку нѣмецкому, чѣмъ русскому.

Несмотря, однако, на указанные недостатки, имѣющіе второ-степенное значеніе, диссертациія г. Гайдукова несомнѣнно представляетъ работу, цѣнную въ научномъ отношеніи и вполне удовлетворяющую тѣмъ требованіямъ, какія можно предъявлять къ диссертациіи на степень магистра ботаники.

Профессоръ **К. Пуриновичъ.**

III.

*Отзывъ о сочиненіи Н. М. Гайдукова подъ заглавіемъ: „О вліяніи окрашен-
наго свѣта на окраску осциллярій“, представленномъ въ Физико-Мате-
матическій факультетъ для полученія степени магистра ботаники.*

Сочиненіе г. Гайдукова дѣлится на 1) введеніе (гл. I), 2) исто-
рико-критическій очеркъ, содержащій обзоръ изслѣдованій, посвя-
щенныхъ вопросу о распредѣленіи водорослей по глубинамъ и о
пигментахъ водорослей (гл. II, 1, 2, 3, 4, 5); 3) собственныя изслѣ-
дованія автора о вліяніи цвѣтного освѣщенія на измѣненіе окраски
осциллярій, и выводы, вытекающіе изъ его изслѣдованій (Гл. III,
IV, V), и, наконецъ, 4) обширнаго перечня литературнаго матеріала,
относящагося къ данному вопросу.

Такъ какъ содержаніе гл. I и II имѣетъ лишь отчасти физи-
ческій характеръ, то я остановлюсь на разсмотрѣніи этихъ главъ
только вкратцѣ при общемъ разсмотрѣніи достоинствъ работы г.
Гайдукова, главное же вниманіе обращу на гл. III, IV, V, содержа-
щія обзоръ и результаты чисто физическаго изслѣдованія автора.

Обращаясь къ общей характеристикѣ труда г. Гайдукова, я
долженъ отмѣтить прежде всего не всегда достаточную ясность
изложенія, какъ со стороны формы, такъ и со стороны содержанія.
Примѣровъ такихъ неясностей у автора довольно много, и это обсто-
ятельство въ значительной мѣрѣ затрудняетъ чтеніе трактуемой
работы. На ряду съ этимъ считаю необходимымъ указать, что даже
при нѣкоторыхъ таблицахъ, приведенныхъ авторомъ, нѣтъ доста-
точного объясненія, и читателю приходится самому додумываться
до смысла содержащихся въ нихъ чиселъ; таковы, наприм., таблицы
и числовыя данныя на стр. 5, 7, 47, 48, 51—52, 55. Хотя въ общемъ

указанные недочеты могутъ быть исправлены читателемъ за счетъ потеряннаго имъ времени, но нѣкоторые изъ нихъ имѣютъ и существенный характеръ и являются для автора болѣе серьезнымъ упрекомъ; напр. на стр. 19 авторъ говоритъ: „красные лучи поглощаются зелеными клѣтками потому, что въ томъ свѣтѣ, которымъ онѣ пользуются, первые наиболѣе интенсивны и, какъ наиболѣе поглощаемые, вызываютъ у нихъ сильнѣйшую работу“. Помимо неясности какъ выраженія автора, такъ и указываемый имъ причинности, фраза эта является прямымъ противорѣчіемъ основной идеѣ автора, правильность которой имъ на опытѣ доказана, именно: клѣтки осциллярій въ концѣ концовъ приспособляются поглощать тѣ лучи, подѣ дѣйствіемъ которыхъ растеніе живетъ.

Не останавливаясь долго на этихъ недостаткахъ, перехожу къ разбору работы г. Гайдукова по существу. Здѣсь необходимо прежде всего остановиться на историческомъ очеркѣ физическихъ спектроскопическихъ изслѣдованій пигментовъ растеній (гл. II, 4, 5), а также на изслѣдованіяхъ самого автора по этому вопросу. (Гл. II, 6).

Давая обзоръ работъ своихъ предшественниковъ, авторъ не вездѣ приводитъ критическія соображенія, къ нимъ относящіяся, и для читателя остается невыясненнымъ взглядъ автора на многія изслѣдованія; между тѣмъ критика есть существенное требованіе всякаго историческаго обзора.

Въ своихъ собственныхъ изслѣдованіяхъ, посвященныхъ вопросу о тождествѣ пигментовъ, содержащихся въ живыхъ клѣткахъ, съ одной стороны, и извлеченныхъ изъ тѣхъ же клѣтокъ, съ другой стороны, авторъ повторяетъ общую ошибку своихъ предшественниковъ. Наблюдая спектръ поглощенія 1) живой клѣтки данной водоросли и 2) сухого пигмента, полученнаго выпариваніемъ спиртовой или водной вытяжки ея, авторъ хочетъ по сравненію спектровъ судить о тождествѣ пигментовъ—находящагося въ живой клѣткѣ и извлеченнаго изъ нея. Если однако принять въ расчетъ, что 1) въ живой клѣткѣ пигментъ содержится въ оболочкѣ, діэлектрическія свойства которой существенно отличны отъ таковыхъ же воздуха, окружающаго при изслѣдованіи сухой пигментъ, и 2) что спектръ поглощенія красящаго вещества существенно зависитъ отъ условій окружающей его среды какъ это показано работами Preyer'a, Kraus'a, Hagenbach'a, Morton'a, Kundt'a и др.), то

становится легко понятнымъ, что пріемъ этотъ въ томъ видѣ, какъ онъ примѣненъ терлетъ свое значеніе.

Главная цѣль работы г. Гайдукова состояла однако не въ рѣшеніи только что указаннаго вопроса, а потому, какъ ни серьезно настоящее замѣчаніе, по рѣшающаго значенія для сужденія о работѣ автора оно имѣть не можетъ. Чтобы составить послѣднее сужденіе надо обратиться къ рассмотрѣнію рѣшенія главной задачи, поставленной себѣ г. Гайдуковымъ. Эта задача состояла въ томъ, чтобы рѣшить вопросъ, могутъ ли мѣнять свою окраску осцилляріи *O. Sancta* и *O. Caldariorum* въ такомъ смыслѣ, чтобы поглощать въ наибольшей степени необходимые для ассимиляціонной дѣятельности лучи того цвѣта, который является наиболѣе интенсивнымъ при данныхъ условіяхъ. Способъ рѣшенія поставленнаго вопроса заключается по существу въ слѣдующемъ: опредѣлялся спектр поглощенія клѣтки данной водоросли, выросшей 1) въ нормальныхъ условіяхъ и 2) подъ тѣмъ или другимъ свѣтофильтромъ, спектр поглощенія котораго былъ заранее изслѣдованъ. Разъ въ спектръ клѣтки водоросли, выросшей подъ даннымъ свѣтофильтромъ, будетъ обнаружено появленіе интенсивныхъ полосъ поглощенія, соответствующихъ лучамъ наибольшей интенсивности спектра свѣтофильтра, то вопросъ можно считать рѣшеннымъ утвердительно.

Изъ только что сказаннаго видно, что задача сводилась къ возможно точному и тщательному изученію спектра клѣтокъ въ качественномъ и количественномъ отношеніи. Что касается количественнаго изученія спектровъ, то автору можно сдѣлать немаловажный упрекъ въ томъ, что онъ не даетъ достаточныхъ указаній на то, насколько близки къ истинѣ получаемыя имъ величины напряженія свѣта, пропущеннаго въ разныхъ частяхъ спектра; у автора нигдѣ не дано величинъ среднихъ ошибокъ наблюденій и только въ одной таблицѣ даны максимальныя отклоненія отъ среднихъ величинъ. Не изслѣдованъ также вопросъ, имѣло ли какое нибудь вліяніе на результаты наблюденія явленіе диффракціи, а также присутствіе сильно преломляющаго слоя клѣточной оболочки. О послѣднемъ обстоятельстве упоминаетъ самъ авторъ, но не останавливается на экспериментальномъ выясненіи этого вопроса, такъ какъ, по его мнѣнію, для цѣли работы болѣе значеніе имѣло относительное измѣненіе поглощенія, а не его абсолютныя величины. Соглашаясь въ послѣднемъ съ г. Гайдуковымъ, я долженъ, однако,

сказать, что его изслѣдованіе получило бы несомнѣнно болѣе высокую цѣну, если бы имъ были соблюдены всѣ требованія точнаго физическаго изслѣдованія.

Указавъ въ выше изложенномъ на нѣкоторые недочеты труда г. Гайдукова, считаю необходимымъ отмѣтить положительныя стороны. Вопросъ, поставленный авторомъ, представляетъ высокій интересъ не только для ботаники, но и для біологін и физики. Рѣшеніе вопроса поставлено на совершенно правильную почву. Авторъ вложилъ въ свою работу много труда, терпѣнія и любви къ дѣлу, о чемъ свидѣлствуютъ многочисленныя цифровыя таблицы, кривыя и рисунки спектровъ. На поставленный себѣ вопросъ авторъ нашелъ вполне опредѣленный и ясный отвѣтъ; если и можно спорить съ авторомъ относительно количественной точности измѣреній, произведенныхъ имъ, то относительное значеніе ихъ остается внѣ всякаго сомнѣнія, и фактъ существованія дополнительной красочной приспособляемости осциллярій доказанъ г. Гайдуковымъ съ полной очевидностью. Этотъ фактъ хотя и не вполне новъ для физики, какъ полагаетъ авторъ, но, во всякомъ случаѣ, имѣетъ для нея высокую цѣну.

Въ силу изложеннаго я считаю трудъ г. Гайдукова очень цѣннымъ и полагаю, что онъ вполне удовлетворяетъ требованіямъ, могущимъ быть предъявленнымъ къ магистерской диссертациі.

Проф. **И. Косоноговъ.**

16 апрѣля 1904 г.

IV.

Отзывъ о сочиненіи Е. С. Маркова подъ заглавіемъ „О методахъ изслѣдованія озеръ“, написанномъ имъ для полученія степени магистра общей географіи.

Физическія свойства озерныхъ водоемовъ, напоминая въ общемъ таковыя же свойства морскихъ водоемовъ, часто очень рѣзко отличаются отъ послѣднихъ въ деталяхъ. Последнее въ особенности имѣетъ мѣсто, когда озерный водоемъ не великъ, какъ это и бываетъ въ огромномъ большинствѣ случаевъ: морскіе водоемы являются всегда регуляторами климатическихъ особенностей прибрежныхъ странъ, между тѣмъ какъ для озерныхъ водоемовъ въ большинствѣ случаевъ имѣетъ мѣсто обратное явленіе—физическая жизнь озернаго водоема является большею частью продуктомъ орографическихъ и климатическихъ условій окружающей мѣстности.

Выясненіе причинной связи между физической жизнью озера и климатическими особенностями окружающей мѣстности составляетъ предметъ сравнительно мало разработанной науки—лимнологіи. Въ литературѣ имѣется, правда, достаточно наблюдательнаго матеріала по вопросу о рельефѣ дна озеръ, объ ихъ термическихъ свойствахъ и особенностяхъ, о времени замерзанія и вскрытія, о процессѣ ихъ образованія, измѣненія уровня дна и поверхности во времени и т. д., но большею частью весь этотъ матеріалъ носитъ случайный, отрывочный характеръ, не могущій имѣть прочнаго, реальнаго значенія для вывода какихъ-либо общихъ заключеній. Достаточно сказать, что иногда общія заключенія дѣлались на основаніи нѣсколькихъ отрывочныхъ наблюденій для одного озера, отдѣленныхъ другъ отъ друга значительнымъ промежуткомъ въ пространствѣ и времени. Сколько-нибудь продолжительныхъ наблю-

деній надъ физическими свойствами озеръ мы не имѣемъ, итъ даже достаточно выработанныхъ цѣлесообразныхъ методовъ для систематическихъ изслѣдованій озеръ, а между тѣмъ физическая жизнь этихъ послѣднихъ имѣетъ для естествоиспытателя вообще большое научное значеніе. Въ виду этого являлось желательнымъ 1) разобраться въ томъ многочисленномъ, хотя и случайномъ, болѣею частью, наблюдательномъ матеріалѣ, который имѣется въ настоящее время, съ цѣлью сдѣлать изъ него возможные общіе выводы; 2) на основаніи сравнительнаго критическаго изученія примѣненныхъ до сихъ поръ приѣмовъ изслѣдованія озеръ, выработать наиболѣе цѣлесообразные приемы и 3) намѣтить желательный общій планъ систематическаго изслѣдованія озерныхъ водоемовъ, который, по своему выполненіи, могъ бы привести къ достаточно обоснованнымъ обобщающимъ заключеніямъ. Этотъ, правду сказать, нелегкій трудъ взять на себя г. Марковъ, причемъ собрать имѣющіеся въ литературѣ огромный наблюдательный матеріалъ, болѣе чѣмъ для 800 озеръ земного шара. Что касается указанныхъ мной выше трехъ требованій, могущихъ быть предъявленными къ труду, подобному работѣ г. Маркова, то первое изъ этихъ требованій авторъ выполнитъ въ достаточной мѣрѣ, ограничившись въ представленномъ имъ сочиненіи вопросомъ о рельефѣ и термикѣ озеръ; попытка выполнить второе требованіе—о выработкѣ раціональныхъ методовъ изслѣдованія—оставляетъ желать еще многого, что же касается третьяго требованія относительно выработки общаго плана систематическаго изслѣдованія озерныхъ водоемовъ, то здѣсь авторъ не далъ ничего законченнаго и опредѣленнаго, ограничиваясь только спорадическими указаніями на необходимость системы въ трактуемыхъ наблюденіяхъ, а иногда и на самый характеръ желательной системы.

То обстоятельство, что г. Маркову не удалось въ достаточной мѣрѣ удовлетворить двумъ послѣднимъ изъ трехъ указанныхъ мной требованій, въ значительной мѣрѣ понижаетъ научное достоинство его труда и можетъ быть разсматриваемо, какъ очень серьезный упрекъ автору. Нѣкоторымъ извиненіемъ ему можетъ, однако, служить значительная трудность задачи: физическая жизнь озера представляется результатомъ весьма большого числа факторовъ, которыми, съ одной стороны, являются физическія свойства воды, съ другой стороны, вѣшнія вліянія, каковы—исоляція, климати-

ческія и орографическія особенности окружающей мѣстности, вліяніе притоковъ, придонныхъ ключей, термическихъ свойствъ дна и т. п.

Найти цѣлесообразные приемы изслѣдованія озеръ вообще, а систематическаго изслѣдованія въ особенности, значить найти такіе приемы, при которыхъ возможно было бы выяснитъ значеніе каждаго изъ факторовъ, вліяющихъ на физическую жизнь озера, въ отдѣльности. Это, однако, является трудной задачей при той сложной взаимной зависимости, которая существуетъ между отдѣльными факторами, при чемъ количественный характеръ этой зависимости не выясненъ сколько-нибудь удовлетворительно. Поэтому, какъ ни важенъ указанный недостатокъ трактуемой работы, но онъ едва-ли можетъ имѣть рѣшающее значеніе при оцѣнкѣ ея достоинства.

Послѣ этихъ общихъ замѣчаній перехожу къ частностямъ.

Трудъ г. Маркова состоитъ изъ краткаго введенія, двухъ большихъ главъ, изъ коихъ первая посвящена вопросу о рельефѣ озера и его бассейна, а вторая—термикъ озера, и 220 страницъ таблицъ, въ которыхъ собранъ имѣющійся наблюдательный матеріалъ для в. большого числа озеръ земного шара.

Во всякомъ сочиненіи, а тѣмъ болѣе, въ сочиненіи, посвященъ до нѣкоторой степени характеръ руководства (этотъ характеръ хотѣлъ придать своему труду г. Марковъ, о чемъ онъ и упоминаетъ въ предисловіи), имѣетъ прежде всего цѣлу ясность и точность изложенія. Этимъ, однако, г. Марковъ похвалиться не можетъ; примѣровъ неясностей изложенія у автора довольно много и таковыми могутъ служить хотя бы описанія способовъ опредѣленія положенія точки, въ которой опредѣляется глубина озера (стр. 6—способъ 3, стр. 7—способъ 5 и 6, стр. 9—способъ 9, а также вся 28-ая страница, на которой изложенъ вопросъ объ отношеніи между площадью и периметромъ озера). Второе требованіе, которому долженъ удовлетворять ученый трудъ—это научная строгость и точность изложенія. И въ этомъ отношеніи авторъ иногда грѣшитъ: напр., онъ часто употребляетъ неопозволительное выраженіе „количество силы“, „термическая сила“ говоритъ, напр., такую фразу—„измѣненія объема и поверхности (озера) въ случаѣ колебанія уровня *равны*“; на стр. 68 даетъ совершенно неправильное опредѣленіе количества тепла, заключающагося въ данномъ количествѣ воды при опредѣленной температурѣ; на стр. 72 говоритъ о произведенныхъ Улэ опре-

дѣленіяхъ температуры воздуха и воды при помощи термометра съ зачерненнымъ шарикомъ и видимо соглашается съ возможностью такого невозможнаго опредѣленія и самаго выраженія; къ тому же разряду недочетовъ можно отнести выраженія: „проявленія двухъ противоположныхъ силъ—полученія и отдачи тепла“, „количество холода“ и т. п. Эти и подобные имъ недочеты могутъ быть извинены только тѣмъ, что авторъ не имѣетъ высшаго математическаго образованія, и что въ сочиненіяхъ по географіи общей, а иногда и физической, попадаются иногда еще и не такія выраженія. Это своего рода болѣзнь, переходное явленіе, пережитое и переживаемое естественнoисторическими науками, когда онѣ выступаютъ на путь точнаго физико-механическаго знанія и начинаютъ примѣнять у себя строгіе приемы изслѣдованія и термны этого послѣдняго знанія. Въ такія переходныя для науки времена грѣшили въ указанномъ отношеніи даже признанные авторитеты.

Переходя къ сущности трактующей работы, я долженъ сказать, что трудъ г. Маркова представляетъ значительный интересъ. Авторъ нарисовалъ въ достаточной мѣрѣ ясную картину нашихъ современныхъ познаній о рельефѣ и термикѣ озеръ, во многихъ случаяхъ онъ достаточно разобрался въ существующихъ приемахъ изслѣдованій въ этомъ направленіи и критически ихъ оцѣнилъ. Изъ труда автора читатель можетъ вывести достаточно наглядное представленіе о томъ, что сдѣлано до сихъ поръ по трактующему вопросу. Картина эта, правду говоря, заключаетъ въ себѣ мало отраднаго: изслѣдованія озеръ носятъ въ огромномъ большинствѣ случайный характеръ, страдаютъ отсутствіемъ цѣлесообразности и системы, и г. Маркову можно поставить въ заслугу, что онъ имѣлъ терпѣніе разобрать весь этотъ матеріалъ и оцѣнить его по достоинству. Правда, при этомъ грѣшилъ и самъ авторъ и далъ мало положительнаго въ смыслѣ исправленія системы изслѣдованія озеръ, но я не могу не согласиться съ уважаемымъ проф. А. И. Воейковымъ въ томъ, что книга г. Маркова принесетъ значительную пользу лицамъ, которыхъ такъ или иначе интересуетъ вопросъ объ озерахъ. Кромѣ того, принимая во вниманіе трудолюбіе автора, его обширное знакомство съ географическимъ матеріаломъ, а также проявленную имъ способность критически разбираться въ трактующихъ имъ вопросахъ, можно надѣяться, что дальнѣйшіе его труды будутъ болѣе совершенны.

Въ силу всего вышензложеннаго я полагаю бы возможнымъ считать разбираемый трудъ удовлетворяющимъ своему назначенію и допустить г. Маркова къ публичной защитѣ этого труда для получения степени магистра общей географіи.

Проф. **И. Косоноговъ.**

Съ рецензіей профессора И. И. Косоногова исполнѣ согласенъ.

Проф. **П. Армашевскій.**

Современное состояніе психофизической проблемы.

Психофизическая проблема или проблема связи души и тѣла въ настоящее время является одной изъ наиболѣе центральныхъ темъ, вокругъ которыхъ вращается современное философское творчество. Кто слѣдитъ за русской философской мыслью, тотъ, пожалуй, едва ли согласится съ этимъ,—но чтеніе повременныхъ философскихъ журналовъ, издающихся въ Западной Европѣ и особенно въ Германіи, убѣждаетъ въ томъ, что психофизическая проблема привлекаетъ къ себѣ особенное вниманіе современныхъ мыслителей. Однако, разобраться въ движеніи философской мысли, поскольку оно вылилось въ разработкѣ указанной проблемы, отдать себѣ отчетъ въ борьбѣ мнѣній и занять опредѣленную позицію по отношенію къ тѣмъ или инымъ теоретическимъ построеніямъ въ данномъ направленіи—является дѣломъ очень нелегкимъ въ виду того, что литература по этому вопросу чрезвычайно разбросана.

Въ этомъ отношеніи очень цѣннымъ является недавно появившійся трудъ проф. Busse—*Geist und Körper, Seele und Leib*, дающій возможность ознакомиться съ основными теченіями философской мысли въ разработкѣ психофизической проблемы. Но въ виду значительнаго объема книги Busse и недоступности ея для многихъ русскихъ читателей, незнакомыхъ съ нѣмецкимъ языкомъ, мы считаемъ не лишнимъ дать краткій очеркъ современнаго состоянія психофизической проблемы.—Мы не будемъ, конечно, останавливаться на деталяхъ,—но все таки подробно изложимъ основные пункты проблемы. Считаю необходимымъ замѣтить, что, слѣдуя

въ общемъ книгѣ Busse, мы во многихъ мѣстахъ излагаемъ вопросъ по другимъ авторамъ, принимавшимъ участіе въ разработкѣ вопроса о душѣ. Нѣкоторыя же главы (особенно это надо сказать о теоріи причинности, которой Busse удѣляетъ мало мѣста) излагаютъ матеріалъ, не использованный Busse.

Въ свое время въ Россіи особенной популярностью пользовалось то рѣшеніе психофизической проблемы, которое носитъ названіе матеріализма. Согласно этому пониманію связи души и тѣла, душа является или физическимъ явленіемъ (душа есть матерія, душа есть движеніе) или же *продуктомъ*, дѣйствіемъ физическихъ явленій. Разумѣется, при такомъ пониманіи психическаго, какое устанавливалъ матеріализмъ, въ проблемѣ связи души и тѣла было такъ же мало загадочнаго и непонятнаго, какъ, напримѣръ, въ проблемѣ связи тепловыхъ и механическихъ процессовъ. Но матеріализмъ, бывшій, конечно, ничѣмъ инымъ, какъ философскимъ недоразумѣніемъ, давно уже вымеръ,—и главнымъ результатомъ побѣды надъ матеріализмомъ нужно считать распространеніе той идеи, что психическое бытіе, имѣя признаки, рѣзко отличающіе его отъ матеріальнаго міра, обладаетъ вмѣстѣ съ тѣмъ независимостью. Эта идея, какъ ясно само собою, не только не устраняла психофизической проблемы, но именно съ особенной настойчивостью выдвигала ее. Первичнымъ, эмпирически даннымъ фактомъ является то, что душа связана съ тѣломъ,—и какъ бы гносеологія ни освѣщала вопросы о природѣ духа и матеріи, все таки въ объясненіи нуждается тотъ фактъ, что „эта данная душа соединена именно съ этимъ тѣломъ“ ¹⁾ и составляетъ съ нимъ то эмпирическое единство, въ которомъ каждый самъ по себѣ увѣренъ.

Съ уничтоженіемъ матеріализма и признаніемъ независимости духа, осталось всего двѣ возможности истолкованія связи души и тѣла: либо возможно признать, что душа и тѣло (или вообще двѣ сферы бытія—духъ и матерія) находятся въ причинномъ взаимодействіи или же можно не признавать этого. Если не признавать возможности причинныхъ связей между душой и тѣломъ, то остается

¹⁾ Schuppe. Der Zusammenhang von Leib und Seele S. 2.

всего одинъ способъ истолкованія факта связи души и тѣла—именно признать параллелизмъ душевныхъ и тѣлесныхъ (въ частности нервныхъ) процессовъ. Такимъ образомъ in abstracto психофизическая проблема можетъ имѣть всего два рѣшенія—либо параллелизмъ либо признаніе причиннаго взаимодействія. Впрочемъ въ дальнѣйшемъ мы увидимъ, что такая формулировка не вполне соответствуетъ дѣйствительности, что правильнѣе было бы сказать: при *научномъ* рѣшеніи вопроса о связи души и тѣла возможно либо признавать психофизическую причинность либо отрицать ее и признавать замкнутую причинную цѣпь физическаго и психическаго рядовъ. Чтобы сдѣлалось понятнымъ, почему дѣло такъ обстоитъ именно при научномъ истолкованіи психофизической проблемы, достаточно вспомнить, что существуетъ цѣлый рядъ мыслителей—защитниковъ „научной“ философіи,—отрицающихъ возможность метафизическихъ построеній, метафизическихъ дополненій къ даннымъ опыта. Поэтому многіе, не считая возможнымъ признать причинную связь между психическими и тѣлесными процессами, не считаютъ вмѣстѣ съ тѣмъ возможнымъ говорить и о параллелизмѣ этихъ процессовъ, такъ какъ единственно на что уполномочиваетъ опытъ, по мнѣнію этихъ мыслителей,—это признать независимость причинныхъ рядовъ психическаго и физическаго. Если иные мыслители (какъ напр. Эббингаузъ, Паульсенъ, Геймансъ и др.) и защищаютъ теорію параллелизма, то у нихъ дѣло идетъ не о параллелизмѣ онтологическомъ—т. е. о параллелизмѣ самихъ процессовъ, а только о *параллелизмѣ нашего воспріятія* двухъ рядовъ явленій. Иначе говоря, по мнѣнію иныхъ противниковъ теоріи взаимодействія, *нервные и психическіе процессы не совершаются, а только воспринимаются нами параллельно*. Вотъ почему, по нашему мнѣнію, нельзя говорить, что при рѣшеніи психофизической проблемы возможны всего двѣ теоріи—теорія параллелизма и теорія взаимодействія. Болѣе соответствующимъ фактамъ было бы говорить (какъ это мы убѣдимся въ дальнѣйшемъ) о теоріи, признающей возможность взаимодействія, и теоріи, не признающей этого взаимодействія.

Буссе ¹⁾, изслѣдуя вопросъ объ „истинномъ“ и „не истинномъ“ параллелизмѣ, приходитъ однако къ справедливому выводу, что параллелизмъ не можетъ быть не метафизическимъ, такъ какъ,

¹⁾ Busse 67—86.

основываясь, главнымъ образомъ, на невозможности психофизической причинности, онъ исходитъ изъ такихъ аргументовъ, какъ признаніе замкнутой естественно-научной причинности. Конечно это послѣднее положеніе отнюдь не можетъ быть признано опытнымъ положеніемъ; выходя за предѣлы опыта и вмѣстѣ съ тѣмъ вліяя на самое истолкованіе опыта,—т. е. не могущее ни быть доказаннымъ, ни опровергнутымъ опытомъ, это положеніе является чисто метафизическимъ, а слѣдовательно всѣ тѣ выводы, какіе дѣлаются изъ него, не могутъ быть признаны имѣющими только эмпирической характеръ. Въ силу этого точка зрѣнія такъ наз. эмпирическаго параллелизма, если она основывается на такихъ утвержденіяхъ, какъ принципъ замкнутой естественно-научной причинности, по существу содержитъ въ себѣ логическое противорѣчіе (и это особенно надо сказать про Вундтовскій „принципъ эмпирическаго параллелизма“, формулируемый имъ въ Психологіи) ¹⁾.

Мы уже упомянули, что противниками теоріи взаимодѣйствія являются мыслители, очень различно понимающіе теорію параллелизма, которую имъ приходится защищать, выступая противъ теоріи взаимодѣйствія. Поэтому мы, прежде всего, укажемъ на главные типы параллелистическихъ теорій. Упомянемъ, прежде всего, о томъ типѣ параллелизма, который въ настоящее время встрѣчается очень рѣдко, который, однако, сыгралъ въ исторіи мысли громадную роль. Мы говоримъ о спинозизмѣ. Его основной чертой является *реализмъ*, переходящій въ *дуализмъ*: для Спинозы, главнаго представителя такого пониманія, физическое и психическое, по характеру своего бытія, *равноцѣнны* и одинаково реальны (если не смотрѣть конечно на атрибуты, какъ на формы нашего мышленія, субъективныя построенія, — какъ это думали Тренделенбургъ и Эрдманнъ; пониманіе ихъ достаточно опровергнутое, теперь уже не раздѣляется историками философіи ²⁾). Дуализмъ у Спинозы превращается въ *монизмъ* субстанціи, атрибутами которой являются „мышленіе и про-

¹⁾ Что же касается до такого пониманія параллелизма, при которомъ онъ вытекаетъ не изъ принципа замкнутой причинной цѣпи физическаго ряда, а изъ гносеологическихъ данныхъ,—то эта форма его, не содержащая по существу противорѣчій, тоже не можетъ быть удержана, какъ это выяснится изъ дальнѣйшаго изложенія.

²⁾ См. объ этомъ Kuno-Fischer Gesch. d. n. Phil. B. II. S. 389, ff. Виндельбандъ. Исторія новой философіи. Стр. 170. Фалькенбергъ. Исторія новой философіи 116.

тяженіе“. Однако, какъ извѣстно, Спинозѣ не удалась попытка уяснить единство субстанціональнаго бытія того, что распадается атрибутивно на два ряда явленій,—и по отношенію къ нему можно признать правильными слова Штумфа въ его рѣчи на международномъ психологическомъ конгрессѣ въ Мюнхенѣ: „единая субстанція, которая должна раскрываться въ двухъ атрибутахъ протяженія и мышленія, является только *словомъ*, которое выражаетъ потребность избѣжать дуализма, но въ дѣйствительности не устраняетъ его“¹⁾. Понятно поэтому, что защитники спинозовскаго реалистически-монистическаго параллелизма особенное вниманіе обратили на то, чтобы уяснить субстанціональное единство физическаго и психическаго. Со временъ Фехнера у психологовъ въ большомъ ходу примѣненіе для этого *образовъ*, которые должны уяснить единство двусторонняго бытія (такъ называемая *Zweiseitentheorie*). Однако значеніе *такихъ* попытокъ раскрыть единство бытія, само собою разумѣется, невелико, и ихъ вполне правильно оцѣниваетъ Риккертъ, говоря, что они оказываютъ такую же плохую услугу параллелизму, какъ и знаменитый матеріалистическій образъ Фохта—матеріализму. Но если образы не пригодны, какъ философскіе аргументы, то мнимою оказалась и цѣнность ихъ для истолкованія самой *возможности* единства. Въ типичномъ примѣрѣ Фехнера психическое и физическое признаются такими же двумя сторонами „единого“, какъ выпуклое и вогнутое являются двумя сторонами одной кривой линіи. Но ясно, что на ряду съ двумя сторонами приходится признать нѣчто третье, которое уже не является ни психическимъ ни физическимъ, такъ какъ кривая линія *имѣетъ* выпуклую и вогнутую сторону, но сама не есть ни то ни другое. Такимъ образомъ, признавая теорію двусторонности (*Zweiseitentheorie*) и допуская нѣчто третье, связующее эти двѣ стороны въ нѣчто единое, мы не уничтожаемъ дуализма: вѣдь вогнутое и выпуклое, существуя не сами по себѣ, а только въ линіи, все таки различны,—и образъ Фехнера не объясняетъ „почему вещи, которыя такъ различны, все же суть стороны одного и того же единого“ (Слова Ремке. Цит. по Buasse p. 138). Чтобы выйти изъ такого затрудненія, говорили (Фехнеръ, Лассвицъ, Адикесъ), что обѣ стороны едины сами по себѣ, безъ всякаго третьяго, что то, что съ одной стороны представляется,

¹⁾ Stumpf. Leib und Seele. S. 16.

какъ нервный процессъ, есть въ *то же время* психическій процессъ. Но это приравниваніе двухъ одному (два процесса есть въ то же время одинъ процессъ), хотя дѣлаетъ возможнымъ монизмъ, но совершенно уничтожаетъ, какъ это указалъ Ремке ¹⁾, различіе психическаго и физическаго. Такимъ образомъ, можно либо признавать на ряду съ двумя сторонами нѣчто третье—въ такомъ случаѣ не удастся устранить дуализмъ,—либо отрицать это „третье“,—но въ такомъ случаѣ, пренебрегая различіями двухъ сферъ бытія, совершаютъ ту же ошибку, какую допускали матеріалисты. Приходится поэтому признать, что *точка зрѣнія реалистически-монистическая не можетъ быть признана удовлетворительной позиціей*.

Особенностью и преимуществомъ реалистическаго параллелизма является то, что на почвѣ его дѣйствительно можно говорить о *параллелизмѣ процессовъ* (нервныхъ и психическихъ). Благодаря этой особенности, удается отвѣтить на вопросъ о связи данной души съ даннымъ тѣломъ,—такъ какъ нервные и психическіе процессы въ дѣйствительности совершаются параллельно. Однако, на точкѣ зрѣнія реализма очень трудно остановиться въ виду гносеологической спорности ея. Большинство современныхъ мыслителей частично или вполне феноменалисты, т. е. видятъ либо въ матеріальныхъ либо и въ матеріальныхъ и психическихъ процессахъ только *явленія*, которые существуютъ только эмпирически, т. е. будучи кѣмъ нибудь, какимъ нибудь сознаниемъ воспринимаемы. Болѣе стройная точка зрѣнія несомнѣнно—у чистыхъ феноменалистовъ, уничтожающихъ трансцендентность какъ субъекта такъ и объекта: и матеріальный и психическій міръ онтологически равноцѣнны,—и потому логически возможно говорить о „параллелизмѣ“ двухъ рядовъ. Между тѣмъ для частичныхъ феноменалистовъ, отрицающихъ трансцендентность объекта, но признающихъ, что въ субъектѣ раскрывается „дѣйствительность сама по себѣ“, приходится признать „параллелизмъ“ между двумя совершенно неравноцѣнными рядами—между вещью въ себѣ и явленіемъ. Въ какомъ смыслѣ здѣсь можно говорить о параллелизмѣ? Реально совершаются процессы, по природѣ своей психическіе,—но, будучи восприняты чѣмъ нибудь сознаниемъ, эти процессы воспринимаются, какъ матеріальные процессы. Реально этихъ матеріальныхъ процессовъ *нѣтъ*: они существуютъ

¹⁾ Busse p. 140.

постолько, поскольку они воспринимаются чѣмъ нибудь сознаніемъ. Поэтому нужно считать просто недоразумѣніемъ, если напр. Паульсенъ, Геймансъ и др. говорятъ о параллелизмѣ—они признають, въ сущности, нѣчто другое. То же надо сказать, и о представителяхъ полного феноменализма (какъ Эббингаузъ), гносеологическую точку зрѣнія которыхъ можно было бы также характеризовать какъ *эмпирический дуализмъ*. Оба ряда явленій не совершаются параллельно—такъ какъ реально они не существуютъ¹⁾. Поэтому о параллелизмѣ здѣсь не можетъ быть рѣчи. Эргардтъ (*Psychophysische Parallelismus und Erkenntnisstheoretische Idealismus*. S. 4) говоритъ по этому поводу совершенно справедливо: „если параллелизмъ можетъ имѣть смыслъ, то онъ долженъ быть мыслимъ *реалистически*; необходимая предпосылка параллелизма—это признаніе реальности психическихъ и матеріальныхъ процессовъ“. Къ сожалѣнію, защитники идеалистической гносеологіи не сознають этого и утверждаютъ, что они развиваютъ именно теорію параллелизма. Всѣ ихъ попытки доказать, что ихъ пониманіе связи душевныхъ и тѣлесныхъ процессовъ—параллелистическое, оказались несостоятельны, но чтобы дать понятіе о современныхъ параллелистическихъ конструкціяхъ, мы остановимся на этомъ. Особенно тщательно-продуманную конструкцію далъ Геймансъ. Пусть психическій процессъ, происходящій въ С, наблюдается В; В представляетъ себѣ процессъ въ С, какъ мозговой процессъ; но надъ В наблюдаетъ А,—и тотъ актъ представленія у В, когда В наблюдаетъ въ С мозговой процессъ, для А самъ представляется какъ мозговой процессъ. Явленіе въ В, такимъ образомъ, есть „наблюденіе“, „психическое“ явленіе, если мы не обращаемъ вниманія на *содержаніе* этого наблюденія и отвлекаемся отъ него (иначе—оно будетъ „психическимъ“ съ точки зрѣнія А); если же мы возьмемъ наблюденіе В съ точки зрѣнія его *содержанія*, то оно будетъ принадлежать физическому ряду (такъ какъ для идеалистической гносеологіи представленіе мозгового процесса и будетъ тѣмъ, что наивный реализмъ называетъ „мозговымъ процессомъ“). Если мы

¹⁾ Надо отмѣтить, что въ то время, какъ Паульсенъ и Геймансъ настойчиво стоятъ за параллелизмъ, Эббингаузъ противъ термина „параллелизмъ“, такъ какъ его теорія исчерпывается отрицаніемъ взаимодѣйствія. „Двойственность *обнаруженія*—дѣйствительна, говоритъ онъ (*Grundzüge der Psychologie* S. 47),—и только въ этомъ смыслѣ можно говорить о параллелизмѣ.

говоримъ о *представленіи* мозгового процесса, мы говоримъ о психическомъ явленіи,—а если говоримъ о представленіи *мозговою процессомъ*—то дѣло идетъ о мозговомъ процессѣ. Въ дѣйствительности былъ актъ *единный*,—но у насъ онъ разбивается на два ряда въ зависимости отъ того, отвлекаемся ли мы отъ содержанія или отъ субъекта—и становится то психическимъ, то физическимъ. Параллелизмъ существуетъ, такимъ образомъ, между *явленіемъ* (поскольку дѣло идетъ о содержаніи) и представленіемъ этого явленія (поскольку дѣло идетъ о самомъ актѣ представленія (Das Vorstellen). Теперь ясно, что Геймансъ прошелъ *мимо* психофизической проблемы, такъ какъ параллелизмъ долженъ существовать между мозговымъ процессомъ у С и психическимъ актомъ у *того же* С¹⁾.

Геймансъ, пытаясь представить параллелистическую конструкцію, сталъ говорить совсѣмъ не о ней,—а объ извѣстномъ гносеологическомъ фактѣ, который такъ хорошо сформулировалъ Вундтъ, говоря, что одинъ и тотъ же опытъ (въ составъ котораго, по терминологіи Вундта, входятъ „объекты представленія“) разбивается на двѣ сферы опыта лишь потому, что у насъ возникаютъ гипотезы субъекта и объекта, по отношенію къ которымъ одинъ и тотъ же отрывокъ опыта разбивается на міръ внутренний и внѣшній. Самъ Вундтъ изъ этого, какъ и Геймансъ, постулировалъ необходимость параллелизма, причемъ (въ Системѣ философіи) онъ считаетъ неизбѣжнымъ признаніе параллелизма при признаніи его теоріи познанія (Syst. d. Phil. 601, рус. пер. 374). Ошибка здѣсь ясна. При обсужденіи психофизической проблемы дѣло идетъ *не объ одномъ и томъ же опытѣ*, который представляется то какъ внѣшній, то какъ внутренний. Наоборотъ, то, что является внѣшнимъ опытомъ по отношенію къ душевнымъ процессамъ, есть нервный процессъ, *никогда не могущій быть воспринятымъ тѣмъ же субъектомъ*, который переживаетъ душевные процессы, параллельные этимъ нервнымъ

¹⁾ Busse, 149. Ошибка Гейманса въ томъ, что онъ на мѣсто параллелизма между какимъ нибудь представленіемъ у меня и тѣмъ внѣшнимъ воспріятіемъ этого представленія, которое для другого представится какъ мозговой процессъ, говоритъ о томъ, что мое представленіе, взятое со стороны субъекта, есть психическое явленіе,—взятое же со стороны содержанія—физическое явленіе. Такимъ образомъ, здѣсь констатируется фактъ гносеологической двойственности нашихъ переживаній, а не фактъ параллелизма представленія и мозгового процесса, какъ внѣшняго обнаруженія его.

явленіямъ. Да если бы даже онъ и воспринималъ свои нервныя процессы, то это, какъ справедливо указываетъ Буссе (152), будутъ уже другіе душевныя процессы. Положимъ я переживаю психическій процессъ *a*; это *a*, будучи мной воспринято при помощи внѣшнихъ чувствъ, будетъ нервнымъ процессомъ *a'*; мое воспріятіе нервного процесса (*a'*) не будетъ, конечно, *одновременно* съ *a* (См. подробнѣе объ этомъ у Буссе 152) и потому будетъ уже *новымъ* представленіемъ, *новымъ* переживаніемъ. Психофизическая проблема и состоитъ въ опредѣленіи отношеній этихъ *двухъ* (въ данномъ случаѣ послѣдовательныхъ) опытовъ.

Ближе касаться идеалистическихъ конструкцій и ихъ трудностей я, въ виду условій мѣста, не буду и отсылаю интересующихся къ Буссе (146—162).

Что психофизическая проблема совсѣмъ не можетъ быть понята такъ, какъ ее понялъ Геймансъ и кое гдѣ въ своихъ работахъ Вундтъ, это прекрасно сознали Паульсенъ и Эббингаузъ. Они сознали, что дѣло идетъ не о разложеніи одного и того же явленія на два ряда съ точки зрѣнія субъекта и объекта,—что дѣло идетъ о *двухъ опытахъ*, и на этомъ они и основываютъ свой *гносеологическій* аргументъ въ защиту параллелизма.

Мы видѣли, что о параллелизмѣ *процессовъ* нервныхъ и душевныхъ возможно говорить, только стоя на реалистической точкѣ зрѣнія; съ идеалистической же точки зрѣнія можно говорить, какъ мы уже указывали, о *параллелизмѣ воспріятія*. Паульсенъ и Эббингаузъ исходятъ въ своей защитѣ такого пониманія параллелизма изъ того факта, что „одновременно никогда не могутъ быть констатированы реальности внутренняго міра и реальности—мозгъ и нервная система“¹⁾. То же говоритъ и Паульсенъ. Въ черепъ какого нибудь животнаго, увеличенномъ до размѣровъ мельницы можно было бы увидать рядъ физическихъ процессовъ; психическихъ процессовъ, мыслей видно не было бы. Да представленія и не могутъ быть предметомъ наблюденія²⁾.

Чтобы оцѣнить значеніе этого аргумента, мы постараемся изъ него извлечь выводы.—Констатируя тотъ фактъ, что какъ бы ни смотрѣть на нашъ мозгъ, но въ немъ мы всегда будемъ наблюдать

¹⁾ Grundzüge der Psychologie. S. 3.

²⁾ Einleitung in die Philosophie 5. Auf. S. 87, 88.

только физиологическіе процессы, мы констатируемъ то, что способъ и путь изученія такъ называемаго „внѣшняго міра“ иной, чѣмъ „внутренняго міра“,—такъ какъ „увидѣны“, „услышаны“ могутъ быть только реальности внѣшняго міра (Вундтъ излагаетъ это какъ фактъ, что при установленіи причинной связи въ матеріальныхъ процессахъ мы идемъ не тѣмъ путемъ, какъ при установленіи психической причинности; см. объ этомъ ниже). Изъ этого факта дѣлаютъ выводъ, что взаимодействіе между двумя рядами, которые познаются такъ, что констатируя одинъ рядъ мы не констатируемъ другого,—невозможно. Однако ясно, что изъ этого факта, который безъ сомнѣнія правильно констатированъ, *вовсе не слѣдуетъ*, что физическій рядъ *можетъ* быть познанъ *per se*,—и непрерывность физическаго ряда, необходимая для этого, есть только *гипотеза*. Да если бы мы и признали независимость обоихъ рядовъ и говорили о параллелизмѣ воспріятія нервныхъ и душевныхъ процессовъ, то мы все таки не рѣшили бы психофизической проблемы, которая состоитъ въ томъ, что душа *связана* съ тѣломъ.

Реалистическій параллелизмъ процессовъ объясняетъ *связь* души и тѣла, такъ какъ соотвѣтственно матеріальной индивидуальности, соотвѣтственно матеріальному *организму*, на психической сторонѣ мы имѣемъ *душу*, психическую индивидуальность. При параллелизмѣ процессовъ воспріятія обоихъ рядовъ дѣло идетъ лишь о замкнутыхъ причинныхъ рядахъ, а *связь* души и тѣла совершенно не объясняется. Поэтому въ указанной формѣ параллелизма констатируется лишь *гносеологическое* положеніе о независимости рядовъ, но психофизическая проблема, вопросъ о *связи* души и тѣла не рѣшается.

Если при реалистическомъ параллелизмѣ нервные и психическіе процессы текутъ параллельно, то самый фактъ связи наглядно констатируется образомъ параллельныхъ линій, которыя все время находятся въ *одной плоскости*. При томъ же параллелизмѣ, который исчерпывается констатированіемъ независимости причинныхъ рядовъ, эти линіи (символически рисующіе эмпирическіе процессы) *могутъ находиться въ разныхъ плоскостяхъ*,—и эмпирический фактъ неизмѣнной связи данной души съ даннымъ тѣломъ остается безъ истолкованія.

У Паульсена анализируемый идеалистическій параллелизмъ усложняется тѣмъ *метафизическимъ* аргументомъ, что внѣшній міръ

(mundus sensibilis) есть лишь *явленіе*,—воспріятіе міра реального (mundus intelligibilis). По Паульсену mundus sensibilis = mundus intelligibilis ¹⁾. Но этотъ аргументъ имѣетъ лишь силу для сторонниковъ метафизики Паульсена; и стоя даже на его точкѣ зрѣнія, можно не признавать, что mundus sensibilis = mundus intelligibilis, можно думать, что „дѣйствительность сама по себѣ“ *можетъ* лишь частично становиться констатируемой при помощи внѣшнихъ чувствъ, т. е. частично становиться явленіемъ и потому этотъ рядъ явленій, фрагментарныхъ по существу *можетъ* быть въ такомъ (*логически допустимомъ*) случаѣ и не объясненъ *per se*. Придется тогда постулировать на мѣсто отсутствующихъ въ причинномъ ряду звеньевъ тѣ реальные процессы, которые почему нибудь не могутъ быть нами восприняты, т. е. не могутъ стать явленіями. Логически противорѣчиваго въ такой концепціи нѣтъ ничего,—и факты также ей нисколько не противорѣчатъ, такъ какъ вѣдь еще никто не *установилъ* какъ факта, что причинная цѣпь физиологическихъ процессовъ въ нервной системѣ непрерывна ²⁾! Поэтому, если Паульсенъ и Геймансъ, желая объяснить фактъ связи души и тѣла, признаютъ душу „дѣйствительностью самой по себѣ“, которая феноменально является какъ тѣло, и изъ этого дѣлаютъ выводъ, что физическій рядъ непрерывенъ,—то ясно, что этотъ выводъ былъ бы неизбеженъ, если бы было доказано равенство mundus sensibilis = mundus intelligibilis. Такъ какъ доказать этого, конечно, нельзя, то очевидно, что метафизическій аргументъ Паульсена самъ опирается на гипотезу непрерывности, замкнутости физическаго ряда. Иными словами,—предпосылка замкнутой причинной цѣпи физическаго ряда и метафизическое положеніе, признающее, что все, что происходитъ реально, *можетъ* происходить и феноменально,—оба этихъ аргумента имѣютъ одинъ и тотъ же смыслъ, т. е. являются *однимъ аргументомъ*.

Признавать матеріальные процессы только „явленіями“, имѣющими въ основѣ реальные процессы психическаго характера, и при-

¹⁾ Noch ein Wort zur Theorie des Parallelismus 1. (Цит. по Busse 168—9).

²⁾ Къ сожалѣнію, многіе, даже крупные мыслители и ученые не проводятъ должнаго различія между фактическимъ и гипотетическимъ матеріаломъ въ психофизической проблемѣ. Таковъ Вундтъ (Phil. Stud. X. 34), Юдль (см. Busse, 186).

знавать, что *все реальные процессы* могут быть восприняты, т. е. быть въ то же время матеріальными явленіями,—не значить ли это признавать въ то же время, что, устанавливая причинную связь матеріальныхъ процессовъ, мы получимъ непрерывную цѣпь, такъ какъ все реальныя звенья выражены соответственными имъ „явленіями“? Въдь если бы какое нибудь реальное звено не было представлено матеріальнымъ явленіемъ, то непрерывной причинной связи установить мы не могли бы. Такимъ образомъ ясно, что, признавая возможность всякаго реального процесса существовать въ то же время какъ матеріальное явленіе, мы въ сущности иными только словами выражаемъ положеніе, что причинная связь матеріальныхъ процессовъ замкнута. Значеніе этого послѣдняго аргумента мы разберемъ нѣсколько ниже, а теперь для насъ важно установить, что и аргументъ гносеологическій (состоящій въ томъ, что изучая матеріальные процессы мы нигдѣ не наталкиваемся на душевные и наоборотъ) и метафизическій (что все, что происходитъ реально, происходитъ и феноменально—матеріально) могутъ имѣть значеніе при рѣшеніи психофизической проблемы лишь тогда, когда показана справедливость естественнонаучнаго аргумента, что причинная цѣпь матеріальныхъ процессовъ замкнута, такъ какъ это одинъ и тотъ же аргументъ, лишь выраженный различно.

Теперь для насъ ясно, насколько правъ Паульсенъ, утверждая, что всякій, кто стоитъ на точкѣ зрѣнія гносеологическаго идеализма, вмѣстѣ съ тѣмъ неизбежно приходитъ къ параллелизму¹⁾. Доказываетъ онъ это съ помощью указанія, что происходитъ реально, можетъ происходить и феноменально, т. е., какъ мы видѣли, съ помощью гипотезы замкнутой причинной связи. Иначе говоря, онъ доказываетъ связь идеализма съ параллелизмомъ съ помощью того, что нужно доказать,—и Буссе справедливо усматриваетъ въ этомъ *petitio principii* (Busse 166)²⁾.

Признавъ, такимъ образомъ, единственно пріемлемой формой параллелизма реалистическую форму его, мы можемъ перейти къ обсужденію основныхъ аргументовъ въ пользу параллелистическаго

¹⁾ См. Busse 168.

²⁾ Буссе (162—174) указываетъ даже, что съ точки зрѣнія идеализма гораздо естественнѣе притти къ теоріи взаимодействія. Ср. также 168—208.

рѣшенія психофизической проблемы. Таковыми слѣдуетъ считать понятіе причинности и принципъ сохраненія энергіи. Оба они, какъ думаютъ противники теоріи взаимодействія, съ неизбѣжностью приводятъ къ принятію независимаго теченія обоихъ рядовъ и къ отрицанію между ними причинной связи. Поэтому остановимся на нихъ.

Проблема причинности имѣетъ нѣсколько различныхъ рѣшеній и является спорной въ теоріи познанія до сихъ поръ; однако для насъ, интересующихся отношеніемъ этой проблемы къ рѣшенію психофизическихъ вопросовъ, незначѣмъ останавливаться на всѣхъ теоріяхъ причинности и входить въ обсужденіе ихъ; мы коснемся лишь тѣхъ теорій причинности, которыя оказали свое вліяніе на психофизику.

Прежде всего остановимся на теоріи причинности раціоналистовъ. Эта теорія причинности, основательно разрушенная Юмомъ, не исчезла однако въ ипыхъ своихъ частяхъ, и потому она заслуживаетъ нашего вниманія. У раціоналистовъ, согласно ихъ общей теоріи познанія, причинныя связи отождествлялись съ логическими (*causa sive ratio*),—и вслѣдствіе этого у раціоналистовъ совершенно элиминировался элементъ времени. Однимъ изъ важныхъ слѣдствій раціональнаго пониманія причинныхъ связей было раздѣленіе причинныхъ связей на *имманентныя* и *переходящія* (*causa immanens et causa transiens*)¹⁾. Различіе между тѣми и другими состояло въ томъ, что всѣ измѣненія одной и той же пребывающей субстанціи суть имманентныя, тогда какъ дѣйствіе одной субстанціи на другую есть дѣйствіе *переходящее*. Какая причинная связь возможна съ логической точки зрѣнія? По мнѣнію раціоналистовъ только первая²⁾. Субстанціи—это вещи, которыя независимы и не имѣютъ ничего общаго съ другими субстанціями; вещи же, которыя не имѣютъ ничего общаго, не могутъ быть поняты одна изъ другой³⁾.

¹⁾ Spinoza. Opera Vol. I Pars. I Prop. XVI. См. Koenig. Die Entwicklung des Causalproblems B. I. S. 84. Kuno-Fischer. Geschichte d. n. Philos. B. II. S. 354.

²⁾ Отсюда и дѣлался выводъ—субстанція можетъ быть только одна. Таковъ смыслъ монизма Спинозы. Ср. Wartenberg. Problem des Wirkens S. 18. Anm.

³⁾ Spinoza Ethica Pars. I Axiom. V.

Если же пониманіе такихъ причинныхъ связей между субстанціями невозможно, то стало быть такихъ связей и не можетъ быть (согласно общей предпосылкѣ раціонализма, что неистинное недѣйствительно),—возможны поэтому только имманентныя причинныя связи. Выражая другими словами эту теорію причинности,—вещи, чтобы быть причинно связанными, должны быть хоть въ чемъ нибудь *однородны*—неоднородныя, несравнимыя явленія, въ силу *логическихъ условій установленія причинныхъ связей*—не могутъ обуславливать другъ друга. Такъ какъ душа и тѣло несравнимы между собой, такъ какъ между непротяженной, нематеріальной душой и протяженной матеріей нѣтъ ничего общаго, то, очевидно, матерія и духъ, душа и тѣло не могутъ стоять въ причинной связи. Въ силу этого *логическій анализъ условій причинныхъ связей приводитъ раціоналистовъ съ неизбежностью къ параллелизму*.

Намъ не зачѣмъ напоминать критику Юма, направленную противъ раціоналистической теоріи причинности. Достаточно припомнить, что главнымъ результатомъ Юмовской критики было уничтоженіе основной формулы раціонализма—*causa sive ratio*. Въ силу этого дѣленіе причинныхъ связей на имманентныя и на трансцендентныя пало само собой. Причинно-связанными явленіями оказываются по Юму явленія, которыя, согласно указаніямъ опыта, съ эмпирическимъ постоянствомъ слѣдуютъ одно за другимъ.

Кантовская разработка теоріи причинности касалась вопроса о происхожденіи и гносеологической цѣнности понятія причинности и нисколько не повліяла на вопросъ о необходимости однородности причины и дѣйствія, такъ что этотъ аргументъ окончательно потерялъ значеніе для современныхъ мыслителей. Однако, оно все таки возрождается подъ другой формой. Вундтъ, аргументируя въ пользу параллелизма ¹⁾ указываетъ на *различіе логическихъ процессовъ при установленіи причинныхъ связей* въ естествознаніи и психологіи. Мы не будемъ сейчасъ касаться ближе характера этого различія, такъ какъ нѣсколько дальше мы еще вернемся къ нему. Отмѣтимъ, однако, что въ этомъ аргументѣ противъ возможности причинныхъ связей между матеріальными и психическими процессами звучитъ старая раціоналистическая мысль о необходимости однородности въ причинныхъ соотношеніяхъ. Въ самомъ дѣлѣ. Пусть мы имѣемъ

¹⁾ Вундтъ. Очеркъ Психологіи. Пер. Паперна, стр. 212.

психическій процессъ *a* и матеріальный процессъ *b*, отношеніе которыхъ мы привыкли считать причиннымъ. Это невозможно съ указанной точки зрѣнія Вундта потому, что, устанавливая связь между матеріальнымъ процессомъ *b* и его предполагаемой причиной, мы употребляемъ такой логическій приѣмъ, который примѣнимъ лишь къ матеріальному же процессу, какъ причинѣ *b*. У насъ же предыдущій членъ—психическій процессъ *a*—можетъ войти въ причинную связь при употребленіи другого логическаго процесса. Идя, такимъ образомъ, отъ *a* къ *b*, мы должны вмѣсто *b* поставить какой нибудь психическій процессъ, а идя отъ *b* къ *a*, мы вмѣсто *a* должны поставить какой нибудь матеріальный процессъ,—т. е. и въ томъ и другомъ случаѣ звенья причинной цѣпи должны быть *однородны* по характеру тѣхъ логическихъ процессовъ, съ помощью которыхъ они включаются въ причинную цѣпь ¹⁾. Не входя въ анализъ такого требованія, укажемъ на его непримѣнимость къ психофизическимъ фактамъ,—такъ, какъ съ точки зрѣнія развитой выше теоріи совершенно невозможно установить *никакого отношенія* между психическимъ и физическимъ. Не только констатированіе причинныхъ связей въ естествознаніи и психологін, но даже и констатированіе *наличности* внутренняго и внѣшняго міра обязано различнымъ логическимъ процессамъ,—и потому логически прямо невозможнымъ представляется для Вундта констатировать самую *связь* физическаго и психическаго.—невозможно и приступить къ истолкованію этой связи. Этимъ сама собою разрушается сила Вундтовскаго аргумента.

Теорія причинности, какъ ее понимаютъ современные мыслители, не препятствуетъ признанію психофизической причинности; но есть попытка такого истолкованія причинныхъ связей въ естествознаніи, которое рѣшительно противится этому. Мы говоримъ о приравниваніи причинныхъ связей въ естествознаніи уравненіямъ энергіи. При признаніи этого двумя путями отрицаютъ психофизическую причинность: 1) указаніемъ на различіе логическихъ процессовъ при установленіи естественно-научной и психической причинной цѣпи и 2) признаніемъ замкнутой причинной цѣпи. Первый путь, какъ мы только что видѣли, приводитъ къ нелѣпости; что же касается второго, то прежде чѣмъ перейти къ нему,

¹⁾ Отсюда Вундтъ и приходитъ къ признанію невозможности психофизической причинности.

остановимся на изложеніи теоріи равенства причинныхъ связей въ естествознаніи съ уравненіями энергіи. При настоящемъ изложеніи мы будемъ исходить изъ статьи В. Вундта въ *Philos. Studien* В. X,—такъ какъ у него единственно мы находимъ полное проведеніе этой точки зрѣнія.

Вундтъ, какъ извѣстно, является сторонникомъ т. наз. актуальнаго пониманія причинныхъ связей, которыя имъ мыслятся не между вещами, не между субстанціями; причинно связанными являются *процессы*. Большимъ достоинствомъ актуальной теоріи причинности, по мнѣнію Вундта, является то, что она даетъ возможность разрѣшить надлежащимъ образомъ конфликтъ между понятіями *причины* и *условіи* (с. 7—8), такъ какъ на мѣсто *качественной* связи между причиной и дѣйствіемъ, при которой причины нельзя выдѣлить изъ ряда условій,—она устанавливаетъ *количественную* связь, *уравненіе причинности*. То изъ условій, которое связано съ дѣйствіемъ въ уравненіи причинности, и есть причина.

Такимъ образомъ, надлежащее установленіе причинныхъ связей въ естествознаніи возможно *лишь при установленіи причинныхъ уравненій*, тогда какъ въ области психической причинности такія уравненія причинности немыслимы,—да и не нужны: въ области психологіи причинная связь не *устанавливается*, а непосредственно переживается. Въ *этомъ и состоитъ ранѣе указанное нами различіе процессовъ мысли* при установленіи причинныхъ связей въ психологіи и естествознаніи.

Какъ же естествознаніе осуществляетъ логическое требованіе установленія причинныхъ уравненій? Приведемъ на этотъ вопросъ отвѣтъ, данный Вундтомъ.—Уравненія механики и механической физики бываютъ двухъ родовъ—уравненія опредѣленія (*Definitionsgleichungen*) и причинныя уравненія. Первые уравненія связываютъ равенствомъ двѣ формулы, различно выражающія одно и то же явленіе,—и понятно, что здѣсь не можетъ быть рѣчи о „причинѣ“¹⁾; во вторыхъ же уравненіяхъ дѣло идетъ о *двухъ* качественно различныхъ явленіяхъ, связанныхъ между собой количественнымъ равенствомъ (13). Причинныя уравненія разбиваются въ свою очередь на *уравненія силъ* (область примѣненія которыхъ—механическіе процессы) и *уравненія энергіи*, „которыя предполагаютъ только экви-

¹⁾ Phil. Stud. X, 12.

валентность процессовъ, причемъ безразлично, могутъ ли быть сведены эквивалентныя величины на однородныя понятія“ (14).— Уравненія энергіи могутъ выступать въ формѣ: 1) *уравненій состоянія*, при которыхъ два процесса могутъ быть отдѣлены промежуткомъ времени и при которыхъ болѣе поздній процессъ будетъ „дѣйствіемъ“ и 2) *уравненій превращенія*, при которыхъ на лицо непосредственный переходъ одной формы энергіи въ другую ¹⁾.

Но „уравненія силъ и уравненія превращенія *могутъ служить* для установленія причинныхъ связей естественныхъ процессовъ (Naturerscheinungen) *только* въ случаѣ признанія положенія, что физическая причинность образуетъ вполне замкнутую область процессовъ“ (28). Это ясно изъ того, что въ уравненіяхъ силъ мы имѣемъ дѣло то съ ускореніями, то съ массами; въ уравненіяхъ превращенія дѣло идетъ о томъ же, такъ какъ безспоренъ фактъ возможности выражать каждую форму энергіи посредствомъ уравненій, присущихъ механическимъ силамъ ²⁾. (Иначе говоря—принципъ замкнутой причинной связи естественныхъ явленій правиленъ, если правильно механическое толкованіе природы).—Немного сложнѣе обстоитъ дѣло съ уравненіями состоянія: ихъ примѣненіе не включаетъ въ себя принципа замкнутой причинной связи физическихъ явленій (30). Можно предположить, что камень поднять на высоту h и на ней неопредѣленное время держится какимъ то чудомъ, а затѣмъ падаетъ. Однако, невозможность вмѣшательства „чуда“ или же психическихъ факторовъ вытекаетъ изъ того, что оба эти фактора не могутъ создавать новыхъ энергій, потребныхъ для упомянутого вмѣшательства (допускаемаго, однако, уравненіемъ состоянія).

Противъ возможности созданія новыхъ формъ энергіи возстаютъ принципъ сохраненія энергіи ³⁾. Почему, однако, можно апеллиро-

¹⁾ Получается слѣдующая система уравненій: уравненія опредѣленія (Definitionsgleichungen), причинныя уравненія

Уравненія силъ	Уравненія энергіи
----------------	-------------------

Уравненія состоянія	Уравненія превращенія.
---------------------	------------------------

²⁾ Фактъ этотъ, выражаемый какъ принципъ эквивалентности, опытно былъ установленъ Джаулемъ и Гирномъ.

³⁾ Отсюда и дѣлалъ заключеніе, что замкнутость естественной причинности вытекаетъ изъ принципа сохраненія энергіи, но Вундтъ считаетъ это

вать къ принципу сохраненія энергіи? Вундтъ соглашается, что принципъ сохраненія энергіи (см. объ этомъ подробнѣе ниже) есть гипотетическое обобщеніе, опирающееся на гипотезы, въ опытѣ не оправдывающіяся, — и потому, чтобы *доказать* справедливость невозможности вмѣшательства психическихъ факторовъ при уравненіяхъ состоянія (напомнимъ, что при уравненіяхъ силы и превращенія мы, прилагая ихъ, опираемся на предпосылку замкнутой причинной цѣпи естественныхъ явленій), — Вундтъ не опирается на принципъ сохраненія энергіи, а указываетъ на „невозможность чуда 1-го и 2-го рода“. Что это за чудеса, мы сейчасъ увидимъ, а пока выдѣлимъ логическій составъ аргументаціи Вундта. Если ему удастся доказать, что „чудеса“ невозможны, то этимъ онъ *докажетъ* правильность (въ предѣлахъ естествознанія) принципа замкнутой естественной причинности, такъ какъ чудомъ онъ называетъ (38) возникновеніе естественныхъ явленій такимъ образомъ, что оно не можетъ быть сведено къ уравненіямъ силъ или превращенія. Если приходится признать, что такое чудо невозможно, что, наоборотъ, *можно* свести все къ уравненіямъ силы и превращенія, то тѣмъ самымъ будетъ доказана состоятельность принципа замкнутой естественной причинности (такъ какъ только въ такомъ случаѣ возможно примѣненіе указанныхъ принциповъ).

Чудомъ перваго рода Вундтъ называетъ созданіе матеріи и энергіи изъ ничего или же уничтоженіе ея. Это чудо невозможно, такъ какъ между каждымъ состояніемъ ограниченной матеріальной системы и ея любымъ состояніемъ передъ тѣмъ *можно* установить уравненіе состоянія. Второе чудо мы имѣемъ, если воля или представленіе человѣка могутъ двинуть руку. Но, устанавливая между двумя состояніями руки (покоя и движенія) уравненіе состоянія, мы должны признать рядъ переходныхъ состояній, которыя между собой будутъ связаны уравненіями силъ и превращеній. Такимъ образомъ, мы примѣняемъ здѣсь уравненія, имѣющія значеніе лишь при замкнутости естественной причинности, — а, слѣдовательно, ея состоятельность (= невозможность чуда второго рода) показана.

неправильнымъ, такъ какъ по Вундту принципъ сохраненія энергіи есть гипотетическое обобщеніе, покоящееся на предложеніяхъ, *однородныхъ* съ принципомъ замкнутой естественной причинности (Syst. d. Phil. 138, рус. пер. 304. См. также Phil. Stud. X 31).

Резюмируя вкратцѣ аргументацію Вундта, мы видимъ, что преобразовывая понятіе причины для цѣлей естествознанія въ понятіе причинныхъ уравненій и показывая, что примѣненіе этихъ уравненій причинности возможно лишь при принципѣ замкнутой естественной причинности,—Вундтъ, повидимому, доказалъ невозможность психофизической причинности. Однако, его *petitio principii* очевидно. Обратимъ вниманіе на доказательство невозможности чуда первого рода (т. к. если невозможно чудо первого рода, т. е. невозможно созданіе энергіи, если между двумя состояніями *всегда* возможны уравненія состоянія, то изъ этого съ неизбежностью вытекаетъ выводъ, что невозможно и второе чудо—т. е. необходимо разлагать переводъ системы изъ одного состоянія въ другое на уравненія силъ или превращенія). Сказать, что созданіе энергіи или уничтоженіе (поглощеніе ея) невозможно и сказать, что между каждымъ состояніемъ системы (относительно котораго мы изслѣдуемъ, не стоитъ ли оно въ связи съ какимъ нибудь психическимъ факторомъ, вносящимъ новое количество энергіи) и ея предыдущимъ состояніемъ *можно* установить уравненіе состоянія,—это значить сказать одно и то же. Если установленіе этого уравненія возможно, то это заставило бы признать невозможнымъ созданіе новой энергіи, такъ какъ это созданіе новой энергіи не могло бы быть выражено уравненіемъ. Но гдѣ же доказательство того, что установленіе уравненій состоянія *всегда* возможно? Доказательства этого нѣтъ,—мы находимъ только голословное положеніе. Его правильность не очевидна: она очевидна только въ томъ случаѣ, если доказано, что новая энергія не можетъ возникать. Но тутъ получается *idem per idem*. Невозможность созданія новой энергіи доказывается тѣмъ, что всегда возможны уравненія состоянія въ анализируемомъ примѣрѣ,—а эти уравненія возможны, потому, что... созданіе новой энергіи невозможно!.. То, что нужно доказать, напередъ здѣсь принимается. Такимъ образомъ, мы вправѣ сказать, что Вундту не удалось доказать невозможность чуда первого рода,—а слѣдовательно и невозможность второго чуда...

Итакъ,—требованія логики устанавливать причинныя уравненія не могутъ быть всегда оправданы и опираются на принципъ замкнутой естественной причинности. Признавать же его—значить однимъ взмахомъ пера уничтожить самую проблему взаимодѣй-

ствія,—которая въ томъ и состоитъ—замкнута или не замкнута естественная причинность ¹⁾?

Подведемъ теперь итоги всему сказанному о теоріи причинности при освѣщеніи психофизической проблемы.—Рационалистическая теорія причинности, принимавшая необходимость *однородности* причинно связываемыхъ процессовъ, не имѣла никакого отношенія къ опыту, тогда какъ критическое понятіе опыта устраняетъ возможность говорить объ однородности процессовъ, какъ они протекаютъ реально; теорія опыта (какъ бы ее ни понимать—идеалистически или реалистически, эмпирически или априорно)—устраняетъ необходимость „однородности“ процессовъ. *Если процессы и однородны, они одинаково не понятны намъ, если намъ хочется понять, какъ это возможно реальное „причиненіе“, если мы хотимъ понять, какъ это одинъ процессъ вызываетъ другой. Если же мы откажемся отъ реалистическаго трактованія причинности и будемъ видѣть въ ней категорію, приносимую нами въ опытъ,—то и тутъ однородность или неоднородность процессовъ не играютъ никакой роли. Поэтому психофизическая причинность съ точки зрѣнія логики возможна.*

Если принимать, что психофизическая причинность невозможна въ силу несравнимости логическихъ операцій при включеніи въ причинную цѣпь матеріальныхъ и духовныхъ процессовъ, то въ такомъ случаѣ, какъ мы видѣли, немыслимо то, что, однако, является фактомъ—именно связь душевныхъ и матеріальныхъ процессовъ (какъ бы ни понималась ихъ природа—см. цитату изъ Шуппе въ началѣ статьи).—Наконецъ, если вмѣстѣ съ Вундтомъ, Юдлемъ, Мюпстербергомъ и Кёнигомъ говорить, что психофизическая причинность излишня, такъ какъ физическій причинный рядъ замкнуть,—то это положеніе, которое вытекаетъ изъ требованія логики (у Вундта)—установить для матеріальныхъ процессовъ причинную эквивалентность,—покоится, какъ мы видѣли, на *petitio principii*, къ болѣе детальному раскрытію котораго мы сейчасъ и перейдемъ. Такимъ образомъ, при современномъ состояніи психофизической

¹⁾ Ср. Буссе 396.

проблемы нѣтъ основаній отрицать логическую возможность психофизической причинности ¹⁾).

Принципъ замкнутой естественной причинности могъ бы быть доказанъ Вундтомъ, если бы имъ была доказана невозможность чуда 1-го и 2-го рода. Но этого, какъ мы видѣли, мы не имѣемъ. Обыкновенно же принципа замкнутой естественной причинности придерживаются въ силу такихъ основаній (ср. Philos. Stud. X. 38). Опытъ естествонаучный состоитъ въ установленіи причинныхъ связей между матеріальными процессами; до сихъ поръ это удавалось. У насъ нѣтъ никакого основанія думать, что могутъ существовать факты, которые противорѣчатъ принятымъ принципамъ (т. е. факты психофизическаго взаимодействія).—Разумѣется, что никто не можетъ отнять у естественныхъ наукъ права обобщать данныя опыта, но, какъ справедливо говорить по этому поводу Буссе, „философія вовсе не обязана склоняться передъ всѣми гипотезами, аксіомами, эвристическими и регулятивными принципами, догматами, убѣжденіями и любимыми представленіями, которые выставляются *во имя* естествознанія“. И если принципъ замкнутой естественной причинности раздѣляется большинствомъ естествоиспытателей, —то можно только сказать, что *желательно* было бы такое рѣшеніе психофизической проблемы, которое не противорѣчило бы этому принципу,—но аргументировать съ помощью указаннаго принципа нельзя. Этого можно желать, къ этому можно стремиться, но основывать на этомъ свои доказательства нельзя!—Укажемъ, что, по справедливому замѣчанію Вундта (Syst. d. Phil. 489, рус. пер. 304), вселенная есть не *опытный фактъ*, а *идея*. Всякія утвержденія,—подобныя принципу замкнутой естественной причинности,—касающіяся *всей* природы, по существу *метафизичны*. Поэтому для отрицающихъ метафизику тѣмъ самымъ отпадаетъ возможность пользоваться указаннымъ аргументомъ. Нельзя также говорить, какъ это дѣлаетъ Вундтъ (P. St. X 38), что онъ, признавая принципъ замкнутой естественной причинности, потому именно и признаетъ принципъ *эмпирическаго* параллелизма. Здѣсь очевидное недоразумѣніе.

¹⁾ Ср. Rickert. Psychophysische Causalität und Psychophysischer Parallelismus S. 86 (Philosophische Abhandlungen Sigwart gewidmet).

Такъ какъ принципъ замкнутой естественной причинности *не годенъ, какъ аргументъ*, то противники теоріи взаимодѣйствія пользуются еще другимъ аргументомъ—о несоединимости принципа сохранения энергіи съ теоріей взаимодѣйствія. Чтобы указать, почему принципъ сохранения энергіи служитъ противъ теоріи психофизической причинности, мы вмѣстѣ съ Вундтомъ и Буссе будемъ различать въ немъ два принципа—принципъ *эквивалентности* и принципъ *постоянства*. Легко видѣть, что эти два принципа—не одно и то же по своему существу: принципъ эквивалентности обоснованъ опытно и можетъ быть формулированъ такъ: всѣ извѣстныя намъ въ природѣ формы энергіи могутъ переходить одна въ другую въ эквивалентныхъ количествахъ такъ, что при всѣхъ превращеніяхъ извѣстныхъ намъ формъ энергіи изъ одной въ другую остается постояннымъ факторъ,—способность переходить въ механическую работу. Компетенція этого принципа ясно указывается его опытнымъ происхожденіемъ: если онъ и говоритъ о количественномъ постоянствѣ указаннаго фактора, то постолько, поскольку дѣло идетъ о превращеніи одной извѣстной намъ формы энергіи въ другую извѣстную намъ форму. Но если вопросъ касается созданія какимъ нибудь новымъ путемъ энергіи или же поглощенія энергіи какой нибудь неизвѣстной намъ сферой бытія,—то принципъ эквивалентности теряетъ свою компетенцію. Иное содержаніе включаетъ въ себя принципъ постоянства энергіи—онъ говоритъ о томъ, что количество всей энергіи, извѣстной намъ въ различныхъ ея проявленіяхъ, остается неизмѣннымъ. Изъ этого принципа слѣдуетъ, что при переходѣ одной формы въ другую энергія не пропадаетъ, что превращенія эти должны быть эквивалентны. Такимъ образомъ, принципъ постоянства включаетъ въ себя принципъ эквивалентности, но не наоборотъ.

Ясно, что принципъ эквивалентности не противорѣчитъ возможности психофизической причинности. Будемъ разсматривать вліяніе психики на нервные процессы какъ фактъ новообразования энергіи, и вліяніе нервныхъ процессовъ на психику какъ уничтоженіе энергіи, возьмемъ такую рѣзкую формулировку психофизической причинности (объ этомъ см. ниже) и посмотримъ, что противъ такой конструкціи можетъ сказать принципъ эквивалентности? Мы уже отвѣтили на этотъ вопросъ раньше, когда излагали этотъ принципъ и указывали на его компетенцію. Добавимъ кстати, что фор-

му. тировка принципа эквивалентности, какъ принципа количественнаго постоянства фактора—способность переходить въ механическую работу—правильно, если прибавляютъ „при извѣстныхъ въ опытѣ превращеніяхъ одной извѣстной намъ энергіи въ другую“. Безъ этой же прибавки указанная формулировка содержитъ въ себѣ принципъ постоянства, а не опытный фактъ, а потому при обсужденіи вопроса о связи принципа эквивалентности съ психофизической причинностью не имѣетъ никакого значенія.

Перейдемъ теперь къ принципу постоянства. Какова его компетенція? Какъ извѣстно изъ механики, этотъ принципъ *доказанъ* строго математически для случая замкнутой („консервативной“) матеріальной системы, на которую не дѣйствуютъ никакія внѣшнія силы. Согласно 3-му закону Ньютона, физика имѣетъ всегда дѣло съ фактами матеріальнаго взаимодействія: всякое движеніе одного тѣла предполагаетъ, по этому закону, движеніе другого тѣла, всякое дѣйствіе есть въ то же время противодействие. Разумѣется, что при принятіи 3-го закона Ньютона, какъ безусловнаго начала не только для неорганической природы, но и для всей природы.—матеріальная природа разсматривается, какъ замкнутое цѣлое, какъ консервативная система. И въ такомъ случаѣ законъ постоянства энергіи, будучи доказанъ для консервативной системы вообще,—имѣетъ значеніе для всей природы. Но это, повторяемъ, правильно только въ случаѣ признанія всей природы консервативной системой, при признаніи безусловнаго значенія 3-го закона Ньютона.—т. е. при предположеніи, что во всякомъ измѣненіи въ матеріальной системѣ мы всегда имѣемъ случаи матеріальнаго взаимодействія, при признаніи,—что всякое движущееся тѣло предполагаетъ непременно другое тѣло. Но ясно, что придавать безусловное значеніе этому предположенію можно лишь при признаніи замкнутой естественной причинности,—а цѣнность этого предположенія, какъ аргумента, ничтожна. Мы знаемъ, что *доказать* замкнутость естественной причинности нельзя, что она, по прекрасному выраженію Паульсена, является лишь „аналогіей опыта“. Мы видѣли, что въ силу этого пользоваться указаннымъ аргументомъ при обсужденіи вопроса, замкнута или незамкнута естественная причинность, нельзя,—а потому и пользоваться принципомъ постоянства энергіи, какъ аргументомъ противъ теоріи психофизической причинности, *тоже нельзя*.

Это значило бы— предполагать то, что нужно доказать, считать найденным то, что ищется...

Можно, конечно, желать найти такое разрѣшеніе психофизической проблемы, которое не шло бы въ разрѣзъ съ современными основами естествознанія,—но это можетъ служить лишь *мотивомъ философскаго творчества*. Пользоваться же принципомъ постоянства энергіи для защиты параллелизма рѣшительно невозможно!

На путь компромисса ступали многіе защитники теоріи взаимодѣйствія, желавшіе соединить съ признаніемъ психофизической причинности принципъ постоянства энергіи. Самымъ популярнымъ компромиссомъ являются теоріи, названныя Буссе *Doppelleffekt* и *Doppelursachentheorie*—теоріи двойной причины и двойного эффекта. Сущность этихъ теорій хорошо выражена въ рѣчи Штумфа ¹⁾: „опредѣленный нервный процессъ въ опредѣленной области полушарій есть необходимое условіе для возникновенія опредѣленнаго ощущенія; это послѣднее является необходимымъ слѣдствіемъ *наряду съ физическимъ дѣйствіемъ*, вытекающимъ изъ той же причины. Возникновеніе ощущенія *не поглощаетъ, однако, никакой физической энергіи* и не можетъ быть выражено въ своемъ отношеніи къ условіямъ посредствомъ математическихъ понятій или законовъ. Равнымъ образомъ опредѣленный процессъ въ двигательныхъ нервахъ полушарій обусловленъ не только фізіологическими процессами, но также и опредѣленными психическими состояніями, при чемъ, однако, количество физической энергіи благодаря этому не увеличивается“. Въ первомъ случаѣ мы имѣемъ теорію, въ силу которой фізіологическій процессъ обуславливаетъ во 1) эквивалентно связанный съ нимъ другой процессъ и 2) психическій процессъ ²⁾. Эта связь психическаго процесса либо можетъ быть понята какъ *дѣйствіе* фізіологическаго процесса,—либо можно говорить о законотѣрной, ближе не опредѣляемой связи психическихъ и фізіологическихъ процессовъ. Но въ послѣднемъ случаѣ на мѣсто „взаимодѣйствія“ мы имѣемъ чистѣйшій параллелизмъ и о психофизической причинности говорить здѣсь не приходится. Если дѣйствіе фізіологическихъ процессовъ *исчерпывается* возникновеніемъ новаго фізіологическаго процесса

¹⁾ Stumpf. *Leib und Seele* 26.

²⁾ Приверженцами этой теоріи, кромѣ Штумфа, являются Ремке, Эргардтъ, Венчеръ, также Вундтъ (См. Busse 428), Кёнигъ, Гартманъ.

(что это слѣдуетъ изъ *Doppelleffekttheorie*, мы это сейчасъ увидимъ),—то въ такомъ случаѣ психическій процессъ, возникающій параллельно новому физиологическому процессу, вовсе не будетъ причинно связанъ съ первымъ физиологическимъ процессомъ. Въдѣ, если мы говоримъ, что какой нибудь матеріальный процессъ является причиной какого нибудь иного процесса, то мы всегда имѣемъ въ виду трату, переходъ энергій. Трудно въдѣ представить, какъ это дѣлаетъ Ремке (*Busse 431*), чтобы одинъ разъ при причинной связи процессовъ *a* и *b* мы имѣли трату энергій, а при причинной связи процессовъ *a* и *c* (*c*—психическій процессъ) этой траты не было. Какъ остроумно по этому поводу замѣчаетъ Буссе, пушки стрѣляютъ одинаково, направлены ли онѣ на людей или на воробьевъ; точно такъ же и нервныя клѣтки и волокна дѣйствуютъ одинаково,—вызываютъ ли они возбужденія другихъ нервныхъ клѣтокъ и волоконъ или же обуславливаютъ ощущенія и чувства. Приходится поэтому признать справедливымъ мнѣніе Зигварта (*Busse 434*)—что „способность дѣйствования мозговой субстанціи уже истощилась въ созданіи эквивалентнаго физиологическаго явленія и поэтому она (мозговая субстанція) не можетъ уже болѣе создавать какого нибудь дѣйствія“. Такимъ образомъ эту попытку, посредствомъ *Doppelleffekttheorie*, сочетать психофизическую причинность съ принципомъ постоянства энергій можно считать неудавшейся.—*Doppelursachentheorie* признаетъ, что физическое явленіе можетъ быть одновременно обусловлено какъ эквивалентной физической причиной, такъ и психической. Буссе указываетъ, что о *дѣйствіи* на тѣло можетъ идти рѣчь въ случаѣ приращенія энергій. Какъ эквивалентный предыдущему физиологическому процессу новый физиологическій процессъ уже имѣетъ свою причину и считать второй его причиной предшествующій психическій процессъ только потому, что онъ предшествовалъ, было бы такъ же странно, какъ „если бы люди, которые жили въ то время, когда Колумбъ открылъ Америку, говорили, что имъ тоже принадлежитъ участіе въ этомъ открытіи“¹⁾. Венчеру принадлежитъ попытка приравнять значеніе психическаго фактора процессу *разряженія* накопившейся энергій, находящейся въ потенціальной формѣ. Однако, какъ справедливо указалъ Риль, это разряженіе состоитъ въ устраненіи препятствій,

¹⁾ Busse 435.

благодаря которымъ потенціальная энергія раньше не переходила въ кинетическую,—а это устраненіе требуетъ *затраты энергіи*. Одно время пользовалась вниманіемъ еще слѣдующая форма Doppelursachentheorie—считали, что психическому фактору принадлежитъ роль *измѣненія направленія* физическихъ процессовъ. Эббингаузъ указалъ, что всякое измѣненіе направленія, согласно законамъ механики, должно быть отнесено насчетъ какой нибудь новой слагающей,—т. е. и тутъ мы имѣемъ приростъ энергіи. Буссе вполне соглашается съ этимъ аргументомъ, но намъ кажется, что тутъ нужно сдѣлать слѣдующую оговорку. Если смотрѣть на указанную форму Doppelursachentheorie какъ на компромиссъ между теоріей психофизической причинности и принципомъ постоянства энергіи,—то, конечно, она неудачна, такъ какъ, если есть приростъ энергіи, обусловленный психическимъ факторомъ, то нѣтъ постоянства энергіи. Но вѣдь, какъ было указано, принципъ постоянства—это гипотеза; поэтому противорѣчіе указаннаго взгляда не говоритъ ничего противъ его пріемлемости самого по себѣ. Во первыхъ, можно признавать возможность созданія новыхъ количествъ физической энергіи,—во вторыхъ,—видѣть въ новой слагающей, мѣняющей направленіе, новую энергію; истолковывать ее энергетически—необходимо лишь при признаніи замкнутой естественной причинности. Такъ какъ послѣдняя является только гипотезой, то *она не можетъ мѣшать истолковывать эту слагающую какъ психическій факторъ*,—съ той только оговоркой, что вліяніе ея на направленіе *таково*, какъ если бы вмѣсто этого психическаго фактора былъ механическій факторъ. Словомъ, при признаніи необходимости слагающей для измѣненія направленій, можно признавать эту слагающую, какъ психическимъ такъ и механическимъ факторомъ. И въ томъ и въ другомъ случаѣ—въ виду эквивалентности въ данныхъ обстоятельствахъ эффекта какъ психическаго, такъ и механическаго фактора,—будетъ приростъ энергіи,—и признаніе слагающей за психическій факторъ противорѣчитъ поэтому принципу постоянства, но, какъ форма односторонней психофизической причинности, приведенный видъ Doppelursachentheorie въ себѣ противорѣчія не имѣетъ.

Во всякомъ случаѣ приходится признать вмѣстѣ съ Буссе, что психофизическая причинность съ принципомъ постоянства энергіи *несоединима* (448, 450).—Однако, есть еще одна форма компромисса, логически вполне возможная,—это признаніе психическаго бытія

за одну изъ формъ энергіи. На этотъ путь ступили слѣдующіе мыслители: Штумфъ, Гротъ, Кюльне, Оствальдъ, Леддъ. Это ученіе о психическомъ несоединимо съ принципомъ постоянства энергіи лишь въ случаѣ механической конструкціи энергетическихъ процессовъ,—но опять таки аргументомъ это противорѣчіе служить не можетъ, такъ какъ механическое міровоззрѣніе есть гипотеза. Буссе справедливо прибавляетъ къ этому: „право механически истолковывать энергетическіе процессы въ предѣлахъ физическаго ряда, нисколько не колеблется признаніемъ психофизическихъ превращеній энергіи“ (422). Буссе, какъ намъ кажется, справедливо считаетъ, однако, признаніе психическаго за одну изъ формъ энергіи несогласуемымъ съ фактами психологіи. Онъ указываетъ прежде всего, что при включеніи психическаго въ число энергіи, невозможенъ установленный Вундтомъ принципъ *возрастанія психической жергіи*. Съ другой стороны, какъ остроумно показываетъ Буссе (S. 425), человѣкъ, при пониманіи психическаго, какъ энергіи, въ одно прекрасное утро могъ бы очутиться безъ души, не переставая при этомъ быть человѣкомъ. Это необходимо слѣдуетъ изъ указанной теоріи, такъ какъ психическая энергія можетъ переходить въ другія формы энергіи,—и при нѣкоторыхъ исключительныхъ (или даже неисключительныхъ) обстоятельствахъ должна существовать такая абсурдная вещь, какъ человѣкъ безъ души,—безъ чувствъ, безъ мыслей, безъ желаній...

Такимъ образомъ приходится отвергнуть и эту попытку соединить психофизическую причинность съ принципомъ постоянства энергіи.

Послѣ того, что было сказано о компетенціи принципа постоянства энергіи, ясно, что теорія взаимодѣйствія не можетъ считаться *невозможной*, противорѣчащей даннымъ науки. Параллелизмъ дѣйствительно тѣмъ удобнѣе, что онъ вноситъ струю мира въ отношенія между психологіей и естествознаніемъ, отдавая каждому свое, *sum suique*. И если бы не было никакихъ серьезныхъ затрудненій противъ принятія параллелизма,—онъ безъ сомнѣнія былъ бы общепринятой, хоть и не *необходимой* психофизической теоріей. Однако, какъ мы это сейчасъ увидимъ, такіа серьезные затрудненія существуютъ; и такъ какъ противъ принятія теоріи взаимодѣйствія, теоріи психофизической причинности *никакихъ принудительныхъ аргументовъ не существуетъ*, то приходится признать, что теорія взаи-

модѣйствія, которая разрѣшаетъ все тѣ противорѣчія, въ какія впадаетъ параллелизмъ, *ближе и лучше истолковываетъ факты*. Факты, о которыхъ мы говоримъ, это факты биологін, исторіи и психологін,—и къ наложенію противорѣчій, въ какія впадаетъ здѣсь параллелизмъ, мы теперь и перейдемъ.

Припомнимъ, что мы имѣли три формы параллелизма: 1) параллелизмъ феноменалистическій, признающій независимость причинныхъ рядовъ, вытекающую изъ параллелизма воспріятія ихъ. 2) параллелизмъ метафизическій Паульсена и Гейманса—параллелизмъ реальныхъ процессовъ и ихъ воспріятій, признающій между *mundus intelligibilis* и *mundus sensibilis* равенство, 3) параллелизмъ реалистическій—говорящій о параллельномъ теченіи двухъ рядовъ. о параллелизмѣ процессовъ.

Мы уже видѣли, что, изъ всехъ этихъ формъ, параллелизмъ можетъ быть удержанъ лишь въ реалистической формѣ,—т. е. съ признаніемъ реального параллелизма психическихъ и матеріальныхъ процессовъ. Возможно ли, однако, *психологически* провести этотъ параллелизмъ?

Первымъ затрудненіемъ оказывается невозможность отыскать въ физической сферѣ аналогін какъ многимъ *особенностямъ* психическихъ явленій, такъ и многимъ психическимъ *явленіямъ*.—При изученіи психическихъ процессовъ мы всегда сталкиваемся съ различнымъ *содержаніемъ* нашихъ процессовъ. Если мы связываемъ въ сужденіи нѣсколько понятій, то эти понятія различаются не только какъ различные *члены* психического ряда, но отличаются и своимъ содержаніемъ. Какъ психическіе акты, какъ продукты определенныхъ психологическихъ процессовъ, различные понятія однородны,—но они имѣютъ различное содержаніе. Финанческіе процессы, соотвѣтствующіе указаннымъ переживаніямъ,—истолковываютъ ли *физически* эту тайну содержанія? Процессъ *a*, связанный съ появленіемъ въ сознаніи одного понятія, отличается ли настолько отъ процесса *b*, связаннаго съ появленіемъ въ сознаніи другого понятія,—чтобы различіе этихъ физическихъ процессовъ выражало различіе *содержаній* двухъ понятій? Равнымъ образомъ, мысли о кругѣ можетъ ли соотвѣтствовать какой нибудь *круглый* физиологическій процессъ? Или какъ отражается въ физиологиче-

скихъ процессахъ *истинность*, которую мы приписываемъ нашимъ представленіямъ (считая ихъ истинными или ложными)? Приходится признать, что теорія отраженія (Abbildertheorie см. Busse S. 215) немыслима, что въ физиологическихъ процессахъ намъ не найти разгадки *содержанія* психическихъ процессовъ. Это признаютъ и представители параллелизма, которые считаютъ, что принципъ параллелизма требуетъ лишь, чтобы мысль объ истинности представленія *а* имѣла физическій коррелятъ,—но не требуетъ, чтобы коррелятъ представленія *а* имѣлъ бы въ себѣ нѣчто, соответствующее той особенностямъ представленія *а*, которую мы отмѣчаемъ какъ „истинность“ его. Итакъ, соответствія въ *особенностяхъ* психического бытія физическому не можетъ быть и нѣтъ въ немъ нужды ¹⁾. Необходимо, однако, чтобы если не особенности, не качественная сторона, то хоть ихъ количественная сторона имѣла бы себѣ корреляты въ физической сферѣ,—чтобы *вся* психическія явленія имѣли параллельные физиологическіе процессы, такъ какъ, по выраженію Мюнстерберга ²⁾, бреши здѣсь невозможны. Однако, какъ показываетъ ближайшій анализъ „относящаго“ мышленія, а равно этическихъ и логическихъ нормъ,—невозможно подыскать аналога всему тому, что входитъ въ психику,—приходится признать нѣкоторый плюсъ на психической сторонѣ. Чтобы не растягивать нашего изложенія ближайшимъ анализомъ этого, мы укажемъ на одинъ только фактъ. Мы имѣемъ въ виду *единство нашего сознанія*, состоящее въ томъ, что наши представленія переживаются, какъ моменты единого сознанія; оно не есть новое представленіе, такъ какъ единство сознанія не все равно, что сознаніе единства сознанія.—Этотъ фактъ единства созданія не имѣетъ себѣ физическаго коррелята. Попытки Гейфдингга найти физическій аналогъ нашли себѣ достойную критику у Ремке въ его Allgemeine Psychologie ³⁾.

Прямымъ слѣдствіемъ параллелизма является, съ другой стороны, *пюралистическая психологія*, рисующая душевную жизнь, какъ совокупность психическихъ процессовъ, *психомовъ*, висящихъ на воздухѣ безъ субъекта, безъ достаточнаго основанія для пониманія единства сознанія. Фактически психическіе процессы выступаютъ

¹⁾ Busse S. 208—220.

²⁾ Busse S. 220.

³⁾ См. Busse S. 227.

какъ члены нѣкоего единства, которое въ былыя времена называлось душевной субстанціей. Вундтъ справедливо въ свое время боролся противъ того, что неправильно вкладывалось въ это понятіе, но и онъ, элиминируя понятіе субстанціи изъ психологін, въ сущности лишь видоизмѣнилъ его ¹⁾. Безъ понятія связующаго единства (которое при параллелизмѣ не можетъ быть удержано, какъ мы выше видѣли) ученіе о душѣ разрѣшается нѣ душевную атомистику (Mind-Stuff Theoric),—и всѣ явленія должны быть объяснены какъ различныя комбинаціи *самостоятельныхъ единицъ*—психомовъ. Самостоятельность ихъ приходится допустить при уничтоженіи субъекта какъ носителя духовной индивидуальности (Busse 335 и 342—3). Это неизбежное слѣдствіе параллелизма ясно созналъ Мюнстербергъ, который для этого попытался построить нѣчто въ родѣ психической атомистики. Но для знакомыхъ съ психологіей нечего указывать, что такое построеніе психологін немислимо и противъ него справедливо вооружаются психологи.

Вмѣстѣ съ тѣмъ неизбежнымъ слѣдствіемъ параллелизма для психологін является ассоціативное пониманіе фактовъ душевной жизни, механическая конструкція ея. Цигенъ и пытался, оставаясь вѣрнымъ теоріи параллелизма, развитъ въ повѣйшее время такую конструкцію,—но опять таки для всякаго, болѣе или менѣе знакомаго съ современной психологіей, съ ея ученіемъ объ апперцепціи ясно, что ассоціативная психологія должна быть оставлена, а „избѣжать ея параллелизмъ не можетъ“ ²⁾. Логическія операціи приходится признавать продуктами ассоціаціи: вѣдь если мы мыслимъ какое нибудь сужденіе какъ необходимое, то коррелата этому моменту цѣнности въ сферѣ физической, какъ мы уже видѣли, указать нельзя. Если же спасать логику (отрицать которую нельзя) тѣмъ, что человѣкъ по необходимости логиченъ,—т. е. признавать въ немъ логическій автоматъ,—то это значитъ забывать, что мыслить о чемъ нибудь съ необходимостью не *есть мыслить это какъ необходимо*. Разсматривая при этомъ человѣка, какъ логическій автоматъ, нельзя было бы объяснить *существованія* ошибокъ (что параллелизмъ не можетъ объяснить и самого *сознанія* ошибокъ, какъ

¹⁾ Зигвартъ считаетъ споръ о субстанціи лишь споромъ о словахъ В. 339.

²⁾ Слова Мюнстерберга (Busse 361).

таковыхъ, т. е. категорій цѣнности, мы это уже видѣли). Мы не говоримъ уже о томъ, что въ такомъ случаѣ игнорируется фактъ свободы духа, его активности, его автономности. Хорошо говорить Busse о слѣдствіяхъ, вытекающихъ изъ принятія параллелизма: „вмѣсто хлѣба мы принимаемъ камень: вмѣсто живого духа, который мы сознаемъ въ себѣ, мы принимаемъ комплексъ психическихъ атомовъ, психическій автоматъ“.

Мы очень бѣгло остановились на слѣдствіяхъ параллелизма для психологін,—но и изъ того, что мы сказали, ясно, что принять параллелизмъ невозможно. Психофизическая проблема не должна съ необходимостью пониматься параллелистически—это мы показали выше; теперь мы видимъ, что она и *не можетъ пониматься параллелистически*. Къ этому же выводу приводятъ и анализъ культурно-историческихъ и біологическихъ фактовъ, къ которымъ мы теперь и перейдемъ.

Затрудненія, съ какими встрѣчается здѣсь теорія параллелизма, вытекаютъ изъ того, что ей приходится признавать полную независимость причинныхъ рядовъ—психического и физическаго. Возможно ли это? Если дѣло идетъ о психологін, то самымъ главнымъ пунктомъ здѣсь является проблема возникновенія ощущеній, которую приходится разрѣшать, какъ это прекрасно развилъ Паульсенъ, въ томъ смыслѣ, что такимъ физическимъ моментомъ, какъ, напр., свѣтовые колебанія, необходимо приписать параллельный психическій моментъ. Какъ ни парадоксально звучитъ это, но въ такомъ предположеніи нѣтъ ничего неприемлемаго,—и Буссе справедливо вооружается противъ Ремке и Венчера, которые считаютъ проблему возникновенія ощущеній неразрѣшимой на почвѣ параллелизма ¹⁾.

Но иначе дѣло обстоитъ съ физическимъ причиннымъ рядомъ. Прежде всего, въ біологін существуетъ давно уже мнѣніе, что жизнь не можетъ быть понята въ физико-химическихъ терминахъ,—что въ ней есть, по выраженію Спенсера, неучитываемый динамическій элементъ. Надо, конечно, признать, что виталистическая попытка истолковать этотъ элементъ, какъ особую жизненную силу не удалась, такъ какъ въ этой специфической особенности жизни

¹⁾ Busse S. 232—3.

видѣли въ сущности силу одного порядка съ извѣстными въ природѣ силами. Но тотъ фактъ, что жизнь въ высшихъ ея проявленіяхъ является психофизической, дѣлаетъ правдоподобнымъ, какъ это указалъ недавно Бунге, что неучитываемый элементъ въ жизненныхъ процессахъ долженъ быть отнесенъ насчетъ психическаго фактора. Оставимъ, однако, въ виду спорности, этотъ отдѣлъ біологін, и коснемся другого отдѣла—вопроса о *факторахъ эволюціи*.—Съ точки зрѣнія замкнутости физическаго причиннаго ряда человѣкъ является автоматомъ: психическіе факторы—мысли, чувства, желанія—не вмѣшиваются въ теченіе жизненныхъ процессовъ,—человѣкъ, понятый съ его физической стороны, является машиной, которая дѣйствуетъ автоматически. При первой же попыткѣ продумать эту теорію автоматизма (*Automatentheorie*) приходится натолкнуться на непреодолимые препятствія. „До сихъ поръ, говорить Буссе (S. 243), біологія считала себя вправѣ привлекать и психическіе факторы къ изученію жизни,—она говорила объ ощущеніяхъ, чувствахъ, стремленіяхъ, побужденіяхъ,—и особенно тогда, когда вопросъ идетъ о *борьбѣ* живыхъ существъ за существованіе“. Но говорить о *борьбѣ* за существованіе автоматовъ невозможно,—такъ какъ „бороться“ могутъ лишь живыя существа, которыя съ помощью чувствъ удовольствія и неудовольствія оріентируются, различая полезное и вредное. Съ точки же зрѣнія параллелизма громадная роль этихъ чувствъ въ процессѣ эволюціи, которую такъ прекрасно показалъ Спенсеръ, упраздняется... Говорить о половомъ подборѣ съ точки зрѣнія параллелизма тоже невозможно—такъ какъ „ощущеніе и созерцаніе не оріентируютъ въ пространствѣ, мышленіе и обдумываніе не помогаютъ въ *борьбѣ*“¹⁾.

Особенно рѣзко выясняется невозможность принятія параллелизма, если мы перейдемъ къ человѣку—къ культурной исторіи. Проблема культурной исторіи въ освѣщеніи параллелизма раскрываетъ совсѣмъ не ту картину борьбы и побѣды надъ силами природы, какую мы знаемъ, „такъ какъ прогрессъ является необходимымъ продуктомъ физическихъ силъ, дѣйствующихъ слѣпо, по механическимъ законамъ—случайнымъ слѣдствіемъ дѣятельности великаго автомата—природы“²⁾. По извѣстному выраженію Штумфа³⁾

¹⁾ Busse S. 246.

²⁾ Busse S. 247.

³⁾ Stumpf. *Leib und Seele* 18—19.

„каждый изъ обоихъ міровъ (психическій и физическій) дѣйствуютъ такъ, какъ если бы другой не существовалъ. Психическій міръ остается совершенно безъ вліянія на теченіе и развитіе физическаго. Организмы живутъ и дѣйствуютъ, люди основываютъ государства, нишутъ стихи, собираютъ конгрессы, движимые чисто физическими силами, такъ, какъ если бы не существовало ни мышленія, ни чувствъ, ни воли“. Приведемъ также знаменитый примѣръ Буссе—вопросъ объ истолкованіи сраженія при Аустерлицѣ. Мы знаемъ, какъ это сраженіе рисуетъ исторія, какую роль отводитъ она военному генію Наполеона I, его распорядительности, его умѣнію быстро использовать положеніе, разгадать планъ непріятели. Умъ Наполеона напряженно работаетъ,—и скачущіе въ различные стороны адъютанты разносятъ его приказанія; войска двигаются, раздаются выстрѣлы, летятъ гранаты. Въ результатъ сплетенія психическихъ и физическихъ процессовъ, входящихъ въ составъ событій—Наполеонъ одерживаетъ побѣду при Аустерлицѣ. Съ точки зрѣнія параллелизма этотъ фактъ приходится истолковывать иначе. Цѣпь физико-химическихъ процессовъ, законы которыхъ съ такимъ же постоянствомъ дѣйствовали въ день сраженія при Аустерлицѣ, какъ и до и послѣ него,—вотъ и все, что даетъ параллелизмъ для того, чтобы объяснить побѣду Наполеона. Правда, параллельно шли психическіе процессы, но для объясненія побѣды Наполеона они не нужны,—такъ какъ физическій причинный рядъ не обрывался ¹⁾. Либманъ остроумно замѣчаетъ, говоря объ этой независимости двухъ сферъ бытія, о невозможности вмѣшательства психическихъ факторовъ въ ходъ физическихъ процессовъ, что „въ теоріи мы слѣпныя машины, но на практикѣ мы должны вести себя, точно мы нѣчто большее... и я буду вести себя такъ въ дальнѣйшемъ, прибавляетъ онъ, будто *эти* слова я написалъ потому, что *я хотѣлъ* написать...“ (Busse 254).

Иные параллелисты (какъ Паульсенъ) пытались при обсужденіи историческихъ проблемъ перейти съ эмпирической точки зрѣнія на метафизическую, чтобы, такимъ образомъ, найти разуму и волѣ мѣсто въ исторіи. Но помимо того, что, какъ мы указали въ

¹⁾ Напомнимъ, что точку зрѣнія Паульсена, согласно которой *реально* не было ни войскъ, ни выстрѣловъ, ни пушекъ, а были лишь психическіе процессы,—эту точку зрѣнія, устраняющую противорѣчія при истолкованіи исторіи, мы уже отвергли какъ невозможную.

примѣчаніи, Паульсеновскій параллелизмъ немислимъ,—по справедливому замѣчанію Буссе мы *методологически* не можемъ при разрѣшеніи эмпирическихъ проблемъ (какъ въ данномъ случаѣ) оставлять эмпирическую точку зрѣнія, законность которой для другихъ проблемъ самъ Паульсенъ такъ горячо отстаиваетъ. Во всякомъ случаѣ приходится признать, что такую эмпирическую проблему, какъ вопросы исторіи, параллелизмъ эмпирически разрѣшаетъ такъ, что впадаетъ въ явную бессмыслицу. Единственно, что остается въ утѣшеніе параллелизму,—это то, что вмѣсто одной исторіи онъ сразу имѣетъ двѣ—психологическую и физиологическую,—та и другая одинаково должны дѣлать понятнымъ параллелисту всемірно-историческій процессъ.

Независимость обонхъ причинныхъ рядовъ, какъ мы видѣли, имѣетъ слѣдствіемъ разобщеніе всего бытія на двѣ сферы, которыя развились и существуютъ одна возлѣ другой, не оказывая никакого вліянія одна на другую. Если реалистически понимать психофизическую проблему (а ее иначе понимать нельзя, какъ мы уже видѣли),—то эта мысль о совмѣстномъ существованіи двухъ сферъ бытія прямо такъ чудовищна съ точки зрѣнія эволюціи, разсматривающей міръ, какъ комплексъ элементовъ, находящихся въ взаимодействіи. Но мало этого. Развѣ возможно, какъ мы только что видѣли, создать механику культуры? „Развѣ *мыслимо*, спрашиваетъ Буссе, объяснить жизненную дѣятельность животныхъ, техническую, художественную, научную, социальную работу людей физикохимически“¹⁾? Это сознають и сами защитники параллелизма, — и такіе крупные послѣдователи его, какъ Вундтъ, Іодль и другіе, при обсужденіи культурно-историческихъ вопросовъ, оставляютъ почву параллелизма и высказываются въ духѣ взаимодействія²⁾.

Самымъ главнымъ затрудненіемъ, безъ сомнѣнія, является тотъ фактъ, что въ то время, какъ историческая наука раскрываетъ намъ *закономѣрность* явленій, параллелистическая точка зрѣнія не въ состояніи устранить элемента *случайности*. Специально созданная Мюнстербергомъ для устраненія этого Actionstheorie тоже не устраняетъ случайности. Мы не будемъ входить въ детали этой теоріи,—и укажемъ лишь на одинъ еще примѣръ—такъ называе-

¹⁾ Busse 269.

²⁾ У Busse см. 270—280.

мый „Telegramm Argument“—чтобы подчеркнуть элементъ случайности въ параллелистическомъ освѣщеніи жизни.

Купецъ получаетъ телеграмму: Fritz ist angekommen (Фрицъ прибылъ),—и это извѣстіе возбуждаетъ въ немъ радостное состояніе: онъ смѣется, сообщаетъ женѣ содержаніе телеграммы, возвращается въ контору, садится и закуриваетъ сигару. Черезъ нѣкоторое время этотъ же купецъ получаетъ телеграмму—Fritz ist umgekommen (погибъ). Эта телеграмма потрясающе дѣйствуетъ на купца, и онъ безъ чувствъ падаетъ на землю.—Различіе эффекта въ двухъ случаяхъ зависѣло всего лишь отъ двухъ буквъ (вмѣсто an—um); спрашивается, чѣмъ же объяснить это, *если пренебречь различіемъ смысла?* Если, съ другой стороны, примемъ, что первая телеграмма была бы написана не на нѣмецкомъ, а на французскомъ или англійскомъ языкѣ,—то очевидно, что, *несмотря на громадное различіе физическихъ процессовъ, протекающихъ въ этихъ различныхъ случаяхъ, эффектъ былъ бы одинъ и тотъ же*,—что прекрасно объясняется сходствомъ содержанія... Ясно, что, оставляя въ сторонѣ *смыслъ* телеграммы и желая объяснить различіе эффектовъ различіемъ физическихъ процессовъ при прочтеніи телеграммы, приходится впадать въ явный абсурдъ...

Паульсенъ, а затѣмъ Кёнигъ указывали, правда, что и оставаясь на точкѣ зрѣнія теоріи взаимодѣйствія, невозможно объяснить указанный фактъ, но Буссе на это справедливо отвѣчаетъ, что невозможность для теоріи взаимодѣйствія указать самый механизмъ вліянія смысла на эффектъ не говоритъ противъ *немыслимости* этого вліянія, тогда какъ выше шла рѣчь о *немыслимости* физико-химической точки зрѣнія. Самый характеръ *пониманія* иной, когда дѣло идетъ о физико-химическомъ истолкованіи историческихъ фактовъ или о включеніи въ объясненіе психологическихъ моментовъ. Переживая въ себѣ самихъ факты непосредственного перевода нашихъ мыслей, желаній въ внѣшніе процессы, мы, зная смыслъ переживаній, понимаемъ уже и ихъ роль, какъ факторовъ ¹⁾...

Въ заключеніе укажемъ на слѣдующее.

Психофизическая проблема касается истолкованія эмпирически даннаго факта связи души и тѣла,—но, какъ выяснилось изъ изло-

¹⁾ Подробнѣе объ этомъ см. у Busse 319—321.

женія, эта проблема въ *своемъ рѣшеніи* даетъ опредѣленную *метафизику*. Это совершается въ двухъ направленіяхъ. Во первыхъ, признаніе параллелизма или теоріи взаимодѣйствія требуетъ опредѣленнаго отношенія къ метафизическому составу принципа энергій—именно,—къ вопросу, разсматривать ли матеріальный міръ, какъ замкнутое цѣлое или же признавать реальные процессы, лежащіе въ основѣ матеріальныхъ явленій, какъ находящіеся въ взаимодѣйствіи съ психическимъ бытіемъ¹⁾. И въ томъ и другомъ случаѣ приходится переступать границы опыта, такъ какъ „вселенная“, „природа“—есть *идея*, а не фактъ опыта. Съ другой стороны рѣшеніе психофизической проблемы вмѣстѣ съ тѣмъ даетъ опредѣленное рѣшеніе *онтологической* проблемы,—хотя бы гносеологическія воззрѣнія исключали возможность самой постановки вопроса относительно того, что существуетъ само по себѣ, независимо,—какъ истинное бытіе; не останавливаясь на подробномъ раскрытіи этого, остановимся на мыслителѣ, приобретающемъ теперь большую популярность. Мы говоримъ объ Эббингаузѣ, который по своимъ гносеологическимъ взглядамъ является послѣдовательнымъ феноменалистомъ; не признавая трансцендентности ни субъекта, ни объекта,—онъ очень близокъ, если не вполне солидаренъ съ имманентной философіей, т. е. чистѣйшимъ позитивизмомъ. Проблема сущаго, вопросъ о томъ, что такое бытіе само по себѣ не имѣетъ рѣшительно никакого смысла съ этой точки зрѣнія,—и несмотря на все это Эббингаузъ, примыкая къ параллелистамъ, приобретаетъ рѣшеніе вопроса, который имъ даже не былъ поставленъ. Согласно его мнѣнію—реально совершаются процессы, которые при сознаніи ихъ человѣкомъ, разбиваются на двойной рядъ физическихъ и психическихъ процессовъ. Такимъ образомъ наличность бытія „самого по себѣ“ установлена...

Конечно, это не *argumentum ad hominem*. Невозможно, будучи параллелистомъ, отказываться отъ истолкованія принципа параллелизма,—такъ какъ лишь *факты* пользуются той привилегіей, что ихъ можно принимать какъ данное, не истолковывая. Параллелизмъ

¹⁾ Напомнимъ, что попытка показать связь гносеологій съ параллелистическими построеніями, какъ она дана у Паульсена и Эббингауза, содержитъ въ себѣ предпосылку замкнутой причинной связи физическихъ процессовъ, слѣдовательно подходитъ подъ охарактеризованный типъ *метафизическихъ* ученій; попытка же Гейманса и Вундта, какъ было показано, покоится на недоразумѣніи.

же есть гипотеза,—и обязательно поэтому отвѣтить на вопросъ, почему сознаніе наше констатируетъ параллельно два ряда явленій, почему эмпирически душа и тѣло связаны эмпирически ¹⁾. Параллелистическій отвѣтъ на это, какъ мы сейчасъ показали, рѣшаетъ вмѣстѣ съ тѣмъ онтологическій вопросъ. Съ другой стороны, теорія взаимодѣйствія имѣетъ смыслъ лишь при гносеологическомъ реализмѣ,—т. е. при признаніи, что т. наз. внѣшній міръ не есть *миръ* содержаніе нашего сознанія, но существуетъ независимо.

Пока не устранены затрудненія, встрѣчающіяся при параллелистическомъ освѣщеніи проблемъ біологій, психологій и исторій,—пока приходится при рѣшеніи психофизической проблемы склоняться къ теоріи взаимодѣйствія,—реалистическое міросозерцаніе (въ метафизическомъ смыслѣ) является необходимымъ слѣдствіемъ этого, и чистый позитивизмъ стоитъ въ противорѣчій съ тѣмъ, на что наталкиваетъ опытъ.

¹⁾ Вундтъ, близко подходящій въ своей гносеологій къ имманентной философіи, называетъ этотъ вопросъ проблемой общей основы опыта (Syst. d. Phil. 399. рус. пер. 248). Въ формулировкѣ Вундта видна гносеологическая неизбежность проблемы, но не видна ея эмпирически-научная неизбежность. Съ точки зрѣнія позитивизма (съ которой только и возможно сомнѣніе въ существованіи онтологической проблемы) параллелизмъ, отвѣчая на вопросъ о связи души и тѣла, исчерпывается тѣмъ, что *констатируетъ независимость обоихъ причинныхъ рядовъ*, но не объясняетъ (даже не въ состояніи мыслить наличность) связи души и тѣла (см. раньше цитату изъ Шуппе), какъ она поставляется эмпирическими данными. Объясненіе этой связи и даютъ метафизическія построенія, подобныя построеніямъ Эббингауза.

Рядъ Фурье.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Въ опытныхъ наукахъ при изслѣдованіи періодическихъ явленій приходится разлагать произвольную функцію въ такъ называемый рядъ Фурье по синусамъ и косинусамъ. Коэффициенты этого ряда выражаются черезъ опредѣленные интегралы. Нужно доказать, что такой рядъ въ нѣкоторыхъ предѣлахъ на самомъ дѣлѣ выражаетъ данную функцію. Такое доказательство далъ Дирихле. Это доказательство слишкомъ сложно; его можно излагать въ университетѣ, да и то съ большимъ трудомъ. Между тѣмъ рядъ Фурье приходится излагать въ высшихъ техническихъ училищахъ, гдѣ математика преподается въ сокращенномъ видѣ. Въ виду сказаннаго я и предлагаю здѣсь простое доказательство ряда Фурье. Предварительно необходимо доказать два простыхъ ряда.

1.

Два необходимыхъ ряда.

Покажемъ, какъ разлагается въ рядъ по степенямъ x такая функція:

$$\arctang \frac{x \sin \varphi}{1 - x \cos \varphi}.$$

Мы можемъ предположить, что числовое значеніе самой функціи заключается между

$$-\frac{\pi}{2} \text{ и } +\frac{\pi}{2};$$

такъ какъ въ этихъ предѣлахъ по данному тангенсу всегда можно найти соответствующую дугу. Что касается φ , то мы предположимъ, что эта дуга

заключается между 0 и 2π . Разложене нашей функции может быть найдено при помощи неопределенных коэффициентов:

$$\arctan \frac{x \sin \varphi}{1 - x \cos \varphi} = A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots$$

Взявъ производныя отъ обѣихъ частей по измѣняемости x , получимъ:

$$\frac{\sin \varphi}{1 - 2x \cos \varphi + x^2} = A_1 + 2A_2 x + 3A_3 x^2 + \dots$$

Умножимъ обѣ части на знаменателя,

$$\sin \varphi = (1 - 2x \cos \varphi + x^2)(A_1 + 2A_2 x + 3A_3 x^2 + \dots).$$

Сравнивъ коэффициенты въ обѣихъ частяхъ при одинаковыхъ степеняхъ x , получимъ для опредѣленія коэффициентовъ слѣдующія уравненія:

$$\begin{aligned} A_1 &= \sin \varphi, \\ 2A_2 - 2A_1 \cos \varphi &= 0, \\ 3A_3 - 4A_2 \cos \varphi + A_1 &= 0, \\ 4A_4 - 6A_3 \cos \varphi + 2A_2 &= 0, \\ &\dots \dots \dots \\ (n+1)A_{n+1} - 2nA_n \cos \varphi + (n-1)A_{n-1} &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Если примемъ во вниманіе, что

$$2 \sin n\varphi \cos \varphi = \sin(n+1)\varphi + \sin(n-1)\varphi,$$

то изъ уравненій (1) послѣдовательно найдемъ:

$$A_1 = \sin \varphi, \quad A_2 = \frac{\sin 2\varphi}{2}, \quad A_3 = \frac{\sin 3\varphi}{3}, \quad \dots \quad A_n = \frac{\sin n\varphi}{n}.$$

Подставивъ найденныя значенія коэффициентовъ, получимъ слѣдующее разложене:

$$\arctan \frac{x \sin \varphi}{1 - x \cos \varphi} = x \sin \varphi + \frac{1}{2} x^2 \sin 2\varphi + \frac{1}{3} x^3 \sin 3\varphi + \dots \tag{2}$$

Теперь нужно изслѣдовать, для какихъ значеній переменнаго x равенство (2) на самомъ дѣлѣ имѣетъ мѣсто. Для рѣшенія этого вопроса нужно найти такъ называемый остаточный членъ. Въ ряду (2) удержимъ n членовъ и припишемъ остаточный членъ въ слѣдующей формѣ:

$$\arctan \frac{x \sin \varphi}{1 - x \cos \varphi} = x \sin \varphi + \frac{1}{2} x^2 \sin 2\varphi + \dots +$$

$$+ \frac{1}{n} x^n \sin n\varphi + \frac{qx^{n+1}}{n+1}. \quad (3)$$

Предположимъ теперь, что x и φ суть постоянныя величины; подберемъ постоянную величину q такъ, чтобы имѣло мѣсто равенство (3). Въ такомъ случаѣ послѣдній членъ ряда (3) носить названіе *остаточнаго члена*.

Точную величину остаточнаго члена найти нельзя; но можно найти приближенную величину слѣдующимъ способомъ.

Напомнимъ, что x , q и φ мы считаемъ постоянными величинами; обозначимъ переменную величину черезъ z и рассмотримъ слѣдующую функцію:

$$z \sin \varphi + \frac{1}{2} z^2 \sin 2\varphi + \dots + \frac{1}{n} z^n \sin n\varphi + \frac{qz^{n+1}}{n+1} -$$

$$- \arctan \frac{z \sin \varphi}{1 - z \cos \varphi}. \quad (4)$$

Эта функція имѣетъ два корня. Первый корень $z=0$; второй корень $z=x$, что вытекаетъ изъ равенства (3). Такъ какъ функція (4) и ея производная непрерывны, то на основаніи теоремы Ролля производная должна имѣть корень, заключенный между 0 и x ; этотъ корень можно обозначить черезъ ax , гдѣ a есть нѣкоторая (неизвѣстная) положительная правильная дробь. Производная функціи (4) будетъ:

$$\sin \varphi + z \sin 2\varphi + \dots + z^{n-1} \sin n\varphi + qz^n - \frac{\sin \varphi}{1 - 2z \cos \varphi + z^2}.$$

Послѣ приведенія къ одному знаменателю эта производная приметъ слѣдующую форму:

$$\frac{z^n}{1 - 2z \cos \varphi + z^2} \{ q(1 - 2z \cos \varphi + z^2) - \sin(n+1)\varphi + z \sin n\varphi \}.$$

Эта производная, какъ сказано выше, должна имѣть корень $z=ax$; слѣдовательно

$$q(1 - 2ax \cos \varphi + a^2 x^2) - \sin(n+1)\varphi + ax \sin n\varphi = 0.$$

Опредѣливъ отсюда q , найдемъ для остаточнаго члена слѣдующее выраженіе:

$$\frac{qx^{n+1}}{n+1} = \frac{x^{n+1}}{n+1} \cdot \frac{\sin(n+1)\varphi - ax \sin n\varphi}{1 - 2ax \cos \varphi + a^2 x^2}. \quad (5)$$

Если x по абсолютной величинѣ меньше единицы, $-1 < x < +1$, то выраженіе (5), съ возрастаніемъ n до бесконечности, стремится къ нулю. Въ такомъ случаѣ рядъ (3) можетъ быть продолженъ до бесконечности, при чемъ исчезаетъ остаточный членъ. Этимъ доказано, что равенство (2) имѣетъ мѣсто въ томъ случаѣ, когда x по абсолютной величинѣ меньше единицы. Но для нашей цѣли этого недостаточно. Нужно показать, что равенство (2) имѣетъ мѣсто и въ томъ случаѣ, когда $x = 1$.

Положивъ $x = 1$, найдемъ для остаточнаго члена (5) слѣдующее выраженіе:

$$\frac{\sin(n+1)\varphi - x \sin n\varphi}{(n+1)(1-2x \cos \varphi + x^2)}. \quad (6)$$

Это выраженіе съ возрастаніемъ n до бесконечности также стремится къ нулю. На первый взглядъ кажется, что выраженіе (6) стремится къ нулю при всякомъ значеніи дуги φ ; но такое заключеніе было бы поспѣшнымъ. Дѣло въ томъ, что x есть неизвѣстная правильная дробь; можетъ случиться, конечно, что $x = 1$. Если $x = 1$, то выраженіе (6) принимаетъ слѣдующую форму:

$$\frac{\sin(n+1)\varphi - \sin n\varphi}{2(n+1)(1-\cos \varphi)} = \frac{\cos\left(n+\frac{1}{2}\right)\varphi}{2(n+1)\sin\frac{1}{2}\varphi}. \quad (7)$$

Это выраженіе съ возрастаніемъ n до бесконечности стремится къ нулю, за исключеніемъ тѣхъ случаевъ, когда $\varphi = 0$ и $\varphi = 2\pi$. Если же $n = \infty$ и $\sin\frac{1}{2}\varphi = 0$, то выраженіе (7) принимаетъ неопредѣленное значеніе.

Этимъ доказано, что рядъ (2) имѣетъ мѣсто при $x = 1$ для всякой дуги φ , заключенной между 0 и 2π , за исключеніемъ $\varphi = 0$ и $\varphi = 2\pi$.

Положивъ въ равенствѣ (2) $x = 1$ и принявъ во вниманіе, что

$$\arctan \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} = \arctan \left(\cot \frac{1}{2} \varphi \right) = \frac{\pi - \varphi}{2},$$

получимъ:

$$\frac{\pi - \varphi}{2} = \sin \varphi + \frac{\sin 2\varphi}{2} + \frac{\sin 3\varphi}{3} + \frac{\sin 4\varphi}{4} + \dots \quad (8)$$

Это равенство имѣетъ мѣсто для всякой дуги φ , заключенной между 0 и 2π , за исключеніемъ $\varphi = 0$ и $\varphi = 2\pi$.

Если въ равенствѣ (8) вмѣсто φ подставимъ $\pi - \varphi$, то получимъ:

$$\frac{\varphi}{2} = \sin \varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} + \frac{\sin 3\varphi}{3} - \frac{\sin 4\varphi}{4} + \dots \quad (9)$$

Это равенство имѣетъ мѣсто для всякой дуги, заключенной между $-\pi$ и $+\pi$, за исключеніемъ $\varphi = \pm\pi$.

Два послѣднихъ равенства пригодятся при изслѣдованіи ряда Фурье.

2.

Рядъ Фурье.

Пусть $f(x)$ есть произвольная конечная функція для всѣхъ значеній x , заключенныхъ между $-a$ и $+a$; покажемъ, что такая функція всегда можетъ быть разложена въ рядъ:

$$\begin{aligned} f(x) = & A + A_1 \cos \frac{\pi x}{a} + A_2 \cos \frac{2\pi x}{a} + A_3 \cos \frac{3\pi x}{a} + \dots \\ & + B_1 \sin \frac{\pi x}{a} + B_2 \sin \frac{2\pi x}{a} + B_3 \sin \frac{3\pi x}{a} + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

Этотъ рядъ будетъ имѣть мѣсто, если $-a < x < +a$.

Покажемъ прежде всего, какъ опредѣляются коэффициенты этого ряда черезъ опредѣленные интегралы. Замѣтимъ, что если m и n суть цѣлыя неравные числа, то имѣютъ мѣсто слѣдующія равенства:

$$\int_{-a}^{+a} \cos \frac{m\pi x}{a} dx = 0, \quad \int_{-a}^{+a} \sin \frac{n\pi x}{a} dx = 0, \quad (2)$$

$$\int_{-a}^{+a} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi x}{a} dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \cos \frac{(m+n)\pi x}{a} dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \cos \frac{(m-n)\pi x}{a} dx = 0, \quad (3)$$

$$\int_{-a}^{+a} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi x}{a} dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \sin \frac{(m+n)\pi x}{a} dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \sin \frac{(m-n)\pi x}{a} dx = 0, \quad (4)$$

$$\int_{-a}^{+a} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \cos \frac{(m-n)\pi x}{a} dx - \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \cos \frac{(m+n)\pi x}{a} dx = 0, \quad (5)$$

$$\int_{-a}^{+a} \cos^2 \frac{n\pi x}{a} dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \left(1 + \cos \frac{2n\pi x}{a} \right) dx = a, \quad (6)$$

$$\int_{-a}^{+a} \sin^2 \frac{n\pi x}{a} dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \left(1 - \cos \frac{2n\pi x}{a}\right) dx = a. \quad (7)$$

Умножимъ обѣ части равенства (1) на dx и возьмемъ интегралы отъ $-a$ до $+a$. Принявъ во вниманіе равенства (2), получимъ:

$$A = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} f(x) dx. \quad (8)$$

Умножимъ обѣ части равенства (1) на $\cos \frac{n\pi x}{a} dx$ и возьмемъ интегралъ отъ $-a$ до $+a$. Принявъ во вниманіе равенства (2), (3), (4), (6), получимъ:

$$A_n = \frac{1}{a} \int_{-a}^{+a} f(x) \cos \frac{n\pi x}{a} dx. \quad (9)$$

Умножимъ обѣ части равенства (1) на $\sin \frac{n\pi x}{a} dx$ и возьмемъ интегралы отъ $-a$ до $+a$. Принявъ во вниманіе равенства (2), (4), (5), (7), получимъ:

$$B_n = \frac{1}{a} \int_{-a}^{+a} f(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx. \quad (10)$$

Найденныя выраженія (8), (9) и (10) для коэффициентовъ нужно подставить въ рядъ (1).

Можетъ случиться, что функція $f(x)$ прерывна въ какой нибудь точкѣ. Въ такой точкѣ $f(x)$ имѣетъ два значенія, смотря по тому, съ какой стороны переменное x приближается къ точкѣ разрыва. Эти два значенія символически обозначимъ черезъ $f(x+0)$, $f(x-0)$. Что выражаетъ рядъ (1) въ точкѣ разрыва функцій? Далѣе докажемъ, что въ такой точкѣ рядъ (1) выражаетъ полусумму значеній функцій:

$$\begin{aligned} \frac{f(x+0) + f(x-0)}{2} &= A + A_1 \cos \frac{\pi x}{a} + A_2 \cos \frac{2\pi x}{a} + A_3 \cos \frac{3\pi x}{a} + \dots \\ &+ B_1 \sin \frac{\pi x}{a} + B_2 \sin \frac{2\pi x}{a} + B_3 \sin \frac{3\pi x}{a} + \dots \end{aligned}$$

Сверхъ того нужно замѣтить, что при предѣлахъ, $x = \pm a$, рядъ Фурье (1) не выражаетъ $f(\pm a)$. Нужно доказать, что въ этомъ случаѣ рядъ (1) выражаетъ полусумму крайнихъ значеній функции. Въ болѣе общемъ случаѣ, когда функция прерывна при каждомъ предѣлѣ, за крайнія значенія нужно принять тѣ значенія, къ которымъ стремится функция, когда переменное x приближается къ каждому предѣлу. Итакъ при $x = \pm a$ должно имѣть мѣсто слѣдующее равенство:

$$\frac{f(a-0) + f(-a+0)}{2} = A - A_1 + A_2 - A_3 + \dots$$

Все сказанное здѣсь нужно доказать.

3.

Частный случай.

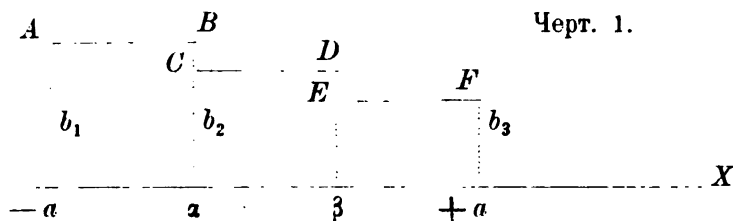
Между двумя предѣлами $-a$ и $+a$ возьмемъ два промежуточныхъ числа: $-a < \alpha < \beta < +a$. Положимъ, что наша функция $f(x)$ такова, что

$$f(x) = b_1, \text{ если } -a < x < \alpha,$$

$$f(x) = b_2, \text{ если } \alpha < x < \beta, \quad (1)$$

$$f(x) = b_3, \text{ если } \beta < x < +a.$$

Такая функция на чертежѣ (1) изображается отрезками трехъ прямыхъ AB , CD , EF , параллельныхъ оси абсциссъ.



Черт. 1.

Докажемъ, что такая функция дѣйствительно разлагается въ рядъ Фурье; при чемъ въ точкахъ разрыва и при предѣлахъ имѣютъ мѣсто указанныя раньше равенства. Это доказательство приводится къ простой повѣркѣ.

Прежде всего найдемъ значенія коэффициентовъ по формуламъ (8, 9 и 10, § 2).

$$A = \frac{1}{2a} \int_{-a}^a b_1 dx + \frac{1}{2a} \int_a^\beta b_2 dx + \frac{1}{2a} \int_\beta^a b_3 dx =$$

$$= \frac{b_1(a+a) + b_2(\beta-a) + b_3(a-\beta)}{2a}.$$

$$A_n = \frac{1}{a} \int_{-a}^a b_1 \cos \frac{n\pi x}{a} dx + \frac{1}{a} \int_a^\beta b_2 \cos \frac{n\pi x}{a} dx + \frac{1}{a} \int_\beta^a b_3 \cos \frac{n\pi x}{a} dx =$$

$$= \frac{b_1 - b_2}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} + \frac{b_2 - b_3}{n\pi} \sin \frac{n\pi \beta}{a}.$$

$$B_n = \frac{1}{a} \int_{-a}^a b_1 \sin \frac{n\pi x}{a} dx + \frac{1}{a} \int_a^\beta b_2 \sin \frac{n\pi x}{a} dx + \frac{1}{a} \int_\beta^a b_3 \sin \frac{n\pi x}{a} dx =$$

$$= \frac{b_2 - b_1}{n\pi} \cos \frac{n\pi x}{a} + \frac{b_3 - b_2}{n\pi} \cos \frac{n\pi \beta}{a} + \frac{(b_1 - b_3)(-1)^n}{n\pi}.$$

Вставивъ эти значенія, получимъ для ряда Фурье (1, § 2) слѣдующее выраженіе:

$$\frac{b_1(a+x) + b_2(\beta-x) + b_3(a-\beta)}{2a} +$$

$$+ \frac{b_1 - b_2}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi(a-x)}{a} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi(a-x)}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi(a-x)}{a} + \dots \right\} +$$

$$+ \frac{b_2 - b_3}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi(\beta-x)}{a} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi(\beta-x)}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi(\beta-x)}{a} + \dots \right\} +$$

$$+ \frac{b_3 - b_1}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi x}{a} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi x}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi x}{a} + \dots \right\}. \quad (2)$$

Нужно доказать, что выраженіе (2) приводится къ функціи, заданной условіями (1). Доказательство, какъ сказано раньше, приводится къ простой повѣркѣ.

Первая повѣрка. Предположимъ, что $-a < x < a$. Въ такомъ случаѣ изъ условій (1) слѣдуетъ, что $f(x) = b_1$. Нужно доказать, что выраженіе (2) дѣйствительно приводится къ b_1 . Подставивъ въ выраженіе (2) вмѣсто трехъ рядовъ ихъ конечныя значенія, найденныя по формуламъ (8 и 9, § 1), получимъ:

$$\frac{b_1(\alpha + a) + b_2(\beta - a) + b_3(a - \beta)}{2a} + \frac{b_1 - b_2}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(\alpha - x)}{2a} \right\} +$$

$$+ \frac{b_2 - b_3}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(\beta - x)}{2a} \right\} + \frac{(b_3 - b_1)x}{2a}.$$

Послѣ надлежащихъ приведеній это выраженіе приводится къ b_1 , что и требовалось показать.

Вторая поправка. Предположимъ, что $a < x < \beta$. Въ такомъ случаѣ изъ условій (1) слѣдуетъ, что $f(x) = b_2$. Нужно доказать, что выраженіе (2) дѣйствительно приводится къ b_2 . Замѣтимъ, что $\alpha - x$ отрицательно; поэтому перепишемъ выраженіе (2) въ такой формѣ, чтобы дуги подъ знаками синусовъ въ первомъ ряду были положительны:

$$\frac{b_1(\alpha + a) + b_2(\beta - a) + b_3(a - \beta)}{2a} +$$

$$+ \frac{b_2 - b_1}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi(x - \alpha)}{a} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi(x - \alpha)}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi(x - \alpha)}{a} + \dots \right\} +$$

$$+ \frac{b_2 - b_3}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi(\beta - x)}{a} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi(\beta - x)}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi(\beta - x)}{a} + \dots \right\} +$$

$$+ \frac{b_3 - b_1}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi x}{a} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi x}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi x}{a} - \dots \right\}.$$

Подставивъ сюда вмѣсто трехъ рядовъ ихъ конечныя значенія, найденныя по формуламъ (8 и 9, § 1), получимъ:

$$\frac{b_1(\alpha + a) + b_2(\beta - a) + b_3(a - \beta)}{2a} + \frac{b_2 - b_1}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(x - \alpha)}{2a} \right\} +$$

$$+ \frac{b_2 - b_3}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(\beta - x)}{2a} \right\} + \frac{(b_3 - b_1)x}{2a}.$$

Послѣ надлежащихъ приведеній это выраженіе приводится къ b_2 , что и требовалось показать.

Третья поправка. Положимъ, что $\beta < x < \alpha$. Въ этомъ случаѣ изъ условій (1) слѣдуетъ, что $f(x) = b_3$. Нужно показать, что выраженіе (2) дѣйствительно приводится къ b_3 . Прежде всего замѣтимъ, что $\alpha - x$ и $\beta - x$ отрицательны; поэтому перепишемъ выраженіе (2) такъ, чтобы дуги подъ знаками синусовъ въ первыхъ двухъ рядахъ были положительны:

$$\begin{aligned}
& \frac{b_1(\alpha + a) + b_2(\beta - a) + b_3(a - \beta)}{2a} + \\
& + \frac{b_2 - b_1}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi(x - a)}{a} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi(x - a)}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi(x - a)}{a} + \dots \right\} + \\
& + \frac{b_3 - b_2}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi(x - \beta)}{a} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi(x - \beta)}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi(x - \beta)}{a} + \dots \right\} + \\
& + \frac{b_3 - b_1}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi x}{a} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi x}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi x}{a} - \dots \right\}.
\end{aligned}$$

Подставивъ сюда вмѣсто трехъ рядовъ ихъ конечныя значенія, найденныя по формуламъ (8 и 9, § 1), получимъ:

$$\begin{aligned}
& \frac{b_1(\alpha + a) + b_2(\beta - a) + b_3(a - \beta)}{2a} + \frac{b_2 - b_1}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(x - a)}{2a} \right\} + \\
& + \frac{b_3 - b_2}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(x - \beta)}{2a} \right\} + \frac{(b_3 - b_1)x}{2a}.
\end{aligned}$$

Послѣ надлежащихъ приведеній это выраженіе приводится къ b_3 , что и требовалось показать.

Четвертая повѣрка. При $x = a$ функція, опредѣляемая условіями (1), прерывна. Въ этомъ случаѣ

$$\frac{f(a - 0) + f(a + 0)}{2} = \frac{b_1 + b_2}{2}.$$

Нужно показать, что такое значеніе принимаетъ выраженіе (2), если въ немъ положимъ $x = a$. Положивъ $x = a$, получимъ:

$$\begin{aligned}
& \frac{b_1(\alpha + a) + b_2(\beta - a) + b_3(a - \beta)}{2a} + \\
& + \frac{b_2 - b_1}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi(\beta - a)}{a} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi(\beta - a)}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi(\beta - a)}{a} + \dots \right\} + \\
& + \frac{b_3 - b_1}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi a}{a} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi a}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi a}{a} - \dots \right\}.
\end{aligned}$$

Подставивъ сюда вмѣсто рядовъ ихъ конечныя значенія, найденныя по формуламъ (8 и 9, § 1), получимъ:

$$\frac{b_1(\alpha + a) + b_2(\beta - a) + b_3(a - \beta)}{2a} + \frac{b_2 - b_1}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(\beta - a)}{2a} \right\} + \frac{(b_3 - b_1)a}{2a}.$$

Послѣ надлежащихъ приведеній это выраженіе приводится къ $\frac{1}{2}(b_1 + b_2)$, что и требовалось показать.

Пятая повѣрка. При $x = \beta$ функція, опредѣляемая условіями (1), прерывна. Въ этомъ случаѣ

$$\frac{f(\beta - 0) + f(\beta + 0)}{2} = \frac{b_2 + b_3}{2}.$$

Нужно показать, что такое значеніе принимаетъ выраженіе (2), если въ немъ положимъ $x = \beta$. Положивъ $x = \beta$, получимъ:

$$\begin{aligned} & \frac{b_1(x + a) + b_2(\beta - a) + b_3(a - \beta)}{2a} + \\ & + \frac{b_2 - b_1}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi(\beta - a)}{a} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi(\beta - a)}{2a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi(\beta - a)}{a} + \dots \right\} + \\ & + \frac{b_3 - b_1}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi\beta}{a} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi\beta}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi\beta}{a} - \dots \right\}. \end{aligned}$$

Подставивъ сюда вмѣсто рядовъ ихъ конечныя значенія, найденныя по формуламъ (8 и 9, § 1), получимъ:

$$\frac{b_1(x + a) + b_2(\beta - a) + b_3(a - \beta)}{2a} + \frac{b_2 - b_1}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(\beta - a)}{2a} \right\} + \frac{(b_3 - b_1)\beta}{2a}.$$

Послѣ надлежащихъ приведеній это выраженіе приводится къ $\frac{1}{2}(b_2 + b_3)$, что и требовалось показать.

Шестая повѣрка. Остается показать, что выраженіе (2) при каждомъ предѣлѣ, $x = \pm a$, превращается въ полусумму крайнихъ значеній функціи, опредѣляемой условіями (1):

$$\frac{f(-a + 0) + f(a - 0)}{2} = \frac{b_1 + b_3}{2}.$$

Подставивъ въ выраженіи (2) $x = -a$, получимъ:

$$\begin{aligned} & \frac{b_1(x + a) + b_2(\beta - a) + b_3(a - \beta)}{2a} + \\ & + \frac{b_1 - b_2}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi(x + a)}{a} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi(x + a)}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi(x + a)}{a} + \dots \right\} + \\ & + \frac{b_2 - b_3}{\pi} \left\{ \sin \frac{\pi(\beta + a)}{a} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi(\beta + a)}{a} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi(\beta + a)}{a} + \dots \right\}. \end{aligned}$$

Подставивъ сюда вмѣсто рядовъ ихъ конечныя значенія, найденныя по формулѣ (8, § 1), получимъ:

$$\frac{b_1(\alpha + a) + b_2(\beta - \alpha) + b_3(a - \beta)}{2a} + \frac{b_1 - b_2}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(\alpha + a)}{2a} \right\} + \\ + \frac{b_2 - b_3}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(\beta + a)}{2a} \right\}.$$

Послѣ надлежащихъ приведеній это выраженіе приводится къ $\frac{1}{2}(b_1 + b_3)$, что и требовалось показать.

Этимъ доказано, что функція, изображенная на чертежѣ (1), разлагается въ рядъ Фурье.

4.

Общій случай.

Мы показали, что функція, изображенная на чертежѣ 1, разлагается въ рядъ Фурье; этотъ рядъ приводится къ выраженію (2, § 3). Если въ выраженіи (2, § 3) положимъ $b_2 = b_3 = 0$, то получимъ такой рядъ, который представляетъ отрѣзокъ AB на чертежѣ 1. Этотъ рядъ превращается въ b_1 , если $-a < x < a$; внѣ этихъ предѣловъ рядъ обращается въ нуль.

Если въ выраженіи (2, § 3) положимъ $b_1 = b_3 = 0$, то получимъ такой рядъ, который представляетъ собою отрѣзокъ CD на чертежѣ 1. Этотъ рядъ превращается въ b_2 , если $\alpha < x < \beta$; внѣ этихъ предѣловъ рядъ обращается въ нуль.

Если въ выраженіи (2, § 3) положимъ $b_1 = b_2 = 0$, то получимъ такой рядъ, который представляетъ собою отрѣзокъ EF на чертежѣ 1. Этотъ рядъ превращается въ b_3 , если $\beta < x < a$; внѣ этихъ предѣловъ рядъ обращается въ нуль.

Отсюда заключаемъ, что произвольный отрѣзокъ, параллельный оси абсциссъ, можетъ быть разложенъ въ рядъ Фурье.

Положимъ теперь, что наша функція состоитъ изъ m отрѣзковъ, параллельныхъ оси абсциссъ, какъ это показано на чертежѣ 2. Каждый изъ этихъ отрѣзковъ можетъ быть выраженъ рядомъ Фурье. Такъ отрѣзокъ $A_i B_i$ пусть выражается слѣдующимъ рядомъ:

$$A_{0i} + A_{1i} \cos \frac{\pi x}{a} + A_{2i} \cos \frac{2\pi x}{a} + A_{3i} \cos \frac{3\pi x}{a} + \dots \\ + B_{1i} \sin \frac{\pi x}{a} + B_{2i} \sin \frac{2\pi x}{a} + B_{3i} \sin \frac{3\pi x}{a} + \dots$$

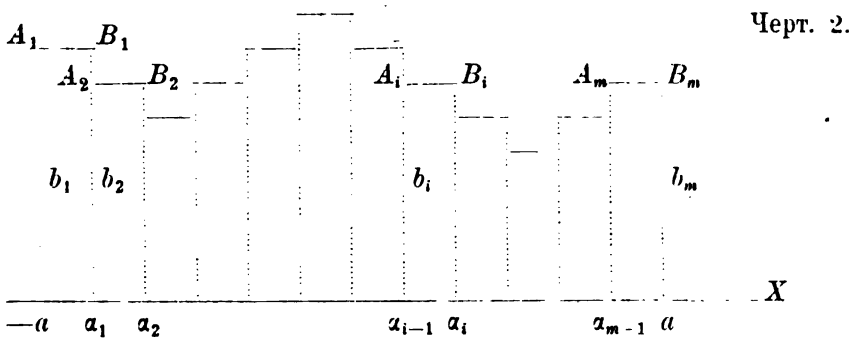
Этотъ рядъ обращается въ b_i , если $a_{i-1} < x < a_i$; внѣ этихъ предѣловъ рядъ обращается въ нуль. Напишемъ подобные ряды для каждаго отрезка и сложимъ полученные ряды. Если положимъ

$$\sum_{i=1}^{i=m} A_{0i} = A, \quad \sum_{i=1}^{i=m} A_{ni} = A_n, \quad \sum_{i=1}^{i=m} B_{ni} = B_n,$$

то въ суммѣ получимъ такой рядъ:

$$A + A_1 \cos \frac{\pi x}{a} + A_2 \cos \frac{2\pi x}{a} + A_3 \cos \frac{3\pi x}{a} + \dots \\ + B_1 \sin \frac{\pi x}{a} + B_2 \sin \frac{2\pi x}{a} + B_3 \sin \frac{3\pi x}{a} + \dots$$

Въ такой рядъ разлагается функція, изображенная на чертежѣ 2.



Станемъ теперь на чертежѣ 2 число промежутковъ увеличивать до бесконечности, а каждый промежутокъ уменьшать до нуля. Въ предѣлѣ совокупность отрезковъ, параллельныхъ оси абсциссъ, можетъ превратиться въ любую данную линію. Этимъ доказано, что произвольная конечная функція можетъ быть разложена въ рядъ Фурье.

5.

Интегралъ Фурье.

Было показано, что произвольная конечная функція можетъ быть разложена въ рядъ Фурье:

$$f(x) = A + A_1 \cos \frac{\pi x}{a} + A_2 \cos \frac{2\pi x}{a} + A_3 \cos \frac{3\pi x}{a} + \dots \\ + B_1 \sin \frac{\pi x}{a} + B_2 \sin \frac{2\pi x}{a} + B_3 \sin \frac{3\pi x}{a} + \dots \quad (1)$$

Коэффициенты, какъ было показано въ § 2, выражаются слѣдующимъ образомъ:

$$A = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} f(z) dz, \quad A_n = \frac{1}{a} \int_{-a}^{+a} f(z) \cos \frac{n\pi z}{a} dz, \quad B_n = \frac{1}{a} \int_{-a}^{+a} f(z) \sin \frac{n\pi z}{a} dz.$$

Подставивъ эти значенія коэффициентовъ и принявъ во вниманіе, что

$$\cos \frac{n\pi z}{a} \cos \frac{n\pi x}{a} + \sin \frac{n\pi z}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} = \cos \frac{n\pi(z-x)}{a},$$

мы приведемъ рядъ (1) къ слѣдующей формѣ:

$$f(x) = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} f(z) dz + \frac{1}{a} \sum_{n=0}^{+\infty} \int_{-a}^{+a} f(z) \cos \frac{n\pi(z-x)}{a} dz. \quad (2)$$

Вмѣсто каждаго косинуса можно подставить:

$$\cos \frac{n\pi(z-x)}{a} = \frac{1}{2} \cos \frac{n\pi(z-x)}{a} + \frac{1}{2} \cos \frac{-n\pi(z-x)}{a}.$$

Тогда выраженіе (2) можетъ быть написано въ слѣдующей формѣ:

$$f(x) = \frac{1}{2a} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-a}^{+a} f(z) \cos \frac{n\pi(z-x)}{a} dz.$$

Если теперь положимъ $y_n = \frac{n\pi}{a}$, то $y_{n+1} - y_n = \frac{\pi}{a}$. Тогда выраженіе во второй части можетъ быть приведено къ слѣдующей формѣ:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \sum_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-a}^{+a} f(z) \cos y_n(z-x) dz \right) (y_{n+1} - y_n).$$

Будемъ теперь a увеличивать до безконечности, причемъ $y_{n+1} - y_n$ обратится въ безконечно малую величину. Сумма во второй части въ предѣлѣ превратится въ опредѣленный интегралъ, взятый между безконечными предѣлами; слѣдовательно

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) \cos y(z-x) dz \right) dy. \quad (3)$$

Это есть такъ называемый двойной интегралъ Фурье.

Равенство (3) имѣетъ мѣсто для произвольной конечной функціи $f(x)$. Въ точкѣ разрыва вторая часть равна полусуммѣ значеній функціи.

Интегралъ Фурье (3) есть такъ называемый *условно сходящійся* интегралъ, такъ какъ его сумма зависитъ отъ порядка интегрированій. Сначала нужно интегрировать по переменному z и потомъ по y . При обратномъ порядкѣ интегрированій интегралъ Фурье приобретаетъ неопределенное значеніе.

6.

Остаточный членъ ряда Фурье.

Въ ряду Фурье (2. § 5) удержимъ $m+1$ членовъ и сумму всѣхъ остальныхъ членовъ обозначимъ черезъ R_m ,

$$f(x) = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} f(z) dz + \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{n=m} \int_{-a}^{+a} f(z) \cos \frac{n\pi(z-x)}{a} dz + R_m. \quad (1)$$

Покажемъ, что можетъ быть найдена точная величина остаточнаго члена въ конечной формѣ.

Положимъ

$$V_m = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} f(z) \frac{\sin \frac{(2m+1)\pi(z-x)}{2a}}{\sin \frac{\pi(z-x)}{2a}} dz. \quad (2)$$

Принявъ во вниманіе, что

$$\sin \frac{(2m+1)\pi(z-x)}{2a} - \sin \frac{(2m-1)\pi(z-x)}{2a} = 2 \sin \frac{\pi(z-x)}{2a} \cos \frac{m\pi(z-x)}{a},$$

найдемъ рядъ слѣдующихъ равенствъ:

$$V_0 = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} f(z) dz,$$

$$V_1 - V_0 = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} f(z) \cos \frac{\pi(z-x)}{a} dz,$$

$$V_2 - V_1 = \frac{1}{a} \int_{-a}^{+a} f(z) \cos \frac{2\pi(z-x)}{a} dz,$$

.

$$V_m - V_{m-1} = \frac{1}{a} \int_{-a}^{+a} f(z) \cos \frac{m\pi(z-x)}{a} dz.$$

Сложивъ эти равенства, получимъ:

$$V_m = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} f(z) dz + \frac{1}{a} \sum_{n=1}^{n=m} \int_{-a}^{+a} f(z) \cos \frac{n\pi(z-x)}{a} dz.$$

Изъ сравненія съ равенствомъ (1), находимъ:

$$R_m = f(x) - \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} f(z) \frac{\sin \frac{(2m+1)\pi(z-x)}{2a}}{\sin \frac{\pi(z-x)}{2a}} dz.$$

Такъ выражается остаточный членъ ряда Фурье. Такъ какъ рядъ Фурье сходящійся и равенъ $f(x)$, то его остаточный членъ съ возрастаніемъ m до бесконечности долженъ стремиться къ нулю. Отсюда приходимъ къ слѣдующей теоремѣ:

Выраженіе (2) съ возрастаніемъ цѣлаго положительнаго числа m до бесконечности стремится къ $f(x)$.

Эту теорему Дириклѣ доказываетъ непосредственно, Изъ этой теоремы вытекаетъ разложеніе функціи въ рядъ Фурье.

В. Ермаковъ.

Элементы математического анализа.

VI.

Теорія опредѣленныхъ интеграловъ.

22. Вопросъ объ опредѣленныхъ интегралахъ имѣетъ большое значеніе и въ анализѣ и въ прикладныхъ наукахъ; въ виду этого мы разовьемъ его съ нѣкоторыми небольшими подробностями.

Допустимъ, что функція $f(x)$ непрерывна и конечна между частными значеніями переменнаго $x=a$ и $x=b$, гдѣ $a < b$. Пусть эта функція будетъ опредѣлена и конечна и на этихъ предѣлахъ. Раздѣлимъ разность $b - a$ на части

$$x_1 - a; \quad x_2 - x_1; \quad x_3 - x_2; \dots b - x_n$$

умножимъ каждую изъ этихъ разностей соответственно на

$$f(a), \quad f(x_1), \quad f(x_2), \dots f(x_n)$$

и сложимъ произведенія, тогда составитя сумма

$$S_n = (x_1 - a)f(a) + (x_2 - x_1)f(x_1) + \dots + (b - x_n)f(x_n) \quad (1)$$

если число слагаемыхъ въ промежуткѣ отъ a до b возрастаетъ неограниченно, а сумма S_n при этомъ стремится къ нѣкоторому конечному предѣлу, то этотъ послѣдній называется опредѣленнымъ интеграломъ дифференціала $f(x)dx$, взятымъ между предѣлами a и b . Такимъ образомъ этотъ опредѣленный интеграль есть

$$\lim_{n=\infty} S_n = \int_a^b f(x) dx.$$

Докажемъ, что при упомянутыхъ условіяхъ сумма S_n дѣйствительно стремится къ опредѣленному и конечному предѣлу.

Мы знаемъ, что если

$$\int f(x) dx = F(x)$$

то

$$F'(x) = f(x)$$

Кромѣ того по опредѣленію производной

$$\lim_{b \rightarrow a} \frac{F(b) - F(a)}{b - a} = F'(c) = f(c),$$

гдѣ c есть нѣкоторая величина, заключающаяся между a и b .

По этому равенству

$$F(x_1) - F(a) = (x_1 - a) f(\xi)$$

$$F(x_2) - F(x_1) = (x_2 - x_1) f(\xi_1)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$F(x_{i+1}) - F(x_i) = (x_{i+1} - x_i) f(\xi_i)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$F(x_n) - F(x_{n-1}) = (x_n - x_{n-1}) f(\xi_{n-1})$$

$$F(b) - F(x_n) = (b - x_n) f(\xi_n),$$

гдѣ вообще

$$x_{i+1} > \xi_i > x_i$$

Слѣдовательно величины $\xi, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ заключаются между величинами $a, x_1, x_2, \dots, x_n, b$.

Когда сложимъ предыдущія выраженія, то въ суммѣ получимъ

$$F(b) - F(a) = (x_1 - a) f(\xi) + (x_2 - x_1) f(\xi_1) + \dots + (b - x_n) f(\xi_n).$$

Если вычтемъ этотъ рядъ изъ ряда (1), то найдемъ разность

$$\begin{aligned} (2) \quad S_n - [F(b) - F(a)] = \\ = (x_1 - a) [f(a) - f(\xi)] + (x_2 - x_1) [f(x_1) - f(\xi_1)] + \dots \\ + (x_{i+1} - x_i) [f(x_i) - f(\xi_i)] + \dots \end{aligned}$$

Означимъ maximum и minimum разности $f(x_k) - f(\xi_k)$ чрезъ M и m .

Замѣнимъ во второй части каждую разность ея наибольшимъ значеніемъ, тогда эта вторая часть представится въ видѣ

$$M(x_1 - a) + (x_2 - x_1) + (x_3 - x_2) + \dots + (x_n - x_{n-1}) + (b - x_n)$$

или

$$M(b - a).$$

Если въ томъ же уравненіи (2), во второй его части, вмѣсто каждой разности $f(x_i) - f(\xi_i)$ поставимъ наименьшее ея значеніе, то подобно предыдущему найдемъ

$$m(b - a).$$

Слѣдовательно разность $S_n - [F(b) - F(a)]$ будетъ заключаться между этими величинами $M(b - a)$ и $m(b - a)$, такимъ образомъ

$$M(b - a) > S_n - [F(b) - F(a)] > m(b - a).$$

Мы принимаемъ, что $f(x)$ непрерывна въ предѣлахъ отъ a до b и что ξ_i въ предѣлѣ стремится къ x_i , а слѣдовательно разность

$$f(x_i) - f(\xi_i).$$

съ возрастаніемъ числа промежуточныхъ членовъ, стремится къ нулю какъ къ предѣлу; поэтому при $n = \infty$, т. е. въ предѣлѣ M и m обращаются въ нули, слѣдовательно

$$\lim_{n=\infty} [S_n - (F(b) - F(a))] = 0.$$

Такимъ образомъ въ предѣлѣ мы имѣемъ

$$S_n = F(b) - F(a),$$

т. е. въ предѣлѣ S_n стремится къ опредѣленной конечной величинѣ, ибо по предположенію $F(x)$ для значеній $x = a$ и $x = b$ конечна и опредѣлена.

Замѣтимъ, что найденный предѣлъ не зависитъ отъ закона, по которому составляются числа ряда (1), лишь бы разность съ возрастаніемъ i стремилась къ нулю.

Легко представить себѣ геометрическое значеніе опредѣленнаго интеграла. Пусть AB (фиг. 1) будетъ кривая линія, представляемая уравненіемъ $y = f(x)$. Пусть требуется найти площадь, заключающуюся между кривою AB , осью x и крайними ординатами $AC = y_1$ и $BD = y_2$. Пусть абсциса точки A , т. е. $OC = a$ и $CD = b$. Раздѣлимъ разность этихъ

абсцисъ $b - a$ на нѣсколько частей h_1, h_2, \dots, h_n . Изъ точекъ дѣленія проведемъ ординаты до пересѣченія съ кривою. При этомъ условіи

$$y_1 = f(a); \quad y_2 = f(b).$$

Ординаты соответствующія абсцисамъ

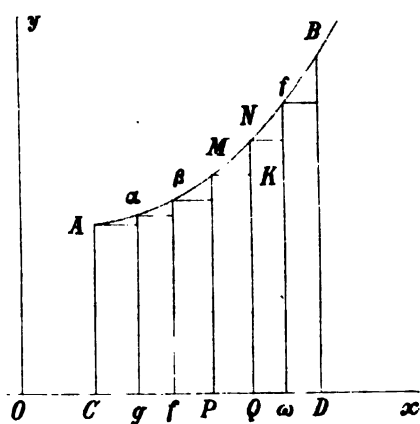
$$x_1 = a + h_1, \quad x_2 = x_1 + h_2, \dots, x_{n-1} = x_{n-2} + h_{n-1}$$

будутъ

$$f(a + h_1); \quad f(x_1 + h_2) \dots f(x_{n-2} + h_{n-1})$$

или

$$f(x_1), \quad f(x_2) \dots f(x_{n-1}).$$



Фиг. 1.

Площади прямоугольниковъ, вписанныхъ въ площадь $CABD$, ограниченную кривою AB , будутъ

$$\text{пл. } ACag = h_1 f(a)$$

$$\text{пл. } \alpha \beta gf = h_2 f(x_1)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\text{пл. } JB\omega D = h_n f(x_{n-1}).$$

Если возьмемъ сумму этихъ площадей прямоугольниковъ, то найдемъ

$$S = h_1 f(a) + h_2 f(x_1) + \dots + h_n f(x_{n-1}) = \sum h f(x).$$

Величина искомой площади будетъ разниться отъ этой суммы (будетъ болѣе ея) на величину суммы элементарныхъ треугольниковъ, аналогичныхъ напр. съ треугольникомъ MNK . Эта сумма элементарныхъ треуголь-

никовъ можетъ быть представлена въ видѣ

$$\varepsilon_1 h_1 + \varepsilon_2 h_2 + \dots + \varepsilon_n h_n = \sum \varepsilon h$$

если подѣ ε_i разумѣемъ половину высоты каждаго изъ этихъ треугольниковъ. Но легко видѣть прямо изъ чертежа, что сумма площадей этихъ треугольниковъ будетъ менѣ площади послѣдняго изъ прямоугольниковъ. а такъ какъ, произвольно уменьшая h , мы можемъ сдѣлать площадь этого прямоугольника менѣ всякой данной величины, то разность искомой площади отъ суммы

$$S = \sum f(x) h$$

сама сдѣлается менѣ всякой данной величины. Поэтому искомая площадь

$$P = \lim \sum f(x) h$$

или

$$P = \lim \sum f(x) \Delta x,$$

но по нашему опредѣленію

$$\lim \sum f(x) \Delta x = \int_a^b f(x) dx$$

Поэтому опредѣленный интегралъ можно разсматривать какъ величину площади, заключающейся: между кривою, осью x и ординатами, соответствующими предѣльнымъ значеніямъ абсциссы, ординатами вычисленными по уравненію кривою $y = f(x)$ для частныхъ значеній переменнаго $x = a$, $x = b$.

23. Предѣломъ интеграла можетъ быть и безконечность, но самъ интегралъ при извѣстныхъ условіяхъ все таки можетъ оставаться конечною и опредѣленною величиною. Посмотримъ можно ли указать общій признакъ, по которому слѣдуетъ судить остается ли данный интегралъ конечнымъ и опредѣленнымъ въ то время, когда одинъ изъ предѣловъ стремится къ безконечности.

Предположимъ, что нѣкоторая функція $f(x)$ для всѣхъ значеній x , заключающихся между x_0 и $+\infty$, остается конечною; если при этомъ для всѣхъ величинъ x , большихъ нѣкотораго количества a , абсолютная величина произведенія $x^n f(x)$ при $n > 1$ постоянно остается менѣ нѣкотораго даннаго числа K , то интегралъ

$$\int_{x_0}^X f(x) dx$$

будетъ стремиться къ конечной величинѣ по мѣрѣ того какъ X будетъ возрастать до безконечности. Напротивъ, если для величинъ x большихъ a произведеніе $x^n f(x)$, при $n = 1$ или $n < 1$ постоянно остается болѣе K , то тотъ же интегралъ обращается въ безконечность, когда X обращается въ безконечность.

Чтобы доказать эту теорему, замѣтимъ, что

$$\int_{x_0}^X f(x) dx = \int_{x_0}^a f(x) dx + \int_a^X f(x) dx$$

Первый интегралъ въ томъ предположеніи, что $f(x)$ остается непрерывною и конечною между x_0 и a есть опредѣленная конечная величина, поэтому рассмотримъ только второй интегралъ.

Если для величинъ x , заключающихся между предѣлами a и $+\infty$, произведеніе $x^n f(x)$ при $n > 1$ менѣе конечной величины K ; если

$$x^n f(x) < K,$$

то также

$$f(x) < \frac{K}{x^n}$$

слѣдовательно на основаніи извѣстной теоремы можемъ принять

$$\int_a^X f(x) dx < \int_a^X \frac{K}{x^n} dx$$

но

$$\int \frac{K}{x^n} dx = \frac{K}{1-n} \frac{1}{x^{n-1}} + C$$

или

$$\int_a^X \frac{K}{x^n} dx = \frac{K}{n-1} \left[\frac{1}{a^{n-1}} - \frac{1}{X^{n-1}} \right]$$

а это при $X = \infty$ и при $n > 1$ обращается въ

$$\frac{K}{(n-1) a^{n-1}}$$

т. е. въ конечную, опредѣленную величину; но этотъ интегралъ болѣе

$$\int_a^X f(x) dx$$

а потому этотъ послѣдній а fortiori имѣетъ конечное значеніе, каковое слѣдовательно имѣетъ и данный интегралъ.

Если абсолютная величина произведенія $x^n f(x)$ для значеній x заключающихся между a и ω болѣе K , то

$$f(x) > \frac{K}{x^n}$$

слѣдовательно

$$\int_a^X f(x) dx > \int_a^X \frac{K}{x^n} dx,$$

но

$$\int_a^X \frac{K}{x^n} dx = \frac{K}{1-n} (X^{1-n} - a^{1-n})$$

при $n < 1$; если же $n = 1$, то

$$\int_a^X \frac{K}{x} dx = K \lg \frac{X}{a}.$$

но въ томъ и другомъ случаѣ этотъ интегралъ при $X = \infty$ обращается въ безконечность, а слѣдовательно и интегралъ

$$\int_{x_0}^X f(x) dx$$

въ этомъ случаѣ обращается въ безконечность.

Можетъ встрѣтиться случай до известной степени аналогичный съ разсмотрѣннымъ. Можетъ быть, что при конечномъ верхнемъ предѣлѣ подынтегральная функція обращается въ бесконечность, но интегралъ можетъ оставаться конечнымъ при известномъ условіи и въ этомъ случаѣ.

Предположимъ, что данъ интегралъ

$$\int_a^b f(x) dx$$

въ которомъ $f(x)$ при $x = b$ обращается въ бесконечность.

Допустимъ, что неопределенный интегралъ неизвѣстенъ.

Пусть, какъ сказали, подынтегральная функція $f(x)$ между предѣлами остается конечной, но при верхнемъ предѣлѣ обращается въ бесконечность.

Допустимъ, что мы нашли такое положительное число k , для котораго выраженіе

$$(b - x)^k f(x)$$

при $x = b$ принимаетъ конечную величину, отличную отъ нуля; такъ что

$$\lim_{x=b} (b - x)^k f(x) = A.$$

Это значитъ, что

$$f(x) = \frac{A}{(b - x)^k}$$

и отсюда видимъ, что подынтегральная функція при верхнемъ предѣлѣ, при $b = x$ имѣетъ полюсъ или бесконечность порядка k ; при этомъ k можетъ быть и цѣлымъ и дробнымъ числомъ.

Пусть

$$(3) \quad (b - x)^k f(x) = \varphi(x)$$

тогда если $f(x)$ между предѣлами интеграла непрерывна, то и $\varphi(x)$ также непрерывна.

Данный интегралъ

$$\int_a^b f(x) dx$$

можетъ быть представленъ въ видѣ

$$\lim_{a=0} \int_a^{b-a} f(x) dx$$

при положеніи (2) имѣемъ

$$\int_a^{b-a} f(x) dx = \int_a^{b-a} \frac{\varphi(x)}{(b-x)^k} dx$$

Такъ какъ $b-x$ между предѣлами интеграла сохраняетъ постоянный знакъ, а $\varphi(x)$ между предѣлами конечна и непрерывна, то она можетъ быть вынесена за знакъ интеграла съ нѣкоторымъ среднимъ значеніемъ переменнаго.

Слѣдовательно

$$\int_a^{b-a} \frac{\varphi(x) dx}{(b-x)^k} = \varphi(\xi) \int_a^{b-a} \frac{dx}{(b-x)^k}$$

Такъ какъ $\varphi(\xi)$ для всѣхъ значеній ξ между предѣлами a и b конечна, то нужно только изслѣдовать предѣлъ интеграла

$$\int_a^{b-a} \frac{dx}{(b-x)^k}$$

при $a=0$. Неопредѣленный интеграль этого намъ извѣстенъ, онъ есть

$$\int \frac{dx}{(b-x)^k} = \frac{(b-x)^{1-k}}{k-1}$$

Слѣдовательно

$$\int_a^{b-a} \frac{dx}{(b-x)^k} = \frac{a^{1-k}}{k-1} - \frac{(b-a)^{1-k}}{k-1}$$

Если a стремится къ нулю, то это выраженіе тогда только будетъ конечнымъ, когда $k < 1$, если же $k = 1$, то интеграль

$$\int \frac{dx}{(b-x)^k}$$

обратится въ

$$\int \frac{dx}{b-x} = -\lg(b-x)$$

слѣдовательно

$$\int_a^{b-a} \frac{dx}{b-x} = -\lg(a) + \lg(b-a) = \lg\left[\frac{b-a}{a}\right]$$

и когда a обращается въ нуль, этотъ интегралъ обращается въ безконечность. Итакъ если функція стоящая подъ знакомъ опредѣленнаго интеграла конечна, а при верхнемъ предѣлѣ обращается въ безконечность, то опредѣленный интегралъ имѣетъ конечную величину только въ томъ случаѣ, когда порядокъ безконечности этой функціи меньше единицы.

Разсматривая этотъ случай, мы говорили о верхнемъ предѣлѣ, но легко видѣть, что заключеніе будетъ справедливо и тогда, когда подынтегральная функція обращается въ безконечность при нижнемъ предѣлѣ.

Въ самомъ дѣлѣ, если въ интегралѣ

$$\int_a^b f(x) dx$$

$f(x)$ при $x=a$ обращается въ безконечность, то опять допустимъ, что извѣстно *положительное* число k , при которомъ

$$\lim_{x \rightarrow a} (x-a)^k f(x) = A,$$

гдѣ A конечная, отличная отъ нуля величина.

Въ этомъ случаѣ слѣдуетъ представить данный опредѣленный интегралъ въ видѣ

$$\lim_{a \rightarrow 0} \int_{a+a}^b f(x) dx,$$

потомъ по выраженію

$$(x-a)^k f(x) = \varphi(x)$$

замѣнить интегралъ

$$\int_{a+a}^b f(x) dx$$

чрезъ

$$\varphi(\xi) \int_{a+\alpha}^b \frac{dx}{(x-\alpha)^k}$$

и разсуждая подобно предыдущему, придемъ къ тому же заключенію, какъ прежде; такъ что вообще можемъ сказать, что если функція стоящая подъ знакомъ интеграла при одномъ изъ предѣловъ обращается въ безконечность, оставаясь конечной и непрерывной между предѣлами, то опредѣленный интегралъ будетъ имѣть конечную величину, когда порядокъ безконечности подынтегральной функціи будетъ меньше единицы.

24. До сихъ поръ мы предполагали, что подынтегральная функція между предѣлами интеграла остается непрерывною, но могутъ быть случаи, въ которыхъ подынтегральная функція между предѣлами интеграла претерпѣваетъ нарушеніе непрерывности. Въ этихъ случаяхъ интегралъ обыкновенными приемами не всегда можетъ быть найденъ.

Такъ, напр., если приложимъ обыкновенный приемъ къ интегрированію дифференціала $x^{-2}dx$ между предѣлами $x=-1$ и $x=+1$, то получимъ

$$\int_{-1}^{+1} \frac{dx}{x^2} = -2$$

въ дѣйствительности это число -2 интеграла не представляетъ и причина этого заключается въ томъ, что при $x=0$, т. е. при значеніи, которое заключается между предѣлами интеграла, подынтегральная функція обращается въ безконечность. Что -2 не представляетъ искомага опредѣленнаго интеграла, можно заключить уже изъ того, что складывая существенно положительные элементы, мы нашли отрицательную сумму.

Чтобы найти истинное значеніе этого интеграла, означимъ черезъ ε и ε' безконечно малыя положительныя величины, и представимъ данный интегралъ въ видѣ

$$\int_{-1}^{+1} \frac{dx}{x^2} = \lim_{\varepsilon=0, \varepsilon'=0} \left[\int_{-1}^{-\varepsilon} \frac{dx}{x^2} + \int_{\varepsilon'}^{+1} \frac{dx}{x^2} \right] = \lim \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 + \frac{1}{\varepsilon'} - 1 \right) = \infty$$

таково вѣрное значеніе интеграла.

Когда подынтегральная функція между предѣлами интеграла претерпѣваетъ нарушеніе непрерывности, то одинъ и тотъ же интегралъ при

различныхъ условіяхъ касательно постоянныхъ входящихъ въ подынтегральную функцію, можетъ быть и конечнымъ и бесконечно большимъ и представлять собою совершенно неопредѣленную величину.

Разсмотримъ, напр., интеграль

$$\int_a^b \frac{dx}{x-a}$$

Неопредѣленный интеграль соответствующій этому есть

$$\int \frac{dx}{x-a} = \lg(x-a),$$

слѣдовательно

$$\int_a^b \frac{dx}{x-a} = \lg(b-a) - \lg(a-a) = \lg\left(\frac{b-a}{a-a}\right)$$

Здѣсь если a не заключается между a и b , то дробь

$$\frac{b-a}{a-a}$$

будетъ положительна и мы будемъ имѣть

$$\int_a^b \frac{dx}{x-a} = \lg\left(\frac{b-a}{a-a}\right) = \text{Log}\left(\frac{b-a}{a-a}\right) + 2m\pi i,$$

гдѣ знакъ Log означаетъ ариметическій логарифмъ и m цѣлое число, которое предстоитъ опредѣлить. Для этого замѣтимъ, что рассматриваемый интеграль, имѣющій всѣ элементы дѣйствительные, самъ представляетъ дѣйствительную величину и потому должно принять $m=0$, слѣд. надо считать въ этомъ случаѣ

$$\int_a^b \frac{dx}{x-a} = \text{Log}\left(\frac{b-a}{a-a}\right).$$

Если же мы предположимъ, что a заключается между a и b , то

$$\frac{b-a}{a-a}$$

будет отрицательное число, а все логарифмы отрицательных чисел суть мнимые, поэтому ни один из этих логарифмов не может представлять собою

$$\int_a^b \frac{dx}{x-a}$$

как величину действительную.

Этот парадокс происходит от того, что

$$F(x) = \lg(x-a)$$

обращается в безконечность при $x=a$ (когда a находится между пределами a и b). В этом случае мы не можем принять

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Легко видеть, что в предположении $b > a > a$ рассматриваемый интеграл представляет собою неопределенную величину. В самом деле, мы можем принять

$$\begin{aligned} \int_a^b \frac{dx}{x-a} &= \lim_{\varepsilon=0, \eta=0} \left[\int_a^{a-\varepsilon} \frac{dx}{x-a} + \int_{a+\eta}^b \frac{dx}{x-a} \right] \\ &= \lim \left[\operatorname{Log} \frac{a-\varepsilon}{a-a} + \operatorname{Log} \frac{b-a}{a+\eta-a} \right] = \operatorname{Log} \frac{b-a}{a-a} + \lim \operatorname{Log} \frac{\varepsilon}{\eta} \end{aligned}$$

Так как отношение $\frac{\varepsilon}{\eta}$ совершенно произвольно и в предель обращается в $\frac{0}{0}$, то и предыдущее выражение не имеет определенной величины.

Если предположим $\varepsilon = \eta$, то будем иметь так называемую главную величину рассматриваемого интеграла в форме

$$\operatorname{Log} \left(\frac{b-a}{a-a} \right)$$

Рассматривая интегралы, подынтегральные функции которых претерпевают нарушение непрерывности, Коши ввел в анализ понятия общих значений интегралов и главных значений интегралов.

Если въ интегралѣ

$$\int_{x_0}^X f(x) dx$$

подъинтегральная функція для нѣкотораго частнаго значенія $x = x_1$ заключающагося между x_0 и X претерпѣваетъ нарушеніе непрерывности, то представимъ интегралъ въ видѣ

$$\int_{x_0}^X f(x) dx = \lim_{\varepsilon=0, \eta=0} \left[\int_{x_0}^{x_1-\varepsilon} f(x) dx + \int_{x_1+\eta}^X f(x) dx \right]$$

При $\eta = \varepsilon$ мы имѣемъ

$$\int_{x_0}^X f(x) dx = \lim_{\varepsilon=0} \left[\int_{x_0}^{x_1-\varepsilon} f(x) dx + \int_{x_1+\varepsilon}^X f(x) dx \right]$$

Этотъ предѣлъ, къ которому стремится рассматриваемый интегралъ, въ то время какъ ε уменьшается до нуля, А. Коши называлъ *главнымъ значеніемъ* опредѣленнаго интеграла

$$\int_{x_0}^X f(x) dx.$$

Если этотъ интегралъ имѣетъ конечную и опредѣленную величину, то понятно, что такая величина будетъ предѣломъ, къ которому стремится сумма

$$(3) \quad \int_{x_0}^{x_1-\mu\varepsilon} f(x) dx + \int_{x_1+\lambda\varepsilon}^X f(x) dx$$

при совершенно произвольныхъ положительныхъ величинахъ λ и μ , въ то время какъ ε стремится къ нулю. Поэтому разность этой суммы и суммы

$$\int_{x_0}^{x_1-\varepsilon} f(x) dx + \int_{x_1+\varepsilon}^X f(x) dx$$

т. е. разность

$$\begin{aligned} & \int_{x_0}^{x_1 - \varepsilon\mu} f(x) dx - \int_{x_0}^{x_1 - \varepsilon} f(x) dx + \int_{x_1 + \lambda\varepsilon}^X f(x) dx - \int_{x_1 + \varepsilon}^X f(x) dx = \\ & = \int_{x_1 - \varepsilon}^{x_1 - \varepsilon\mu} f(x) dx + \int_{x_1 + \lambda\varepsilon}^{x_1 + \varepsilon} f(x) dx \quad 1) \end{aligned} \quad (4)$$

должна обращаться въ нуль, ибо величина опредѣленного интеграла, если она есть конечная и опредѣленная, не можетъ зависетьъ отъ совершенно произвольныхъ количествъ λ и μ , отъ которыхъ упомянутая разность непремѣнно зависитъ.

1) Предположимъ, что

$$\int f(x) dx = F(x) + C.$$

Тогда

$$\int_{x_0}^{x_1 - \varepsilon\mu} f(x) dx = F(x_1 - \varepsilon\mu) - F(x_0); \quad \int_{x_0}^{x_1 - \varepsilon} f(x) dx = F(x_1 - \varepsilon) - F(x_0)$$

слѣдовательно

$$\int_{x_0}^{x_1 - \varepsilon\mu} f(x) dx - \int_{x_0}^{x_1 - \varepsilon} f(x) dx = F(x_1 - \varepsilon\mu) - F(x_1 - \varepsilon) = \int_{x_1 - \varepsilon}^{x_1 - \varepsilon\mu} f(x) dx,$$

также

$$\int_{x_1 + \lambda\varepsilon}^X f(x) dx = F(X) - F(x_1 + \lambda\varepsilon); \quad \int_{x_1 + \varepsilon}^X f(x) dx = F(X) - F(x_1 + \varepsilon),$$

слѣдовательно

$$\int_{x_1 + \lambda\varepsilon}^X f(x) dx - \int_{x_1 + \varepsilon}^X f(x) dx = F(x_1 + \varepsilon) - F(x_1 + \lambda\varepsilon) = \int_{x_1 + \lambda\varepsilon}^{x_1 + \varepsilon} f(x) dx.$$

Величину интеграла, определяемую выражением (3), въ которомъ λ и μ отличны отъ единицы Коши называетъ общимъ значеніемъ опредѣленного интеграла, и заключаетъ, что если опредѣленный интегралъ можетъ имѣть опредѣленную конечную величину, въ то время какъ подынтегральная функція для нѣкотораго значенія переменнаго, заключающагося между предѣлами интеграла, претерпѣваетъ нарушеніе непрерывности, то разность его общаго и главнаго значенія должна равняться нулю.

Пояснимъ это на слѣдующемъ простомъ примѣрѣ.

Въ интегралѣ

$$(6) \quad \int_{-a}^{+a} \frac{\partial x}{x}$$

Подынтегральная функція при $x=0$ (т. е. между предѣлами интеграла) претерпѣваетъ нарушеніе непрерывности. Посмотримъ по правилу Коши, можетъ ли этотъ интегралъ имѣть опредѣленное значеніе.

Разность общаго и главнаго значенія, по выраженію (4), вообще есть

$$\int_{x_1-\mu\varepsilon}^{x_1+\mu\varepsilon} f(x) \partial x + \int_{x_1+\lambda\varepsilon}^{x_1+\varepsilon} f(x) \partial x.$$

Такъ какъ нарушеніе непрерывности въ рассматриваемомъ частномъ случаѣ происходитъ при $x=0$, то для рассматриваемаго интеграла мы должны принять въ этомъ общемъ выраженіи $x_1=0$ и $f(x)=\frac{1}{x}$. Слѣдовательно для интеграла

$$\int_{-a}^{+a} \frac{\partial x}{x}$$

упомянутая разность есть

$$\int_{-\varepsilon}^{-\mu\varepsilon} \frac{\partial x}{x} + \int_{+\lambda\varepsilon}^{+\varepsilon} \frac{\partial x}{x}$$

Чтобы избѣжать отрицательныхъ предѣловъ въ первомъ интегралѣ, мы измѣнимъ знакъ переменнаго, т. е. примемъ $x = -t$; $\partial x = -\partial t$, но такъ какъ при $x = -\mu\varepsilon$ и $x = -\varepsilon$: $t = \mu\varepsilon$ и $t = \varepsilon$, то предыдущее принимаетъ видъ

$$\int_{\varepsilon}^{\mu\varepsilon} \frac{\partial t}{t} + \int_{\varepsilon\lambda}^{\varepsilon} \frac{\partial x}{x} = \lg \frac{\mu}{\lambda}.$$

Что для произвольных значений λ и μ не может обратиться въ нуль, а слѣдовательно интегралъ (6) не можетъ имѣть опредѣленнаго значенія.

Сдѣлаемъ еще заключеніе о величинѣ опредѣленнаго интеграла

$$\int_0^{\pi} a + b \cdot \overline{\cos x}$$

При значеніи x , удовлетворяющемъ уравненію $a + b \cos x = 0$, подынтегральная функція претерпѣваетъ нарушеніе непрерывности. Слѣдовательно если величина $x = \theta$, удовлетворяющая предыдущему уравненію такова, что $0 < \theta < \pi$, то является сомнѣніе въ томъ, можетъ ли этотъ опредѣленный интегралъ имѣть опредѣленное значеніе.

Изъ упомянутого сейчасъ уравненія находимъ

$$\cos x = -\frac{a}{b}$$

Слѣдовательно $\theta = \arccos \left(\cos = -\frac{a}{b} \right)$ и если $-\frac{a}{b} = \cos \theta$; то

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{a+b}{2b}}; \quad \cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{b-a}{2b}}$$

и если $b > a$, то для дѣйствительныхъ значеній a и b найдемъ значеніе θ , удовлетворяющее условію $0 < \theta < \pi$.

При $b > a$, какъ мы видѣли на стр. 407, этотъ интегралъ принимаетъ видъ

$$\int a + b \cdot \overline{\cos x} = \frac{1}{\sqrt{b^2 - a^2}} \lg \left[\frac{\sqrt{b-a} \sin \frac{x}{2} + \sqrt{b+a} \cos \frac{x}{2}}{\sqrt{b-a} \sin \frac{x}{2} - \sqrt{b+a} \cos \frac{x}{2}} \right]$$

Мы положили

$$\frac{a}{b} = -\cos a$$

и тогда предыдущее принимаетъ видъ

$$(7) \quad \int \frac{dx}{a + b \cos x} = \frac{1}{\sqrt{b^2 - a^2}} \operatorname{tg} \frac{\sin \left(\frac{x + \theta}{2} \right)}{\sin \left(\frac{x - \theta}{2} \right)}$$

Такъ какъ подынтегральная функція между предѣлами интеграла при $x = \theta$ претерпѣваетъ нарушеніе непрерывности, то напомнимъ этотъ интеграль въ видѣ

$$\int_0^\pi \frac{dx}{a + b \cos x} = \lim \left[\int_0^{0 - \lambda \epsilon} \frac{dx}{a + b \cos x} + \int_{\theta + \mu \epsilon}^\pi \frac{dx}{a + b \cos x} \right]$$

Неопредѣленный интеграль (7) намъ извѣстенъ, а потому посредствомъ его представимъ это въ видѣ

$$\begin{aligned} & \int_0^\pi \frac{dx}{a + b \cos x} = \\ & = \lim \left[\frac{1}{\sqrt{b^2 - a^2}} \left\{ \operatorname{tg} \frac{\sin \left(\theta - \frac{\lambda \epsilon}{2} \right)}{\sin \frac{\lambda \epsilon}{2}} - \operatorname{tg}(-1) - \operatorname{tg} \frac{\sin \left(\theta + \frac{\mu \epsilon}{2} \right)}{\sin \frac{\mu \epsilon}{2}} \right\} \right] \end{aligned}$$

или

$$\int_0^\pi \frac{dx}{a + b \cos x} = \lim \left[\frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} \operatorname{tg} \left\{ \frac{\sin \frac{\mu \epsilon}{2} \sin \left(\theta - \frac{\lambda \epsilon}{2} \right)}{\sin \frac{\lambda \epsilon}{2} \sin \left(\theta + \frac{\mu \epsilon}{2} \right)} \right\} \right]$$

переходя къ предѣлу, т. е. полагая $\epsilon = 0$, мы получимъ подъ знакомъ логарифма выраженіе $\frac{0}{0}$, но легко видѣть, что истинное значеніе отношенія

$$\frac{\sin \frac{\mu \epsilon}{2}}{\sin \frac{\lambda \epsilon}{2}}$$

при $\epsilon = 0$ есть $\frac{\mu}{\lambda}$ слѣдовательно общее значеніе разсматриваемаго интеграла есть

$$\frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\mu}{\lambda} \right)}{\sqrt{b^2 - a^2}}$$

что для произвольных значений μ и λ представляется совершенно неопределенной величиной.

Изъ этого общаго значенія интеграла мы получимъ главное, если примемъ $\lambda = \mu = 1$, такимъ образомъ главное значеніе интеграла равно нулю.

25. Основываясь на понятіи о главномъ значеніи интеграла, мы можемъ также трактовать интегралы съ безконечными предѣлами. Если означимъ чрезъ λ и μ какъ прежде произвольныя числа, отличныя отъ нуля, а чрезъ ε —величину въ предѣлѣ обращающуюся въ нуль, то общее значеніе интеграла

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$$

будетъ

$$\lim \int_{-\frac{1}{\lambda\varepsilon}}^{+\frac{1}{\mu\varepsilon}} f(x) dx$$

а главное значеніе того же интеграла есть

$$\lim \int_{-\frac{1}{\varepsilon}}^{+\frac{1}{\varepsilon}} f(x) dx$$

Если разность общаго значенія съ главнымъ при $\varepsilon = 0$ содержитъ произвольныя числа λ и μ , то рассматриваемый интегралъ не имѣетъ опредѣленнаго значенія.

Рассмотримъ интегралъ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{2m} dx}{1+x^{2n}}$$

опредѣлимъ его главное значеніе. Замѣнимъ безконечныя предѣлы величинами $\frac{1}{\mu\varepsilon}$ и $-\frac{1}{\lambda\varepsilon}$, гдѣ λ и μ суть произвольныя существенно положительныя числа, а ε въ предѣлѣ обращается въ нуль. Такимъ образомъ,

если переходимъ къ предѣлу, т. е. принимаемъ $\epsilon = 0$, то число $\frac{1}{\mu\epsilon}$ обращается въ $+\infty$, а число $-\frac{1}{\lambda\epsilon}$ въ $-\infty$.

Итакъ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{2m} \partial x}{1+x^{2n}} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\frac{1}{\lambda\epsilon}}^{+\frac{1}{\mu\epsilon}} \frac{x^{2m} \partial x}{1+x^{2n}}.$$

Уравненіе $1+x^{2n}=0$ не имѣетъ дѣйствительныхъ корней, они всѣ суть мнимые сопряженные и неравные, ибо мы знаемъ, что двучленное уравненіе равныхъ корней не имѣетъ. Итакъ корни уравненія

$$x^{2n} + 1 = 0$$

будутъ вида $\alpha \pm \beta i$, слѣдовательно подынтегральная функція разложится на сумму дробей вида

$$\frac{A + Bi}{x - \alpha + \beta i} \quad \text{и} \quad \frac{A - Bi}{x - \alpha - \beta i}$$

Итакъ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{2m} \partial x}{1+x^{2n}} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\frac{1}{\lambda\epsilon}}^{+\frac{1}{\mu\epsilon}} \sum \left[\frac{A - Bi}{x - \alpha - \beta i} + \frac{A + Bi}{x - \alpha + \beta i} \right] \partial x,$$

гдѣ знакъ суммы распространяется на всѣ корни уравненія $1+x^{2n}=0$.

Предыдущее выраженіе можетъ быть представлено въ видѣ

$$(7) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{2m} \partial x}{1+x^{2n}} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\frac{1}{\lambda\epsilon}}^{+\frac{1}{\mu\epsilon}} \sum \left\{ \frac{2A(x-\alpha) + 2B\beta}{(x-\alpha)^2 + \beta^2} \right\} \partial x$$

коэффициенты A и B должны быть найдены по извѣстному способу опредѣленія числителей элементарныхъ дробей.

Выполнимъ указанное здѣсь интегрированіе. Сначала замѣтимъ, что

$$\int \frac{2A(x-\alpha) \partial x}{(x-\alpha)^2 + \beta^2} = A \lg \{(x-\alpha)^2 + \beta^2\} + C$$

Взявъ этотъ интеграль между указанными предѣлами, получимъ

$$\int_{-\frac{1}{\lambda\epsilon}}^{+\frac{1}{\mu\epsilon}} \frac{2A(x-a)\partial x}{(x-a)^2 + \beta^2} = A \lg \left\{ \frac{\left(\frac{1}{\mu\epsilon} - a\right)^2 + \beta^2}{\left(\frac{1}{\lambda\epsilon} + a\right)^2 + \beta^2} \right\}$$

или

$$\int_{-\frac{1}{\lambda\epsilon}}^{+\frac{1}{\mu\epsilon}} \frac{2A(x-a)\partial x}{(x-a)^2 + \beta^2} = A \lg \left\{ \frac{\left(\frac{1}{\mu} - a\epsilon\right)^2 + \beta^2 \epsilon^2}{\left(\frac{1}{\lambda} + a\epsilon\right)^2 + \beta^2 \epsilon^2} \right\}$$

переходи къ предѣлу, имѣемъ

$$\lim \int_{-\frac{1}{\lambda\epsilon}}^{+\frac{1}{\mu\epsilon}} \frac{2A(x-a)\partial x}{(x-a)^2 + \beta^2} = 2A \lg \frac{\lambda}{\mu}$$

а слѣдовательно

$$\lim \int_{-\frac{1}{\lambda\epsilon}}^{+\frac{1}{\mu\epsilon}} \sum \frac{2A(x-a)\partial x}{(x-a)^2 + \beta^2} = 2 \lg \frac{\lambda}{\mu} \sum A \quad (8)$$

ибо знакъ суммы распространяется на всѣ корни знаменателя, каждому корню соответствуетъ свой числитель элементарной дроби, а λ и μ одни и тѣже для всѣхъ элементарныхъ дробей.

Обратимся теперь ко второму члену интеграла (7). Эта часть есть

$$\int \frac{2B\beta \partial x}{(x-a)^2 + \beta^2} = 2B \operatorname{arc} \left(\operatorname{tang} = \frac{x-a}{\beta} \right)$$

Слѣдовательно

$$\int_{-\frac{1}{\lambda\epsilon}}^{+\frac{1}{\mu\epsilon}} \frac{2B\beta \partial x}{(x-a)^2 + \beta^2} = 2B \left\{ \operatorname{arc} \left(\operatorname{tang} = \frac{\frac{1}{\mu\epsilon} - a}{\beta} \right) - \operatorname{arc} \left(\operatorname{tang} = \frac{-\frac{1}{\lambda\epsilon} - a}{\beta} \right) \right\}$$

или

$$\int_{-\frac{1}{\lambda\epsilon}}^{\frac{1}{\mu\epsilon}} \frac{2B\beta dx}{(x-a)^2 + \beta^2} = 2B \left\{ \operatorname{arc} \left(\operatorname{tang} = \frac{\frac{1}{\mu} - a\epsilon}{\beta\epsilon} \right) + \operatorname{arc} \left(\operatorname{tang} = \frac{\frac{1}{\lambda} + a\epsilon}{\beta\epsilon} \right) \right\}$$

при $\epsilon = 0$ тотъ и другой тангенсъ обращаются въ безконечность, а дуги этихъ тангесовъ суть $\frac{\pi}{2}$; сумма ихъ есть π . Итакъ

$$\lim \int_{-\frac{1}{\lambda\epsilon}}^{\frac{1}{\mu\epsilon}} \frac{2B\beta dx}{(x-a)^2 + \beta^2} = 2B\pi$$

и потому подобно предыдущему

$$\lim \int_{-\frac{1}{\lambda\epsilon}}^{\frac{1}{\mu\epsilon}} \sum \frac{2B\beta dx}{(x-a)^2 + \beta^2} = 2\pi \sum B$$

Принимая во вниманіе этотъ интеграль и интеграль (8), представляемъ интеграль (7) въ видѣ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{2m} dx}{1+x^{2n}} = 2 \lg \frac{\lambda}{\mu} \sum A + 2\pi \sum B$$

Слѣдовательно этотъ интеграль будетъ имѣть опредѣленную величину только тогда, когда будетъ независимъ отъ произвольнаго числа $\lg \frac{\lambda}{\mu}$, т. е. когда первый членъ обратится въ нуль, а это при совершенно произвольныхъ λ и μ будетъ тогда, когда $\sum A = 0$; посмотримъ, можетъ-ли это имѣть мѣсто въ нашемъ случаѣ. Для этого надо знать значеніе величинъ $\sum A$ и $\sum B$, т. е. надо опредѣлить числители элементарныхъ дробей.

Какъ извѣстно, корни уравненія $1+x^{2n}=0$ суть

$$x = \cos \left(\frac{2k+1}{2n} \pi \right) + i \sin \left(\frac{2k+1}{2n} \pi \right)$$

посредствомъ этого мы получимъ все корни, давая k все цѣлыя значенія отъ нуля до $n-1$.

Мы предполагали выше, что корни уравненія $1+x^{2n}=0$ суть

$$x = \alpha + \beta i, \quad x = \alpha - \beta i.$$

слѣдовательно теперь

$$\alpha = \cos \left(\frac{2k+1}{2n} \pi \right); \quad \beta = \sin \left(\frac{2k+1}{2n} \pi \right)$$

Но мы знаемъ, что если для раціональной дроби $\frac{F'(x)}{f(x)}$ уравненіе $f(x)=0$ имѣетъ корень $\alpha + \beta i$, то числитель соответствующій этому корню определяется по выраженію

$$A + Bi = \frac{F'(\alpha + \beta i)}{f'(\alpha + \beta i)}$$

Въ нашемъ случаѣ

$$F(x) = x^{2m}; \quad f(x) = 1 + x^{2n}.$$

слѣдовательно

$$f'(x) = 2nx^{2n-1}$$

Итакъ

$$A + Bi = \frac{\left\{ \cos \left(\frac{2k+1}{2n} \pi \right) + i \sin \left(\frac{2k+1}{2n} \pi \right) \right\}^{2m}}{2n \left\{ \cos \frac{2k+1}{2n} \pi + i \sin \left(\frac{2k+1}{2n} \pi \right) \right\}^{2n-1}}$$

или

$$A + Bi = \frac{1}{2n} \left\{ \cos \left(\frac{2k+1}{2n} \pi \right) + i \sin \left(\frac{2k+1}{2n} \pi \right) \right\}^{2(m-n)+1}$$

или

$$A + Bi = \frac{1}{2n} \left\{ \cos \left(\frac{2k+1}{2n} (2m-2n+1) \pi \right) + i \sin \left(\frac{2k+1}{2n} (2m-2n+1) \pi \right) \right\}$$

или

$$A + Bi = \frac{1}{2n} \left\{ \cos \left[\left(\frac{2m+1}{2n} - 1 \right) (2k+1) \pi \right] + i \sin \left[\left(\frac{2m+1}{2n} - 1 \right) (2k+1) \pi \right] \right\}$$

Пусть для краткости $\frac{2m+1}{2n} = a$, тогда

$$\left(\frac{2m+1}{2n} - 1 \right) (2k+1) = (a-1)(2k+1)$$

но

$$\cos [(a-1)(2k+1)\pi] = \cos [a(2k+1)\pi - (2k+1)\pi] = -\cos [a(2k+1)\pi]$$

$$\sin [(a-1)(2k+1)\pi] = -\sin [a(2k+1)\pi]$$

Слѣдовательно

$$(9) \quad A + Bi = -\frac{1}{2n} \{ \cos [a(2k+1)\pi] + i \sin [a(2k+1)\pi] \}$$

поэтому

$$A = -\frac{1}{2n} \cos \{(2k+1)\pi\}; \quad B = -\frac{1}{2n} \sin \{(2k+1)\pi\}$$

Теперь слѣдуетъ суммовать эти выраженія отъ $k=0$ до $k=n-1$. По выраженію (9) составляемъ

$$\begin{aligned} & 2n \left[\sum A - i \sum B \right] = \\ & = - \sum \cos [(2k+1)a\pi] - i \sum \sin [(2k+1)a\pi] = - \sum e^{(2k+1)a\pi i} \end{aligned}$$

гдѣ суммирование по k производится въ упомянутыхъ выше предѣлахъ. Такимъ образомъ

$$2n \left\{ \sum A - i \sum B \right\} = - \left[e^{a\pi i} + e^{3a\pi i} + \dots + e^{(2n-1)a\pi i} \right]$$

Пусть для краткости $a\pi i = \gamma$, тогда

$$2n \left\{ \sum A - i \sum B \right\} = -e^{\gamma} \{ 1 + e^{2\gamma} + e^{4\gamma} + \dots + e^{(2n-2)\gamma} + \dots \}$$

или

$$2n \left[\sum A - i \sum B \right] = -e^{\gamma} \left\{ \frac{e^{2n\gamma} - 1}{e^{2\gamma} - 1} \right\} = -\frac{e^{2n\gamma} - 1}{e^{\gamma} - e^{-\gamma}}$$

но

$$e^{\gamma} - e^{-\gamma} = e^{a\pi i} - e^{-a\pi i} = 2i \sin a\pi$$

Слѣдовательно

$$2n \left[\sum A - i \sum B \right] = -\frac{e^{2n\gamma} - 1}{2i \sin a\pi}$$

но мы приняли для краткости $\frac{2m+1}{2n} = a$, поэтому

$$2n \gamma = 2n a \pi i = 2n \left(\frac{2m+1}{2n} \right) \pi i = (2m+1) \pi i$$

следовательно

$$e^{2n \gamma} = e^{(2m+1) \pi i} = \cos(2m+1) \pi + i \sin(2m+1) \pi = -1$$

поэтому

$$2n \left\{ \sum A - i \sum B \right\} = \frac{1}{i \sin a \pi} = \frac{-i}{\sin a \pi}$$

Откуда заключаемъ, что

$$\sum A = 0; \quad 2n \sum B = \frac{1}{\sin a \pi}$$

Итакъ рассматриваемый интегралъ не зависитъ отъ произвольныхъ величинъ λ и μ и имѣетъ слѣдующее совершенно определенное значеніе

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^{2m} \partial x}{1+x^{2n}} = \frac{\pi}{n \sin \left[\frac{2m+1}{2n} \pi \right]}$$

Такъ какъ подынтегральная функція есть четная, то это можемъ представить въ видѣ

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{2m} \partial x}{1+x^{2n}} = \frac{\pi}{2n \sin \left[\frac{2m+1}{2n} \pi \right]} \quad (10)$$

пусть $x^{2n} = z$; тогда

$$x^{2m} = z^{\frac{m}{n}}; \quad x = z^{\frac{1}{2n}}; \quad \partial x = \frac{z^{\frac{1}{2n}-1}}{2n} \partial z$$

откуда

$$x^{2m} \partial x = \frac{z^{\frac{2m+1}{2n}}}{2n} \partial z$$

пусть $\frac{2m+1}{2n} = a$; тогда

$$(10_*) \quad \int_0^{\infty} \frac{z^{a-1} \partial z}{1+z} = \frac{\pi}{\sin(a\pi)}$$

26. Не останавливаясь болѣе на этомъ, рассмотримъ тѣ приемы, посредствомъ которыхъ, хотя и въ рѣдкихъ случаяхъ, могутъ быть найдены опредѣленные интегралы.

Прежде всего замѣтимъ, что бываютъ случаи, въ которыхъ не выполняя интегрированія, мы можемъ по свойствамъ подынтегральной функціи указать значеніе опредѣленного интеграла. Такъ напр. если разсмотримъ такую функцію $f(x)$, которая имѣетъ свойство выражающееся уравненіемъ

$$f(a+z) = -f(a-z)$$

другими словами, есть функція нечетная, мѣняющая знакъ съ измѣненіемъ знака переменнаго, то

$$\int_{a-b}^{a+b} f(x) \partial x = 0$$

доказать это предложеніе не трудно. Введемъ вмѣсто x новое переменное подъ условіемъ $x = a+z$. Нижний предѣлъ интегрированія по новому переменному получимъ, если вмѣсто x поставимъ соответствующій ему нижній предѣлъ т. е. $a-b$, такимъ образомъ найдемъ $z = -b$, это и есть нижній предѣлъ интегрированія по z , точно также найдемъ, что высшій предѣлъ интеграла преобразованнаго по z есть $z = +b$. Итакъ

$$\int_{a-b}^{a+b} f(x) \partial x = \int_{-b}^{+b} f(a+z) \partial z$$

ибо по соотношенію $x = a+z$ имѣемъ $\partial x = \partial z$.

Понятно, что

$$\int_{-b}^{+b} f(a+z) \partial z = - \int_{-b}^0 f(a+z) \partial z + \int_0^{+b} f(a+z) \partial z.$$

мы предполагаемъ, что подынтегральная функція между предѣлами интеграла непрерывна.

Предыдущее представляется также въ видѣ

$$\int_{-b}^{+b} f(a+z) dz = - \int_0^{-b} f(a+z) dz + \int_0^b f(a+z) dz \quad (11)$$

Но если имѣемъ интеграль

$$\int_0^a f(x) dx$$

и положимъ $x = -y$, то предѣлами по новому переменному y будутъ 0 и $-a$, кромѣ того $dx = -dy$. Слѣдовательно

$$\int_0^a f(x) dx = - \int_0^{-a} f(-y) dy$$

поэтому если въ первой части выраженія (11) замѣнимъ z чрезъ $-z$, то можемъ написать

$$\int_{-b}^{+b} f(a+z) dz = \int_0^{+b} f(a-z) dz + \int_0^{+b} f(a+z) dz$$

но такъ какъ по предполагаемому свойству подынтегральной функціи

$$f(a+z) = -f(a-z),$$

то въ рассматриваемомъ случаѣ

$$\int_{-b}^{+b} f(a+z) dz = 0$$

на основаніи этой теоремы

$$\int_{-a}^{+a} \sin^{2k+1} x dx = 0; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 dx}{x^6 + a^6} = 0,$$

ибо функция

$$\sin^{2k+1} x \quad \text{и} \quad \frac{x^3}{x^6 + a^6}$$

удовлетворяютъ выше упомянутымъ условіямъ: обѣ они при $x=0$ обращаются въ нуль, обѣ суть функции нечетныя.

Если $f(x)$ есть четная функция x , т. е. не мѣняетъ знака съ измѣненіемъ знака переменнаго и если интегрируемъ такую функцию между предѣлами равными по числовой величинѣ, но съ противоположными знаками, то

$$\int_{-a}^{+a} f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

поэтому

$$\int_{-a}^{+a} \frac{dx}{1+x^2} = 2 \int_0^a \frac{dx}{1+x^2} = 2 \operatorname{arc}(\operatorname{tang} = a)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = 2 \int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \pi$$

Послѣ этого замѣчанія обратимся къ вопросу, о которомъ говорили.

Чтобы найти прямымъ способомъ опредѣленный интегралъ, мы изъ полученнаго интеграла (неопредѣленнаго) взятаго при высшемъ предѣлѣ вычитаемъ значеніе интеграла соотвѣтствующее низшему предѣлу. Но не всегда, и можно сказать по большей части, мы не знаемъ составъ искомаго интеграла въ неопредѣленной формѣ, а потому сравнительно рѣдко можемъ примѣнить этотъ приѣмъ; но бываютъ и обратные случаи, иногда на основаніи того или другого искусственнаго приѣма мы можемъ найти такой интегралъ, значеніе котораго въ опредѣленной формѣ не знаемъ.

Говоря объ интегрированіи раціональныхъ дробей, мы видѣли, что

$$\int \frac{(Ax+B)dx}{x^2+px+q} = \frac{A}{2} \lg(x^2+px+q) + \frac{B - \frac{Ap}{2}}{\sqrt{q - \left(\frac{p}{2}\right)^2}} \operatorname{arc} \left(\operatorname{tang} = \frac{x + \frac{p}{2}}{\sqrt{q - \left(\frac{p}{2}\right)^2}} \right)$$

Если положимъ здѣсь

$$A=0; \quad B=1; \quad p=2 \cos \theta, \quad q=1$$

то приведемъ разсматриваемый интегралъ къ виду

$$\int \frac{\partial x}{x^2 + 2x \cos \theta + 1} = \frac{1}{\sin \theta} \arctan \left(\frac{x + \cos \theta}{\sin \theta} \right) + C$$

Возьмемъ этотъ интегралъ между предѣлами 0 и ∞ . При $x = \infty$ вторая часть есть $\frac{\pi}{2 \sin \theta}$; при $x = 0$ имѣемъ во второй части

$$\frac{1}{\sin \theta} \arctan \left(\cotg \theta \right) = \frac{1}{\sin \theta} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)$$

Слѣдовательно

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial x}{x^2 + 2x \cos \theta + 1} = \frac{\theta}{\sin \theta}$$

Если возьмемъ тотъ же интегралъ между предѣлами 0 и 1, то найдемъ

$$\int_0^1 \frac{\partial x}{x^2 + 2x \cos \theta + 1} = \frac{1}{\sin \theta} \arctan \left(\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} \right)$$

но

$$\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = \tan \frac{\theta}{2}$$

Слѣдовательно

$$\int_0^1 \frac{\partial x}{x^2 + 2x \cos \theta + 1} = \frac{\theta}{2 \sin \theta}$$

Мы нашли выше, что

$$\int e^{ax} \cos bx \, dx = \frac{e^{ax} (a \cos bx + b \sin bx)}{a^2 + b^2}$$

$$\int e^{ax} \sin bx \, dx = \frac{e^{ax} (b \cos bx - a \sin bx)}{a^2 + b^2}$$

предположимъ, что a есть отрицательная величина, и возьмемъ эти интегралы между предѣлами 0 и ∞ , для этого замѣтимъ, что функціи

$$a \cos bx + b \sin bx \quad \text{и} \quad b \cos bx - a \sin bx$$

для всѣхъ значеній x имѣютъ конечную величину, а потому для $x = \infty$, т. е. при верхнемъ предѣлѣ, оба интеграла обращаются въ нули. При низшемъ предѣлѣ, т. е. при $x = 0$ первый изъ этихъ интеграловъ обращается въ $\frac{a}{a^2 + b^2}$, а второй въ $\frac{b}{a^2 + b^2}$, слѣдовательно

$$(A) \quad \int_0^{\infty} e^{ax} \cos(bx) dx = \frac{a}{a^2 + b^2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{ax} \sin(bx) dx = \frac{b}{a^2 + b^2}$$

27. При нахожденіи величинъ определенныхъ интеграловъ можно также пользоваться извѣстнымъ приѣмомъ преобразованія подынтегральной функціи по новому переменному. Примѣняя этотъ способъ, мы должны прежде всего убѣдиться въ томъ, на сколько этотъ способъ совмѣстимъ съ понятіемъ объ определенномъ интегралѣ.

Пусть требуется найти

$$\int_{x_0}^X f(x) dx$$

мы предположимъ, что предѣлы интеграла конечны и что $f(x)$ непрерывна между предѣлами интеграла.

Введемъ новое переменное t , находящееся въ связи съ переменнымъ x , представленной уравненіемъ

$$x = \varphi(t)$$

гдѣ подъ φ мы разумѣемъ такую функцію, производная которой непрерывна, сохраняетъ знакъ и слѣдовательно не обращается въ нуль между предѣлами интеграла.

Разсмотримъ между x_0 и X рядъ безконечно близкихъ между собою значеній переменнаго, — рядъ величинъ

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

Пусть значенія новаго переменнаго t соответствующія значеніямъ x_0 и X будутъ t_0 и T , а предыдущему ряду промежуточныхъ значеній пусть соответствують значенія t_1, \dots, t_n новаго переменнаго. При такомъ означеніи

$$x_1 - x_0 = \varphi(t_1) - \varphi(t_0), \dots, x_{k+1} - x_k = \varphi(t_{k+1}) - \varphi(t_k)$$

По понятію о производной функціи мы имѣемъ

$$\frac{\varphi(t_1) - \varphi(t_0)}{t_1 - t_0} = \varphi'(t_0) + \varepsilon_0$$

гдѣ ε_0 есть безконечно малая величина, поэтому

$$\begin{aligned} x_1 - x_0 &= [\varphi'(t_0) + \varepsilon_0](t_1 - t_0) \\ &\dots \dots \dots \\ x_{k+1} - x_k &= [\varphi'(t_k) + \varepsilon_k](t_{k+1} - t_k) \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

По предположенію производныя $\varphi'(t_0) \dots \varphi'(t_k)$ конечны и имѣютъ одинакій знакъ, также разности $x_1 - x_0, \dots, x_{k+1} - x_k$ безконечно малы и одинаковаго знака; слѣдовательно и разности $t_1 - t_0, \dots, t_{k+1} - t_k$ безконечно малы и одного знака.

Изъ понятія объ опредѣленномъ интегралѣ слѣдуетъ, что

$$\int_{x_0}^X f(x) dx = \lim \sum_{k=0}^{k=n} f(x_k)(x_{k+1} - x_k)$$

Послѣ замѣны переменнаго имѣемъ

$$\int_{x_0}^X f(x) dx = \lim \sum_{k=0}^{k=n} f[\varphi(t_k)][\varphi'(t_k) + \varepsilon_k](t_{k+1} - t_k)$$

Вторая часть этого выраженія состоитъ изъ двухъ членовъ. Первый есть

$$\lim \sum_{k=0}^{k=n} f[\varphi(t_k)] \varphi'(t_k)(t_{k+1} - t_k)$$

согласно съ понятіемъ объ опредѣленномъ интегралѣ можемъ написать этотъ членъ въ видѣ

$$\int_{t_0}^T f[\varphi(t)] \varphi'(t) dt$$

Второй членъ, т. е.

$$\sum_{k=0}^{k=n} f[\varphi(t_k)] \varepsilon_k(t_{k+1} - t_k)$$

въ предѣлѣ обращается въ нуль.

Въ самомъ дѣлѣ пусть M будетъ наибольшее значеніе функціи

$$f(x) = f[\varphi(t)]$$

между предѣлами интеграла. Пусть η будетъ наибольшее изъ всѣхъ ε , слѣдовательно наибольшее значеніе произведенія

$$f[\varphi(t_k)] \varepsilon_k(t_{k+1} - t_k)$$

будетъ

$$M\eta(T - t_0)$$

Въ предѣлѣ η стремится къ нулю. M есть конечная величина, равно какъ и $T - t_0$. Въ самомъ дѣлѣ, если означимъ чрезъ μ среднее между maximum и minimum $f'(t)$ между предѣлами интеграла. то

$$X - x_0 = \mu(T - t_0)$$

по условію $f'(t)$ сохраняетъ знакъ и не обращается въ нуль между предѣлами интеграла, слѣдовательно μ отлично отъ нуля, а поэтому $X - x_0$ и $T - t_0$ будутъ конечны.

Такимъ образомъ заключаемъ, что

$$\int_{x_0}^X f(x) dx = \int_{t_0}^T f[\varphi(t)] \varphi'(t) dt$$

и приходимъ къ такому правилу: при замѣнѣ переменнаго въ опредѣленномъ интегралѣ, въ подынтегральной функціи переменное x и dx замѣняемъ величинами выводимыми изъ условія $x = \varphi(t)$, и за предѣлы образованнаго интеграла принимаемъ величины t соотвѣтствующіе частнымъ значеніямъ x_0 и X , т. е. первоначальнымъ предѣламъ.

Для поясненія этого примѣрами рассмотримъ интегралъ

$$\int_a^b f(x) dx$$

гдѣ примемъ

$$x = \frac{1}{t}; \quad dx = -\frac{\partial t}{t^2}$$

Если a и b имѣютъ одинакій знакъ, то когда x измѣняется отъ a до b , переменное t измѣняется отъ $\frac{1}{a}$ до $\frac{1}{b}$ и функція $\varphi(t) = -\frac{1}{t^2}$ остается конечной и отличной отъ нуля. Слѣдовательно преобразование приводится къ

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_{\frac{1}{a}}^{\frac{1}{b}} f\left(\frac{1}{t}\right) \frac{\partial t}{t^2}$$

но если предѣлы a и b имѣютъ противоположные знаки, то x проходить черезъ нуль и тогда $t = \infty$, $\varphi'(t) = 0$, слѣдовательно прежде интегрированія нужно разбить интегралъ на двѣ части и представить его въ видѣ

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &= \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx = \\ &= \lim \left[\int_a^\epsilon f(x) dx + \int_\eta^b f(x) dx \right] \end{aligned}$$

гдѣ безконечно малыя ϵ и η имѣютъ соотвѣтственно тѣ-же знаки какъ a и b ; сдѣлаемъ отдѣльно преобразование по новому переменному въ каждой изъ этихъ частей. Если $a > 0$ и $b > 0$, то

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_{\frac{1}{a}}^{-\infty} f\left(\frac{1}{t}\right) \frac{\partial t}{t^2} - \int_{\infty}^{\frac{1}{b}} f\left(\frac{1}{t}\right) \frac{\partial t}{t^2}$$

послѣ такого преобразованія легко выполнитьъ указанное интегрированіе.

Разсмотримъ еще интегралъ

$$\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$$

Пусть $\sin x = t$; тогда

$$dx = \frac{\partial t}{\sqrt{1-t^2}}$$

такъ какъ для $x=0$, $t=0$ и для $x=\pi$ также $t=0$, то оба предѣла какъ бы сливаются и интегралъ обращается въ нуль, но этого не можетъ быть, ибо данный интегралъ есть сумма существенно положительныхъ элементовъ. Кажущаяся же несообразность зависитъ отъ того, что мы такимъ приемомъ выпускаемъ изъ вида два знака при радикалѣ.

Замѣтимъ однако, что когда x возрастаетъ отъ 0 до $\frac{\pi}{2}$, то t также возрастаетъ, слѣдовательно dx и ∂t имѣютъ одинакій знакъ; когда x измѣняется отъ $\frac{\pi}{2}$ до π , то t уменьшается, слѣдовательно dx и ∂t имѣютъ противоположные знаки, слѣдовательно

$$\text{для измѣненія отъ } x=0 \text{ до } x=\frac{\pi}{2} \text{ надо принять } dx = \frac{\partial t}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$\text{„ „ „ } x=\frac{\pi}{2} \text{ до } x=\pi \text{ „ „ } dx = - \frac{\partial t}{\sqrt{1-t^2}}$$

поэтому замѣчая, что при $x=\frac{\pi}{2}$, $t=1$ имѣемъ

$$\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx = \int_0^1 \frac{t^2 \partial t}{\sqrt{1-t^2}} - \int_1^0 \frac{t^2 \partial t}{\sqrt{1-t^2}} = 2 \int_0^1 \frac{t^2 \partial t}{\sqrt{1-t^2}}$$

и этотъ результатъ совершенно вѣренъ.

28. Величина опредѣленного интеграла независитъ болѣе отъ того переменнаго, по которому интегрированіе производилось, но эта величина есть въ тоже время функція параметра (произвольной постоянной) входящаго въ подынтегральную функцію и при данномъ интегрированіи рассматриваемаго какъ величина постоянная. Въ виду этого къ нахожденію данного интеграла въ извѣстномъ случаѣ можетъ быть примѣненъ приемъ извѣстный въ анализѣ подъ именемъ способа измѣненія произвольной постоянной. Основная мысль такого примѣненія заключается въ томъ,

что дифференцирование функций $f(x, \alpha)$ по параметру α может дать простые соотношения легко интегрируемые по переменному x ; между темъ какъ дифференціалъ $f(x, \alpha) dx$ не представляетъ возможности интегрировать его въ конечномъ видѣ. Еще Лейбницъ замѣтилъ, что если извѣстно значеніе интеграла

$$\int_a^b f(x, \alpha) dx$$

предѣлы котораго не зависятъ отъ α , то можно посредствомъ дифференцирования по α найти многіе другіе интегралы.

Пусть будетъ данъ интеграль

$$u = \int_a^b f(x, \alpha) dx \quad (12)$$

гдѣ a и b суть величины независящія отъ α . Найдемъ производную этого интеграла по α . Дадимъ параметру α приращеніе $\Delta\alpha$, и пусть зависящее отъ этого приращеніе интеграла u будетъ Δu . Такимъ образомъ

$$u + \Delta u = \int_a^b f(x, \alpha + \Delta\alpha) dx$$

Слѣдовательно

$$\Delta u = \int_a^b \{f(x, \alpha + \Delta\alpha) - f(x, \alpha)\} dx$$

по раздѣленіи на $\Delta\alpha$ имѣемъ

$$\frac{\Delta u}{\Delta\alpha} = \int_a^b \frac{f(x, \alpha + \Delta\alpha) - f(x, \alpha)}{\Delta\alpha} dx$$

переходя къ предѣлу, находимъ

$$\frac{\partial u}{\partial \alpha} = \int_a^b \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial \alpha} dx \quad (13)$$

отсюда можемъ заключить, что если

$$\int_a^b f(x, a) dx = \varphi(a)$$

то пронаводя послѣдовательныя дифференцированія по a , будемъ имѣть

$$\int_a^b \frac{\partial^n f(x, a)}{\partial a^n} dx = \frac{\partial^n \varphi(a)}{\partial a^n}$$

Выраженіе (13), принимая во вниманіе (12), можетъ быть написано въ видѣ

$$\frac{\partial}{\partial a} \int_a^b f(x, a) dx = \int_a^b \frac{\partial f(x, a)}{\partial a} dx$$

и это выражаетъ слѣдующую теорему: дифференцированіе опредѣленнаго интеграла по произвольному постоянному содержащемуся въ подынтегральной функціи можетъ быть произведено прежде указаннаго интегрированія; другими словами дифференцированіе опредѣленнаго интеграла по параметру приводится къ дифференцированію подынтегральной функціи.

Надо однако замѣтить, что предыдущій выводъ въ извѣстныхъ случаяхъ перестаетъ быть правильнымъ и возникающею отъ этого неточностію должны быть объяснены тѣ аномаліи, которыя иногда встрѣчаются при примѣненіи этой теоремы.

Пусть напр.

$$u = \int_0^{\infty} \frac{\cos(ax)}{1+x^2} dx$$

Примѣняя предыдущую теорему, находимъ

$$\frac{\partial u}{\partial a} = - \int_0^{\infty} \frac{x \sin(ax)}{1+x^2} dx$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial a^2} = - \int_0^{\infty} \frac{x^2 \cos(ax)}{1+x^2} dx$$

и послѣдняя изъ этихъ производныхъ представляется неопредѣленной, ибо при высшемъ предѣлѣ подынтегральная функція принимаетъ видъ $\frac{\infty}{\infty}$. Такимъ образомъ рассматриваемую теорему въ настоящемъ случаѣ надо считать не примѣнимой.

Если предѣлы интеграла зависятъ отъ параметра, который измѣняемъ, то дифференцированіе опредѣленного интеграла по этому параметру становится болѣе сложнымъ.

Разсмотримъ интеграль

$$\int f(x, a) dx.$$

который въ неопредѣленной формѣ представляется въ видѣ

$$\int f(x, a) dx = \varphi(x, a) + C \quad (14)$$

Этотъ интеграль взятый между предѣлами a и b будетъ имѣть видъ

$$u = \int_a^b f(x, a) dx = \varphi(b, a) - \varphi(a, a) \quad (15)$$

если предположимъ, что предѣлы суть функціи параметра a , то принимая во вниманіе предыдущую теорему, найдемъ

$$\frac{\partial u}{\partial a} = \frac{\partial \varphi(b, a)}{\partial a} - \frac{\partial \varphi(a, a)}{\partial a} + \frac{\partial \varphi(b, a)}{\partial b} \frac{\partial b}{\partial a} - \frac{\partial \varphi(a, a)}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial a}$$

или

$$\frac{\partial u}{\partial a} = \frac{\partial \{\varphi(b, a) - \varphi(a, a)\}}{\partial a} + \frac{\partial \varphi(b, a)}{\partial b} \frac{\partial b}{\partial a} - \frac{\partial \varphi(a, a)}{\partial a} \frac{\partial a}{\partial a} \quad (16)$$

Принимая во вниманіе выраженіе (15), видимъ, что первый членъ есть производная интеграла u взятая относительно a входящаго въ этотъ интеграль явно, слѣдовательно

$$\frac{\partial \{\varphi(b, a) - \varphi(a, a)\}}{\partial a} = \int_a^b \frac{\partial f(x, a)}{\partial a} dx$$

по выраженію (14) имѣемъ

$$f(x, a) = - \frac{\partial \varphi(x, a)}{\partial x}$$

Слѣдовательно

$$\frac{\partial \varphi(b, a)}{\partial b} = f(b, a); \quad \frac{\partial \varphi(a, a)}{\partial a} = f(a, a)$$

Такимъ образомъ выраженіе (16) принимаетъ видъ

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \int_a^b \frac{\partial f(x, a)}{\partial x} dx + f(b, a) \frac{\partial b}{\partial x} - f(a, a) \frac{\partial a}{\partial x}$$

Въ такомъ видѣ представляется производная взятая отъ опредѣленнаго интеграла по параметру, если предѣлы интеграла зависятъ отъ этого параметра.

Для поясненія этихъ соображеній на частномъ примѣрѣ возьмемъ интегралъ

$$(a) \quad u = \int_0^{\infty} e^{-kx} \frac{\sin rx}{x} dx$$

дифференцируя это по параметру r имѣемъ

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \int_0^{\infty} e^{-kx} \cos rx dx$$

Мы видѣли (стр. 453), что въ неопредѣленной формѣ этотъ интегралъ представляется въ видѣ

$$\int e^{-kx} \cos(rx) dx = e^{-kx} \frac{(r \sin kx - k \cos rx)}{k^2 + r^2}$$

слѣдовательно

$$\int_0^{\infty} e^{-kx} \cos(rx) dx = \frac{k}{r^2 + k^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{k}{r^2 + k^2}$$

Изъ этого выраженія и можетъ быть опредѣленъ данный интегралъ (a). Интегрируя это выраженіе по r , имѣемъ

$$u = \arctan \left(\frac{r}{k} \right)$$

Итакъ искомый интегралъ есть

$$\int_0^{\infty} e^{-kx} \frac{\sin rx}{x} dx = \arctan\left(\frac{r}{k}\right)$$

29. Новое интегрирование подъ знакомъ интеграла также приводитъ иногда къ извѣстному результату, — даетъ возможность найти значеніе опредѣленнаго интеграла тогда, когда неопредѣленная форма интеграла неизвѣстна и прямой переходъ отъ неопредѣленнаго интеграла къ опредѣленному, подвергая первый вліянію предѣловъ, мы примѣнить не можемъ.

Докажемъ прежде всего, что для интегрированія по параметру опредѣленнаго интеграла

$$\int_{x_0}^x f(x, a) dx$$

достаточно интегрировать по a подынтегральную функцію, предворительно умноживъ ее на ∂a . Мы знаемъ, что

$$\frac{\partial \int_{x_0}^x f(x, a) dx}{\partial a} = \int_{x_0}^x \frac{\partial f(x, a)}{\partial a} dx \quad (17)$$

Пусть

$$\frac{\partial f(x, a)}{\partial a} = F(x, a)$$

тогда

$$f(x, a) = \int F(x, a) da$$

внося это въ выраженіе (17), имѣемъ

$$\frac{\partial \int_{x_0}^x \left\{ \int F(x, a) da \right\} dx}{\partial a} = \int_{x_0}^x F(x, a) dx$$

откуда

$$\int_{x_0}^x \left\{ \int F(x, a) da \right\} dx = \int_{x_0}^x \left\{ \int F(x, a) dx \right\} da$$

Чѣмъ и подтверждается то положеніе, которое мы высказали. Кромѣ того это уравненіе показываетъ, что если мы должны интегрировать дифференціалъ $F(x, a) dx da$, то это интегрированіе мы можемъ выполнять въ какомъ угодно порядкѣ. Можемъ сначала интегрировать по x , а потомъ по a , или наоборотъ.

Надо однако замѣтить, что это положеніе справедливо только тогда, когда предѣлы одного интегрированія независимы отъ предѣловъ другого, и когда подынтегральная функція не претерпѣваетъ нарушенія непрерывности, не обращается въ безконечность между предѣлами интеграла.

Для поясненія этихъ соображеній возьмемъ интегралъ

$$u = \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$$

прежде интегрированія введемъ новое переменное подъ условіемъ

$$x = y \sqrt{a},$$

тогда

$$dx = \sqrt{a} dy; \quad x^2 = ay^2$$

Предѣлы интегрированія по y остаются тѣже, ибо при $x=0$ и $y=0$; при $x=\infty$ и $y=\infty$. Итакъ данный интегралъ послѣ введенія новаго переменнаго имѣетъ видъ

$$\frac{u}{\sqrt{a}} = \int_0^{\infty} e^{-ay^2} dy$$

умножимъ обѣ части этого уравненія на $e^{-a} da$ и возьмемъ интегралъ по a также въ предѣлахъ 0 и ∞ , тогда найдемъ

$$u \int_0^{\infty} \frac{e^{-a} da}{\sqrt{a}} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-a(1+y^2)} dy da$$

но

$$\int_0^{\infty} e^{-a(1+y^2)} da = \frac{1}{1+y^2}$$

слѣдовательно

$$u \int_0^{\infty} \frac{e^{-a}}{1+a} da = \int_0^{\infty} \frac{\partial y}{1+y^2} \quad (b)$$

Для интегрированія въ первой части этого равенства по a введемъ переменное z подъ условіемъ $a = z^2$; тогда эта первая часть приметъ видъ

$$2 \int_0^{\infty} e^{-z^2} dz$$

что по сравненію съ даннымъ интеграломъ есть $2u$, слѣдовательно выраженіе (b) принимаетъ видъ

$$2u^2 = \int_0^{\infty} \frac{\partial y}{1+y^2} \quad (c)$$

но

$$\int \frac{\partial y}{1+y^2} = \text{arc}(tang = y)$$

Слѣдовательно

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial y}{1+y^2} = \frac{\pi}{2}$$

Такимъ образомъ выраженіе (c) обращается въ

$$2u^2 = \frac{\pi}{2} \quad \text{или} \quad u = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

поэтому искомый интегралъ

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Не рѣдко интегрированіе подѣ знакомъ интеграла даетъ возможность по одному опредѣленному интегралу находить другіе.

Мы знаемъ, что

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \sin bx \, dx = \frac{b}{a^2 + b^2}$$

Если помножимъ обѣ части этого уравненія на ∂a и возьмемъ интегралъ по a въ предѣлахъ $a = \alpha$ и $a = \beta$, то

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-\beta x}}{x} \sin bx \, dx = \arctan\left(\frac{\beta}{b}\right) - \arctan\left(\frac{\alpha}{b}\right)$$

Если примемъ $\alpha = 0$ и $\beta = \infty$, то предыдущее выраженіе обратится въ

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin bx}{x} \, dx = \frac{\pi}{2}$$

этотъ интегралъ въ неопредѣленной формѣ мы взять не можемъ.

Мы говорили, что измѣненіе порядка интегрированія не измѣняетъ результата, но для этого необходимо, чтобы подынтегральная функція была непрерывна между предѣлами интеграла.

Нельзя напр. признать вѣрнымъ такое равенство

$$(d) \quad \int_0^1 \partial a \int_0^1 \frac{(a^2 - x^2) \partial x}{(a^2 + x^2)^2} = \int_0^1 \partial x \int_0^1 \frac{(a^2 - x^2) \partial a}{(a^2 + x^2)^2}$$

ибо для $a = 0$ интегралъ

$$\int_0^1 \frac{(a^2 - x^2) \partial x}{(a^2 + x^2)^2}$$

обращается въ

$$-\int_0^1 \frac{\partial x}{x^2}$$

Въ неопредѣленной формѣ этотъ интегралъ есть

$$\frac{1}{x}$$

и при $x=0$,

$$-\int_0^1 \frac{\partial x}{x^2} = \infty$$

Въ этомъ заключается причина, по которой измѣненіе порядка интегрированія приводитъ къ различнымъ результатамъ.

Въ самомъ дѣлѣ въ неопредѣленной формѣ

$$\int \frac{(a^2 - x^2) \partial x}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{x}{a^2 + x^2}$$

между указанными предѣлами имѣемъ

$$\int_0^1 \frac{(a^2 - x^2) \partial x}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{1}{1 + a^2}$$

и слѣдовательно

$$\int_0^1 \partial a \int_0^1 \frac{(a^2 - x^2) \partial x}{x^2 + a^2} = \int_0^1 \frac{\partial a}{1 + a^2} = \frac{\pi}{4}$$

Точно также находимъ

$$\int \frac{a^2 - x^2}{(x^2 + a^2)^2} \partial a = \frac{-a}{a^2 + x^2}$$

слѣдовательно

$$\int_0^1 \frac{(a^2 - x^2) \partial a}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{-1}{1 + x^2}$$

поэтому

$$\int_0^1 \partial x \int_0^1 \frac{a^2 - x^2}{(a^2 + x^2)^2} \partial a = \int_0^1 \frac{-\partial x}{1 + x^2} = -\frac{\pi}{4}$$

такимъ образомъ обѣ части выраженія (d) не равны между собой.

Интегрирование подъ знакомъ интеграла примѣняется иногда къ нахожденію опредѣленныхъ интеграловъ особымъ образомъ. Можно найти много простыхъ опредѣленныхъ интеграловъ, разлагая подынтегральную функцію на два множителя, изъ которыхъ одинъ можетъ быть замѣненъ опредѣленнымъ интеграломъ, взятымъ между постоянными предѣлами относительно новаго переменнаго. Такимъ преобразованиемъ данный простой интегралъ преобразовывается въ двойной, выполнение котораго упрощается иногда переменною порядка интегрированія. Пояснимъ эти соображенія на частномъ примѣрѣ. Возьмемъ интегралъ

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x \, dx}{\sqrt{x}}$$

Мы видѣли, что

$$\int_0^{\infty} e^{-z^2} dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

примемъ здѣсь $z = a\sqrt{x}$ и будемъ за переменное считать параметръ a , тогда $z^2 = a^2x$ и $dz = \sqrt{x} \, da$, такимъ образомъ послѣдній интегралъ принимаетъ видъ

$$\int_0^{\infty} e^{-a^2x} \sqrt{x} \, da = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Интегрирование производится по a , а потому \sqrt{x} можетъ быть вынесенъ за знакъ, интеграла, тогда

$$\int_0^{\infty} e^{-a^2x} da = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{x}}$$

или

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-a^2x} da$$

Внося эту величину $\frac{1}{\sqrt{x}}$ въ данный интегралъ, мы преобразуемъ его

въ двойной и приведемъ къ виду

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \cos x \, dx \int_0^{\infty} e^{-a^2 x} \, da$$

и это напомнимъ въ формѣ

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} da \int_0^{\infty} e^{-a^2 x} \cos x \, dx$$

мы видѣли (стр. 411), что

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \cos bx \, dx = \frac{a}{a^2 + b^2}$$

если примемъ $a = a^2$ и $b = 1$, тогда этотъ интегралъ обратится въ

$$\int_0^{\infty} e^{-a^2 x} \cos x \, dx = \frac{1}{1 + a^4}$$

слѣдовательно данный интегралъ будетъ имѣть видъ

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos x \, dx}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{x^2 \, da}{1 + a^4}$$

Этотъ интегралъ въ неопредѣленной формѣ мы можемъ взять, а слѣдовательно найдемъ и данный опредѣленный интегралъ.

30. Вопросы объ изысканіи опредѣленныхъ интеграловъ и изслѣдованіи сходимости рядовъ находятся въ весьма тѣсной зависимости одинъ отъ другого.

Въ виду этого мы остановимся теперь на указаніи тѣхъ признаковъ, по которымъ можно судить о сходимости данного ряда.

Прежде всего мы рассмотримъ тѣ признаки, которые далъ А. Коши.

Рассмотримъ рядъ

$$u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_x + \dots$$

гдѣ

$$u_x = f(x)$$

а потому рядъ можетъ быть представленъ также въ видѣ

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(x) + \dots$$

Для изслѣдованія сходимости рядовъ Коши доказалъ слѣдующую теорему. Если помножимъ общій членъ ряда на дифференціалъ переменнаго и возьмемъ интегралъ въ предѣлахъ отъ нѣкоторой постоянной величины до безконечности, то въ случаѣ сходящагося ряда упомянутый определенный интегралъ долженъ имѣть конечную и определенную величину.

Такимъ образомъ, если возьмемъ рядъ

$$S = f(a) + f(a+1) + f(a+2) + \dots$$

съ общимъ членомъ $f(x)$ и интегралъ

$$\int_0^{\infty} f(x) dx$$

то по теоремѣ Коши для сходимости ряда необходимо, чтобы этотъ интегралъ былъ конечнымъ.

Изъ первоначальныхъ представлений о сходящемся рядѣ слѣдуетъ, что для него $f(x)$ съ возрастаніемъ x уменьшается. Слѣдовательно если

$$m > x > m+1,$$

то

$$f(m) > f(x) > f(m+1)$$

На основаніи теоремы доказанной въ на стр. 293.

$$\int_m^{m+1} f(m) dx > \int_m^{m+1} f(x) dx > \int_m^{m+1} f(m+1) dx$$

или

$$f(m) \int_m^{m+1} dx > \int_m^{m+1} f(x) dx > f(m+1) \int_m^{m+1} dx$$

или

$$f(m) > \int_m^{m+1} f(x) dx > f(m+1)$$

Въ примѣненіи къ ряду

$$S = f(a) + f(a+1) + f(a+2) + \dots$$

примемъ въ последнемъ неравенствѣ $m = a, a+1, a+2$, и т. д.. тогда по этому неравенству составимъ слѣдующія

$$f(a) > \int_a^{a+1} f(x) dx > f(a+1)$$

$$f(a+1) > \int_{a+1}^{a+2} f(x) dx > f(a+2)$$

$$f(a+2) > \int_{a+2}^{a+3} f(x) dx > f(a+3)$$

и т. д.

Взявъ сумму этихъ неравенствъ, найдемъ

$$S > \int_a^{a+1} f(x) dx + \int_{a+1}^{a+2} f(x) dx + \int_{a+2}^{a+3} f(x) dx + \dots > S - f(a)$$

гдѣ подъ S , какъ прежде, разумѣемъ сумму всѣхъ членовъ разсматриваемаго ряда. Если суммирование распространяется на всѣ члены ряда до безконечности, то предыдущее неравенство слѣдуетъ написать въ видѣ

$$S > \int_a^{\infty} f(x) dx > S - f(a)$$

Здѣсь мы имѣемъ два неравенства

$$S > \int_0^{\infty} f(x) dx \quad \text{и} \quad S < \int_0^{\infty} f(x) dx + f(a)$$

слѣдовательно можемъ написать

$$\int_0^{\infty} f(x) dx + f(a) > S > \int_0^{\infty} f(x) dx,$$

Если входящій въ эти неравенства опредѣленный интегралъ представляет собою конечную опредѣленную величину, то первая и третья часть этого неравенства суть конечныя опредѣленные величины, а потому и сумма разсматриваемаго ряда заключающаяся между двумя конечными величинами, сама есть конечная и опредѣленная, и данный рядъ есть сходящійся. Такъ подтверждается теорема Коши.

Примѣнимъ эти соображенія къ опредѣленію условий, при которыхъ рядъ

$$S = \sum_{x=a}^{x=\infty} x \lg x \frac{1}{[\lg(\lg x)]^k}$$

можетъ быть сходящимся.

Для этого по теоремѣ Коши найдемъ величину опредѣленнаго интеграла

$$\int_a^{\infty} x \lg x \frac{\partial x}{[\lg(\lg x)]^k}$$

Пусть $\lg(\lg x) = y$ и кромѣ того $\lg x = t$, тогда $\lg t = y$; откуда

$$\frac{\partial t}{t} = \partial y$$

но такъ какъ $\partial t = \frac{\partial x}{x}$, то

$$x \lg x \frac{\partial x}{x} = \partial y$$

Слѣдовательно разсматриваемый интегралъ, по свойствамъ котораго мы имѣемъ въ виду судить о сходимости даннаго ряда, обращается въ

$$\int_a^{\infty} \frac{\partial y}{y^k} = \left[\frac{y^{1-k}}{1-k} \right]_a^{\infty}$$

или

$$\int_a^{\infty} x \lg x [\lg (\lg x)]^k = \left\{ \frac{\lg (\lg x)^{1-k}}{1-k} \right\}_a^{\infty}$$

очевидно, что это будетъ представлять конечную величину при условіи $k > 1$, если же $k = 1$, или $k < 1$, то данный рядъ будетъ расходящійся.

31. Имѣя въ виду теорему Коши, будемъ говорить о другихъ признакахъ сходимости рядовъ.

Представимъ себѣ функцію $\varphi(x)$, удовлетворяющую слѣдующимъ условіямъ: для величинъ x , большихъ некоторой постоянной величины, эта функція положительна, съ возрастаніемъ x постепенно увеличивается и стремится къ безконечности. Между многими другими такими свойствами обладаютъ функціи

$$nx, x^2, \lg x, e^x \text{ и т. д.}$$

Условившись въ этомъ рассмотримъ опредѣленный интегралъ

$$\int_a^{\infty} f(z) dz$$

Введемъ въ этотъ интегралъ новое переменное по соотношенію $z = \varphi(x)$. Въ рассматриваемомъ интегралѣ нижнимъ предѣломъ пусть будетъ одно изъ частныхъ значеній переменнаго z . Пусть частное значеніе x , соответствующее $z = a$, будетъ α , тогда $a = \varphi(\alpha)$. Послѣ упомянутой замѣны переменнаго z , рассматриваемый интегралъ приметъ видъ

$$\int_a^{\infty} f(z) dz = \int_{\varphi(\alpha)}^{\infty} f[\varphi(x)] \varphi'(x) dx$$

оба эти опредѣленные интеграла равны между собой, а потому они оба одновременно или сходятся къ опредѣленному значенію, или расходятся. По теоремѣ Коши заключаемъ, что если предыдущіе интегралы сходятся, то и ряды

$$f(a) + f(a+1) + f(a+2) + \dots$$

$$\varphi'(a)f[\varphi(a)] + \varphi'(a+1)f[\varphi(a+1)] + \dots$$

будутъ сходиться. Если два опредѣленные интеграла не стремятся къ известному предѣлу, то расходятся и два послѣдніе ряда. Эти два ряда,

сходящіеся и расходящіеся одновременно, называются сопряженными рядами. Функция $\varphi(x)$, обладающая выше упомянутыми свойствами, называется сопряженной функцией.

Сопряженные функции называются функциями первого рода, если онѣ удовлетворяютъ условию $\varphi(x) > x$; функциями второго рода называются функции, удовлетворяющія неравенству $\psi(x) < x$. Какъ на сопряженные функции первого рода можно указать на функции

$$x + 1, 2x, x^2, e^x \text{ и т. д.}$$

функции второго рода суть

$$x - 1, \frac{x}{2}, \sqrt{x}, \lg x \text{ и т. д.}$$

По теоремѣ Коши мы знаемъ, что рядъ

$$S = \sum_a^{\infty} f(x)$$

есть сходящійся, если опредѣленный интегралъ

$$\int_a^{\infty} f(x) dx$$

имѣетъ конечную опредѣленную величину, слѣдовательно сходимость этого ряда зависитъ отъ сходимости этого интеграла.

Пусть $\varphi(x)$ будетъ сопряженная функция первого рода; тогда не трудно доказать слѣдующую теорему.

Опредѣленный интегралъ

$$\int_0^{\infty} f(x) dx$$

будетъ имѣть опредѣленную конечную величину, если отношеніе

$$(18) \quad \frac{\varphi'(x) f[\varphi(x)]}{f(x)}$$

съ возрастаніемъ x до безконечности стремится къ предѣлу меньшему единицы.

Въ самомъ дѣлѣ, если это отношеніе стремится къ предѣлу меньшему единицы, то можно найти такую величину $a < 1$, при которой для всѣхъ значеній x большихъ известнаго числа a отношеніе

$$\frac{\varphi'(x)f[\varphi(x)]}{f(x)} < a$$

или

$$\varphi' f[\varphi(x)] < a f(x)$$

откуда

$$\int_a^{\infty} \varphi'(x) f[\varphi(x)] dx < a \int_a^{\infty} f(x) dx$$

введемъ въ первый изъ этихъ интеграловъ новое переменное y подѣ условіемъ

$$y = \varphi(x)$$

Такъ какъ a есть одно изъ частныхъ значеній x , то означая соответствующее частное значеніе y чрезъ m , будемъ имѣть $m = \varphi(a)$. Эта величина m будетъ очевидно низшимъ предѣломъ преобразованнаго интеграла. При этомъ замѣтимъ, что по свойству функціи x необходимо $m > a$. Итакъ предыдущее неравенство съ преобразованнымъ интеграломъ первой части будетъ имѣть видъ

$$\int_m^{\infty} f(y) dy < a \int_a^{\infty} f(x) dx$$

Но если $m > a$, то

$$\int_m^{\infty} f(y) dy = \int_a^{\infty} f(y) dy - \int_a^m f(y) dy$$

слѣдовательно

$$\int_a^{\infty} f(y) dy - \int_a^m f(y) dy < a \int_a^{\infty} f(x) dx$$

откуда

$$\int_a^{\infty} f(y) dy - a \int_a^{\infty} f(x) dx < \int_a^m f(y) dy$$

но по свойству определенных интеграловъ

$$\int_a^{\infty} f(y) dy = \int_a^{\infty} f(x) dx$$

поэтому

$$\int_a^{\infty} f(y) dy < \frac{1}{1-a} \int_a^m f(y) dy$$

Вторая часть этого неравенства есть величина конечная и положительная, ибо $m > a$ и $a < 1$, а следовательно и первая часть, т. е. определенный интегралъ

$$\int_a^{\infty} f(x) dx$$

будетъ также величина конечная и определенная, а потому и рядъ

$$S = \sum f(x)$$

будетъ сходящійся.

Легко также доказать, что определенный интегралъ

$$\int_a^{\infty} f(x) dx$$

не будетъ имѣть конечной величины, или будетъ расходящійся, если отношеніе (18) для величинъ x превосходящихъ постоянную величину a будетъ постоянно больше или равно единицѣ.

Въ самомъ дѣлѣ, если

$$(19) \quad \frac{\varphi'(x) f[\varphi(x)]}{f(x)} \geq 1$$

то

$$\int_a^{\infty} \varphi'(x) f(\varphi(x)) dx \geq \int_a^{\infty} f(x) dx$$

Полагая въ первой части $y = \varphi(x)$ и принимая, что $m = \varphi(a)$, гдѣ по свойству функций $\varphi(x)$ величина $m > a$, находимъ

$$\int_m^{\infty} f(y) dy > \int_a^{\infty} f(x) dx$$

или

$$\int_a^{\infty} f(y) dy - \int_a^m f(y) dy \geq \int_a^{\infty} f(x) dx.$$

или что все равно

$$\int_a^{\infty} f(x) dx - \int_a^m f(y) dy \geq \int_a^{\infty} f(x) dx$$

Это выраженіе не удовлетворяется никакою конечною величиною опредѣленнаго интеграла

$$\int_a^{\infty} f(x) dx$$

а слѣдовательно этотъ интегралъ при условіи (19) будетъ безконечно большою величиной и рядъ

$$S = \sum_a^{\infty} f(x)$$

есть расходящійся.

Если возьмемъ $\phi(x)$, т. е. сопряженную функцію второго рода, то легко доказать, что опредѣленный интегралъ

$$\int_a^{\infty} f(x) dx$$

будеть конечною величиною, если отношеніе

$$(20) \quad \frac{\psi'(x) f[\psi(x)]}{f(x)}$$

съ возрастаніемъ x до безконечности будетъ стремиться къ величинѣ болѣе единицы.

Если отношеніе (20) для величинъ x превосходящихъ нѣкоторую величину a будетъ болѣе β , которая сама болѣе единицы, т. е. если

$$\frac{\psi'(x) f[\psi(x)]}{f(x)} > \beta$$

то

$$\psi'(x) f[\psi(x)] > \beta f(x)$$

откуда

$$\int_a^{\infty} \psi'(x) f[\psi(x)] dx > \beta \int_a^{\infty} f(x) dx$$

Пусть $y = \psi(x)$, $m = \psi(a)$, тогда

$$\int_m^{\infty} f(y) dy > \beta \int_a^{\infty} f(x) dx$$

такъ какъ $\psi(x)$ есть сопряженная функція второго рода, то $m < a$, следовательно

$$\int_m^{\infty} f(y) dy = \int_a^{\infty} f(y) dy + \int_m^a f(y) dy$$

поэтому

$$\int_a^{\infty} f(x) dx + \int_m^a f(y) dy > \beta \int_a^{\infty} f(x) dx$$

откуда

$$\int_a^{\infty} f(x) dx < \frac{1}{\beta - 1} \int_m^a f(y) dy$$

такъ какъ $m < a$ и $\beta > 1$, то вторая часть есть величина положительная и конечная, слѣдовательно и опредѣленный интегралъ

$$\int_a^{\infty} f(x) dx$$

будетъ величина конечная и рядъ $S = \sum f(x)$ — сходящійся.

Докажемъ наконецъ, что опредѣленный интегралъ

$$\int f(x) dx$$

перестаетъ быть конечною величиною или сходящимся, если отношеніе (20) для величинъ x превосходящихъ a само будетъ равно или менѣ единицы.

Въ этомъ случаѣ для значеній x большихъ a имѣемъ

$$\psi'(x) f[\psi(x)] \leq f(x)$$

слѣдовательно

$$\int_a^{\infty} \psi'(x) f[\psi(x)] dx \leq \int_a^{\infty} f(x) dx$$

пусть $y = \psi(x)$; $m = \psi(a)$; гдѣ слѣдовательно $m < a$. Тогда

$$\int_m^{\infty} f(y) dy \leq \int_a^{\infty} f(x) dx$$

или

$$\int_a^{\infty} f(y) dy + \int_m^a f(y) dy \leq \int_a^{\infty} f(x) dx$$

это выраженіе показываетъ, что опредѣленный интегралъ

$$\int_a^{\infty} f(x) dx$$

безконечно великъ и рядъ расходящійся.

Эти признаки сходимости и расходимости рядовъ, показанные первоначально проф. Ермаковымъ, могутъ быть представлены въ другой формѣ.

Разсмотримъ двѣ произвольныя сопряженныя функціи $\varphi(x)$ и $\Phi(x)$, обѣ первого рода. Въ выраженіе

$$\frac{\varphi'(y)f[\varphi(y)]}{f(y)}$$

введемъ новое переменное x подлѣ условіемъ $y = \Phi(x)$, тогда предыдущее приметъ видъ

$$(21) \quad \frac{\varphi'[\Phi(x)]f\{\varphi[\Phi(x)]\}}{f[\Phi(x)]}$$

Понятно, что $\varphi[\Phi(x)]$ сама есть сопряженная функція, означимъ ее чрезъ $\theta(x)$, т. е. положимъ

$$\varphi[\Phi(x)] = \theta(x)$$

Взявъ отъ этого производную, найдемъ

$$\varphi'[\Phi(x)]\Phi'(x) = \theta'(x)$$

откуда

$$\varphi'[\Phi(x)] = \frac{\theta'(x)}{\Phi'(x)}$$

Слѣдовательно выраженію (21) можно дать видъ

$$\frac{\theta'(x)}{\Phi'(x)} \frac{f[\theta(x)]}{f[\Phi(x)]}$$

Такимъ образомъ

$$\frac{\varphi'(y)f[\varphi(y)]}{f(y)} = \frac{\theta'(x)}{\Phi'(x)} \frac{f[\theta(x)]}{f[\Phi(x)]}$$

Мы знаемъ, что если съ возрастаніемъ x отношеніе

$$\frac{\varphi'(x)f[\varphi(x)]}{f(x)}$$

стремится къ предѣлу меньшему единицы, то рядъ $S = \sum f(x)$ есть сходящійся, а поэтому на основаніи предыдущаго равенства заключаемъ, что если $\theta(x)$ и $\Phi(x)$ суть двѣ сопряженныя функціи первого рода, т. е. $\theta(x) > \Phi(x)$, то опредѣленный интегралъ

$$\int_a^{\infty} f(x) dx$$

и рядъ $S = \sum f(x)$ будутъ сходящимися, если отношеніе (21), или что тоже

$$\frac{\psi'(x) f[\psi(x)]}{\Phi'(x) f[\Phi(x)]}$$

съ возрастаніемъ x стремится къ предѣлу меньшему единицы. Если же это отношеніе стремится къ предѣлу большому или равному единицѣ, то рядъ расходящійся.

Слѣдуетъ еще опредѣлить какова должна быть форма сопряженной функціи перваго рода, для того, чтобы посредствомъ нея можно было получить простые и наиболѣе чувствительные признаки сходимости рядовъ. Общій отвѣтъ на это едва ли можно дать, но все таки можно показать какая изъ двухъ сопряженныхъ функцій перваго рода даетъ наиболѣе чувствительные признаки сходимости.

Можно показать, что изъ двухъ функцій перваго рода большая даетъ чувствительнѣйшіе признаки сходимости. Въ самомъ дѣлѣ, если $\varphi(x)$ и $\Phi(x)$ суть двѣ сопряженные функціи перваго рода, которыя для значеній x , превосходящихъ нѣкоторую постоянную величину, удовлетворяютъ неравенству $\varphi(x) > \Phi(x)$, то $\varphi(x)$ даетъ болѣе чувствительный признакъ сходимости чѣмъ $\Phi(x)$. Если данный опредѣленный интегралъ, или рядъ $S = \sum f(x)$ сходящійся, то по доказанному сейчасъ

$$\lim \frac{\varphi'(x) f[\varphi(x)]}{\Phi'(x) f[\Phi(x)]} \leq 1.$$

умноживъ обѣ части неравенства на

$$\lim \frac{\Phi'(x) f[\Phi(x)]}{f(x)}$$

найдемъ

$$\lim \frac{\varphi'(x) f[\varphi(x)]}{f(x)} \leq \frac{\Phi'(x) f[\Phi(x)]}{f(x)}$$

а это показываетъ, что функція $\varphi(x)$ даетъ болѣе чувствительный признакъ сходимости чѣмъ $\Phi(x)$.

За одну изъ наиболѣе простыхъ и чувствительныхъ сопряженныхъ функцій перваго рода при изслѣдованіи сходимости рядовъ слѣдуетъ считать функцію e^x , соотвѣтствующая ей какъ обратная функція перваго рода есть $\lg x$, поэтому заключаемъ, что опредѣленный интегралъ

$$\int_0^{\infty} f(x) dx$$

и рядъ $S = \sum f(x)$ будутъ сходящимися, если отношеніе

$$\frac{e^x f(e^x)}{f(x)}$$

съ возрастаніемъ x до безконечности стремится къ предѣлу меньшему единицы.

Если же это отношеніе для величинъ x , превосходящихъ нѣкоторую постоянную величину, болѣе или равно единицѣ, то рядъ и интегралъ расходятся.

Такъ какъ $\lg x$ есть функція обратная относительно e^x , то определенный интегралъ и рядъ будутъ сходиться, если по выраженію (18) въ примѣненіи его къ $\varphi(x) = \lg x$, отношеніе

$$\frac{f(\lg x)}{x f(x)}$$

съ возрастаніемъ x до безконечности стремится къ предѣлу большому единицы, и наоборотъ интегралъ и рядъ будутъ расходящимися, если это отношеніе для величинъ x , превосходящихъ нѣкоторое число, будетъ меньше или равно единицѣ.

Пояснимъ эти общія соображенія на частныхъ примѣрахъ.

Возьмемъ рядъ

$$\sum_{x=2}^{x=\infty} \frac{1}{\lg x}$$

и опредѣлимъ его свойство по отношенію къ сходимости.

Для сходимости при сопряженной функціи перваго рода необходимо, чтобы при $x = \infty$

$$\frac{\varphi'(x) f[\varphi(x)]}{f(x)} < 1$$

мы примемъ $\varphi(x) = e^x$; въ нашемъ случаѣ $f(x) = \frac{1}{\lg x}$, слѣдовательно для разсматриваемаго ряда

$$\frac{\varphi'(x) f[\varphi(x)]}{f(x)} = \frac{e^x \lg x}{x}$$

что при $x = \infty$ обращается въ $\frac{\infty}{\infty}$, взявъ производныя отъ числителя и знаменателя, находимъ

$$e^x \lg x + \frac{e^x}{x}$$

что при $x = \infty$ обращается въ бесконечность. Поэтому рассматриваемый рядъ есть расходящійся.

При сопряженной функции $\psi(x)$ второго рода для сходимости необходимо, чтобы при $x = \infty$

$$\frac{\psi'(x) f[\psi(x)]}{f(x)} > 1$$

Примемъ $\psi(x) = \lg x$, тогда для нашего случая

$$\frac{\psi'(x) f[\psi(x)]}{f(x)} = \frac{\lg x}{x \lg(\lg x)}$$

Взявъ производныя отъ числителя и знаменателя, находимъ

$$\frac{1}{x \left[\lg(\lg x) + \frac{1}{\lg x} \right]}$$

что при $x = \infty$ обращается въ нуль, а потому заключаемъ, что рассматриваемый рядъ есть расходящійся.

Разсмотримъ еще рядъ

$$\sum_{x=1}^{x=\infty} \frac{1}{x^2}$$

Взявъ сопряженную функцию первого рода $\varphi(x) = e^x$, составляемъ

$$\frac{\varphi'(x) f[\varphi(x)]}{f(x)} = \frac{x^2}{e^x}$$

Опредѣляя истинное значеніе этой дроби при $x = \infty$, находимъ, что эта дробь равносильна дроби $\frac{2}{e^x}$, что при $x = \infty$ обращается въ нуль. Следовательно рассматриваемый рядъ есть сходящійся.

Для функции второго рода $\psi(x) = \lg x$ имѣемъ

$$\frac{\psi'(x) f[\psi(x)]}{f(x)} = \frac{x}{(\lg x)^2}$$

опредѣляя истинное значеніе этой дроби при $x = \infty$, находимъ, что она обращается въ бесконечность, а потому заключаемъ, что рассматриваемый рядъ есть сходящійся.

Вопросъ о сходимости рядовъ распадается на двѣ части. Можно опредѣлять сходимость ряда: 1, по закону образованія его членовъ, т. е. по вышнему виду ряда, не зная той функции, которую онъ представ-

ляеть; 2, можно наоборотъ по виду данной функціи опредѣлять между какими предѣлами рядъ, выражающій эту функцію, будетъ удовлетворять условіемъ сходимости. Мы до сихъ поръ говорили о сходимости рядовъ, судя объ этомъ свойствѣ по внѣшнему виду ряда. Что касается до изслѣдованія внутренняго свойства функцій, свойства ихъ представляться сходящимися рядами, то къ этимъ вопросамъ мы обратимся въ теоріи функцій мнимаго переменнаго и въ теоріи интегрированія дифференціальныхъ уравненій.

32. Обратимся теперь къ вопросу о томъ, насколько разложеніе въ ряды можетъ способствовать нахожденію опредѣленныхъ интеграловъ.

Прежде всего докажемъ, что если имѣемъ рядъ

$$(22) \quad u_0 + u_1 + u_2 + \dots$$

члены котораго суть нѣкоторыя функціи переменнаго x , непрерывныя между предѣлами $x = x_0$ и $x = X$ и если данный рядъ при этихъ условіяхъ есть сходящійся, то и рядъ

$$\int_{x_0}^X u_0 dx + \int_{x_0}^X u_1 dx + \int_{x_0}^X u_2 dx + \dots$$

также будетъ сходящимся для всѣхъ значеній x , заключающихся между x_0 и X ; кроме того, если суммою ряда (22) представляется $f(x)$, то сумма послѣдняго ряда будетъ представляться опредѣленнымъ интеграломъ

$$\int_{x_0}^X f(x) dx,$$

гдѣ x есть нѣкоторое значеніе переменнаго, заключающееся между x_0 и X .

По нашему означенію

$$f(x) = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1} + r_n,$$

гдѣ r_n есть остаточный членъ. Изъ этого выраженія мы получаемъ

$$\int_{x_0}^X f(x) dx = \int_{x_0}^X u_0 dx + \int_{x_0}^X u_1 dx + \dots + \int_{x_0}^X r_n dx$$

Если означимъ чрезъ r_n среднее значеніе между тѣми, которое принимаетъ r_n въ то время, какъ x измѣняется отъ x_0 до X , то по извѣстной

теоремѣ

$$\int_{x_0}^X r_n dx = \rho_n \int_{x_0}^X dx = \rho_n (X - x_0)$$

но если рассматриваемый рядъ есть сходящійся, то при $n=\infty$ остаточный членъ r_n обращается въ нуль. Тоже справедливо и для ρ_n . Слѣдовательно въ предѣлѣ, при $n=\infty$

$$\lim \int_{x_0}^X r_n dx = 0,$$

а потому

$$\int_{x_0}^X f(x) dx = \int_{x_0}^X u_0 dx + \int_{x_0}^X u_1 dx + \int_{x_0}^X u_2 dx + \dots$$

этимъ подтверждается то, что мы сказали.

Эта теорема позволяетъ выражать интегралы рядами.

Пусть, напр., требуется найти интегралъ

$$\int_0^1 \frac{\lg x}{1-x} dx. \quad (A)$$

Замѣтимъ, что подынтегральная функція $\frac{\lg x}{1-x}$ при высшемъ предѣлѣ интеграла, т. е. при $x=1$, не претерпѣваетъ нарушенія непрерывности; легко видѣть, что $\frac{\lg x}{1-x}$ при $x=1$ обращается въ -1 , а не въ безконечность.

Разлагая подынтегральную функцію въ рядъ, находимъ

$$\frac{\lg x}{1-x} = [1 + x + x^2 + x^3 + \dots] \lg x.$$

Такимъ образомъ выполненіе даннаго интеграла приводится къ выполненію интеграла

$$\int_0^1 x^n \lg x dx,$$

интегрируя это по частямъ, имѣемъ

$$\int x^n \lg x \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \lg x - \frac{1}{n+1} \int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \lg x - \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2}$$

Между предѣлами 0 и 1 первый членъ обращается въ $0 \cdot \infty$, но

$$x^{n+1} \lg x = \frac{\lg x}{\left(\frac{1}{x^{n+1}}\right)}$$

взявъ производныя отъ числителя и знаменателя отдѣльно, имѣемъ

$$\frac{\frac{1}{x}}{\frac{(n+1)x^n}{x^{2n+2}}} = \frac{x^{2n+2}}{(n+1)x^{n+1}} = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

это при $x=0$ обращается въ нуль. Итакъ мы имѣемъ

$$\int_0^1 x^n \lg x \, dx = -\frac{1}{(1+n)^2}$$

а слѣдовательно данный интегралъ

$$\int_0^1 \frac{\lg x}{1-x} \, dx = -\sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{1}{(1+n)^2}$$

Этотъ интегралъ мы можемъ представить и въ конечномъ видѣ. Для этого рассмотримъ еще интегралъ:

$$\int_0^1 \frac{x^a - 1}{1-x} \, dx.$$

Предполагая, что $0 < a < 1$. Известно, что

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$$

ПОЭТОМУ

$$\int_0^1 \frac{x^{a-1} - x^{-a}}{1-x} dx = \int_0^1 (x^{a-1} + x^a + x^{a+1} + \dots) dx$$

$$- \int_0^1 (x^{-a} + x^{-a+1} + x^{-a+2} + \dots) dx$$

ИЛИ

$$\int_0^1 \frac{x^{a-1} - x^{-a}}{1-x} dx =$$

$$\left[\frac{x^a}{a} + \frac{x^{a+1}}{a+1} + \frac{x^{a+2}}{a+2} + \dots \right]_0^1 - \left[\frac{x^{-a+1}}{-a+1} + \frac{x^{-a+2}}{-a+2} + \dots \right]_0^1 \quad (23)$$

$$= \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a+2} + \dots \right] - \left[\frac{1}{1-a} + \frac{1}{2-a} + \dots \right]$$

$$= \frac{1}{a} - \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} - \frac{1}{2-a} + \frac{1}{2+a} - \dots$$

имѣя это, легко представить рассматриваемый интегралъ въ конечной формѣ. Для этого обратимся къ выраженію (23) стр. 206 и положивъ въ немъ $z = a\pi$, получимъ

$$\sin(a\pi) = a\pi \left(1 - a^2\right) \left(1 - \frac{a^2}{4}\right) \left(1 - \frac{a^2}{9}\right) \dots$$

ИЛИ

$$\sin(a\pi) = a\pi (1-a)(1+a) \left(1 - \frac{a}{2}\right) \left(1 + \frac{a}{2}\right) \left(1 - \frac{a}{3}\right) \left(1 + \frac{a}{3}\right) \dots$$

и слѣдовательно

$$\lg \sin(a\pi) = \lg(a\pi) + \lg(1-a) + \lg(1+a) + \dots$$

откуда

$$\frac{\partial \lg \sin(a\pi)}{\partial a} = \frac{1}{a} - \frac{1}{1-a} + \frac{1}{1+a} - \frac{1}{2-a} + \frac{1}{2+a} - \dots \quad (24)$$

Сравнивая это съ выраженіемъ (23), имѣемъ

$$\int_0^1 \frac{x^{a-1} - x^{-a}}{1-x} dx = \frac{\partial \lg \sin(\pi a)}{\partial a} = \pi \cotg(\pi a).$$

Наконецъ сравнивая это съ (24), имѣемъ (написавъ вездѣ x вмѣсто a)

$$(25) \quad \pi \cotg(\pi x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \dots$$

Будемъ пользоваться этимъ для представленія интеграла (A) въ конечномъ видѣ.

Дифференцируя это выраженіе (25) по x , находимъ

$$\frac{\pi^2}{\sin^2(\pi x)} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2} + \dots$$

если примемъ здѣсь $x = \frac{1}{4}$, то отсюда выводимъ

$$\frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots$$

Подобно предыдущему интегралу, находимъ

$$\int_0^1 \frac{\lg x dx}{1-x^2} = \int_0^1 (1+x^2+x^4+\dots) \lg x dx = -\left(1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots\right)$$

Слѣдовательно, по сравненію съ предыдущимъ, имѣемъ

$$(B) \quad \int_0^1 \frac{\lg x dx}{1-x^2} = -\frac{\pi^2}{8}$$

Положимъ теперь для краткости

$$(C) \quad \int_0^1 \frac{x \lg x dx}{1-x^2} = P$$

и введемъ здѣсь для интегрированія новое переменное z подѣ условіемъ

$$x^2 = z; \quad 2 \lg x = \lg z; \quad 2x dx = dz,$$

тогда

$$P = \frac{1}{4} \int_0^1 \frac{\lg z \, dz}{1-z} \quad (E)$$

Складывая выражения (B) и (C), находимъ

$$\int_0^1 \frac{(1+x) \lg x \, dx}{1-x^2} = \int_0^1 \frac{\lg x \, dx}{1-x} = P - \frac{\pi^2}{8}$$

Принимая во вниманіе выраженіе (E), находимъ

$$P = -\frac{\pi^2}{24}$$

Слѣдовательно искомый интегралъ

$$\int_0^1 \frac{\lg x \, dx}{1-x} = -\frac{\pi^2}{6}$$

Такимъ образомъ, посредствомъ разложенія въ ряды, мы находимъ конечныя выраженія такихъ опредѣленныхъ интеграловъ, для которыхъ конечныхъ величинъ въ неопредѣленной формѣ мы не знаемъ.

Излагая въ общихъ чертахъ способъ нахождения опредѣленныхъ интеграловъ посредствомъ разложенія въ ряды, для поясненія теоріи мы разсматривали такіе опредѣленные интегралы, которые въ неопредѣленной формѣ намъ неизвѣстны; но разложеніе въ ряды можетъ прилагаться также и въ тѣхъ случаяхъ, когда мы хотимъ или упростить вычисленіе, или упростить самый результатъ.

33. Послѣдній, едва ли не болѣе существенный для практики пріемъ вычисленія опредѣленныхъ интеграловъ (по приближенію), носитъ названіе способа *механической квадратуры*. Въ этомъ способѣ данный опредѣленный интегралъ вычисляется по частнымъ значеніямъ подынтегральной функціи, соответствующимъ нѣкоторымъ опредѣленнымъ величинамъ промежутка, заключающимся между предѣлами интеграла.

Многіе ученые предложили формулы для приближеннаго вычисленія опредѣленныхъ интеграловъ; мы знаемъ формулы механическихъ квадратуръ предложенныя Ив. Бернули, Эйлеромъ, Котесомъ, Гауссомъ, Симпсономъ, Чебышевымъ и другими. Наиболѣе простая, точная и въ высшей степени остроумная по теоретическимъ соображеніямъ принадлежитъ Гауссу.

Что касается формулы Чебышева, то она есть не болѣе какъ видоизмѣненіе формулы Гаусса. Мы остановимся на выводѣ и доказательствѣ только этой послѣдней.

Прежде чѣмъ приступимъ къ изложенію способа, даннаго Гауссомъ для вычисленія опредѣленныхъ интеграловъ посредствомъ механической квадратуры, рассмотримъ главнѣйшія свойства тѣхъ функцій, которыми будемъ пользоваться при этомъ и которыя въ анализѣ носятъ названіе Лежандровыхъ функцій.

Опредѣлимъ функцію $\varphi_n(x)$ такого свойства, чтобы

$$(26) \quad \int_a^b \theta(x) \varphi_n(x) dx = 0,$$

гдѣ $\theta(x)$ есть цѣлая алгебраическая функція $n-1$ -ой степени.

Пусть

$$\varphi_n^{-1}(x), \quad \varphi_n^{-2}(x) \dots \dots$$

будутъ послѣдовательные интегралы $\varphi_n(x)$, такъ что

$$\int \varphi_n(x) dx = \varphi_n^{-1}(x)$$

$$\int \varphi_n^{-1}(x) dx = \varphi_n^{-2}(x)$$

и т. д.

При этомъ пусть такіе интегралы обращаются въ нуль при $x=a$, т. е. при низшемъ предѣлѣ интеграла (26).

Возьмемъ интеграль (26) по частямъ.

Въ общемъ выраженіи

$$\int v \cdot du = uv - \int u \cdot dv$$

примемъ для этого

$$\varphi_n(x) dx = du; \quad \theta(x) = v;$$

тогда

$$\int \varphi_n(x) dx = u = \varphi_n^{-1}(x); \quad dv = \theta'(x) dx.$$

Слѣдовательно интеграль (26) представится въ видѣ

$$\int \theta(x) \varphi_n(x) dx = \varphi_n^{-1}(x) \theta(x) - \int \varphi_n^{-1}(x) \theta'(x) dx,$$

точно также найдемъ

$$\int \theta'(x) \varphi_n^{-1}(x) dx = \varphi_n^{-2}(x) \theta'(x) - \int \varphi_n^{-2}(x) \theta''(x) dx.$$

такъ какъ по условію $\varphi_n^{-1}(a) = 0$, $\varphi_n^{-2}(a) = 0$ и т. д., то интеграль (26) принимаетъ видъ

$$\theta(b) \varphi_n^{-1}(b) - \theta'(b) \varphi_n^{-2}(b) + \dots \pm \theta^{(n-1)}(b) \varphi_n^{-n}(b) = 0^1); \quad (27)$$

положимъ послѣдовательно

$$\theta(x) = 1; \quad \theta(x) = x; \quad \theta(x) = x^2 \dots \theta(x) = x^{n-1}.$$

Для $\theta(x) = 1$ имѣемъ $\theta'(x) = 0$,

$$, \quad \theta(x) = x \quad , \quad \theta'(x) = 1,$$

$$\theta''(x) = 0,$$

$$, \quad \theta(x) = x^2 \quad , \quad \theta'(x) = 2x,$$

$$\theta''(x) = 2,$$

$$\theta'''(x) = 0$$

и т. д.

Внося это послѣдовательно въ уравненіе (27), находимъ изъ него

$$\varphi_n^{-1}(b) = 0; \quad \varphi_n^{-2}(b) = 0 \dots \varphi_n^{-n}(b) = 0.$$

Итакъ $\varphi_n^{-n}(x)$ должна быть такой, чтобы всѣ ея производныя при $x = a$ обращались въ нуль, и чтобы всѣ ея производныя до $(n-1)$ -ой включительно при $x = b$ также обращались въ нуль.

Такой функціей можетъ быть функція вида

$$\varphi_n^{-n}(x) = (x - a)^n (x - b)^n \psi(x),$$

гдѣ $\psi(x)$ конечная и отличная отъ нуля для $x = a$ и $x = b$; отсюда прямо заключаемъ, что

$$\varphi_n(x) = \frac{\partial^n [(x - a)^n (x - b)^n \psi(x)]}{\partial x^n}$$

Не нарушая общности, можемъ принять

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{(b - a)^n} \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} \frac{\partial^n [(x - a)^n (x - b)^n \psi(x)]}{\partial x^n}$$

¹⁾ Мы предполагаемъ, что $\theta(x)$ есть многочленъ $n-1$ -ой степени, а потому $\theta^{(n-1)}(x) = 0$.

Если положимъ здѣсь $a = -1$, $b = +1$ и $\psi(x) = 1$, то

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{2^n} \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} \frac{\partial^n \{(x+1)(x-1)^n\}}{\partial x^n}$$

или

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{2 \cdot 2 \dots 2} \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} \frac{\partial^n [(x^2 - 1)^n]}{\partial x^n}$$

или

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{2(2 \cdot 2)(2 \cdot 3) \dots (2n)} \frac{\partial^n (x^2 - 1)^n}{\partial x^n}$$

т. е.

$$\varphi_n(x) = \frac{1}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \dots 2n} \frac{\partial^n \{(x^2 - 1)^n\}}{\partial x^n}$$

Въ этомъ случаѣ функція $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ суть Лежандровы функціи. Лежандръ опредѣляетъ ихъ какъ коэффициенты при различныхъ степеняхъ z въ разложеніи функціи

$$(1 - 2xz + z^2)^{-\frac{1}{2}}$$

по степенямъ z .

Разсмотримъ уравненіе

$$(28) \quad y = x + \frac{z}{2}(y^2 - 1)$$

и на основаніи его разложимъ y по степенямъ z .

Примѣнимъ къ этому разложенію строку Лагранжа.

Мы видѣли, что если дано уравненіе

$$(29) \quad y = x + t\varphi(y),$$

то по теоремѣ Лагранжа

$$f(y) = f(x) + t\varphi(x)f'(x) + \frac{t^2}{1 \cdot 2} \frac{\partial \{[\varphi(x)]^2 f'(x)\}}{\partial x} + \dots$$

примѣняя это къ разсматриваемому случаю, т. е. къ уравненію (28), мы должны считать по сравненію (28) съ (29)

$$\varphi(y) = y^2 - 1,$$

слѣдовательно

$$\varphi(x) = x^2 - 1$$

и кромѣ того

$$t = \frac{z}{2}$$

наконецъ

$$f(y) = y; \quad f(x) = x.$$

слѣд.

$$f'(y) = 1; \quad f'(x) = 1.$$

Такимъ образомъ строка Лагранжа въ примѣненіи къ нашему случаю напишется въ видѣ

$$y = x + \frac{z}{2}(x^2 - 1) + \frac{1}{1 \cdot 2} \left(\frac{z}{2}\right)^2 \frac{\partial (x^2 - 1)^2}{\partial x} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(\frac{z}{2}\right)^3 \frac{\partial^2 (x^3 - 1)}{\partial x^2} + \dots$$

$$+ \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} \left(\frac{z}{2}\right)^n \frac{\partial^{n-1} (x^2 - 1)^n}{\partial x^{n-1}} \quad (30)$$

Рѣшая уравненіе (28) относительно y , имѣемъ

$$y = \frac{1}{z} - \frac{1}{z} \sqrt{1 - 2xz + z^2}$$

Изъ уравненія (28) видимъ, что при $z=0$ $y=x$, а потому при радикалѣ слѣдуетъ удержать знакъ минусъ, и мы имѣемъ

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{1 - 2xz + z^2}}$$

Дифференцируя выраженіе (30) относительно x , находимъ

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 1 + \frac{z}{2} \frac{\partial (x^2 - 1)}{\partial x} + \frac{1}{1 \cdot 2} \left(\frac{z}{2}\right)^2 \frac{\partial^2 [(x^2 - 1)^2]}{\partial x^2} + \dots$$

$$+ \frac{1}{1 \cdot 2 \dots n} \left(\frac{z}{2}\right)^n \frac{\partial^n [(x^2 - 1)^n]}{\partial x^n}$$

Слѣдовательно

$$(1 - 2xz + z)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \left(\frac{z}{2}\right) \frac{\partial (x^2 - 1)}{\partial x} + \frac{1}{1 \cdot 2} \left(\frac{z}{2}\right)^2 \frac{\partial^2 [(x^2 - 1)^2]}{\partial x^2} + \dots$$

$$+ \frac{1}{1 \cdot 2 \dots n} \left(\frac{z}{2}\right)^n \frac{\partial^n [(x^2 - 1)^n]}{\partial x^n} + \dots$$

Если положимъ здѣсь

$$\frac{1}{2^n \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} \frac{\partial^n [(x^2 - 1)^n]}{\partial x^n} = X_n,$$

то предыдущее представится въ видѣ

$$(31) (1 - 2xz + z^2)^{-\frac{1}{2}} = 1 + X_1 z + X_2 z^2 + \dots + X_n z^n + \dots$$

Функция X_n известна въ анализѣ подъ именемъ функции Лежандра, она имѣетъ многія весьма примѣчательныя свойства.

Легко убѣдиться, что корни уравненія $X_n = 0$ всѣ дѣйствительны и заключаются между 0 и ± 1 . Въ самомъ дѣлѣ, мы знаемъ изъ алгебры, что если всѣ корни уравненія дѣйствительны, то производная этого уравненія имѣетъ также всѣ дѣйствительные корни, заключающіеся между наибольшимъ и наименьшимъ корнемъ даннаго уравненія.

Уравненіе

$$(32) (x^2 - 1)^n = 0$$

имѣетъ $2n$ дѣйствительныхъ корней. Въ самомъ дѣлѣ это уравненіе можно представить въ видѣ

$$(x + 1)^n (x - 1)^n = 0.$$

Слѣдовательно это уравненіе имѣетъ n корней равныхъ $+1$ и n корней -1 .

Такъ какъ X_n суть послѣдовательныя производныя, взятые отъ $(x^2 - 1)^n$ съ постояннымъ множителемъ, то изъ этого заключаемъ, что уравненіе $X_n = 0$ имѣетъ дѣйствительные корни, заключающіеся между -1 и $+1$.

Положимъ

$$\eta = \frac{1}{(1 - 2xz + z^2)^{\frac{1}{2}}}$$

если примемъ здѣсь $x = 1$, то

$$\eta = \left[(1 - z^2) \right]^{-\frac{1}{2}} = (1 - z)^{-1}$$

но это разложеніе представляется въ видѣ

$$\eta = 1 + z + z^2 + \dots + z^n + \dots$$

Сравнивая это съ предыдущимъ, видимъ, что для $x = 1$ всѣ функции

$$X_0 = X_1 = X_2 = \dots = 1.$$

Итакъ при $x = 1$ функция X_n обращается въ единицу.

Если примемъ $x = -1$, то также увидимъ, что

$$X_n = (-1)^n.$$

Если положимъ $x = 0$, то соответствующее значеніе η будетъ

$$\eta = (1 + z^2)^{-\frac{1}{2}}$$

но въ этомъ случаѣ

$$\eta = 1 - \frac{1}{2}z^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}z^4 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}z^6 + \dots - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}z^{2n}$$

Сравнивая это съ (31), видимъ, что при $x = 0$ всѣ функціи X_n съ нечетными указателями обращаются въ нуль, т. е.

$$X_1 = 0, \quad X_3 = 0 \dots X_{2n+1} = 0,$$

а всѣ четныя заключаются въ формѣ

$$X_{2n} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}$$

Мы приняли

$$\eta = (1 - 2zx + z^2)^{-\frac{1}{2}}$$

дифференцируя это по z , имѣемъ

$$\frac{\partial \eta}{\partial z} = (1 - 2zx + z^2)^{-\frac{3}{2}}(x - z),$$

помноживъ обѣ части на $(1 - 2zx + z^2)$, получимъ

$$(1 - 2zx + z^2) \frac{\partial \eta}{\partial z} = (1 - 2zx + z^2)^{-\frac{1}{2}}(x - z), \quad (33)$$

но мы видѣли, что

$$\eta = (1 - 2zx + z^2)^{-\frac{1}{2}} = 1 + X_1 z + X_2 z^2 + \dots + X_n z^n$$

Слѣдовательно

$$\frac{\partial \eta}{\partial z} = X_1 + 2X_2 z + \dots + n X_n z^{n-1}$$

Внося это въ уравненіе (33), имѣемъ

$$\begin{aligned} (1 - 2zx + z^2)(X_1 + 2X_2 z + \dots + nX_n z^{n-1}) = \\ = (x - z)(1 + X_1 z + X_2 z^2 + \dots + z^n X_n) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
& X_1 + 2zX_2 + \dots + nz^{n-1}X_n + (n+1)z^nX_{n+1} \\
& \quad - 2zxX_1 - 4zxX_2 - \dots - 2nxz^nX_n \\
& + z^2X_1 + 2z^3X_2 + \dots + (n-1)z^nX_{n-1} + nz^{n+1}X_n \\
& \quad = x + xzX_1 + xz^2X_2 + \dots + xz^nX_n \\
& \quad - z - z^2X_1 - z^3X_2 - \dots - z^nX_{n-1} - z^{n+1}X_n.
\end{aligned}$$

Сравнивая коэффициенты при степенях z^n въ обѣихъ частяхъ уравненія, находимъ

$$(34) \quad (n+1)X_{n+1} - (2n+1)xX_n + nX_{n-1} = 0$$

и кромѣ того, сравненіе членовъ съ нулевыми степенями z даетъ

$$X_1 = x.$$

Помня, что въ нашемъ случаѣ $X_0 = 1$ ¹⁾, мы можемъ пользоваться уравненіемъ (34) для опредѣленія всѣхъ X по двумъ X_0 и X_1 . Въ самомъ дѣлѣ, при $n=1$ уравненіе (34) обращается въ

$$2X_2 + 3xX_1 + X_0 = 0,$$

но $X_0 = 1$; $X_1 = x$, слѣдовательно

$$X_2 = -\frac{3}{2}x^2 - 1,$$

при $n=2$ изъ того же уравненія (34) находимъ

$$3X_3 - 5X_2x + 2X_1 = 0,$$

откуда

$$X_3 = \frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{2}x$$

и т. д. Такимъ образомъ составляемъ

¹⁾ Ибо

$$(1 - 2xz + z^2)^{-\frac{1}{2}} = 1 + X_1z + X_2z^2 + \dots + X_nz^n$$

и отсюда видимъ, что

$$X_0 = 1.$$

$$X_0 = 1$$

$$X_1 = x$$

$$X_2 = \frac{3}{2} x^2 - \frac{1}{2}$$

$$X_3 = \frac{5}{2} x^3 - \frac{3}{2} x$$

$$X_4 = \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 4} x^4 - \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} 2x^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}$$

.

Итакъ мы видимъ, что функции X попеременно суть четныя и нечетныя. Можно обнаружить много любопытныхъ свойствъ Лежандровыхъ функций, но для нашей цѣли достаточно того, что мы теперь знаемъ.

34. Во многихъ случаяхъ мы не имѣемъ возможности представить аналитически опредѣленный интегралъ въ конечной формѣ, а потому по необходимости должны ограничиться приближеннымъ вычисленіемъ его числовой величины по частнымъ значеніямъ подынтегральной функции. Этотъ приемъ трактовать опредѣленные интегралы, называется способомъ *механической квадратуры*. Въ разное время многіе геометры предлагали различныя формулы для механическаго интегрированія, но наиболѣе точная, основанная на остроумнѣйшихъ соображеніяхъ, принадлежитъ Карлу Фридриху Гауссу. Гауссъ въ первый разъ показалъ ее въ 1815 году въ Запискахъ Геттингенскаго общества. Послѣ этого мемуаръ Гаусса не разъ подвергался комментаріямъ, и можно указать много приемовъ вывода замѣчательной формулы Гаусса. Мы остановимся на двухъ: на наиболѣе простомъ и на наиболѣе изящномъ по выводу.

Предположимъ, что требуется вычислить опредѣленный интегралъ

$$\int_a^{\beta} \varphi(x) dx.$$

Замѣтимъ прежде всего, что преобразованіемъ переменнаго предѣлы интегрированія могутъ быть измѣнены. Если бы данъ былъ интегралъ, взятый между предѣлами a и b и требовалось бы преобразовать его въ другой интегралъ съ предѣлами α и β , то этого легче всего достигнуть линейнымъ преобразованіемъ, вводя новое переменное z , соединенное съ первоначальнымъ соотношеніемъ

$$z = \alpha Y + \beta Y_1,$$

гдѣ Y и Y_1 суть функции отъ x , которыя должны быть выбраны такъ, чтобы при $x=a$ одна изъ этихъ функций, напр. Y , обращалась въ единицу, а другая въ нуль, а при $x=b$ функция Y_1 должна обращаться въ единицу, а Y въ нуль. Этого достигнемъ, если примемъ

$$Y_1 = \frac{x-a}{b-a}, \quad Y = \frac{b-x}{b-a}$$

тогда

$$z = \frac{x-a}{b-a} \beta + \frac{b-x}{b-a} \alpha$$

при $x=a$, очевидно, $z=\alpha$, при $x=b$, $z=\beta$. Если бы предѣлы интеграла были 0 и ∞ , то введеніемъ новаго переменнаго предѣлы могутъ быть обращены въ нуль и единицу. Въ самомъ дѣлѣ, если данъ интегралъ

$$\int_0^{\infty} f(x) dx,$$

то полагая $z = \frac{1}{1+x}$, мы приводимъ этотъ интегралъ къ виду

$$\int_0^1 F(z) dz$$

ибо при $x=0$, $z=1$ и при $x=\infty$, $z=0$. Предѣлы же 0 и 1 предыдущимъ линейнымъ преобразованиемъ обращаются въ произвольно выбранные α и β .

Итакъ допустимъ, что предѣлы интеграла суть -1 и $+1$ и требуется найти числовое значеніе интеграла

$$(35) \quad \int_{-1}^{+1} \varphi(x) dx.$$

Пусть a_0, a_1, \dots, a_{n-1} будутъ n нѣкоторыхъ частныхъ значеній переменн ой x (которыя опредѣляются извѣстными условіями, а не выбираются произвольно, какъ въ другихъ формулахъ механической квадратуры) и пусть всѣ эти значенія заключаются между $+1$ и -1 . Мы можемъ, напр., при извѣстномъ условіи предположить, что эти n величинъ въ точности суть корни уравненія $X_n=0$, гдѣ подъ X_n разумѣемъ многочленъ Лежандра.

Пусть $f(x)$ будетъ многочленъ степени $2n - 1$, въ точности равный функции $\varphi(x)$ при частныхъ значеніяхъ переменнаго

$$x = a_0, \quad x = a_1, \dots, x = a_{n-1}.$$

Это точное равенство существуетъ только для этихъ частныхъ значеній переменнаго.

Такимъ образомъ при извѣстномъ условіи, съ извѣстною степенью точности можно вычисленіе интеграла (35) замѣнить вычисленіемъ интеграла

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx.$$

Раздѣлимъ $f(x)$ на X_n (многочленъ степени n); пусть частное этого дѣленія будетъ Q , т. е. многочленъ степени $n - 1$ и остатокъ R также степени $n - 1$. Такимъ образомъ

$$f(x) = Q X_n + R$$

поэтому

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx = \int_{-1}^{+1} Q X_n dx + \int_{-1}^{+1} R dx. \quad (36)$$

Говоря о свойствахъ Лежандровыхъ функций, мы видѣли, что

$$\int_a^b \theta(x) \varphi_n(x) dx$$

при условіи $\varphi_n(x) = X_n$ обращается въ нуль, слѣдовательно при извѣстномъ преобразованіи предѣловъ мы имѣемъ

$$\int_{-1}^{+1} \theta(x) X_n dx = 0,$$

а слѣдовательно въ выраженіи (36) можемъ принять

$$\int_{-1}^{+1} Q X_n dx = 0$$

и изъ выраженія (36) остается уравненіе

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx = \int_{-1}^{+1} R dx,$$

гдѣ $R(x)$ для частныхъ значеній a_0, a_1, \dots, a_{n-1} есть

$$R(a_0) = f(a_0); \quad R(a_1) = f(a_1) \dots R(a_{n-1}) = f(a_{n-1}).$$

Слѣдовательно для упомянутыхъ частныхъ значеній переменнаго мы можемъ считать

$$f(x) = R(x).$$

Вообще, если

$$\frac{f(x)}{F'(x)}$$

есть рациональная дробь и корни уравненія $F(x) = 0$ суть

$$a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1},$$

то, какъ извѣстно,

$$\frac{f(x)}{F'(x)} = \frac{f(a_0)}{(x-a_0)F'(a_0)} + \frac{f(a_1)}{(x-a_1)F'(a_1)} + \dots + \frac{f(a_{n-1})}{(x-a_{n-1})F'(a_{n-1})}$$

или

$$f(x) = \sum \frac{f(a_i) F(x)}{(x-a_i) F'(a_i)}$$

гдѣ знакъ суммы распространяется на всѣ корни уравненія $F(x) = 0$.

Въ нашемъ случаѣ за $F(x)$ мы принимаемъ $X_n(x)$, поэтому въ нашемъ случаѣ

$$f(x) = R(x) = \sum \frac{f(a_i) X_n(x)}{(x-a_i) X_n'(a_i)}$$

Слѣдовательно искомый интеграль

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx = \int_{-1}^{+1} \sum \frac{f(a_i) X_n(x) dx}{(x-a_i) X_n'(a_i)}$$

или для частныхъ значеній переменнаго, при которыхъ $f(x)$ и $\varphi(x)$ совпадаютъ

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx = \int_{-1}^{+1} \sum \frac{\varphi(a_i) X_n(x) dx}{(x - a_i) X_n'(a_i)} \quad (37)$$

Такова точная величина интеграла

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx$$

и вмѣстѣ съ тѣмъ она есть приближенная величина даннаго интеграла

$$\int_{-1}^{+1} \varphi(x) dx$$

По выраженію (37) мы видимъ, что это имѣетъ форму

$$\int_{-1}^{+1} \varphi(x) dx = A_0 \varphi(a_0) + A_1 \varphi(a_1) + \dots + A_{n-1} \varphi(a_{n-1}).$$

Это и есть та формула, которую предложилъ Гауссъ для механическаго интегрированія.

35. Другой, едва ли не болѣе общій и болѣе строгій выводъ формулы Гаусса основывается на слѣдующихъ соображеніяхъ.

Разсмотримъ раціональную дробь

$$\frac{f(x)}{F(x)}$$

пусть корни уравненія $F(x) = 0$ будутъ всѣ неравные. Предположимъ, что $F(x)$ есть многочленъ n -ой степени и корни уравненія $F(x) = 0$ пусть будутъ a_1, a_2, \dots, a_n . Тогда, какъ извѣстно,

$$\frac{f(x)}{F(x)} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{f(a_i)}{F'(a_i)} \frac{1}{x - a_i}$$

гдѣ знакъ суммы распространяется на всѣ корни уравненія $F(x) = 0$.

Помноживъ обѣ части на $F(x)$, имѣемъ

$$f(x) = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{f(a_i)}{F'(a_i)} \frac{F(x)}{x - a_i} \quad (38)$$

Предположимъ, что $f(x)$ непрерывна въ области корней уравненія $F(x)=0$, т. е. что для значений x , соответствующихъ корнямъ, функція $f(x)$ остается конечною и непрерывною. При такомъ условіи функцію $f(x)$ можно разложить въ рядъ по восходящимъ степенямъ x . Этотъ рядъ пусть будетъ

$$f(x) = \varphi(x) + \varepsilon_x,$$

гдѣ $\varphi(x)$ есть сумма m первыхъ членовъ ряда и ε_x есть остаточный членъ, или величина приближающаяся къ нулю при непрерывномъ возрастаніи m . Такъ какъ функція $f(x)$ остается конечною и непрерывною въ предѣлахъ корней уравненія $F(x)=0$, то можно писать

$$f(a_i) = \varphi(a_i) + \varepsilon_{a_i}$$

При такомъ положеніи уравненіе (38) принимаетъ видъ

$$\varphi(x) + \varepsilon_x = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{[\varphi(a_i) + \varepsilon_{a_i}] F(x)}{F'(a_i)(x - a_i)}$$

Пусть для краткости

$$(39) \quad \eta = -\varepsilon_x + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\varepsilon_{a_i} F(x)}{F'(a_i)(x - a_i)}$$

тогда предыдущее представляется въ видѣ

$$(40) \quad \varphi(x) = \sum \frac{\varphi(a_i) F(x)}{F'(a_i)(x - a_i)} + \eta$$

Если $F(x)$ сохраняетъ конечную величину въ предѣлахъ, между которыми измѣняется x , то η при непрерывномъ возрастаніи m стремится къ нулю. Это слѣдуетъ изъ того, что сумма членовъ вида

$$\frac{F(x)}{F'(a)(x - a)}$$

распространенная на всѣ корни a , равна единицѣ, а распространенная на какую нибудь часть изъ нихъ сохраняетъ конечную величину.

Уравненіе (40) показываетъ, что сумма

$$\sum \frac{\varphi(a_i) F(x)}{F'(a_i)(x - a_i)}$$

представляетъ функцію $\varphi(x)$ съ точностію m первыхъ членовъ ея разложенія.

Предположимъ, что a и b суть два значенія x , между которыми $f(x)$ остается непрерывною и конечною. Помножимъ уравненіе (40) на ∂x и возьмемъ интегралъ въ предѣлахъ a и b , тогда

$$\int_a^b \varphi(x) \partial x = \sum \frac{\varphi(a_i)}{F'(a_i)} \int \frac{F'(x) \partial x}{(x - a_i)} + r_{11}, \quad (41)$$

гдѣ r_{11} есть величина стремящаяся къ нулю при возрастаніи m .

Это уравненіе показываетъ, что сумма, стоящая во второй части, представляетъ собою опредѣленный интегралъ

$$\int_a^b \varphi(x) \partial x$$

съ точностію m членовъ разложенія подынтегральной функціи.

Означимъ чрезъ z величину большую наибольшаго изъ корней уравненія $F(x) = 0$. Въ случаѣ мнимыхъ корней подъ z будемъ разумѣть величину, модуль которой болѣе модуля наибольшаго изъ корней уравненія $F(x) = 0$.

Принявъ это, положимъ

$$\varphi(x) = \frac{1}{z - x}$$

Тогда равенство (40) приметъ видъ

$$\frac{1}{z - x} = \sum \frac{1}{F'(a_i) [z - a_i]} \frac{F(x)}{x - a_i}$$

это показываетъ, что разложеніе по восходящимъ степенямъ x или по

нисходящимъ z для дроби $\frac{1}{z - x}$ и для суммы

$$\sum \frac{1}{F'(a_i) [z - a_i]} \frac{F(x)}{x - a_i}$$

одинаковы въ первыхъ m членахъ.

¹⁾ Ибо при этомъ, какъ показываетъ предыдущее положеніе,

$$\varphi(a_i) = \frac{1}{z - a_i}$$

Равенство (41), въ предположеніи что предѣлы a и b меньше z , приводитъ къ выраженію

$$(42) \quad \log \frac{z-a}{z-b} = \sum F'(a_i) \frac{1}{(z-a_i)} \int_a^b \frac{F(x) dx}{(x-a_i)}$$

Это получаемъ такъ: въ выраженіи (41) поставимъ вмѣсто $\varphi(x)$ величину $\frac{1}{z-x}$, а вмѣсто $\varphi(a_i)$ величину $\frac{1}{z-a_i}$, выполнимъ интегрированіе въ первой части, тогда найдемъ (42), которое показываетъ, что при совершенно произвольномъ видѣ функціи $F(x)$ разложеніе суммы

$$\sum \frac{1}{F(a_i)(z-a_i)} \int_a^b \frac{F(x) dx}{x-a_i}$$

по нисходящимъ степенямъ z въ первыхъ m членахъ тождественно съ разложеніемъ

$$\log \frac{z-a}{z-b}$$

Приложимъ эти общія соображенія къ выводу формулы Гаусса, данной имъ для вычисленія опредѣленныхъ интеграловъ по способу механической квадратуры.

Мы уже видѣли, что предѣлы a и b интегрированія чрезъ введеніе новаго переменнаго y подѣ условіемъ

$$x = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} y$$

приводятся къ $+1$, -1 .

Приложимъ уравненіе (41) къ Лежандровой функціи

$$N \frac{\partial^n (x^2-1)^n}{\partial x^n} = X_n$$

Замѣнимъ для краткости обыкновенное означеніе чрезъ Φ , такъ что примемъ

$$N \frac{\partial^n (x^2-1)^n}{\partial x^n} = \Phi(x)$$

при условіи, что $\Phi(1) = 1$.

Мы видѣли, что $\Phi(x)$ содержитъ или однѣ четныя или однѣ нечетныя степени, смотря по тому, будетъ ли n четное или нечетное число. а потому $\Phi(-1)$ равна или $+1$ или -1 .

Напомнимъ еще, что $\Phi(x)$, какъ выше видѣли, имѣетъ два главных свойства:

1) Всѣ корни уравненія $\Phi(x) = 0$ дѣйствительны, различны между собой и заключаются между предѣлами -1 и $+1$.

2) Для каждой цѣлой алгебраической функціи $f_1(x)$, степень которой ниже n , имѣемъ

$$\int_{-1}^{+1} \Phi(x) f_1(x) dx = 0. \quad (43)$$

Означимъ чрезъ $f(x)$ такой многочленъ степени n , у котораго всѣ корни различны между собой, отличны отъ корней $\Phi(x)$ и заключаются между -1 и $+1$. Пусть корни уравненія $\Phi(x) = 0$ будутъ

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n,$$

а корни уравненія $f(x) = 0$ пусть будутъ

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n.$$

Такъ какъ въ уравненіи (41) $F(x)$ совершенно произвольна, то примемъ за нея функцію

$$\Phi(x) f(x),$$

т. е. положимъ

$$F(x) = \Phi(x) f(x).$$

это есть многочленъ степени $2n$ и представляется въ видѣ

$$F(x) = (x - \alpha)(x - \alpha) \dots (x - \alpha_n)(x - \beta)(x - \beta) \dots (x - \beta_n).$$

При такомъ положеніи уравненіе (41) принимаетъ видъ

$$\int_{-1}^{+1} \Phi(x) f(x) dx = \sum \frac{\varphi(\alpha_i)}{f(\alpha_i) \Phi'(\alpha_i)} \int_{-1}^{+1} \frac{f(x) \Phi(x)}{x - \alpha_i} dx + \sum \frac{\varphi(\beta_i)}{f(\beta_i) \Phi(\beta_i)} \int_{-1}^{+1} \frac{f(x) \Phi(x)}{x - \beta_i} dx \quad (44)$$

такъ какъ $f(x)$ дѣлится на множителя $x - \beta_i$ и въ частномъ получается многочленъ $n - 1$ степени, то по выраженію (43)

$$\int_{-1}^{+1} \frac{f(x)}{x - \beta_i} \Phi(x) dx = 0$$

и второй членъ въ уравненіи (44), зависящій отъ корней β_i , обращается въ нуль; что касается перваго члена, то въ немъ $\frac{f(x)}{x - a_i}$, такъ какъ a_i не есть корень уравненія $f(x) = 0$, не будетъ цѣлый многочленъ. Допустимъ, что частное отъ дѣленія $f(x)$ на $x - a_i$ есть $f_1(x)$, т. е. многочленъ степени $n - 1$ и остатокъ $f(a_i)$, такъ что

$$\frac{f(x)}{x - a_i} = f_1(x) + \frac{f(a_i)}{x - a_i}$$

поэтому

$$\int_{-1}^{+1} \frac{f(x)}{x - a_i} \Phi(x) dx = \int_{-1}^{+1} f_1(x) \Phi(x) dx + f(a_i) \int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x)}{x - a_i} dx$$

первый членъ по причинѣ того, что $f_1(x)$ есть многочленъ степени $n - 1$, обращается въ нуль, и остальное есть

$$\int_{-1}^{+1} \frac{f(x)}{x - a_i} \Phi(x) dx = f(a_i) \int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x)}{x - a_i} dx.$$

Итакъ уравненіе (44) принимаетъ видъ

$$(45) \quad \int_{-1}^{+1} \varphi(x) dx = \sum \frac{\varphi(a_i)}{\Phi'(a_i)} \int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x) dx}{x - a_i}$$

Это равенство не зависитъ отъ корней β_i и содержитъ только n членовъ. Такимъ образомъ величина интеграла

$$\int_{-1}^{+1} \varphi(x) dx$$

соотвѣтствующая $2n$ членамъ разложенія подынтегральной функціи, выражается только чрезъ сумму n членовъ.

Чтобы развить выраженіе (45), возьмемъ заключающійся въ немъ интегралъ. Разложимъ раціональную дробь $\frac{1}{\Phi(x)}$, тогда получимъ

$$\frac{1}{\Phi(x)} = \frac{1}{\Phi'(a_1)(x-a_1)} + \frac{1}{\Phi'(a_2)(x-a_2)} + \dots + \frac{1}{\Phi'(a_n)(x-a_n)}$$

Помножимъ обѣ части этого равенства на

$$\frac{[\Phi(x)]^2}{x-a_1} \partial x$$

и возьмемъ интегралъ въ предѣлахъ -1 и $+1$, тогда получимъ

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x) \partial x}{x-a_1} = \\ & = \int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 \partial x}{\Phi'(a_1)(x-a_1)^2} + \int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 \partial x}{\Phi'(a_2)(x-a_1)(x-a_2)} + \dots \\ & \quad + \int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 \partial x}{\Phi'(a_n)(x-a_1)(x-a_n)} \end{aligned} \quad (46)$$

За исключеніемъ перваго члена второй части въ знаменателѣ вездѣ входятъ линейные множители $x-a_i$, гдѣ подъ i разумѣемъ всѣ числа отъ 0 до n . Такъ что каждый изъ этихъ членовъ имѣеть видъ

$$\frac{1}{\Phi'(a_i)} \int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 \partial x}{(x-a_1)(x-a_i)}$$

что тождественно можно представить въ видѣ ¹⁾

¹⁾ Въ самомъ дѣлѣ, помножимъ и раздѣлимъ подынтегральную функцію на a_1-a_i тогда имѣемъ

$$\frac{1}{a_1-a_i} \int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 (a_1-a_i) \partial x}{(x-a_1)(x-a_i)}$$

$$\begin{aligned}
 (47) \quad & \int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 \partial x}{(x - a_1)(x - a_i)} = \\
 & = \frac{1}{(a_1 - a_i)} \int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x)}{(x - a_1)} \Phi(x) \partial x - \frac{1}{(a_1 - a_i)} \int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x)}{(x - a_i)} \Phi(x) \partial x
 \end{aligned}$$

но такъ какъ

$$\frac{\Phi(x)}{x - a_1} \quad \text{и} \quad \frac{\Phi(x)}{x - a_i}$$

суть многочлены степени $n - 1$, то вся вторая часть равенства (47) обращается въ нуль и мы имѣемъ

$$\int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 \partial x}{(x - a_1)(x - a_i)} = 0.$$

поэтому въ уравненіи (40) остается только одинъ членъ, въ которомъ подынтегральная функція имѣетъ дѣлителемъ $(x - a_1)^2$ и мы находимъ

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x)}{(x - a_1)} \partial x = \frac{1}{\Phi'(a_1)} \int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 \partial x}{(x - a_1)^2}$$

затѣмъ представивъ въ числитель подъ интеграломъ двучленъ въ видѣ

$$(x - a_i) - (x - a_1)$$

найдемъ

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{(a_1 - a_i)} \int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 [(x - a_i) - (x - a_1)] \partial x}{(x - a_1)(x - a_i)} = \\
 & \frac{1}{a_1 - a_i} \int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 \partial x}{x - a_1} - \frac{1}{a_1 - a_i} \int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 \partial x}{x - a_i}
 \end{aligned}$$

Возьмемъ этотъ интегралъ по частямъ, пусть

$$u = [\Phi(x)]^2; \quad dv = \frac{\partial x}{(x - a_1)^2}; \quad du = 2\Phi(x)\Phi'(x)dx; \quad v = -\frac{1}{x - a_1}$$

поэтому

$$\int_{-1}^{+1} \frac{[\Phi(x)]^2 \partial x}{(x - a_1)^2} = \left/ -\frac{[\Phi(x)]^2}{x - a_1} \right/_{-1}^{+1} + 2 \int \frac{\Phi(x)\Phi'(x) \partial x}{x - a_1}$$

но $\Phi(1) = 1$; $\Phi(-1) = 1$ поэтому

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x)}{(x - a_1)^2} \partial x = -\frac{2}{(1 - a_1)^2 \Phi'(a_1)} + \frac{2}{\Phi'(a_1)} \int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x)\Phi'(x) \partial x}{x - a_1}$$

Такъ какъ уравненіе $\Phi(x) = 0$ равныхъ корней не имѣемъ, то $\Phi'(x)$ на $x - a_1$ не дѣлится безъ остатка. За результатъ дѣленія слѣдуетъ считать частное какъ многочленъ степени $n - 2$ и остатокъ $\Phi'(a_1)^1$. Часть интеграла, зависящая отъ частного, обращается въ нуль и остается изъ предыдущаго.

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x) \partial x}{x - a_1} = -\frac{2}{(1 - a_1^2) \Phi'(a_1)} + 2 \int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x) \partial x}{x - a_1}$$

отсюда по сокращеніи имѣемъ

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\Phi(x) \partial x}{(x - a_1)^2} = -\frac{2}{(1 - a_1^2) \Phi'(a_1)}$$

Слѣдовательно уравненіе (45) принимаетъ видъ

$$\int_{-1}^{+1} \varphi(x) \partial x = 2 \sum \left(\frac{\varphi(a_i)}{(1 - a_i^2) [\Phi'(a_i)]^2} \right)$$

¹⁾ Ибо

$$\frac{\Phi'(x)}{x - a_1} = \Phi_1(x) + \frac{\Phi'(a_1)}{x - a_1}$$

гдѣ $\Phi_1(x)$ есть многочленъ степени $n - 2$.

если положимъ здѣсь

$$A_i = \frac{2}{(1 - a_i^2) [\Phi'(a_i)]^2}$$

то будемъ имѣть

$$(48) \quad \int_{-1}^{+1} \varphi(x) dx = A_1 \varphi(a_1) + A_2 \varphi(a_2) + \dots + A_n \varphi(a_n)$$

ибо знакъ суммы распространяется на всѣ корни уравненія $\Phi(x) = 0$ или $X_n = 0$.

Порядокъ вычисленія опредѣленнаго интеграла по способу Гаусса таковъ. Прежде всего находимъ корни уравненія $X_n = 0$ для такого значенія n , для какого хотимъ произвести вычисленіе. Выборъ значенія n соответствуетъ той степени точности, которую мы имѣемъ въ виду. Число n опредѣляется число частныхъ значеній перемѣннаго, для которыхъ хотимъ вычислять значеніе подынтегральной функціи.

Функція X_n для различныхъ значеній n имѣетъ слѣдующій видъ

для $n = 1 \dots X_1 = x$

$$,, \quad n = 2 \dots X_2 = \frac{3}{2} x^2 - \frac{1}{2}$$

$$,, \quad n = 3 \dots X_3 = \frac{5}{2} x^3 - \frac{3}{2} x$$

$$,, \quad n = 4 \dots X_4 = \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 4} x^4 - \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} 2x^2 + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}$$

$$,, \quad n = 5 \dots X_5 = \frac{7 \cdot 9}{2 \cdot 4} x^5 - \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 4} 2x^3 + \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4} x$$

и т. д.

Сообразно съ этимъ корни уравненія $X_n = 0$ для первыхъ пяти значеній n суть

для $n = 1, x = 0$

$$,, \quad n = 2, x = \pm 0.5773500; \quad x = -0.577350$$

$$,, \quad n = 3, x = 0; \quad x = \pm 0.7745965; \quad x = -0.7745965$$

$$,, \quad n = 4, x = \pm 0.3399811; \quad x = -0.3399811$$

$$x = \pm 0.8611361; \quad x = -0.8611361$$

$$,, \quad n = 5, x = 0; \quad x = \pm 0.9061800; \quad x = -0.9061800$$

$$x = \pm 0.5384691; \quad x = -0.5384691$$

Имѣя корни, вычисляемъ соотвѣтственно каждому изъ нихъ коэффициенты A, B, \dots по формуламъ

$$A_1 = \frac{2}{(1-a_1^2)[F'(a_1)]^2}; \quad A_2 = \frac{2}{(1-a_2^2)[F'(a_2)]^2} \quad \text{и т. д.}$$

гдѣ производная функція входящая въ знаменателя, есть частное значеніе производной

$$\frac{\partial X_n}{\partial x}$$

соотвѣтствующее данному корню.

Имѣя коэффициенты и корни составляемъ произведеніи

$$A_1 \varphi(a_1), \quad A_2 \varphi(a_2) \quad \text{и т. д.}$$

По выраженію (48) вычисляется интегралъ взятый между предѣлами -1 и $+1$, но, какъ мы уже говорили, если бы данъ былъ интегралъ взятый между нѣкоторыми другими предѣлами α и β , то онъ, какъ мы видѣли, легко можетъ быть преобразованъ въ соотвѣтствующій интегралъ взятый между предѣлами -1 и $+1$, для этого стоитъ только вмѣсто z въ интегралѣ

$$\int_a^\beta \varphi(z) dz$$

поставить

$$z = \frac{\beta + \alpha}{2} + \frac{\beta - \alpha}{2} x$$

ибо при $z = \alpha$, какъ показываетъ это уравненіе, $x = -1$; при $z = \beta$, $x = +1$, итакъ

$$\int_a^\beta \varphi(z) dz = \frac{\beta - \alpha}{2} \int_{-1}^{+1} \varphi \left\{ \frac{\beta + \alpha}{2} + \frac{\beta - \alpha}{2} x \right\} dx \quad (A)$$

Мы видѣли, что для $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$ уравненія $X_n = 0$, имѣютъ видъ

$$x = 0; \quad \frac{3x^2 - 1}{2} = 0; \quad \frac{5x^3 - 3x}{2} = 0$$

корни этихъ уравненій, суть

для $n = 1 \dots x = 0$

$$,, \quad n = 2 \dots x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$,, \quad n = 3 \dots x = 0, \quad x = \pm \sqrt{\frac{3}{5}}$$

и потому частныя значенія z составленныя по соотношенію

$$z = \frac{\beta + \alpha}{2} + \frac{\beta - \alpha}{2} x$$

будутъ

$$\text{для } n = 1 \dots z = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$,, \quad n = 2 \dots z = \frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\beta - \alpha}{2} \frac{1}{\sqrt{3}}; \quad z = \frac{\alpha + \beta}{2} - \frac{\beta - \alpha}{2} \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$,, \quad n = 3 \dots z = \frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\beta - \alpha}{2} \sqrt{\frac{3}{5}}; \quad z = \frac{\alpha + \beta}{2} - \frac{\beta - \alpha}{2} \sqrt{\frac{3}{5}};$$

$$z = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

и т. д.

36. Пояснимъ изложенный способъ Гаусса на частномъ примѣрѣ.

Вычислимъ интегралъ

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$$

который представляетъ собою Неперовъ логаримъ двухъ. Разсмотримъ для этого пять частныхъ значеній функцій $\frac{1}{1+x}$, взятыхъ для корней уравненія $X_5 = 0$. Мы видѣли, что

$$X_5 = \frac{7.9}{2.4} x^5 - \frac{5.7}{2.4} 2x^3 + \frac{3.5}{2.4} x$$

Слѣдовательно за уравненіе $X_5 = 0$ въ этомъ случаѣ должно считать

$$7.9 x^5 - 5.7.2. x^3 + 3.5. x = 0$$

корни этого уравненія суть

$$\alpha_1 = 0; \quad \alpha_2 = + 0.9061800$$

$$\alpha_3 = - 0.9061800; \quad \alpha_4 = + 0.5384691; \quad \alpha_5 = - 0.5384691$$

Предѣлы интеграла въ разсматриваемомъ случаѣ отличны отъ -1 и $+1$, а потому будемъ пользоваться выраженіемъ (A), принимая

$$\frac{\beta + \alpha}{2} + \frac{\beta - \alpha}{2} y = x$$

гдѣ въ нашемъ случаѣ $\beta = +1$ и $\alpha = 0$, слѣдовательно

$$x = \frac{1}{2} + \frac{y}{2}$$

Будемъ вычислять интеграль на основаніи выраженія (A) и (48) по формулѣ

$$\int_0^{+1} \frac{\partial x}{1+x} = \sum \frac{\varphi(y)}{(1-\alpha_i^2)[F'(a_i)]^2}$$

гдѣ подъ α_i разумѣемъ каждый изъ вышеприведенныхъ корней.

Замѣтимъ прежде всего, что въ нашемъ случаѣ

$$F''(x) = \frac{\partial X_5}{\partial x} = \frac{5.7.9}{2.4} x^4 - \frac{3.5.7}{2.4} x^2 + \frac{3.5}{2.4}$$

а потому для выше упомянутыхъ значеній x имѣемъ

$$F''(\alpha_1) = 1.8750000; \quad F''(\alpha_2) = F''(\alpha_3) = + 6.8703353;$$

$$F''(\alpha_4) = F''(\alpha_5) = - 2.4258887$$

поэтому логарисмы коэффициентовъ частныхъ значеній подынтегральной функціи суть

$$\lg \left\{ \frac{1}{(1-\alpha_1^2)[F''(\alpha_1)]^2} \right\} = 9.4539974 = \lg A_1$$

$$\lg \left\{ \frac{1}{(1-\alpha_2^2)[F''(\alpha_2)]^2} \right\} = \lg \left\{ \frac{1}{(1-\alpha_3^2)[F''(\alpha_3)]^2} \right\} = 9.0735844 = \lg A_2 = \lg A_3$$

$$\lg \left\{ \frac{1}{(1-\alpha_4^2)[F''(\alpha_4)]^2} \right\} = \lg \left\{ \frac{1}{(1-\alpha_5^2)[F''(\alpha_5)]^2} \right\} = 9.3789687 = \lg A_4 = \lg A_5$$

Наконецъ частныя значенія $\varphi(y)$ соотвѣтствующія разсматриваемымъ корнямъ въ логариѣмахъ суть

$$\begin{aligned} \lg \varphi(y_1) &= 9.8239087; & \lg \varphi(y_2) &= 9.7092777; & \lg \varphi(y_3) &= 9.9800907; \\ \lg \varphi(y_4) &= 9.7522146; & \lg \varphi(y_5) &= 9.9098247 \end{aligned}$$

а потому

$$\int_0^1 \frac{\partial x}{1+x} = A_1 \varphi(y_1) + A_2 \varphi(y_2) + \dots + A_5 \varphi(y_5) = 0.6931471,$$

что и представляетъ $\lg 2$ съ точностію одной единицы седьмого десятичнаго знака, ибо, какъ извѣстно

$$\lg 2 = 0.69314718056.$$

37. Между многими искусственными приѣмами, посредствомъ которыхъ мы находимъ опредѣленные интегралы, особаго вниманія по своимъ важнымъ примѣненіямъ, какъ въ анализѣ, такъ и въ прикладныхъ наукахъ, заслуживаетъ теорема Фурье; она дана авторомъ въ концѣ XVIII вѣка и въ настоящее время мы знаемъ много ея доказательствъ, едва ли не болѣе строгое изъ всѣхъ принадлежитъ Дирикле; оно въ главныхъ чертахъ заключается въ слѣдующемъ.

Пусть $f(x)$ будетъ функція ограниченно измѣняющаяся въ предѣлахъ A и B . Эта функція для переменнаго измѣняющагося въ указанныхъ предѣлахъ не обращается въ безконечность. Между этими предѣлами можно установить такіа подраздѣленія значеній переменнаго, въ которыхъ функція или непрерывно возрастаетъ или непрерывно уменьшается, другими словами, измѣняется въ одну сторону. Наконецъ функція $f(x)$ въ разсматриваемомъ промежуткѣ непрерывна, а если и претерпѣваетъ нарушеніе непрерывности для конечнаго числа значеній переменнаго, то эти нарушенія таковы что предѣлъ къ которому стремится $f(x+h)$, съ уменьшеніемъ h до нуля, можетъ быть равенъ предѣлу, къ которому стремится функція $f(x-h)$ съ уменьшеніемъ h до нуля (подъ h мы разумѣемъ существенно положительное число). Эти предѣлы мы будемъ означать чрезъ $f(x+0)$ и $f(x-0)$.

Если функція непрерывна при данномъ значеніи x , то

$$f(x+0) = f(x-0).$$

Пусть $\varphi(n, x)$ будетъ другая функція переменнаго x и параметра n обладающая такими свойствами:

1) Интегралъ

$$\int_A^b \varphi(a, n) da$$

имѣетъ модуль меньшій даннаго числа L , независащаго отъ n и b . Что касается до b , то это есть нѣкоторое число, заключающееся между A и B .

2) Когда n стремится къ безконечности, то упомянутый интегралъ стремится къ определенному предѣлу G ; и это пусть имѣетъ мѣсто для всѣхъ величинъ b заключающихся между A и B , за исключеніемъ предѣла A .

При такихъ условіяхъ можно доказать, что интегралъ

$$\int_A^b f(a) \varphi(a, n) da$$

равномѣрно стремится къ $Gf(A+0)$, если $B > A$, и—къ $Gf(A-0)$, если $B < A$.

Въ самомъ дѣлѣ, пусть $A+\lambda$ будетъ произвольно взятое количество, заключающееся между A и b , тогда

$$\int_A^b f(a) \varphi(a, n) da = \int_A^{A+\lambda} f(a) \varphi(a, n) da + \int_{A+\lambda}^b f(a) \varphi(a, n) da$$

по второй теоремѣ О. Бонне [ур. (4) стр. 300] представляемъ это въ видѣ

$$\int_A^b f(a) \varphi(a, n) da = f(A+\lambda) \int_{A+\lambda}^{\xi} \varphi(a, n) da + f(b) \int_{\xi}^b \varphi(a, n) da, \quad (49)$$

гдѣ ξ есть величина, заключающаяся между $A+\lambda$ и b .

Легко убѣдиться, что послѣдній интегралъ стремится къ нулю, какъ къ предѣлу. Въ самомъ дѣлѣ, напомнимъ его въ видѣ

$$\int_{\xi}^b \varphi(a, n) da = \int_0^b \varphi(a, n) da - \int_0^{\xi} \varphi(a, n) da,$$

оба интеграла второй части, по условію, стремятся къ одному и тому же предѣлу G , по мѣрѣ того, какъ n неограниченно возрастаетъ, и это имѣетъ

мѣсто для всякихъ значений b и ξ , а слѣдовательно второй интегралъ выраженія (49) равномерно стремится къ нулю.

Посмотримъ во что въ предѣлѣ обращается первый интегралъ второй части выраженія (49). Для этого замѣтимъ, что

$$\int_{A+\varepsilon}^{A+\lambda} f(x) \varphi(x, n) dx = \lim_{\varepsilon=0} \int_{A+\varepsilon}^{A+\lambda} f(x) \varphi(x, n) dx$$

вторую часть этого равенства тождественно можно представить въ видѣ

$$\lim_{\varepsilon=0} \left\{ f(A+\varepsilon) \int_{A+\varepsilon}^{A+\lambda} \varphi(x, n) dx + \int_{A+\varepsilon}^{A+\lambda} [f(x) - f(A+\varepsilon)] \varphi(x, n) dx \right\}$$

ибо здѣсь первый интегралъ сокращается съ послѣднимъ. Слѣдовательно

$$(50) \quad \int_A^{A+\lambda} f(x) \varphi(x, n) dx =$$

$$\lim f(A+\varepsilon) \int_{A+\varepsilon}^{A+\lambda} \varphi(x, n) dx + \int_{A+\varepsilon}^{A+\lambda} [f(x) - f(A+\varepsilon)] \varphi(x, n) dx$$

такъ какъ по условію теоремы

$$\int_A^{A+\lambda} \varphi(x, n) dx$$

въ предѣлѣ, т. е. при $n = \infty$ стремится къ постоянной величинѣ G , то первый членъ второй части этого уравненія въ предѣлѣ обращается въ

$$G f(A \pm 0)$$

гдѣ знакъ долженъ быть принятъ такой, какой имѣетъ разность $B - A$.

Примѣнимъ ко второму члену тождества теорему Бонне [гр. (4) стр. 300), по которой

$$\int_{A+\varepsilon}^{A+\lambda} f(x) \varphi(x, n) dx = f(A+\varepsilon) \int_{A+\varepsilon}^{\xi} \varphi(x, n) dx + f(A+\lambda) \int_{\xi}^{A+\lambda} \varphi(x, n) dx.$$

слѣдовательно весь второй интеграль второй части ур. (50) можетъ быть представленъ въ видѣ

$$f(A+\varepsilon) \int_{A+\varepsilon}^{\xi} \varphi(a, n) da + f(A+\lambda) \int_{\xi}^{A+\lambda} \varphi(a, n) da - f(A+\varepsilon) \int_{A+\varepsilon}^{A+\lambda} \varphi(a, n) da \quad (51)$$

второй изъ этихъ интеграловъ можетъ быть представленъ въ видѣ разности двухъ интеграловъ

$$f(A+\lambda) \left\{ \int_0^{A+\lambda} \varphi(a, n) da - \int_0^{\xi} \varphi(a, n) da \right\}$$

но ξ есть величина заключающаяся между A и $A+\lambda$, слѣдовательно мы можемъ выбрать ξ сколько угодно близко къ $A+\lambda$ и тогда разность двухъ интеграловъ можетъ быть сдѣлана менѣ всякой данной величины; слѣд. этотъ членъ можетъ быть принятъ равнымъ нулю и тогда въ выраженіи (51) остаются только два крайніе интеграла, которые представляются въ видѣ

$$f(A+\varepsilon) \left\{ \int_{A+\varepsilon}^{\xi} \varphi(a, n) da - \int_{A+\varepsilon}^{A+\lambda} \varphi(a, n) da \right\}$$

По той же причинѣ, какъ выше, эта сумма при извѣстномъ выборѣ ξ становится менѣ всякой данной величины. Такимъ образомъ вся сумма (51) обращается въ нуль. Итакъ выраженіе (50) приводится къ

$$\int_A^{A+\lambda} f(a) \varphi(a, n) da = \lim_{\varepsilon=0} \left[f(A+\varepsilon) \int_{A+\varepsilon}^{A+\lambda} \varphi(a, n) da \right]$$

или къ

$$\int_A^{A+\lambda} f(a) \varphi(a, n) da = f(A+0) \int_A^{A+\lambda} \varphi(a, n) da$$

что по условію теоремы представляется въ предѣлѣ, т. е. при $n = \infty$, въ видѣ

$$\int_A^{A+\lambda} f(a) \varphi(a, n) da = G f(A+0).$$

Пусть x будетъ нѣкоторая величина заключающаяся между предѣлами

$$A + b - B \text{ и } b.$$

Пусть нѣкоторая функція $f(\beta)$ обладаетъ ограниченнымъ измѣненіемъ между предѣлами x и b . Пусть

$$\beta + A - x = \alpha$$

тогда интеграль

$$\int_a^b f(\beta) \varphi(\beta + A - x, n) d\beta$$

обратится въ

$$\int_A^{b+A-x} f(\alpha + x - A) \varphi(\alpha, n) d\alpha$$

ибо при нисшемъ предѣлѣ, при $\beta = x$ имѣемъ $\alpha = A$; при высшемъ $\beta = b$, высшій предѣлъ по α будетъ $b + A - x$, но $b + A - x$ заключается между предѣлами A и B , а потому по условію теоремы. въ предѣлѣ, т. е. при $n = \infty$ этотъ интеграль будетъ

$$Gf(A + x - A \pm 0)$$

или что все равно

$$Gf(x \pm 0)$$

Пояснимъ эти соображенія на частномъ примѣрѣ.

Мы удовлетворимъ условіямъ теоремы принимая $A = 0$, оставляя другому предѣлу B произвольное значеніе и полагая

$$\varphi(\alpha, n) = \frac{\sin(n, \alpha)}{\alpha}$$

Въ самомъ дѣлѣ предположимъ сначала, что B есть положительная величина и пусть b будетъ величина заключающаяся между 0 и B . Пусть m будетъ наибольшее кратное отъ π заключающееся въ bn . Полагая

$$n\alpha = \beta$$

будемъ имѣть

$$\int_0^b \frac{\sin(na)}{a} da = \int_0^{bn} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta =$$

$$= \int_0^{\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta + \int_{\pi}^{2\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta + \int_{2\pi}^{3\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta + \dots + \int_{k\pi}^{(k+1)\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta + \dots + \int_{m\pi}^{bn} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta$$

Знаки этихъ интеграловъ попеременно положительные и отрицательные. Въ самомъ дѣлѣ первый интегралъ положителенъ, ибо $\sin \beta$ въ предѣлахъ по β , т. е. между 0 и π положителенъ, второй интегралъ отрицателенъ и т. д. Такимъ образомъ $\sin \beta$ мѣняетъ знакъ при переходѣ отъ одного интеграла къ слѣдующему. Эти интегралы убываютъ по своей числовой величинѣ, ибо $\sin \beta$ имѣетъ подъ каждымъ интеграломъ однѣ и тѣже абсолютныя величины, множитель $\frac{1}{\beta}$ при переходѣ отъ одного интеграла къ другому уменьшается, ибо β непрерывно возрастаетъ; тѣмъ болѣе это справедливо для послѣдняго интеграла, который менѣе предыдущаго, ибо онъ представляетъ только часть этого послѣдняго, имѣющаго видъ

$$\int_{m\pi}^{(m+1)\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta$$

Итакъ весь разсматриваемый интегралъ

$$\int_0^b \frac{\sin(na)}{a} da$$

имѣетъ знакъ перваго изъ составляющихъ его интеграловъ, т. е. интеграла

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta$$

но

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta < \int_0^{\pi} d\beta$$

т. е.

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta < \pi$$

а потому

$$\int_0^{bn} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta < \pi$$

Кромѣ того

$$(52) \quad \int_0^{bn} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta = \int_0^{r\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta - \int_{bn}^{r\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta$$

при $r = \infty$.

Означимъ чрезъ G первый изъ этихъ интеграловъ, т. е. положимъ

$$(53) \quad G = \int_0^{r\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta$$

этотъ интегралъ равенъ

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta + \int_{\pi}^{2\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta + \dots$$

Всю эту безконечную сумму интеграловъ замѣной переменнаго можемъ привести къ одинакимъ предѣламъ. Въ самомъ дѣлѣ всѣ эти интегралы заключаются въ двухъ формахъ, одна для четнаго числа въ верхнемъ предѣлѣ, другая—для нечетнаго; одна есть

$$\int_{(2k-1)\pi}^{2k\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta$$

другая

$$\int_{(2k-2)\pi}^{(2k-1)\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta$$

для первой формы введемъ переменное y подъ условіемъ $\beta = (2k-1)\pi + y$,
 для второй положимъ $\beta = (2k-1)\pi - y$, тогда эти формы преобразуются въ

$$\int_0^{\pi} \frac{-\sin y}{(2k-1)\pi + y} dy \quad \text{и} \quad \int_0^{\pi} \frac{\sin y}{(2k-1)\pi - y} dy$$

такимъ образомъ преобразованный интегралъ (53) будетъ

$$G = \int_0^{\pi} \sin y \left[\frac{1}{\pi - y} - \frac{1}{\pi + y} + \frac{1}{3\pi - y} - \frac{1}{3\pi + y} + \dots \right] dy \quad (54)$$

Мы знаемъ, что разложеніе котангенса представляется въ видѣ [ур. (25)
 стр. 488]

$$\cotg \pi z = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{z-1} + \frac{1}{z+1} + \frac{1}{z-2} + \frac{1}{z+2} + \dots \right)$$

положимъ здѣсь

$$z = \frac{\pi - y}{2\pi}$$

тогда эта строка представится въ видѣ

$$\cotg \left(\frac{\pi}{2} - \frac{y}{2} \right) = \tang \frac{y}{2} = 2 \left(\frac{1}{\pi - y} - \frac{1}{\pi + y} + \frac{1}{3\pi - y} + \dots \right)$$

внося это въ предыдущее выраженіе (54), имѣемъ

$$G = \int_0^{\pi} \frac{\sin y}{2} \tang \frac{y}{2} dy = \int_0^{\pi} \sin^2 \left(\frac{y}{2} \right) dy$$

но

$$\sin^2 \frac{y}{2} = \frac{1 - \cos y}{2}$$

слѣдовательно

$$G = \frac{\pi}{2}$$

Второй интегралъ выраженія (52), т. е.

$$\int_{bn}^{r\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta$$

можно представить суммой. Въ самомъ дѣлѣ положимъ, что $r = m + k$. тогда

$$\begin{aligned} \int_{bn}^{r\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta &= \int_{bn}^{(m+k)\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta = \\ &= \int_{bn}^{(m+1)\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta + \int_{(m+1)\pi}^{(m+2)\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta + \int_{(m+2)\pi}^{(m+3)\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta + \dots \end{aligned}$$

здѣсь какъ и прежде члены поочередно мѣняютъ знаки, но числовая величина этихъ интеграловъ начинаетъ убывать только со второго, следовательно вся сумма по числовой величинѣ заключаются между числовыми величинами первого и второго члена. Прежде всего замѣтимъ, что

$$\int_{m\pi}^{(m+1)\pi} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta < \int_{m\pi}^{(m+1)\pi} \frac{d\beta}{\pi m}$$

ибо $\frac{d\beta}{\pi m}$ есть наибольшее значеніе изъ всѣхъ элементовъ $\frac{\sin \beta}{\beta} d\beta$ первого интеграла, который берется между $m\pi$ и $(m+1)\pi$, но

$$\int_{m\pi}^{(m+1)\pi} \frac{d\beta}{\pi m} = \frac{\pi}{m\pi}$$

Также понятно, что

$$\frac{\pi}{m\pi} < \frac{\pi}{bn - \pi}$$

Въ самомъ дѣлѣ, если b измѣняется отъ λ до B . то величина

$$\frac{\pi}{bn - \pi}$$

будетъ всегда менѣе

$$\frac{\pi}{\lambda n - \pi}$$

и эта послѣдняя дробь стремится къ нулю по мѣрѣ того, какъ n стремится къ безконечности.

Слѣдовательно интеграль

$$\int_0^{bn} \frac{\sin \beta}{\beta} d\beta$$

или интеграль

$$\int_0^b \frac{\sin nx}{x} dx$$

изъ котораго предыдущій получается черезъ простое преобразованіе, положеніемъ $nx = \beta$. стремится къ нулю по мѣрѣ того, какъ возрастаетъ n . и кромѣ того мы видѣли, что для него

$$G = \frac{\pi}{2}$$

Примѣнимъ эти общія соображенія къ рѣшенію такого вопроса. Рассмотримъ интеграль

$$\int_a^b f(\beta) \frac{\sin n(\beta - x)}{\beta - x} d\beta$$

здѣсь a и b суть двѣ постоянныя величины и x количество заключающееся въ этихъ предѣлахъ; такъ что $a < x < b$. Пусть $f(x)$ будетъ нѣкоторая функція съ ограниченнымъ измѣненіемъ въ предѣлахъ отъ a до b .

Посмотримъ, что представить собою этотъ интеграль въ предѣлѣ, при $n = \infty$. Этотъ интеграль можетъ быть представленъ въ видѣ двухъ интеграловъ такимъ образомъ

$$\int_a^b f(\beta) \frac{\sin n(\beta - x)}{\beta - x} d\beta = \int_x^b f(\beta) \frac{\sin n(\beta - x)}{\beta - x} d\beta - \int_a^x f(\beta) \frac{\sin n(\beta - x)}{\beta - x} d\beta$$

Мы видѣли, что если x есть нѣкоторое количество заключающееся между предѣлами $A + b - B$ и b и функція $f(\beta)$ имѣетъ ограниченное

измѣненіе между x и b , то

$$\lim_{n=\infty} \int_x^b f(\beta) \varphi(\beta + A \dots x, n) d\beta = G f(x \pm 0)$$

Примѣнимъ это къ нашимъ интеграламъ. Въ нашемъ случаѣ $G = \frac{\pi}{2}$, а потому

$$(54) \quad \lim_{n=\infty} \int_a^b f(\beta) \frac{\sin n(\beta-x)}{\beta-x} d\beta = \frac{\pi}{2} [f(x+0) + f(x-0)]$$

но такъ какъ по предложенію функція $f(x)$ непрерывна въ обыкновенномъ смыслѣ слова (между предѣлами a и b), то

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b f(\beta) \frac{\sin n(\beta-x)}{\beta-x} d\beta = \pi f(x)$$

Замѣтимъ еще, что

$$\int_0^n \cos \mu(\beta-x) d\mu = \frac{\sin n(\beta-x)}{\beta-x}$$

Представимъ послѣднее выраженіе въ видѣ

$$\lim_{n=\infty} \int_a^b \int_0^n f(\beta) \cos \mu(\beta-x) d\beta d\mu = \frac{\pi}{2} [f(x+0) + f(x-0)]$$

Это выраженіе справедливо для всѣхъ величинъ x , заключающихся въ предѣлахъ a и b . Эти же предѣлы могутъ быть какіе угодно, если $f(\beta)$ имѣетъ ограниченное измѣненіе между $-\infty$ и $+\infty$. Итакъ для всякихъ величинъ x можемъ принять

$$\lim_{n=\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^n f(\beta) \cos [\mu(\beta-x)] d\beta d\mu = \frac{\pi}{2} [f(x+0) + f(x-0)]$$

Чтобы избѣжать всякой ошибки въ примѣненіи этой формулы, нужно сна-

чала взять двойной интегралъ, перейти къ предѣлу, т. е. положить $n = \infty$ и потомъ интегралъ взять между предѣлами $a = -\infty$ и $b = +\infty$.

Такъ какъ въ предѣлѣ $n = \infty$, то можемъ это написать въ видѣ

$$\int_0^{\infty} \partial \mu \int_{-\infty}^{+\infty} f(\beta) \cos [\mu(\beta - x)] \partial \beta = \frac{\pi}{2} [f(x+0) + f(x-0)] \quad (55)$$

это и есть та формула Фурье, которая имѣетъ большое значеніе въ теоріи опредѣленныхъ интеграловъ.

38. Едва ли не болѣе простое доказательство этой примѣчательной въ теоріи опредѣленныхъ интеграловъ теоремы принадлежить самому Фурье и заключается въ слѣдующемъ.

Предположимъ, что функція $f(x)$ непрерывна между значеніями переменнаго $x=0$ и $x=l$. Подъ этимъ условіемъ мы разумѣемъ, что функція $f(x)$ оставаясь непрерывной въ указанныхъ предѣлахъ, имѣетъ для каждаго значенія x заключающагося между 0 и l одно опредѣленное значеніе и одну аналитическую форму, а если въ этихъ предѣлахъ аналитическія формы и различны, одна напр. имѣетъ мѣсто отъ $x=0$ до $x=m$, другая отъ $x=m$ до $x=l$, то при $x=m$ эти формы должны быть тождественны.

Допустивъ это рассмотримъ двѣ такія функціи

$$P = \int_0^l f(x) \partial x \int_0^k \cos(ry) \cos(xy) \partial y$$

$$Q = \int_0^l f(x) \partial x \int_0^k \sin(ry) \sin(xy) \partial y$$

Замѣняя произведеніе косинусовъ и синусовъ суммами этихъ косинусовъ, можемъ представить эти функціи P и Q въ видѣ

$$P = \frac{1}{2} \int_0^l f(x) \partial x \int_0^k [\cos y(r-x) + \cos y(r+x)] \partial y$$

$$Q = \frac{1}{2} \int_0^l f(x) \partial x \int_0^k [\cos y(r-x) - \cos y(r+x)] \partial y$$

Выполнивъ здѣсь интегрирование по y , имѣемъ

$$(56) \quad \begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \int_0^l \frac{\sin k(r-x)}{r-x} f(x) dx + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{\sin k(r+x)}{r+x} f(x) dx \\ Q &= \frac{1}{2} \int_0^l \frac{\sin k(r-x)}{r-x} f(x) dx - \frac{1}{2} \int_0^l \frac{\sin k(r+x)}{r+x} f(x) dx \end{aligned}$$

Эти выраженія зависятъ только отъ двухъ интеграловъ; для преобразованія одного положимъ $x = z - r$, тогда $dx = dz$ и при $x = 0$, $z = r$ при $x = l$ имѣемъ $z = l + r$, слѣдовательно преобразованный интегралъ будетъ

$$(57) \quad \int_0^l \frac{\sin k(r+x)}{r+x} f(x) dx = \int_r^{l+r} \frac{\sin kz}{z} f(z-r) dz$$

для преобразованія второго интеграла положимъ $x = z + r$, тогда подобно этому

$$(58) \quad \int_0^l \frac{\sin k(x-r)}{r-x} f(x) dx = \int_{-r}^{l-r} \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz$$

но этотъ послѣднй интегралъ можно представить въ видѣ

$$\int_{-r}^{l-r} \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz = \int_0^{l-r} \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz + \int_{-r}^0 \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz$$

или

$$\int_{-r}^{l-r} \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz = \int_0^{l-r} \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz - \int_0^{-r} \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz$$

или перемѣняя въ послѣднемъ z на $-z$, мы должны измѣнить верхнй предѣлъ изъ $-r$ въ $+r$ такимъ образомъ

$$\int_{-r}^{l-r} \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz = \int_0^{l-r} \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz + \int_0^{+r} \frac{\sin kz}{z} f(r-z) dz$$

Внося это въ выраженіе (58), имѣемъ

$$\int_0^l \frac{\sin k(r-x)}{r-x} f(x) dx = \int_0^{l-r} \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz + \int_0^r \frac{\sin kz}{z} f(r-z) dz \quad (59)$$

и посредствомъ этихъ выраженій (57) и (59) представляемъ функции P и Q , опредѣляемыя формулами (56), въ видѣ

$$P = \frac{1}{2} \int_0^{l-r} \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz + \frac{1}{2} \int_0^r \frac{\sin kz}{z} f(r-z) dz + \frac{1}{2} \int_r^{l+r} \frac{\sin kz}{z} f(z-r) dz \quad (60)$$

$$Q = \frac{1}{2} \int_0^{l-r} \frac{\sin kz}{z} f(z+r) dz + \frac{1}{2} \int_0^r \frac{\sin kz}{z} f(r-z) dz - \frac{1}{2} \int_r^{l+r} \frac{\sin kz}{z} f(r-z) dz$$

Если число k большое, то эти интегралы могутъ быть преобразованы особымъ образомъ.

Для этого преобразованія, пока независимо отъ предыдущихъ, рассмотримъ интегралъ

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin kz}{z} F(z) dz$$

допустимъ, что здѣсь k есть весьма большое цѣлое число. Положимъ здѣсь

$$kz = y$$

тогда при $z=0$ и $y=0$, при $z=\frac{\pi}{2}$, $y=\frac{k\pi}{2}$; слѣдовательно предѣлами преобразованнаго интеграла J будутъ 0 и $\frac{k\pi}{2}$; итакъ

$$J = \int_0^{\frac{k\pi}{2}} \frac{\sin y}{y} F\left(\frac{y}{k}\right) dy \quad (61)$$

Этотъ интегралъ можно представить такой суммой

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy + \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy + \dots$$

если k есть бесконечно большое число, то получаемъ бесконечную строку.

Эту функцию J можно написать также

$$J = \sum_{c=1}^{c=k} \int_{\left(c-\frac{1}{2}\right)\pi}^{c\pi} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy + \sum_{c=0}^{c=k} \int_{\left(c+\frac{1}{2}\right)\pi}^{c\pi} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy$$

и с имѣть значенія цѣлыхъ чиселъ $1, 2, \dots, k$. Приведемъ эти интегралы къ однимъ предѣламъ. Для этого въ первомъ интегралѣ примемъ

$$y = c\pi - \eta$$

слѣд. при $y = \left(c - \frac{1}{2}\right)\pi$, $\eta = \frac{\pi}{2}$, при $y = c\pi$ имѣемъ $\eta = 0$, слѣдовательно первый изъ предыдущихъ интеграловъ будетъ

$$- \int_{\frac{\pi}{2}}^0 F\left(\frac{c\pi - \eta}{k}\right) \frac{\sin(c\pi - \eta)}{c\pi - \eta} d\eta$$

или

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} F\left(\frac{c\pi - \eta}{k}\right) \frac{\sin(c\pi - \eta)}{c\pi - \eta} d\eta$$

но

$$\sin(c\pi - \eta) = \sin c\pi \cos \eta - \cos c\pi \sin \eta$$

а такъ какъ c есть цѣлое число, то $\sin c\pi = 0$, поэтому первый интеграль принимаетъ видъ

$$- \cos(c\pi) \int_0^{\frac{\pi}{2}} F\left(\frac{c\pi - \eta}{k}\right) \frac{\sin \eta}{c\pi - \eta} d\eta$$

точно также принимая для преобразованія предѣловъ во второмъ инте-

гралъ

$$y = c\pi + \eta$$

представляемъ его въ видѣ

$$\cos(c\pi) \int_0^{\frac{\pi}{2}} F\left(\frac{c\pi + \eta}{k}\right) \frac{\sin \eta}{c\pi + \eta} \partial \eta$$

Такимъ образомъ

$$J = \sum_{c=0}^{c=k} \cos(c\pi) \int_0^{\frac{\pi}{2}} F\left(\frac{c\pi + \eta}{k}\right) \frac{\sin \eta}{c\pi + \eta} \partial \eta - \sum_{c=1}^{c=k} \cos(c\pi) \int_0^{\frac{\pi}{2}} F\left(\frac{c\pi - \eta}{k}\right) \frac{\sin \eta}{c\pi - \eta} \partial \eta$$

Когда k есть величина безконечно большая въ сравненіи съ c , тогда должно принять

$$F\left(\frac{c\pi \pm \eta}{k}\right) = F(0)$$

Когда c , возрастая, сдѣляется близкимъ къ k , тогда значеніе перваго интеграла можно представить, выведя произведеніе

$$F\left(\frac{c\pi + \eta}{k}\right) \sin \eta$$

за знакъ интеграла при среднемъ значеніи, какое η можетъ имѣть между предѣлами интеграла. Предѣлы суть 0 и $\frac{\pi}{2}$ а потому принимая за среднее значеніе θ , имѣемъ $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, и интегралъ можетъ быть представленъ въ видѣ

$$\cos(c\pi) F\left(\frac{c\pi + \theta}{k}\right) \sin \theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\partial \eta}{c\pi + \eta} \quad (62)$$

но

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\partial \eta}{c\pi + \eta} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\frac{\partial \eta}{c\pi}}{1 + \frac{\eta}{c\pi}} = \left/ \lg\left(1 + \frac{\eta}{c\pi}\right) \right/ = \lg\left(1 + \frac{1}{2c}\right)$$

Если c приближается къ k , возрастая неограниченно, то интегралъ

обращается въ

$$\cos(c\pi) F\left(\frac{c\pi + \eta}{k}\right) \sin \eta \lg(1)$$

т. е. въ нуль. Итакъ для конечныхъ значеній c мы имѣемъ

$$J = \sum_{c=0} \cos(c\pi) F(0) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \eta}{c\pi + \eta} \partial \eta - \sum_{c=1} \cos(c\pi) F(0) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \eta}{c\pi - \eta} \partial \eta$$

или производя суммованіе, имѣемъ

$$J = F(0) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \eta \partial \eta \left[\frac{1}{\eta} - \frac{1}{\pi + \eta} + \frac{1}{2\pi + \eta} - \dots \right] \\ + F(0) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \eta \partial \eta \left(\frac{1}{\pi - \eta} - \frac{1}{2\pi - \eta} + \dots \right)$$

или

$$J = F(0) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \eta \partial \eta \left[\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\pi - \eta} - \frac{1}{\pi + \eta} + \frac{1}{2\pi + \eta} - \frac{1}{2\pi - \eta} + \dots \right]$$

или

$$(63) \quad J = F(0) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \eta \partial \eta \left[\frac{1}{\eta} + \frac{2\eta}{\pi^2 - \eta^2} - \frac{2\eta}{4\pi^2 - \eta^2} + \frac{2\eta}{9\pi^2 - \eta^2} + \dots \right]$$

Мы знаемъ [ур. (10_{*}) стр. 450], что для $x < 1$

$$(64) \quad \int_0^{\infty} \frac{t^{x-1} \partial t}{1+t} = \frac{\pi}{\sin \pi x}$$

первую часть можемъ представить такъ

$$\int_0^1 \frac{t^{x-1} \partial t}{1+t} + \int_1^{\infty} \frac{t^{x-1} \partial t}{1+t}$$

для перваго интеграла простымъ дѣленіемъ находимъ

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - t^3 + t^4 - \dots$$

для втораго

$$\frac{1}{1+\zeta} = \frac{\frac{1}{\zeta}}{1+\frac{1}{\zeta}}$$

и отсюда также простымъ дѣленіемъ имѣемъ

$$\frac{1}{1+\zeta} = \frac{1}{\zeta} - \frac{1}{\zeta^2} + \frac{1}{\zeta^3} - \frac{1}{\zeta^4} + \dots$$

посредствомъ этихъ строкъ находимъ

$$\begin{aligned} \int \frac{t^{x-1} \partial t}{1+t} &= \int t^{x-1} \partial t - \int t^{x-1} t \partial t + \int t^{x-1} t^2 \partial t - \dots \\ &= \frac{t^x}{x} - \frac{t^{x+1}}{x+1} + \frac{t^{x+2}}{x+2} - \dots \end{aligned}$$

Точно также найдемъ

$$\int \frac{y^{x-1} \partial y}{1+y} = \frac{y^{x-1}}{x-1} - \frac{y^{x-2}}{x-2} + \frac{y^{x-3}}{x-3} - \dots \quad (65)$$

если возьмемъ эти интегралы, предыдущій между предѣлами 0 и 1, а послѣдній между 1 и ∞ , то найдемъ

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{t^{x-1} \partial t}{1+t} &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} - \dots \\ \int_1^\infty \frac{y^{x-1} \partial y}{1+y} &= -\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} + \dots \end{aligned}$$

не надо забывать, что $x < 1$, а потому въ интегралѣ (65) переменное y имѣетъ отрицательныя степени, и при $y = \infty$ интегралъ обращается въ

нуль. Итакъ по выраженію (64) имѣемъ

$$\frac{\pi}{\sin \pi x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \dots \\ + \frac{1}{1-x} - \frac{1}{2-x} + \frac{1}{3-x} - \dots$$

или

$$\frac{\pi}{\sin \pi x} = \frac{1}{x} + \frac{2x}{1-x^2} - \frac{2x}{4-x^2} + \frac{2x}{9-x^2} - \dots$$

полагая здѣсь $\pi x = \xi$ имѣемъ

$$\frac{1}{\sin \xi} = \frac{1}{\xi} + \frac{2\xi}{\pi^2 - \xi^2} - \frac{2\xi}{4\pi^2 - \xi^2} + \dots$$

слѣдовательно выраженіе (63) посредствомъ этого можетъ быть представлено въ видѣ

$$J = F(0) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \partial \eta$$

или

$$J = \frac{\pi}{2} F(0)$$

но первоначально мы приняли

$$J = \int_0^{\frac{k\pi}{2}} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} \partial y$$

слѣдовательно

$$(66) \quad \int_0^{\frac{k\pi}{2}} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} \partial y = \frac{\pi}{2} F(0)$$

Если предположимъ, что β есть нѣкоторое число выбранное подѣ условіемъ, что оно менѣе $\frac{\pi}{2}$, т. е. $\beta < \frac{\pi}{2}$ и рассмотримъ интеграль

$$\int_0^{\frac{k\pi}{2} + \beta} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} \partial y;$$

о его можемъ представить въ слѣдующемъ видѣ

$$\int_0^{\frac{k\pi}{2} + \beta} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy = \int_0^{\frac{k\pi}{2}} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy + \int_{\frac{k\pi}{2}}^{\frac{k\pi}{2} + \beta} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy$$

обращая вниманіе на (66) напомнимъ это въ видѣ

$$\int_0^{\frac{k\pi}{2} + \beta} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy = \frac{\pi}{2} F(0) + \int_{\frac{k\pi}{2}}^{\frac{k\pi}{2} + \beta} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy$$

Въ последнемъ интегралѣ положимъ

$$y = \frac{\pi k}{2} + x;$$

тогда предѣлы интеграла по x будутъ 0 и β , слѣдовательно при такомъ преобразованіи послѣдній интегралъ принимаетъ видъ

$$\int_0^{\beta} F\left(\frac{k\pi + 2x}{2k}\right) \frac{\sin\left(\frac{\pi k}{2} + x\right)}{\frac{\pi k}{2} + x} dx.$$

Итакъ

$$\int_0^{\frac{k\pi}{2} + \beta} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy = \frac{\pi}{2} F(0) + \int_0^{\beta} F\left(\frac{k\pi + 2x}{2k}\right) \frac{\sin\left(\frac{\pi k}{2} + x\right)}{\frac{\pi k}{2} + x} dx,$$

но такъ какъ k возрастаетъ неограниченно, то послѣдній интегралъ имѣющій видъ

$$\int_0^{\beta} F\left(\frac{\pi}{2} + \frac{x}{k}\right) \frac{\sin\left(\frac{\pi k}{2} + x\right)}{\frac{\pi k}{2} + x} dx$$

по причинѣ дѣлителя $\frac{\pi k}{2} + \beta$ обращается, при условіи $\lim k = \infty$, въ нуль; слѣдовательно

$$\lim_{k=\infty} \int_0^{\frac{k\pi}{2} + \beta} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy = \frac{\pi}{2} F(0).$$

Если мы въ предѣлѣ принимаемъ $k = \infty$, то въ предѣлѣ интеграла можемъ замѣнить $\frac{\pi}{2}$ какимъ угодно конечнымъ и положительнымъ числомъ; поэтому совершенно точно можемъ принять

$$k \frac{\pi}{2} + \beta = ak \quad \text{при} \quad k = \infty$$

итакъ имѣемъ

$$\lim_{k=\infty} \int_0^{ka} F\left(\frac{y}{k}\right) \frac{\sin y}{y} dy = \frac{\pi}{2} F(0)$$

или полагая для простоты $y = kx$ и измѣняя приличнымъ образомъ предѣлы, имѣемъ

$$(67) \quad \lim_{k=\infty} \int_0^a F(x) \frac{\sin kx}{x} dx = \frac{\pi}{2} F(0)$$

точно также для другого какого угодно конечнаго положительнаго числа b имѣемъ

$$\lim_{k=\infty} \int_0^b F(x) \frac{\sin kx}{x} dx = \frac{\pi}{2} F(0)$$

слѣдовательно чрезъ вычитаніе находимъ

$$(68) \quad \lim_{k=\infty} \int_a^b F(x) \frac{\sin kx}{x} dx = \frac{\pi}{2} F(0)$$

Такъ какъ въ выраженіяхъ (60) составленныхъ для P и Q числа l и r суть конечныя положительныя, то примѣняя къ интеграламъ входящимъ въ

формулы (60) найденныя выраженія (67) и (68), имѣемъ

$$P = 0 + \frac{1}{4} \pi f(r) + \frac{1}{4} \pi f(r) = \frac{\pi}{2} f(r)$$

$$Q = \frac{\pi}{4} f(r) + \frac{\pi}{4} f(r) - 0 = \frac{\pi}{2} f(r)$$

Внося сюда вмѣсто P и Q тѣ функціи, которыя мы имъ приписали первоначально, имѣемъ

$$\int_0^{\infty} \cos(ry) dy \int_0^l f(x) \cos(xy) dx = \frac{\pi}{2} f(r)$$

$$\int_0^{\infty} \sin(ry) dy \int_0^l f(x) \sin(xy) dx = \frac{\pi}{2} f(r)$$

такъ какъ l можетъ неограниченно возрастать, то вмѣсто этого можемъ принять

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(x) \cos(xy) \cos(ry) dx dy = \frac{\pi}{2} f(r) \quad (A)$$

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(x) \sin(xy) \sin(ry) dx dy = \frac{\pi}{2} f(r)$$

эти выраженія извѣстны въ анализѣ подъ именемъ интеграловъ Фурье. Обобщеніе этихъ формулъ Фурье состоитъ въ слѣдующемъ.

40. Возьмемъ интеграль

$$\int_0^n \cos[n(a-x)] du = \frac{\sin[n(a-x)]}{a-x}$$

Если возьмемъ такую функцію $f(a)$, которая при измѣненіи a измѣнялась бы медленнѣе чѣмъ $\sin n(a-x)$, и умножимъ на такую функцію обѣ части предыдущаго выраженія, то найдемъ послѣ интегрированія по a

$$(69) \quad \int f(a) da \int_0^n \cos [n(a-x)] du = \int \frac{\sin n(a-x)}{a-x} f(a) da$$

Введемъ вмѣсто a новое переменное z подѣ условіемъ

$$a = x + \frac{z}{n}$$

Мы предполагаемъ, что n есть весьма большое число. Изъ этого положенія

$$da = \frac{dz}{n}$$

и предѣлы интегрированія по a будутъ относиться къ z , мы примемъ за эти предѣлы $\pm \infty$. Такимъ образомъ будемъ имѣть

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin n(a-x)}{a-x} f(a) da = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin z}{z} f\left(x + \frac{z}{n}\right) dz$$

При $n = \infty$ имѣемъ

$$f\left(x + \frac{z}{n}\right) = f(x)$$

Слѣдовательно

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin n(a-x)}{a-x} f(a) da = f(x) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin z}{z} dz$$

но мы уже видѣли, что это есть

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin n(a-x)}{a-x} f(a) da = \pi f(x)$$

Такимъ образомъ возвращаясь къ выраженію (69), имѣемъ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(a) da \int_0^\infty \cos u(a-x) du = \pi f(x)$$

это и есть обобщенная формула Фурье.

Пувилю слѣдующимъ образомъ нѣсколько обобщаетъ интегралъ Фурье.

Если примемъ, что отъ дифференцированія $\varphi_1(u)$ получаемъ $\varphi(u)du$; то можемъ написать

$$\varphi_1(u) = \int_0^u \varphi(u) du$$

по такому означенію можемъ принять

$$\int \varphi[u(a-x)] du = \frac{\varphi_1[u(a-x)]}{a-x}$$

Условимся брать этотъ интегралъ по u отъ 0 до ∞ .

Помножимъ этотъ интегралъ на $f(x)dx$ и будемъ по x интегрировать полученный результатъ въ предѣлахъ $-\infty$ и $+\infty$, тогда будемъ имѣть

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx \int_0^{\infty} \varphi[u(a-x)] du = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi_1[u(a-x)]}{a-x} f(x) dx$$

Введемъ во второй части вмѣсто a новое переменное z подъ условіемъ

$$a = x + \frac{z}{u}$$

тогда

$$da = \frac{\partial z}{u}$$

(ибо подъ интеграломъ второй части интегрированіе производится по a , и x рассматривается какъ постоянная величина). Такимъ образомъ предѣлы интеграла второй части сохранятся и интегралъ преобразуется въ слѣдующій

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx \int_0^{\infty} \varphi[u(a-x)] du = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_1(z) f\left(x + \frac{z}{u}\right) \frac{\partial z}{z} \quad (70)$$

но въ предыдущемъ интегрированіи по u принималось $u = \infty$, а потому вторая часть приводится къ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_1(z) f(x) \frac{dz}{z}$$

или такъ какъ интегрированіе производится по z , то это можемъ написать въ видѣ

$$f(x) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_1(z) \frac{\partial z}{z}$$

такимъ образомъ выраженіе (70) можемъ представить въ видѣ

$$(71) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx \int_0^{\infty} \varphi[un(x-x)] du = f(x) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_1(z) \frac{\partial z}{z}.$$

Это и есть интеграль Фурье обобщенный Ливилемъ.

Эта формула показываетъ, что если $\varphi_1(u)$ есть неопредѣленный интеграль взятый отъ дифференціала $\varphi(u) du$ и если значеніе опредѣленнаго интеграла

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_1(u) \frac{du}{u}$$

конечное и болѣе нуля, то для всякой произвольной функціи $f(x)$ имѣемъ соотношеніе

$$(72) \quad A f(x) = \int_0^{\infty} du \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi[un(x-x)] f(x) dx$$

Но эта формула не можетъ имѣть большаго примѣненія уже потому, что выборъ функціи φ весьма стѣсненъ тѣми условіями, которымъ должна удовлетворять эта функція.

Такъ напр. если бы мы приняли за функцію $\varphi(x)$ косинусъ, т. е. приняли бы $\varphi(x) = \cos x$, то функція $\varphi_1(x) = \sin x$, это никогда не превосходитъ единицы, эта функція имѣетъ ограниченное измѣненіе, условіе, которому подчиняется A при этомъ выборѣ также удовлетворяется. ибо мы знаемъ [стр. 446, ур. (C₀) при $b = 1$], что въ этомъ случаѣ

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin x \frac{\partial x}{x} = \pi$$

имѣть конечное значеніе, поэтому выраженіе функціи $f(x)$ посредствомъ косинусовъ возможно.

Также легко убѣдиться, что $f(x)$ можно представить показательными функціями. Въ самомъ дѣлѣ если за функцію $\varphi(x)$ примемъ

$$\varphi(x) = e^{-x^2} (1 - 2x^2)$$

то $\varphi_1(x)$ будетъ неопредѣленный интегралъ

$$\varphi_1(x) = \int e^{-x^2} (1 - 2x^2) dx = x e^{-x^2}$$

Такъ какъ

$$\frac{\partial (x e^{-x^2})}{\partial x} = e^{-x^2} (1 - 2x^2)$$

то отсюда заключаемъ, что при

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

интегралъ

$$\varphi_1(x) = x e^{-x^2}$$

имѣть опредѣленное maximum.

Затѣмъ интегралъ

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_1(x) \frac{\partial x}{x} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

какъ видимъ, имѣть конечное значеніе, слѣдовательно формула Фурье (72) въ этомъ случаѣ применима и такъ какъ теперь $A = \sqrt{\pi}$, то для разсматриваемаго положенія формула (72) принимаетъ видъ

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} du \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-u^2(a-x)^2} [1 - 2u^2(a-x)^2] f(a) da$$

Покажемъ нѣкоторыя примѣненія теоремы Фурье къ рѣшенію вопросовъ анализа.

41. Прежде всего представимъ выводъ одной формулы Абеля, относящейся къ теоріи опредѣленныхъ интеграловъ.

Предположимъ, что $F(x+a)$ можетъ быть разложена по степенямъ e^{-a} . Пусть это разложеніе будетъ

$$(73) \quad F(x+a) = A + B_1 e^{-a} + B_2 e^{-2a} + \dots + B_n e^{-na} + \dots$$

Введемъ вмѣсто a мнимое переменное ait , тогда

$$F(x+ait) = A + B_1 e^{-ait} + B_2 e^{-2ait} + \dots + B_n e^{-nait} + \dots$$

точно также для сопряженного значенія имѣемъ

$$F(x-ait) = A + B_1 e^{ait} + B_2 e^{2ait} + \dots + B_n e^{nait} + \dots$$

складывая это находимъ

$$F(x+ait) + F(x-ait) = 2A + 2B_1 \cos(at) + 2B_2 \cos(2at) + \dots + 2B_n \cos(nat) + \dots$$

Помножимъ это на $\frac{\partial t}{1+t^2}$ и возьмемъ интегралъ въ предѣлахъ 0 и ∞ . тогда будемъ имѣть

$$(74) \quad \int_0^\infty \frac{[F(x+ait) + F(x-ait)] \partial t}{1+t^2} = 2A \int_0^\infty \frac{\partial t}{1+t^2} + 2 \sum_{n=1}^\infty B_n \int_0^\infty \frac{\cos(nat) \partial t}{1+t^2}$$

Чтобы примѣнить къ нашему случаю одинъ изъ интеграловъ Фурье, напомнимъ его съ принятыми въ этомъ вопросѣ означеніями. Первый изъ интеграловъ (A) (стр. 535), есть такимъ образомъ

$$\int_0^\infty \cos tu \cdot du \int_0^\infty \varphi(x) \cos(ux) dx = \frac{\pi}{2} \varphi(t).$$

Пусть $\varphi(x) = e^{-ax}$; слѣдовательно $\varphi(t) = e^{-at}$. Итакъ мы имѣемъ

$$(a) \quad \int_0^\infty \cos(tu) du \int_0^\infty e^{-ax} \cos(ux) dx = \frac{\pi}{2} e^{-at}$$

но по выраженію (A) (стр. 454), мы знаемъ, что

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \cos(ux) dx = \frac{a}{a^2 + u^2}$$

слѣдовательно интегралъ (a) можно представить въ видѣ

$$\int_0^{\infty} \frac{a \cos(ut) \partial u}{a^2 + u^2} = \frac{\pi}{2} e^{-at} \quad (b)$$

Примѣнимъ это выраженіе къ опредѣленію интеграла

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(nat)}{1 + t^2} \partial t$$

Для этого примемъ здѣсь

$$nt = y; \quad \partial t = \frac{\partial y}{n}$$

тогда

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos(nat)}{1 + t^2} \partial t = \int_0^{\infty} \frac{n \cos(ay) \partial y}{n^2 + y^2}$$

по сравненію этого съ интеграломъ (b) имѣемъ

$$\int_0^{\infty} \frac{n \cos(ay) \partial y}{n^2 + y^2} = \frac{\pi}{2} e^{-na}$$

слѣдовательно выраженіе (74) принимаетъ видъ

$$\int_0^{\infty} \frac{[F(x + ait) + F(x - ait)] \partial t}{1 + t^2} = A\pi + \pi \sum_{n=1}^{n=\infty} B_n e^{-na}$$

или

$$\int_0^{\infty} \frac{[F(x+ait) + F(x-ait)]}{1+t^2} dt =$$

$$= \pi \left[A + B_1 e^{-a} + B_2 e^{-2a} + \dots + B_n e^{-na} + \dots \right]$$

по сравненію этого съ выраженіемъ (73) имѣемъ

$$(75) \quad \int_0^{\infty} \frac{[F(x+ait) + F(x-ait)]}{1+t^2} dt = \pi F(x+a)$$

Это и есть формула Абеля.

Примѣнимъ эту формулу къ нахожденію опредѣленныхъ интеграловъ.

Положимъ, напр., $F(x) = \frac{1}{x}$, тогда

$$F(x+a) = \frac{1}{x+a}; \quad F(x+ait) = \frac{1}{x+ait}; \quad F(x-ait) = \frac{1}{x-ait}$$

и интеграль (75) въ этомъ случаѣ принимаетъ видъ

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial t}{(1+t^2)(x^2+a^2 t^2)} = \frac{\pi}{2x(x+a)}$$

Если бы стали брать этотъ интеграль сначала въ неопредѣленной формѣ, интегрируя входящую сюда раціональную дробь, то, конечно, пришли бы къ этому же результату, но послѣ болѣе сложнаго вычисленія, чѣмъ по этой формулѣ Абеля.

Дадимъ еще функціи $F(x)$ видъ

$$F(x) = \frac{1}{x^n}$$

тогда

$$F(x+a) = \frac{1}{(x+a)^n}; \quad F(x+ait) = \frac{1}{(x+ait)^n}; \quad F(x-ait) = \frac{1}{(x-ait)^n}$$

Пусть

$$x = z \cdot \cos \varphi; \quad at = z \cdot \sin \varphi,$$

при этомъ

$$(x+ait) = z(\cos \varphi + i \sin \varphi) = z e^{i\varphi}$$

$$(x-ait) = z(\cos \varphi - i \sin \varphi) = z e^{-i\varphi}$$

Слѣдовательно

$$F(x + ait) + F(x - ait) = \frac{2}{z^n} \cos n\varphi.$$

такъ какъ

$$t = \frac{x}{a} \operatorname{tang} \varphi.$$

то

$$\partial t = \frac{x}{a} \cdot \frac{\partial \varphi}{\cos^2 \varphi}; \quad \frac{1}{1+t^2} = \frac{a^2 \cos^2 \varphi}{a^2 \cos^2 \varphi + x^2 \sin^2 \varphi}$$

поэтому

$$\frac{[F(x + ait) + F(x - ait)] \partial t}{1+t^2} = \frac{2 \cdot ax \cdot \cos n\varphi \partial \varphi}{z^n (x^2 \sin^2 \varphi + a^2 \cos^2 \varphi)}$$

но $z = \frac{x}{\cos \varphi}$, поэтому

$$\frac{[F(x + ait) + F(x - ait)] \partial t}{1+t^2} = \frac{2a}{x^{n-1}} \frac{\cos^n \varphi \cos(n\varphi) \partial \varphi}{x^2 \sin^2 \varphi + a^2 \cos^2 \varphi}$$

и такъ какъ

$$F(x + a) = \frac{1}{(x + a)^n}.$$

то формула Абеля въ разсматриваемомъ случаѣ принимаетъ видъ

$$\frac{a}{x^{n-1}} \int_0^\pi \frac{\cos^n \varphi \cos(n\varphi) \partial \varphi}{x^2 \sin^2 \varphi + a^2 \cos^2 \varphi} = \frac{\pi}{2(x+a)^2}$$

при $a=x$ это обращается въ

$$\int_0^\pi \cos^n \varphi \cos(n\varphi) \partial \varphi = \frac{\pi}{2^{n+1}}$$

42. Не останавливаясь болѣе на этихъ частныхъ случаяхъ, рассмотримъ еще одно любопытное примѣненіе теоремы Фурье.

Посмотримъ, при какихъ условіяхъ и какъ могутъ быть разлагаемы извѣстныя функціи въ періодическіе или тригонометрическіе ряды.

Предположимъ, что $f(z)$ обращается въ безконечность для нѣкотораго частнаго значенія $z=c$ и остается конечною и непрерывною въ извѣстныхъ предѣлахъ измѣненія переменнаго; тогда, какъ увидимъ ниже

(теорема Лорана), такую функцию можно разложить въ рядъ по положительнымъ и отрицательнымъ степенямъ $z - c$ и представить ее въ видѣ

$$f(z) = a_0 + a_1(z - c) + a_2(z - c)^2 + \dots \\ + a_{-1}(z - c)^{-1} + a_{-2}(z - c)^{-2} + \dots$$

Пусть

$$z - c = r e^{ip}$$

тогда предыдущій рядъ и функция имъ выражаемая примутъ видъ:

$$(75) \quad f(c + r e^{ip}) = a_0 + a_1 r e^{ip} + a_2 r^2 e^{2ip} + \dots \\ + a_{-1} r^{-1} e^{-ip} + a_{-2} r^{-2} e^{-2ip} + \dots$$

Если во второй части этого равенства замѣнимъ p черезъ $p + 2k\pi$, гдѣ k есть какое угодно цѣлое число, то общій членъ

$$a_n r^n e^{npi}$$

разсматриваемаго ряда (75), гдѣ n есть какое угодно цѣлое и положительное число, послѣ такой подстановки приметъ видъ

$$a_n r^n e^{ni(p+2k\pi)} = a_n r^n [\cos(np + 2nk\pi) + i \sin(np + 2nk\pi)] \\ = a_n r^n [\cos(np) + i \sin(np)] = a_n r^n e^{npi}$$

Изъ этого мы видимъ, что вторая часть равенства (75), т. е. разсматриваемый рядъ не измѣняется отъ подстановки $p + 2k\pi$ вмѣсто переменнаго p ; поэтому этотъ рядъ есть періодическій съ періодомъ 2π , следовательно представляемая имъ функция должна обладать свойствомъ, выражаемымъ уравненіемъ

$$F(p) = F(p + 2\pi).$$

Если возьмемъ общій членъ разсматриваемаго періодическаго ряда, помножимъ его на $e^{mip} dp$ и возьмемъ интегралъ отъ произведенія въ пределахъ 0 и 2π , то составимъ выраженіе

$$a_n r^n \int_0^{2\pi} e^{(m+n)ip} dp$$

При $m = -n$ это обращается въ

$$a_n r^n \cdot 2\pi.$$

Для всякаго другаго значенія m , отличнаго отъ $-n$ сумма $m + n$ будетъ нѣкоторое положительное или отрицательное число q , и для такого значенія суммы $m + n = q$ предыдущій интегралъ обращается въ нуль. Въ самомъ дѣлѣ, если $m + n = q$, то

$$a_n r^n \int_0^{2\pi} e^{ipq} dp = a_n r^n \int_0^{2\pi} [\cos(pq) + i \sin(pq)] dp = 0$$

Итакъ если помножимъ выраженіе (75*) въ обѣихъ частяхъ на $e^{inr} dp$ и возьмемъ отъ каждаго члена интегралъ по p въ предѣлахъ 0 и 2π , то всѣ члены за исключеніемъ того, у которой коэффициентъ есть a_n обратятся въ нули, а этотъ членъ съ коэффициентомъ a_n по интегрированіи приведетъ къ $a_n r^n 2\pi$. Итакъ послѣ сейчасъ упомянутаго умноженія и интегрированія изъ всего ряда (75*) остается

$$\int_0^{2\pi} f(c + r e^{ip}) e^{-nip} dp = 2\pi r^n a_n$$

откуда находимъ коэффициентъ общаго члена ряда въ видѣ

$$a_n = \frac{1}{2\pi r^n} \int_0^{2\pi} f(c + r e^{ip}) e^{-nip} dp.$$

Принимая какъ условились

$$F(p) = f(c + r e^{ip})$$

дадимъ ряду (75*) тригонометрическую форму

$$F(p) = a_0 + a_1 r (\cos p + i \sin p) + a_2 r^2 (\cos 2p + i \sin 2p) + \dots \\ + a_{-1} r^{-1} (\cos p - i \sin p) + a_{-2} r^{-2} (\cos 2p + i \sin 2p) + \dots$$

или

$$F(p) = a_0 + (a_1 r + a_{-1} r^{-1}) \cos p + (a_2 r^2 + a_{-2} r^{-2}) \cos 2p + \dots \\ + i (a_1 r - a_{-1} r^{-1}) \sin p + i (a_2 r^2 - a_{-2} r^{-2}) \sin 2p + \dots$$

Пусть

$$a_0 = \frac{\alpha_0}{2}; \quad a_n r^n + a_{-n} r^{-n} = \alpha_n; \quad i (a_n r^n - a_{-n} r^{-n}) = \beta_n.$$

тогда

$$F(p) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos p + a_2 \cos 2p + \dots \\ + \beta_1 \sin p + \beta_2 \sin 2p + \dots$$

Положимъ для простоты $r=1$, тогда рядъ (75_{*}) приметъ видъ

$$(76) \quad F(p) = a_0 + a_1 e^{ip} + a_2 e^{2ip} + \dots \\ + a_{-1} e^{-ip} + a_{-2} e^{-2ip} + \dots$$

Коэффициентъ общаго члена этого ряда, какъ мы видѣли, есть

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(p) e^{-inp} dp.$$

Если выполнимъ этотъ интегралъ и подвергнемъ его вліянію указанныхъ предѣловъ, то величина a_n не будетъ болѣе зависеть отъ перемѣннаго p , а потому подъ знакомъ интеграла, относящагося только къ коэффициенту, вмѣсто p можемъ сдѣлать другое означеніе и замѣнить его нѣкоторой величиной γ , тогда въ ряду (76) общій членъ будетъ имѣть видъ

$$a_n e^{nip} = \frac{e^{nip}}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\gamma) e^{-in\gamma} d\gamma$$

или этотъ общій членъ напомнимъ еще въ видѣ

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\gamma) e^{ni(p-\gamma)} d\gamma$$

Слѣдовательно весь рядъ можно представить въ видѣ

$$F(p) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\gamma) e^{ni(p-\gamma)} d\gamma.$$

Выдѣлимъ отсюда слагаемое, соотвѣтствующее $n=0$; разлагая остальное на двѣ суммы: одну соотвѣтствующую положительнымъ, а другую отрицательнымъ значеніямъ n , получимъ

$$F(p) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\gamma) d\gamma + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=+1}^{+\infty} \int_0^{2\pi} F(\gamma) e^{ni(p-\gamma)} d\gamma \\ + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-1}^{-\infty} \int_0^{2\pi} F(\gamma) e^{ni(p-\gamma)} d\gamma$$

или

$$F(p) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\gamma) d\gamma + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=+1}^{+\infty} \int_0^{2\pi} F(\gamma) [\cos n(p-\gamma) + i \sin n(p-\gamma)] d\gamma \\ + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-1}^{-\infty} \int_0^{2\pi} F(\gamma) [\cos n(p-\gamma) + i \sin n(p-\gamma)] d\gamma$$

или еще

$$F(p) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\gamma) d\gamma + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=+1}^{+\infty} \int_0^{2\pi} F(\gamma) \cos [n(p-\gamma)] d\gamma \\ + \frac{i}{2\pi} \sum_{n=+1}^{+\infty} \int_0^{2\pi} F(\gamma) \sin [n(p-\gamma)] d\gamma \\ + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=+1}^{+\infty} \int_0^{2\pi} F(\gamma) \cos [-n(p-\gamma)] d\gamma \\ + \frac{i}{2\pi} \sum_{n=+1}^{+\infty} \int_0^{2\pi} F(\gamma) \sin [-n(p-\gamma)] d\gamma$$

но

$$\cos [-n(p-\gamma)] = \cos n(p-\gamma); \quad \sin [-n(p-\gamma)] = -\sin [n(p-\gamma)],$$

поэтому члены съ мнимымъ множителемъ сократятся, а члены зависящіе отъ косинусовъ дадутъ удвоенную сумму. Итакъ остается

$$(77) \quad F(p) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\gamma) d\gamma + \frac{1}{\pi} \sum_{n=+1}^{+\infty} \int_0^{2\pi} F(\gamma) \cos[n(p-\gamma)] d\gamma$$

Въ такомъ общемъ видѣ представляется всякій періодическій рядъ. Отч-видно, что этотъ рядъ есть двойной,—рядъ синусовъ и рядъ косинусовъ съ дѣйствительными коэффициентами. Въ самомъ дѣлѣ, помни что интегрирование относится къ γ , представляемъ предыдущее въ видѣ

$$(78) \quad \begin{aligned} F(p) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\gamma) d\gamma + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{n=\infty} \cos np \left[\int_0^{2\pi} F(\gamma) \cos(n\gamma) d\gamma \right] \\ + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{n=\infty} \sin np \left[\int_0^{2\pi} F(\gamma) \sin(n\gamma) d\gamma \right] \end{aligned}$$

Разлагая функцію въ періодическій рядъ, мы предполагали, что это разложение возможно и въ этомъ предположеніи опредѣлили коэффициенты ряда. Теперь докажемъ, что это разложение при извѣстныхъ условіяхъ дѣйствительно возможно, что рядъ простираясь въ безконечность, стремится къ конечному предѣлу и этотъ послѣдній представляетъ собою разлагаемую функцію.

Означимъ чрезъ S сумму $2n+1$ первыхъ членовъ ряда и посмотримъ, къ чему стремится эта сумма когда n возрастаетъ до безконечности.

Пусть разлагаемая функція будетъ $f(x)$. Сумма ея $2n+1$ членовъ можетъ быть написана въ видѣ

$$\begin{aligned} S_n = A_0 + A_1 \cos x + A_2 \cos 2x + \dots + A_n \cos nx \\ + B_1 \sin x + B_2 \sin 2x + \dots + B_n \sin nx \end{aligned}$$

По выраженію (77), въ которомъ для примѣненія къ нашему случаю должно быть принято $p = x$, имѣемъ

$$S_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\gamma) [1 + 2 \cos(x-\gamma) + 2 \cos 2(x-\gamma) + \dots + 2 \cos n(x-\gamma)] d\gamma.$$

Разсмотримъ сумму

$$(79) \quad P = 1 + 2 \cos \alpha + 2 \cos 2\alpha + \dots + 2 \cos(n\alpha)$$

если помножимъ обѣ части этого равенства на $\sin a$ и замѣтимъ, что вообще

$$2 \cos (2n\alpha) \sin \alpha = \sin [2n + 1) \alpha] - \sin [(2n - 1) \alpha],$$

то найдемъ, что

$$\begin{aligned} P \cdot \sin \alpha &= \sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \dots + \sin [(2n + 1) \alpha] \\ &\quad - \sin \alpha - \sin 3\alpha - \sin 5\alpha - \dots - \sin [(2n - 1) \alpha] \end{aligned}$$

по сокращеніи все это приведется къ

$$P \cdot \sin \alpha = \sin [(2n + 1) \alpha]$$

или

$$P = \frac{\sin [(2n + 1) \alpha]}{\sin \alpha}$$

Если примемъ теперь $2\alpha = x - \gamma$, то выраженіе (79) обратится въ

$$1 + 2 \cos (x - \gamma) + 2 \cos 2(x - \gamma) + \dots + 2 \cos [n(x - \gamma)] = \frac{\sin \left[(2n + 1) \frac{x - \gamma}{2} \right]}{\sin \frac{x - \gamma}{2}}$$

а потому

$$S_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \left[(2n + 1) \frac{x - \gamma}{2} \right]}{\sin \left(\frac{x - \gamma}{2} \right)} f(\gamma) d\gamma$$

Въ такомъ видѣ представляется сумма ряда по мѣрѣ того, какъ n стремится къ безконечности.

Предѣлъ этого выраженія легко найти, если только $f(x)$ имѣетъ ограниченное измѣненіе между $-\pi$ и $+\pi$. Въ самомъ дѣлѣ, предположимъ, что $\pi > x > -\pi$, тогда предѣлъ къ которому стремится сумма ряда представится

$$S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\sin \left[(2n + 1) \frac{x - \gamma}{2} \right]}{2 \sin \left(\frac{x - \gamma}{2} \right)} f(\gamma) d\gamma$$

Принимая здѣсь для краткости

$$\frac{2n + 1}{2} = k$$

и, кромѣ того, полагая

$$f(\gamma) \frac{\gamma - x}{2 \sin \left(\frac{\gamma - x}{2} \right)} = F(\gamma).$$

приведемъ предыдущій интегралъ къ виду

$$\int_{-\pi}^{+\pi} \frac{\sin [k(\gamma - x)]}{(\gamma - x)} F(\gamma) d\gamma$$

но въ предѣлахъ интегрированія функція

$$\frac{\gamma - x}{2 \sin \left(\frac{\gamma - x}{2} \right)}$$

остаётся конечною, кромѣ того $f(\gamma)$ имѣетъ, по условію, конечное измѣненіе, а слѣдовательно $F(\gamma)$ имѣетъ также конечное измѣненіе.

Поэтому, примѣняя къ этому интегралу выраженіе (54) стр. 524, имѣемъ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\pi}{2} [F(x+0) + F(x-0)] = \frac{\pi}{2} [f(x+0) + f(x-0)]$$

ибо множитель

$$\frac{\gamma - x}{2 \sin \left(\frac{\gamma - x}{2} \right)}$$

на который отличается функція $f(x)$ отъ $F(x)$, имѣетъ предѣломъ единицу когда γ стремится къ x .

Если функція $f(x)$ непрерывна, то $f(x+0) = f(x-0)$ и предыдущее выраженіе приводится къ $\pi f(x)$. Слѣдовательно

$$S_n = f(x)$$

т. е. рядъ, который мы принимаемъ за разложеніе функціи, дѣйствительно эту функцію представляетъ.

Предположимъ, что $F(x)$ опредѣляется извѣстными свойствами для значеній переменнаго заключающихся между 0 и π . Пусть $f(x)$ будетъ функція равная функціи $F(x)$ для значеній переменнаго въ этомъ промежуткѣ и для значеній переменнаго отъ 0 до $-\pi$ пусть эта функція обладаетъ свойствомъ четной функціи, т. е. $f(-x) = f(x)$. Примѣнимъ къ разложенію такой функціи рядъ (78).

Интегралы

$$\int_{-\pi}^{+\pi} f(\gamma) \sin(n\gamma) d\gamma$$

исчезнуть изъ разложениа, ибо элементы соответствующіе равнымъ между собою значеніямъ γ и имѣющіе противоположные знаки сократятся.

Эти же элементы напротивъ того сложатся въ интегралахъ

$$\int_{-\pi}^{+\pi} f(\gamma) d\gamma; \quad \int_{-\pi}^{+\pi} f(\gamma) \cos(n\gamma) d\gamma$$

и рядъ приведетъ къ

$$2 \int_0^{\pi} f(\gamma) d\gamma$$

и къ суммѣ интеграловъ

$$2 \int_0^{\pi} f(\gamma) \cos(n\gamma) d\gamma$$

а такъ какъ по условію въ предѣлахъ отъ 0 до π должно быть равенство $f(x) = F(x)$, то рядъ приведетъ къ интеграламъ

$$2 \int_0^{\pi} F(\gamma) d\gamma; \quad 2 \int_0^{\pi} F(\gamma) \cos(n\gamma) d\gamma$$

Если же функція $f(x)$, нечетная, опредѣляющаяся условіемъ

$$f(-x) = -f(x)$$

то исчезнуть въ суммѣ интегралы

$$\int_{-\pi}^{+\pi} f(\gamma) d\gamma \quad \text{и} \quad \int_{-\pi}^{\pi} f(\gamma) \cos(n\gamma) d\gamma$$

а интегралы

$$\int_{-\pi}^{+\pi} f(\gamma) \sin(n\gamma) d\gamma$$

удвоятся, и рядъ приведетъ къ суммѣ интеграловъ

$$2 \int_0^{\pi} f(\gamma) \sin(n\gamma) d\gamma = 2 \int_0^{\pi} F(\gamma) \sin(n\gamma) d\gamma$$

я такая функція $F(x)$ представится рядомъ синусовъ.

Рядъ (78) примѣнимъ въ предѣлахъ измѣненія переменнаго отъ $-\pi$ до $+\pi$, два другіе ряда, о которыхъ сейчасъ говорили, именно ряды

$$(79) \quad F(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} F(\gamma) d\gamma + \frac{2}{\pi} \sum_1^{\infty} \cos(nx) \int_0^{\pi} F(\gamma) \cos(n\gamma) d\gamma$$

$$(80) \quad F(x) = \frac{2}{\pi} \sum_1^{\infty} \sin(nx) \int_0^{\pi} F(\gamma) \sin(n\gamma) d\gamma$$

примѣнимы для предѣловъ отъ 0 до π , но эти ряды (78), (79), (80) легко преобразовать такъ, что они будутъ годны для предѣловъ $-l$ и $+l$, или для предѣловъ отъ 0 до $+l$, гдѣ подъ l разумѣемъ нѣкоторую величину отличную отъ π .

Введемъ для этого въ указанныхъ рядахъ новыя переменныя

$$x = \frac{\pi y}{l}; \quad \gamma = \frac{\pi \alpha}{l}$$

и примемъ

$$f\left(\frac{\pi y}{l}\right) = \varphi(y); \quad F\left(\frac{\pi y}{l}\right) = \Phi(y)$$

$$\begin{aligned} \varphi(y) &= \frac{1}{2l} \int_{-l}^{+l} \varphi(\alpha) d\alpha + \frac{1}{l} \sum_1^{\infty} \cos\left(\frac{\pi y}{l}\right) \int_{-l}^{+l} \varphi(\alpha) \cos\left(\frac{\pi \alpha}{l}\right) d\alpha \\ &\quad + \frac{1}{l} \sum_1^{\infty} \sin\left(\frac{\pi y}{l}\right) \int_{-l}^{+l} \varphi(\alpha) \sin\left(\frac{\pi \alpha}{l}\right) d\alpha \end{aligned}$$

$$\Phi(y) = \frac{1}{l} \int_0^l \Phi(a) da + \frac{2}{l} \sum_1^{\infty} \cos\left(\frac{\pi y}{l}\right) \int_0^l \Phi(a) \cos\left(\frac{\pi a}{l}\right) da.$$

$$\Phi(y) = \frac{2}{l} \sum_1^{\infty} \sin\left(\frac{\pi y}{l}\right) \int_0^l \Phi(a) \sin\left(\frac{\pi a}{l}\right) da.$$

Эти ряды перестаютъ представлять разлагаемую функцію въ точкахъ нарушенія ея непрерывности и на предѣлахъ поля интегрированія.

Примѣнимъ эти общія соображенія къ разложенію нѣкоторыхъ функцій въ періодическіе ряды.

Разложимъ функцію $\frac{x}{2}$ въ періодическій рядъ. Рядъ представляющій эту функцію въ предѣлахъ измѣненія переменнаго отъ $-\pi$ до $+\pi$, можетъ содержать только синусы, ибо $\frac{x}{2}$ есть функція нечетная. Такимъ образомъ задача о разложеніи дуги по синусу приведетъ къ опредѣленію коэффициентовъ въ ряду

$$f(x) = \frac{x}{2} = a_1 \sin x + a_2 \sin 2x + \dots + a_n \sin nx + \dots$$

Слѣд.

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \sin(nx) dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} x \cdot \sin(nx) dx = -\frac{(-1)^{n+1}}{n}.$$

Такимъ образомъ искомый рядъ будетъ

$$\frac{x}{2} = \sin x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x - \frac{1}{4} \sin 4x + \dots$$

на предѣлахъ интеграла рядъ не представляетъ данную функцію.

Если хотимъ представить ту же функцію $\frac{x}{2}$ рядомъ косинусовъ, то должны интегрировать отъ 0 до π и опредѣлить коэффициенты ряда

$$\frac{x}{2} = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \dots + a_n \cos nx + \dots$$

Тогда найдемъ

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \left(\cos x + \frac{\cos 3x}{9} + \frac{\cos 5x}{25} + \dots + \frac{\cos (2n+1)x}{(2n+1)^2} + \dots \right)$$

43. Въ заключеніе этого краткого обзора теоріи опредѣленныхъ интеграловъ покажемъ выводъ теоремы Тейлора вытекающей изъ понятія объ опредѣленномъ интегралѣ въ томъ предположеніи, что подынтегральная функція остается непревынна между предѣлами интеграла и на самихъ предѣлахъ.

Если

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = f'(x)$$

то

$$\int f'(x) dx = f(x) + C$$

Слѣдовательно

$$\int_{x_0}^{x_0+h} f'(x) dx = f(x_0 + h) - f(x_0)$$

Пусть

$$x = x_0 + h - z$$

Такъ какъ x_0 и $x_0 + h$ суть данныя постоянныя значенія переменнаго, между которыми производится интегрированіе, то

$$dx = -dz$$

кроме того изъ положенія $x = x_0 + h - z$ видно, что при $x = x_0$; $z = h$ и при $x = x_0 + h$; $z = 0$, поэтому, если замѣнимъ переменное x чрезъ z , то предѣлами интегрированія по z будутъ 0 и h . Такимъ образомъ

$$\int_{x_0}^{x_0+h} f'(x) dx = - \int_h^0 f'(x_0 + h - z) dz$$

или

$$\int_{x_0}^{x_0+h} f'(x) dx = \int_0^h f'(x_0 + h - z) dz$$

Слѣдовательно отсюда непосредственно имѣемъ, выполняя интегрированіе

въ первой части

$$f(x_0 + h) - f(x_0) = \int_0^h f'(x_0 + h - z) dz$$

Выполнимъ этотъ интегралъ по частямъ, при этомъ въ общемъ выраженіи

$$\int u dv = uv - \int v du$$

примемъ

$$dv = dz, \quad u = f'(x_0 + h - z)$$

тогда

$$v = z; \quad du = -f''(x_0 + h - z) dz$$

Слѣдовательно

$$\int f'(x_0 + h - z) dz = z f'(x_0 + h - z) + \int z f''(x_0 + h - z) dz$$

поэтому

$$\int_0^h f'(x_0 + h - z) dz = h f'(x_0) + \int_0^h z f''(x_0 + h - z) dz$$

Итакъ

$$f(x_0 + h) - f(x_0) = h f'(x_0) + \int_0^h z f''(x_0 + h - z) dz$$

подобнымъ же образомъ чрезъ интегрированіе по частямъ находимъ

$$\int z f''(x_0 + h - z) dz = \frac{z^2}{2} f''(x_0 + h - z) + \int \frac{z^2}{1 \cdot 2} f'''(x_0 + h - z) dz$$

откуда

$$\int_0^h z f''(x_0 + h - z) dz = \frac{h^2}{2} f''(x_0) + \int \frac{z^2}{2} f'''(x_0 + h - z) dz$$

Слѣдовательно

$$f(x_0 + h) - f(x_0) = hf'(x_0) + \frac{h^2}{2}f''(x_0) + \int_0^h \frac{z^2}{1 \cdot 2} f'''(x_0 + h - z) dz$$

отсюда заключаемъ, что вообще

$$\begin{aligned} f(x_0 + h) - f(x) = \\ = hf'(x_0) + \frac{h^2}{1 \cdot 2} f''(x_0) + \frac{h^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} f'''(x_0) + \dots \\ + \int_0^h \frac{z^{n-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)} f^{(n)}(x_0 + h - z) dz \end{aligned}$$

Это и есть строка Тейлора. Остается опредѣлить форму остаточнаго члена, который здѣсь представляется опредѣленнымъ интеграломъ. Пусть этотъ остаточный членъ

$$\int_0^h f^{(n)}(x_0 + h - z) \frac{z^{n-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)} dz = R_n$$

Если V есть среднее значеніе функціи $f^{(n)}(x_0 + h - z)$, т. е. значеніе функціи взятое при некоторомъ среднемъ значеніи переменнаго между предѣлами интеграла, то на основаніи извѣстной теоремы

$$R_n = V \int_0^h \frac{z^{n-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)} dz$$

Значенія переменнаго z соответствующія предѣламъ интеграла суть 0 и h , слѣдовательно среднее значеніе переменнаго есть $x_0 + \theta h$. Итакъ

$$R_n = f^{(n)}(x_0 + \theta h) \int_0^h \frac{z^{n-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)} dz$$

или

$$R_n = \frac{h^n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} f^{(n)}(x_0 + \theta h)$$

форма совершенно согласная съ одной найденной выше.

Чтобы получить остаточный членъ въ другой формѣ, возьмемъ подъ-интегральную функцію при среднемъ значеніи переменнаго, т. е. при $z = \theta h$, тогда

$$R_n = \frac{\theta^{n-1} h^{n-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)} f^{(n)}(x_0 + h - \theta h) \int_0^h \partial z$$

т. е.

$$R_n = \frac{h^n \theta^{n-1}}{1 \cdot 2 \dots (n-1)} f^{(n)}[x_0 + (1 - \theta) h]$$

пусть $1 - \theta = \theta_1$, гдѣ $0 < \theta_1 < 1$, тогда

$$R_n = \frac{h^n (1 - \theta_1)^{n-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (n-1)} f^{(n)}(x_0 + \theta_1 h)$$

Это есть другая известная намъ форма остаточнаго члена въ Тейлоровомъ ряду.

VII.

Интегралы Эйлера. ихъ главнѣйшія свойства.

44. Два определенныхъ интеграла

$$\int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx \quad \text{и} \quad \int_0^\infty e^{-x} x^{p-1} dx$$

изъ которыхъ одинъ зависитъ отъ двухъ параметровъ p и q , а другой отъ одного p , посятъ въ анализѣ названіе Эйлеровыхъ интеграловъ первого и второго вида. Первый изъ этихъ интеграловъ означается символомъ $B(p, q)$, а второй символомъ $\Gamma(p)$, такъ что

$$B(p, q) = \int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx; \quad \Gamma(p) = \int_0^\infty e^{-x} x^{p-1} dx$$

Мы покажемъ потомъ, что первый изъ этихъ интеграловъ приводится ко второму, а потому пока будемъ говорить только объ интегралѣ $\Gamma(p)$.

Если поставимъ въ интегралѣ $\Gamma(p)$ вмѣсто p величину $p+1$, то будемъ имѣть

$$\Gamma(p+1) = \int_0^\infty e^{-x} x^p dx$$

Формула такимъ образомъ составленная имѣетъ значеніе только для дѣйствительныхъ и положительныхъ величинъ p , или для такихъ мнимыхъ, у которыхъ дѣйствительная часть положительна, ибо если p отрицательно или равно нулю, то интегрируемая функція обращается въ безконечность (по меньшей мѣрѣ перваго порядка) при нисшемъ предѣлѣ и интегралъ дѣлается безконечнымъ.

Если p положительно, то интегралъ имѣетъ совершенно определенное значеніе, ибо порядокъ безконечности интегрируемой функціи при $x = 0$ менѣе единицы.

Гауссъ, чтобы обобщить опредѣленіе разсматриваемыхъ функцій, слѣдующимъ образомъ представляетъ происхожденіе Эйлеровыхъ интеграловъ.

Разсмотримъ функцію

$$f(m, p) = \int_0^m \left(1 - \frac{x}{m}\right)^m x^{p-1} dx$$

возьмемъ этотъ интегралъ по частямъ, при этомъ положимъ

$$x^{p-1} dx = dv; \quad u = \left(1 - \frac{x}{m}\right)^m$$

тогда

$$v = \frac{x^p}{p}; \quad du = -\left(x - \frac{x}{m}\right)^{m-1} dx$$

Слѣдовательно

$$f(m, p) = \left/ \left(1 - \frac{x}{m}\right)^m \frac{x^p}{p} \right/_0^m + \int_0^m \left(1 - \frac{x}{m}\right)^{m-1} \frac{x^p}{p} dx$$

Членъ внѣ знака интеграла на предѣлахъ интегрированія обращается въ нуль и

$$f(m, p) = \int_0^m \left(1 - \frac{x}{m}\right)^{m-1} \frac{x^p}{p} dx$$

Это снова будемъ интегрировать по частямъ и примемъ

$$\frac{x^p}{p} dx = dv; \quad u = \left(1 - \frac{x}{m}\right)^{m-1}$$

членъ вѣтъ знака интеграла обратится въ нуль и будемъ имѣть

$$f(m, p) = \int_0^m \frac{m-1}{m} \left(1 - \frac{x}{m}\right)^{m-2} \frac{x^{p+1}}{p(p+1)} dx$$

Слѣдующее интегрированіе по частямъ даетъ

$$f(m, p) = \int_0^m \frac{(m-1)(m-2)}{m^2} \left(1 - \frac{x}{m}\right)^{m-3} \frac{x^{p+2}}{p(p+1)(p+2)} dx$$

и т. д.

Изъ этого заключаемъ, что при каждомъ интегрированіи степень множителя

$$\left(1 - \frac{x}{m}\right)$$

понижается на единицу и послѣ m -го интегрированія онъ обращается въ нуль. Когда показатель этого множителя $\left(1 - \frac{x}{m}\right)$ понизится до нуля, тогда послѣдній множитель въ ряду $(m-1)(m-2)(m-3)\dots\dots$ будетъ $m - (m-1) = 1$. Итакъ произведеніе въ числитель подынтегральной функціи будетъ

$$(m-1)(m-2)(m-3)\dots\dots 2 \cdot 1$$

степень множителя въ знаменателѣ будетъ $m-1$, т. е. въ знаменателѣ будетъ число m^{m-1} . Послѣдній множитель произведенія $p(p+1)(p+2)\dots$ будетъ тогда $p+m$; наконецъ показатель при x возрастаетъ до $p+m-1$. Слѣдовательно послѣдній интегралъ будетъ

$$f(m, p) = \int_0^m \frac{(m-1)(m-2)\dots\dots 2 \cdot 1 x^{p+m-1}}{m^{m-1} p(p+1)(p+2)\dots(p+m-1)} dx$$

Этотъ интегралъ выполняется непосредственно и въ неопредѣленной формѣ есть

$$\frac{(m-1)(m-2)\dots\dots 2 \cdot 1 x^{p+m}}{m^{m-1} p(p+1)(p+2)\dots(p+m-1)(p+m)}$$

а подвергнувъ это вліянію предѣловъ, имѣемъ

$$f(m, p) = \frac{(m-1)(m-2)\dots\dots 2 \cdot 1 m^m m^p}{m^{m-1} p(p+1)(p+2)\dots(p+m)}$$

Напишемъ это въ такомъ видѣ

$$f(m, p) = \frac{m^p \cdot 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (m-1)m}{p(p+1)(p+2) \cdot \dots \cdot (p+m)} \quad (0)$$

Помноживъ числителя и знаменателя на произведеніе $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (p-1)$, будемъ имѣть

$$f(m, p) = \frac{m^p [1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (m-1)m] 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (p-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (p-1) p(p+1)(p+2) \cdot \dots \cdot (p+m)}$$

Знаменатель этого выраженія есть произведеніе всѣхъ цѣлыхъ чиселъ отъ 1 до $m+p$, а потому это можемъ написать такъ

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (m-1)m(m+1)(m+2) \cdot \dots \cdot (m+p)$$

при такой формѣ очевидна возможность сокращенія, послѣ чего разсматриваемая нами функція представляется въ видѣ

$$f(m, p) = \frac{m^p \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (p-1)}{(m+1)(m+2) \cdot \dots \cdot (m+p)}$$

Въ знаменателѣ очевидно находится p производителей, а потому все можно представить въ видѣ

$$f(m, p) = \frac{m^p \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (p-1)}{m^p \left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(1 + \frac{2}{m}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{p}{m}\right)}$$

Слѣдовательно

$$f(m, p) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (p-1)}{\left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(1 + \frac{2}{m}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{p}{m}\right)}$$

при $m = \infty$ это обращается въ

$$f(\infty, p) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (p-1)$$

Какъ мы выше сказали, Гауссъ принимаетъ

$$f(m, p) = \int_0^m \left(1 - \frac{x}{m}\right)^m x^{p-1} dx$$

Эйлеровъ же интегралъ второго вида есть

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{p-1} dx$$

Слѣдовательно

$$(1) \quad f(m, p) - \Gamma(p) = \int_0^m \left(1 - \frac{x}{m}\right)^m x^{p-1} dx - \int_0^{\infty} e^{-x} x^{p-1} dx$$

Вторая часть этого равенства при раздѣленіи второго интеграла на два другихъ можетъ быть написана въ видѣ

$$\int_0^m \left(1 - \frac{x}{m}\right)^m x^{p-1} dx - \left[\int_0^{\infty} e^{-x} x^{p-1} dx + \int_m^{\infty} e^{-x} x^{p-1} dx \right]$$

или въ видѣ

$$\int_0^m \left[\left(1 - \frac{x}{m}\right)^m - e^{-x} \right] x^{p-1} dx - \int_0^{\infty} e^{-x} x^{p-1} dx$$

слѣдовательно уравненіе (1) принимаетъ форму

$$(2) \quad f(m, p) - \Gamma(p) = \int_0^m \left[\left(1 - \frac{x}{m}\right)^m - e^{-x} \right] x^{p-1} dx - \int_m^{\infty} e^{-x} x^{p-1} dx$$

второй интеграль въ предѣлѣ, т. е. при $m = \infty$ всегда обращается въ нуль, слѣдовательно

$$(3) \quad \lim_{m=\infty} \left\{ f(m, p) - \Gamma(p) \right\} = \lim_{m=\infty} \int_0^m \left[\left(1 - \frac{x}{m}\right)^m - e^{-x} \right] x^{p-1} dx$$

но легко видѣть, что этотъ интеграль въ предѣлѣ, т. е. при $m = \infty$ не зависимо отъ p , или для всякаго p обращается въ нуль. Въ самомъ дѣлѣ, при $m = \infty$ функція

$$\left(1 - \frac{x}{m}\right)^m$$

обращается въ 1^∞ ; истинное значеніе ея найти не трудно. Пусть

$$y = \left(1 - \frac{x}{m}\right)^m$$

и положимъ кромѣ того $m = \frac{1}{n}$. Такимъ образомъ

$$y = (1 - nx)^{\frac{1}{n}}$$

представимъ эту функцію въ видѣ

$$y = e^{\lg(1-nx)^{\frac{1}{n}}}$$

при $n = 0$ (что все равно что при $m = \infty$) показатель

$$\frac{\lg(1-nx)}{n}$$

обращается въ $\frac{0}{0}$, взявъ отъ числителя и знаменателя производную по n , будемъ имѣть

$$\frac{-x}{1-nx}$$

что при $n=0$ обращается въ $-x$, слѣдовательно $y=e^{-x}$, такимъ образомъ

$$\lim_{m=\infty} \left[\left(1 - \frac{x}{m}\right)^m - e^{-x} \right] = 0$$

Слѣдовательно интегралъ въ выраженіи (3) независимо отъ производителя x^{p-1} , т. е. для всякаго p обращается въ нуль. Итакъ въ предѣлѣ при $m = \infty$ мы имѣемъ по выраженію (3)

$$\lim_{m=\infty} [f(m, p) - \Gamma(p)] = 0$$

или

$$\Gamma(p) = \lim_{m=\infty} f(m, p)$$

Такимъ образомъ $\Gamma(p)$ есть предѣлъ, къ которому стремится $f(m, x)$ по мѣрѣ возрастанія m до безконечности. Таково опредѣленіе, которое далъ Гауссъ для второго Эйлерова интеграла и оно справедливо для всякаго p .

45. Перейдемъ къ обозрѣнію главнѣйшихъ свойствъ Эйлеровыхъ интеграловъ.

Прежде всего посмотримъ какая зависимость существуетъ между интегралами двухъ видовъ. Посмотримъ, какъ интегралъ перваго вида можетъ быть вычисляемъ по интеграламъ втораго вида, зависящимъ отъ различныхъ аргументовъ.

Введемъ въ Эйлеровъ интегралъ втораго вида

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} e^{-z} z^{p-1} dz$$

новое переменное a подъ условіемъ $z = ax$, тогда $dz = x da$, слѣдовательно

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} e^{-ax} a^{p-1} x^p da$$

здѣсь x разсматривается какъ постоянная величина, поэтому x^p можно взять за знакъ интеграла и тогда

$$(4) \quad \frac{1}{x^p} = \frac{1}{\Gamma(p)} \int_0^{\infty} e^{-ax} a^{p-1} da$$

Второй Эйлеровъ интегралъ для параметра q имѣетъ видъ

$$\Gamma(q) = \int_0^{\infty} x^{q-1} e^{-x} dx$$

или

$$\Gamma(q) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{p+q-1} \frac{dx}{x^p}$$

Вводя сюда вмѣсто $\frac{1}{x^p}$ его величину изъ выраженія (4), имѣемъ

$$\Gamma(q) = \frac{1}{\Gamma(p)} \int_0^{\infty} x^{p+q-1} e^{-x} dx \int_0^{\infty} a^{p-1} e^{-ax} da$$

освобождая отъ знаменателя и переменнаго порядка интегрированія, что

допустимо, т. е. интегрируя сначала по x , а потом по α имѣемъ

$$\Gamma(p) \Gamma(q) = \int_0^{\infty} \alpha^{p-1} d\alpha \int_0^{\infty} x^{p+q-1} e^{-x(1+\alpha)} dx \quad (5)$$

Если въ общемъ выраженіи Эйлерова второго интеграла поставимъ $p+q$ вмѣсто p , то будемъ имѣть

$$\Gamma(p+q) = \int_0^{\infty} e^{-z} z^{p+q-1} dz$$

Пусть здѣсь $z = x(1+\alpha)$. Разсматривая α какъ постоянную величину, имѣемъ

$$dz = (1+\alpha) dx$$

тогда

$$\Gamma(p+q) = \int_0^{\infty} x^{-x(1+\alpha)} x^{p+q-1} (1+\alpha)^{p+q} dx$$

такъ какъ интегрированіе производится по x , то $(1+\alpha)^{p+q}$ разсматривается при этомъ какъ постоянная величина, которая можетъ быть взята за знакъ интеграла, поэтому

$$\frac{\Gamma(p+q)}{(1+\alpha)^{p+q}} = \int_0^{\infty} e^{-x(1+\alpha)} x^{p+q-1} dx \quad (6)$$

Внося это въ выраженіе (5), находимъ

$$\Gamma(p) \Gamma(q) = \int_0^{\infty} \alpha^{p-1} \frac{\Gamma(p+q)}{(1+\alpha)^{p+q}} d\alpha$$

или

$$\frac{\Gamma(p) \Gamma(q)}{\Gamma(p+q)} = \int_0^{\infty} \frac{\alpha^{p-1} d\alpha}{(1+\alpha)^{p+q}} \quad (7)$$

обращаясь теперь къ первому Эйлерову интегралу, введемъ новое переменное подъ условіемъ

$$x = \frac{y}{1+y}$$

откуда

$$1 - x = \frac{1}{1+y}; \quad dx = \frac{\partial y}{(1+y)^2}$$

Первое из этихъ выражений показываетъ, что при $x=1$, $y=\infty$, а при $x=0$ и $y=0$, поэтому предѣлы интегрированія по y будутъ ∞ и 0. Слѣдовательно первый Эйлеровъ интегралъ, будучи преобразованъ по y , принимаетъ видъ

$$B(p, q) = \int_0^{\infty} \frac{y^{p-1}}{(1+y)^{p+q}} \partial y$$

а потому принимая во вниманіе выраженіе (7) заключаемъ, что

$$(8) \quad B(p, q) = \frac{\Gamma(p) \Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$$

это показываетъ, что первый интегралъ Эйлера можетъ быть выраженъ посредствомъ второго.

46. Рассмотримъ теперь нѣкоторыя свойства Эйлеровыхъ интеграловъ и по преимуществу второго, ибо какъ сейчасъ видѣли, первый выражается по второму изъ нихъ.

Второму интегралу можно дать довольно разнообразныя формы, такъ напр., полагая $x = \lg \frac{1}{z}$, мы видимъ, что

$$\Gamma(p) = \int_0^1 \left(\lg \frac{1}{z} \right)^{p-1} dz$$

Обратимся къ обыкновенной формѣ этого интеграла

$$(9) \quad \Gamma(p) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{p-1} \partial x$$

и поставимъ здѣсь $p+1$ вмѣсто p , тогда найдемъ

$$\Gamma(p+1) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^p \partial x$$

интегрируя это по частямъ, находимъ

$$\Gamma(p+1) = \left[-x^p e^{-x} \right]_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} e^{-x} x^{p-1} dx$$

первый членъ между предѣлами исчезаетъ и остальное даетъ

$$\Gamma(p+1) = p \Gamma(p)$$

поэтому

$$\Gamma(p) = (p-1) \Gamma(p-1)$$

$$\Gamma(p-1) = (p-2) \Gamma(p-2)$$

и т. д.

Если въ выраженіи (6) примемъ $p=1$, то

$$\Gamma(1) = \int_0^{\infty} e^{-x} dx = 1$$

а потому по предыдущимъ соотношеніямъ заключаемъ, что

$$\Gamma(n+1) = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n$$

Чтобы показать второе примѣчательное свойство функціи $\Gamma(p)$, въ выраженіи (9) положимъ $p = \frac{1}{2}$, тогда

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{-\frac{1}{2}} dx$$

пусть здѣсь $x = y^2$, тогда

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \int_0^{\infty} e^{-y^2} dy$$

но мы не одинъ разъ видѣли, что

$$\int_0^{\infty} e^{-y^2} dy = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

поэтому

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}.$$

Разсмотримъ еще одно свойство второго Эйлерова интеграла.

Принимая въ выраженіи перваго интеграла $p = q$, имѣемъ

$$B(p, q) = \int_0^1 (x - x^2)^{p-1} dx$$

что можно представить также въ видѣ

$$B(p, q) = \int_0^1 \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} - x \right)^2 \right]^{p-1} dx$$

Подъинтегральная функція не измѣняется, если въ нее вмѣсто x будемъ вносить величины большія и меньшія половины, но отъ половины одинаково отличающіяся.

Такъ что, если положимъ

$$\theta(x) = \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} - x \right)^2 \right]^{p-1}$$

то очевидно

$$\theta\left(\frac{1}{2} + h\right) = \theta\left(\frac{1}{2} - h\right)$$

а потому въ предыдущемъ интегралѣ верхній предѣлъ можно замѣнить чрезъ $\frac{1}{2}$ и удвоить интеграль, такъ что при $p = q$ первый Эйлеровъ интеграль представится въ видѣ

$$B(p, q) = 2 \int_0^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} - x \right)^2 \right]^{p-1} dx$$

Введемъ сюда новое переменное подъ условіемъ

$$\frac{1}{2} - x = \sqrt{y}$$

тогда

$$\partial x = -\frac{1}{4} \frac{\partial y}{\sqrt{y}}$$

при $x = \frac{1}{2}$, $y = 0$, при $x = 0$, $y = 1$, слѣдовательно высшій предѣлъ интегрированія по y есть нуль, а низшій единица, поэтому

$$B(p, q) = \frac{1}{2^{2p-1}} \int_0^1 y^{-\frac{1}{2}} (1-y)^{p-1} dy$$

но если

$$B(p, q) = \int_0^1 y^{q-1} (1-y)^{p-1} dy$$

то

$$B\left(p, \frac{1}{2}\right) = \int_0^1 y^{-\frac{1}{2}} (1-y)^{p-1} dy$$

Слѣдовательно

$$B(p, p) = \frac{1}{2^{2p-1}} B\left(\frac{1}{2}, p\right) \quad (9_*)$$

Выражая при помощи соотношенія (8) первый Эйлеровъ интегралъ посредствомъ втораго, имѣемъ

$$B(p, p) = \frac{[\Gamma(p)]^2}{\Gamma(2p)}; \quad B\left(\frac{1}{2}, p\right) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma(p)}{\Gamma\left(p + \frac{1}{2}\right)}$$

но мы видѣли, что

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}.$$

поэтому предыдущему выраженію (9_{*}) легко даемъ видъ

$$\Gamma(p) \Gamma\left(p + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2p-1}} \Gamma(2p) \quad (10)$$

этимъ представляется еще одно примѣчательное свойство второго Эйлера интеграла.

47. Имѣя въ виду Гауссова опредѣленіе второго Эйлера интеграла, мы можемъ весьма легко найти производную логарифма этой функціи. Гауссъ, какъ мы видѣли, опредѣляетъ второй Эйлеровъ интегралъ $\Gamma(x)$ какъ предѣлъ, къ которому стремится нѣкоторая функція $f(\mu, x)$ въ то время какъ μ неограниченно возрастаетъ. Мы видѣли по выраженію (0) стр. 561 что эта функція имѣетъ видъ

$$f(\mu, x) = \mu^x \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \mu}{x(x+1)(x+2)\dots(x+\mu)}$$

Такимъ образомъ

$$(11) \quad \Gamma(x) = \mu^x \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \mu}{x(1+x)(2+x)\dots(\mu+x)}$$

при условіи что μ неограниченно возрастаетъ. Изъ этого имѣемъ

$$\lg \Gamma(x) = x \lg \mu + \lg(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \mu) - \lg x - \lg(1+x) - \lg(2+x) - \dots - \lg(\mu+x)$$

Взявъ отсюда производную по x , находимъ

$$(11_*) \quad \frac{\partial \lg \Gamma(x)}{\partial x} = \lg \mu - \frac{1}{x} - \frac{1}{(1+x)} - \frac{1}{(2+x)} - \dots - \frac{1}{\mu+x}$$

Если примемъ по означенію Гаусса

$$\frac{\partial \lg \Gamma(x)}{\partial x} = \psi(x)$$

то

$$\psi(1) = \lg \mu - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \dots - \frac{1}{\mu}$$

отсюда заключаемъ, что $\psi(1)$ есть предѣлъ, къ которому стремится разность

$$\lg \mu - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{\mu}\right)$$

по мѣрѣ того, какъ μ неограниченно возрастаетъ.

Этотъ предѣлъ называется также Эйлеровой постоянной величиной. Если означимъ эту постоянную чрезъ C , т. е. примемъ

$$\psi(1) = C = \lg \mu - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \dots - \frac{1}{\mu}$$

то выражение (11_{*}) можемъ представить въ видѣ

$$\frac{\partial \lg \Gamma(x)}{\partial x} = C + \left(1 - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{x+2}\right) + \dots$$

или

$$\frac{\partial \lg \Gamma(x)}{\partial x} = C + \frac{x-1}{x} + \frac{x-1}{2(x+1)} + \frac{x-1}{3(x+2)} + \dots$$

Если поставимъ здѣсь $x+1$ вмѣсто x , то будемъ имѣть

$$\frac{\partial \lg \Gamma(x+1)}{\partial x} = C + \frac{x}{x+1} + \frac{x}{2(x+2)} + \frac{x}{3(x+3)} + \dots$$

но

$$\begin{aligned} \frac{x}{x+1} &= 1 - \frac{1}{x+1} \\ \frac{x}{2(x+2)} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{x+2} \\ &\vdots \\ \frac{x}{n(x+n)} &= \frac{1}{n} - \frac{1}{x+n} \end{aligned}$$

Слѣдовательно

$$\frac{\partial \lg \Gamma(1+x)}{\partial x} = C + \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x+2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{x+n}\right)$$

интегрируя это, имѣемъ

$$\begin{aligned} \lg \Gamma(1+x) &= Cx + \left[x - \lg(1+x) \right] + \left[\frac{x}{2} - \lg\left(1 + \frac{x}{2}\right) \right] + \dots \\ &\quad + \left[\frac{x}{n} - \lg\left(1 + \frac{x}{n}\right) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

при $x=1$ это принимаетъ видъ

$$\lg \Gamma(2) = C + \left[1 - \lg 2 \right] + \left[\frac{1}{2} - \lg \frac{3}{2} \right] + \dots$$

но

$$\lg \Gamma(2) = \lg \Gamma(1) = \lg 1 = 0.$$

Слѣдовательно

$$0 = C + \left| 1 - \lg 2 \right| + \left| \frac{1}{2} - \lg \frac{3}{2} \right| + \dots$$

откуда непосредственно выводимъ

$$C = - \left| 1 - \lg 2 \right| - \left| \frac{1}{2} - \lg \frac{3}{2} \right| - \left| \frac{1}{3} - \lg \frac{4}{3} \right| - \dots$$

такимъ образомъ опредѣляется постоянная Эйлера.

Уравненію (12) мы прямо можемъ дать видъ

$$\lg \left\{ \left[\left(1+x \right) \left(1+\frac{x}{2} \right) \dots \left(1+\frac{x}{n} \right) \right] \Gamma(x+1) \right\} = Cx + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \dots + \frac{x}{n}$$

или

$$\left(1+x \right) \left(1+\frac{x}{2} \right) \dots \left(1+\frac{x}{n} \right) \Gamma(x+1) = e^{Cx + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \dots + \frac{x}{n}}$$

или

$$\Gamma(1+x) = \frac{e^{Cx} e^x e^{\frac{x}{2}} \dots e^{\frac{x}{n}}}{\left(1+x \right) \left(1+\frac{x}{2} \right) \dots \left(1+\frac{x}{n} \right)}$$

или наконецъ

$$\Gamma(1+x) = e^{Cx} \prod_{k=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{x}{k}}}{1 - \frac{x}{k}}$$

Въ такомъ видѣ представляется разложеніе функціи $\Gamma(1+x)$ на первоначальные производители.

48. Не останавливаясь болѣе на этихъ теоретическихъ соображеніяхъ, покажемъ нѣкоторыя примѣненія Эйлеровыхъ интеграловъ къ нахожденію опредѣленныхъ интеграловъ.

Интегралъ

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{m-1} x \cdot \cos^{n-1} x \, dx$$

можетъ быть представленъ посредствомъ Эйлеровыхъ. Въ самомъ дѣлѣ,

полагая

$$\sin x = y$$

находимъ

$$\int_0^1 \frac{y^{m-1} (1-y^2)^{\frac{n-1}{2}}}{\sqrt{1-y^2}} dy$$

или

$$\int_0^1 y^{m-1} (1-y^2)^{\frac{n}{2}-1} dy$$

положимъ здѣсь $y^2 = z$, тогда найдемъ

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{m-1} x \cos^{n-1} x dx = \frac{1}{2} \int_0^1 z^{\frac{m}{2}-1} (1-z)^{\frac{n}{2}-1} dz = \frac{1}{2} B\left(\frac{m}{2}, \frac{n}{2}\right)$$

слѣдовательно по соотношенію между первымъ и вторымъ Эйлеровымъ интеграломъ имѣемъ

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{m-1} x \cos^{n-1} x dx = \frac{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right) \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{2 \Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right)}$$

Посредствомъ функціи Γ могутъ быть выражены также интегралы вида

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} x^{\mu-1} \cos bx \cdot dx, \quad \int_0^{\infty} e^{-ax} x^{\mu-1} \sin bx \cdot dx$$

по выраженію (4) мы можемъ написать

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} x^{\mu-1} dx = \frac{\Gamma(\mu)}{a^{\mu}}$$

пусть

$$a = a + bi$$

тогда это обращается въ

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} e^{-bxi} x^{\mu-1} dx = \frac{\Gamma(\mu)}{(a+bi)^{\mu}}$$

или

$$\int_0^{\infty} e^{ax} x^{\mu-1} (\cos bx - i \sin bx) dx = \frac{\Gamma(\mu) [a+bi]^{\mu}}{(a^2 + b^2)^{\mu}}$$

если положимъ

$$a = \rho \cos \theta, \quad b = \rho \sin \theta$$

то

$$(a - ib)^{\mu} = \rho^{\mu} (\cos \mu\theta - i \sin \mu\theta)$$

Внося это въ предыдущее выраженіе и сравнивая отдельно действительныя и мнимыя части, находимъ

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} x^{\mu-1} \cos bx dx = \frac{\Gamma(\mu)}{\rho^{\mu}} \cos \mu\theta$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} x^{\mu-1} \sin bx dx = \frac{\Gamma(\mu)}{\rho^{\mu}} \sin \mu\theta$$

49. Къ тому что говорили до сихъ поръ о свойствахъ Эйлеровыхъ интеграловъ намъ остается прибавить еще указаніе на способъ вычисленія этихъ функцій.

Для этого мы выведемъ еще нѣкоторыя соотношенія вообще важныя въ теоріи Эйлеровыхъ интеграловъ.

Если въ выраженіи (11) поставимъ $1-x$ вмѣсто x , то получимъ

$$\Gamma(1-x) = \frac{1-x}{\mu} \cdot \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \mu}{(1-x)(2-x)(3-x) \dots (\mu+1-x)}$$

посредствомъ этого и выраженія (11) составляемъ произведеніе

$$\Gamma(x) \Gamma(1-x) = \frac{\mu(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \mu)^2}{x(1+x)(2+x) \dots (\mu+x)(1-x)(2-x) \dots (\mu-x)(\mu+1-x)}$$

Соединяя произведенія суммъ и разностей въ разности квадратовъ, находимъ

$$\Gamma(x)\Gamma(1-x) = \frac{\mu(1.2.3\dots\mu)^2}{x(1-x^2)(4-x^2)\dots(\mu^2-x^2)(\mu+1-x)}$$

или

$$\Gamma(x)\Gamma(1-x) = \frac{\mu}{(\mu+1-x)x} \frac{(1.2.3.\mu)^2}{\left(1-x^2\right)2^2\left(1-\frac{x^2}{4}\right)3^2\left(1-\frac{x^2}{9}\right)\dots\mu^2\left(1-\frac{x^2}{\mu^2}\right)}$$

что по сокращеніи представляется въ видѣ

$$\Gamma(x)\Gamma(1-x) = \frac{\mu}{\mu+1-x} \frac{1}{x\left(1-x^2\right)\left(1-\frac{x^2}{4}\right)\left(1-\frac{x^2}{9}\right)\dots\left(1-\frac{x^2}{\mu^2}\right)} \quad (12_*)$$

Если обратимся къ выраженію (23) стр. 206, то полагая въ немъ $\frac{z}{\pi} = x$, имѣемъ

$$\sin(\pi x) = \pi x(1-x^2)\left(1-\frac{x^2}{4}\right)\dots\left(1-\frac{x^2}{\mu^2}\right)$$

и замѣтимъ еще, что при $\mu = \infty$, т. е. въ предѣлѣ

$$\frac{\mu}{\mu+1-x} = 1,$$

то при этихъ условіяхъ выраженіе (12_{*}) принимаетъ видъ

$$\Gamma(x)\Gamma(1-x) = \frac{\pi}{\sin(\pi x)} \quad (13)$$

слѣдовательно

$$\lg \Gamma(x) + \lg \Gamma(1-x) = \lg \pi - \lg \sin(\pi x).$$

Дифференцируя это по x и принимая означеніе Гаусса, находимъ

$$\varphi(x) + \psi(1-x) = \pi \cotg(\pi x) \quad (14)$$

Разсмотримъ произведеніе

$$P = \Gamma\left(\frac{1}{n}\right)\Gamma\left(\frac{2}{n}\right)\dots\Gamma\left(\frac{n-2}{n}\right)\Gamma\left(\frac{n-1}{n}\right)$$

написавъ его же въ обратномъ порядкѣ, имѣемъ

$$P = \Gamma\left(\frac{n-1}{n}\right)\Gamma\left(\frac{n-2}{n}\right)\dots\Gamma\left(\frac{2}{n}\right)\Gamma\left(\frac{1}{n}\right)$$

Перемноживъ эти произведенія, составляемъ

$$(15) \quad P^2 = \left[\Gamma\left(\frac{1}{n}\right) \Gamma\left(1 - \frac{1}{n}\right) \right] \left[\Gamma\left(\frac{2}{n}\right) \Gamma\left(1 - \frac{2}{n}\right) \right] \dots$$

Въ примѣненіи къ этому означенію выраженіе (13) есть

$$(16) \quad \Gamma(n) \Gamma(1 - n) = \frac{\pi}{\sin(n\pi)}$$

Если будемъ подставлять здѣсь вмѣсто n послѣдовательно величины

$$\frac{1}{n}, \quad \frac{2}{n}, \quad \dots, \quad \frac{n-1}{n}$$

то составимъ рядъ подобныхъ уравненій вида

$$\Gamma\left(\frac{1}{n}\right) \Gamma\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{\pi}{\sin \frac{\pi}{n}}$$

$$\Gamma\left(\frac{2}{n}\right) \Gamma\left(1 - \frac{2}{n}\right) = \frac{\pi}{\sin \frac{2\pi}{n}}$$

$$\vdots$$

$$\Gamma\left(\frac{n-1}{n}\right) \Gamma\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{\pi}{\sin \left(\frac{n-1}{n} \pi\right)}$$

перемножая эти выраженія, число которыхъ есть $n-1$, имѣемъ

$$(17) \quad P^2 = \frac{\pi^{n-1}}{\sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) \dots \sin\left(\frac{n-1}{n} \pi\right)}$$

Говоря о рѣшеніи двучленныхъ уравненій. мы показали (стр. 222), что тождественно

$$(18) \quad \frac{x^{2n} - 1}{x^2 - 1} = \prod_{k=1}^{k=n-1} \left(1 - 2x \cos \frac{k}{n} \pi + x^2 \right)$$

если примемъ здѣсь $x=1$, то первая часть обратится въ $\frac{0}{0}$, но истинное

Значеніе ея, какъ легко видѣть, есть n . Такимъ образомъ

$$n = \prod_{k=1}^{k=n-1} \left(2 - 2 \cos \frac{k\pi}{n} \right)$$

или

$$n = \prod_{k=1}^{k=1} 4 \sin^2 \left(\frac{k\pi}{2n} \right)$$

Если же въ тождествѣ (18) примемъ $x = -1$, то найдемъ

$$n = \prod_{k=1}^{n-1} 2 \left(1 + \cos \frac{k\pi}{n} \right)$$

или

$$n = \prod_{k=1}^{n-1} 4 \cos^2 \left(\frac{k\pi}{2n} \right)$$

по этимъ двумъ выраженіямъ имѣемъ

$$n = \left(2 \sin \frac{\pi}{2n} \right)^2 \left(2 \sin \frac{2\pi}{2n} \right)^2 \dots \left(2 \sin \frac{(n-1)\pi}{2n} \right)^2$$

$$n = \left(2 \cos \frac{\pi}{2n} \right)^2 \left(2 \cos \frac{2\pi}{2n} \right)^2 \dots \left(2 \cos \frac{n-1}{2n} \pi \right)^2$$

перемножая эти два произведенія, составляемъ

$$n^2 = 2^{2(n-1)} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \right) \sin^2 \left(\frac{2\pi}{n} \right) \dots \sin^2 \left(\frac{n-1}{n} \pi \right)$$

или

$$n = 2^{n-1} \sin \frac{\pi}{n} \sin \frac{2\pi}{n} \dots \sin \left(\frac{n-1}{n} \pi \right)$$

посредствомъ этого приводимъ выраженіе (17) къ виду

$$P = \frac{(2\pi)^{\frac{n-1}{2}}}{\sqrt{n}}$$

или

$$(19) \quad \Gamma\left(\frac{1}{n}\right) \Gamma\left(\frac{2}{n}\right) \dots \Gamma\left(\frac{n-1}{n}\right) = \frac{(2\pi)^{\frac{n-1}{2}}}{\sqrt{n}}$$

Возвращаясь къ главному вопросу, прежде всего замѣтимъ, что посредствомъ выраженія (16) мы можемъ вычислять функцію Γ для всѣхъ значеній аргумента заключающихся между $\frac{1}{2}$ и 1, если значенія функціи для аргументовъ, заключающихся между нулемъ и $\frac{1}{2}$, будутъ извѣстны. Въ виду этого остается рѣшить вопросъ о вычисленіи функціи $\Gamma(n)$ для значеній n заключающихся между 0 и $\frac{1}{2}$. Для этого мы обратимся къ выраженію (10), которое можетъ быть написано въ видѣ

$$(20) \quad \Gamma(n) \Gamma\left(\frac{1}{2} + n\right) = \frac{2\sqrt{\pi}}{2^{2n}} \Gamma(2n)$$

Поставимъ въ выраженіи (16) вмѣсто n величину $\frac{1+n}{2}$, а въ последнемъ выраженіи поставимъ $\frac{n}{2}$ вмѣсто n , тогда получимъ

$$\Gamma\left(\frac{1+n}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1-n}{2}\right) = \frac{\pi}{\sin\left[\frac{(1+n)\pi}{2}\right]}$$

$$\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1+n}{2}\right) = \frac{2\sqrt{\pi}}{2^n} \Gamma(n)$$

Раздѣливъ одно изъ этихъ выраженій на другое, получимъ

$$\Gamma(n) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{1-n} \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-n}{2}\right)}$$

Изъ этого видно, что когда n пзмѣняется отъ $\frac{1}{3}$ до $\frac{2}{3}$, вторая часть предыдущаго выраженія подъ знакомъ Γ содержитъ аргументы, заключающіеся между $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{3}$; слѣдовательно къ функціямъ съ такими аргументами могутъ быть приведены всѣ функціи Γ , аргументы которыхъ заключаются между $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$. Чтобы сдѣлать подобное же приведеніе функціи съ аргу-

ментами заключающимися между нулемъ и $\frac{1}{6}$, будемъ пользоваться выраженіемъ (20), которое рѣшимъ относительно $\Gamma(n)$, именно

$$\Gamma(n) = \frac{2\sqrt{\pi}}{2^{2n}} \frac{\Gamma(2n)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + n\right)}$$

если n заключается между нулемъ и $\frac{1}{6}$, то $\frac{1}{2} + n$ будетъ заключаться между $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{3}$. Такимъ образомъ достигается то, чего мы желали; но что касается до $\Gamma(2n)$, то относительно этой функціи могутъ представиться два случая: или $2n > \frac{1}{6}$ или $2n < \frac{1}{6}$; для вычисленія функціи съ этимъ послѣднимъ аргументомъ, мы будемъ пользоваться выраженіемъ (20), замѣняя въ немъ n черезъ $2n$; если $2n > \frac{1}{6}$, то задача о вычисленіи функціи Γ уже рѣшена; если же нѣтъ, то по той же формулѣ (20) функцію $\Gamma(4n)$ приведемъ въ зависимость отъ функціи $\Gamma(8n)$ и такъ далѣе.

Въ такомъ видѣ представляется рѣшеніе вопроса о вычисленіи функціи Γ для всѣхъ положительныхъ значеній аргумента цѣлыхъ и дробныхъ, начиная отъ нуля. Остается сдѣлать одно замѣчаніе о функціи Γ для отрицательныхъ аргументовъ.

О значеніи функціи $\Gamma(n)$ въ томъ случаѣ, когда n отрицательно, мы можемъ сдѣлать заключеніе по выраженію

$$\Gamma(1+n) = n\Gamma(n). \quad (a)$$

Въ самомъ дѣлѣ, полагая здѣсь $n = -\frac{1}{2}$, имѣемъ

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)$$

или

$$\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) = -2\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \quad (b)$$

при $n = -\frac{3}{2}$ имѣемъ по выраженію (a)

$$\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{2}{3}\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)$$

или по формулѣ (b)

$$\Gamma\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{4}{3} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$$

Итакъ функціи отрицательныхъ дробныхъ аргументовъ приводятся къ функціямъ положительныхъ дробныхъ аргументовъ.

Такъ какъ

$$(c) \quad \Gamma(n) = \frac{\Gamma(1+n)}{n}$$

при $n = 0$ даетъ

$$\Gamma(0) = \infty$$

то отсюда заключаемъ, что функціи цѣлыхъ отрицательныхъ аргументовъ всѣ должны считаться равными безконечности. Въ самомъ дѣлѣ при $n = -1$ имѣемъ по выраженію (c)

$$\Gamma(-1) = -\Gamma(0) = -\infty$$

точно также

$$\Gamma(-2) = \frac{\Gamma(-1)}{-2} = \infty \quad \text{и т. д.}$$

XXXVII. *De vestigio minando* ³⁶⁵).

§ 1 °). Si quis bovem aut ^{b)} caballo vel qualibet animal ^{c)} ³⁶⁶) per furtum ³⁶⁷) perdiderit et eum dum per vestigio sequitur consequutus invenerit ^{d)} ut ^{e)} in tres noctes ^{f)}, ille qui eum ducit emisit ^{g)} aut cambiasse ³⁶⁸) dixerit vel praeclamaverit ^{h)}, ille qui vestigio sequitur res suas per tertia mane ⁱ⁾ ³⁶⁹) agramire ^{k)} ³⁷⁰) debet. Si vero iam tribus noctibus exactibus ^{l)} ³⁷¹) qui res suas requiret eas pervenerunt ^{m)}, ille apud quem inveniuntur, sic ⁿ⁾ eas emisit aut cambiasse dixerit, ipse ^{o)} liceat agramire. Si ille vero ^{p)} quod ^{q)} per vestigio sequitur quod ^{r)} si ^{s)} agnoscere dicit illi alii proclamantem ^{t)} nec offerre ^{u)} per tertia manum voluerit nec solem secundum legem collocaverit ³⁷²) et ^{v)} tulisse convincitur, MCC dinarios qui faciunt solidos XXX culpabilis iudicetur.

a) Wolf., Münch., III—даютъ 2 §§; 9653, II—3 §§.

b) „vaccam“—приб. 9653.

c) „pecus“—Münch.

d) „fuerit“—всѣ остальн. Codd.

e) „ut“—нѣтъ Em.; „usque“—остальн. Codd.

f) „si“—приб. Münch., 9653, III; „et“—приб. Her., Em.

g) „comparasse“—Em.

h) „proclamaverit“—всѣ остальн. Codd.

i) „manu“—всѣ остальн. Codd.

k) „adgramire“—Wolf.; „achramnire“—Münch.; „adramire“—9653; „adch[a]gramire, adframire“—II, III; „adrhamire“—Her., Em.; „clamare“—даетъ одна изъ III.

l) „exactis“—всѣ остальн. Codd.

m) „invenerit“—всѣ остальн. Codd.

n) „sic“—нѣтъ Wolf., 9653, III; „si“—Münch., II, Her., Em.

o) „ipsum“—Münch.

p) вмѣсто „Si... vero“—„quod si“—III, Em.

q) „qui“—всѣ остальн. Codd.

r) „quod“—нѣтъ Wolf.

s) „si“—нѣтъ III; „se“—остальн. Codd.

t) „reclamante“—Wolf., Münch., III, Her., Em.; „reclamantem“—II.

u) „auferre“—Münch., II; „adframire“—Em.

v) „sed“—Em.; „ei violenter quod se agnoscere dicit“—приб. Wolf., 9653, II, Her., Em.

XXXVIII. *De furtis caballorum vel equorum* ^{a)} ^{b)}).

§ 1. Si quis caballum carrucaricum ^{c)} involaverit, cui fuerit adprobatum, excepto capitale et dilatura MDCCC dinarios ^{d)} qui faciunt solidos XLV culpabilis iudicetur.

§ 2 ^{e)}. Si quis admissario ^{f)} ^{g)} furaverit, cui fuerit adprobatum, MDCCC dinarios qui faciunt solidos XLV culpabilis iudicetur.

Add. 1 ^{h)}. Si quis caballo spado ⁱ⁾ ^{j)} furaverit, solidos XXX culpabilis iudicetur excepto capitale et dilatura.

Add. 2 ^{k)}. Si vero uuaranionem regis furaverit, sol. XC ^{l)} ^{m)} culpabilis iudicetur excepto capitale et dilatura.

§ 3 ⁿ⁾. Si quis admissario cum gregem suam, hoc est XII equas ^{o)} ^{p)}, involaverit, praeter capitalem et dilaturam MMD dinarios qui faciunt solidos LXIII ^{q)} culpabilis iudicetur.

§ 4 ^{r)}. Si vero grex minor ^{s)} fuerit usque ad septem ^{t)} capita cum admissarium ^{u)} excepto capitale et dilatura, solidos LXIII ^{v)} culpabilis iudicetur ^{w)}.

a) „equarum“—Münch.

b) „vel eq.“—нѣтъ II, III, Her.

c) „qui carruca ³⁷³⁾ trahit“—въ остальн Codd.

d) „MCC din... sol XL“—Her.

e) § нѣтъ—Münch.

f) „uuaranione“—II, Em.

g) „homine Franco“—приб II, III, Her., Em.

h) § дають—II, Her., Em.

i) „spadatum“—Em.

k) § дають—II, Her., Em.

l) „MMCCCC den... sol LX“—Her.

m) § нѣтъ—9653.

n) „hoc est equas“—Wolf; „hoc est cum VII aut XII eq.“—II, Her., Em.; „usque ad duodecem aequas“—III.

o) „sol. LXII“—Wolf, Münch., I; „sol. LXII cum dim.“—III, Her., Em.

p) § нѣтъ—9653, III.

q) „sex“—II, Her., Em.

r) „causa superius intimata convenit observare“—кончаетъ III; „et pretius et causa ut superius est convenit observare“—II, Her., Em.

s) „sol LXII“—Wolf; остальн. Codd.—„sol. LXII cum dim.“.

t) „si vero minus de sex fuerint, M den. . sol. XXV culp. iud. excepto cap. et del.“—приб. одна изъ Em.

§ 5 °). Si quis equam ^{b)} pregnantem ³⁸⁰⁾ involaverit et ei fuerit adprobatum, MCC dinarios ^{c)} qui faciunt solidos XXX culpabilis iudicetur.

Add. 3 °). Si quis caballum aut iumentum furaverit, solidos XXXV culpabilis iudicetur, excepto capitale et delatura.

Add. 4 °) ³⁸¹⁾. Si quis amissarium alienum extra ^{f)} consilium ^{g)} domini sui spadaverit, denarii DC qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur et ^{h)} pro quisque iumento triante I componat.

Add. 5 °). Si quis per superbiam aut per inimicitiam ³⁸²⁾ caballos aut iumenta aliena trebatterit vel debilitaverit, denarii MCC qui faciunt solidos XXX culpabilis iudicetur.

§ 6. Si ^{k)} quis poledrum ³⁸³⁾ anniculum ^{l)} furaverit, cui fuerit adprobatum, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

§ 7 °). Si vero sequente poletrum ³⁸⁴⁾ furaverit, CXX dinarios qui faciunt solidos III culpabilis iudicetur.

Add. 6 °). Si quis iumentum alienum ^{m)} trabatterit ⁿ⁾, solidos XXX ^{o)} culpabilis iudicetur.

Add. 7 °). Si exinde mortua ^{p)} fuerit ^{q)}, MCC dinarios qui faciunt solidos XXX culpabilis iudicetur.

a) § нѣтъ—Münch., 9653, III.

b) iumentum ³⁷⁹⁾—II

c) „MDCCC din... sol. XLV“—всѣ остальн. Codd.

d) § даютъ—II, Her., Em.

e) § даютъ—II, Her., Em.

f) „sine“—Her., Em.

g) „consensu“—Her., Em.

h) „unumquodque iumentum quod ille inire (continere) consueverat trientem, quod est tertia pars solidi, id est XIII den. et tertia pars unius denarii“—кончаютъ Her., Em.

i) § даютъ—II, Her., Em.

k) III, Her. даютъ 2 §§: „Si quis poletrum furav., sol. XXX culp. iud. exc. cap. et del.—Si quis pol. annucul. („sive bimum“—приб. Her.) furav., sol. XV culp. iud. exc. cap. et del.“.

l) „vel bimum“—приб. II, Em.

m) § нѣтъ—III.

n) § даютъ—Münch., II, III, Her., Em.

o) „iumentam alienam“—одна изъ II; „iumenta aliena“—другая II, III, Her., Em.

p) „et evaserint“—приб. III, Her., Em.

q) „DC den... sol. XV“—III, Em.

r) § даютъ—III, Her., Em.

s) „mortuae“—Em.

t) „fuerint“—Her., Em.

§ 8 ^{a)}. Si quis caballo alieno ^{b)} excurtaverit ^{c)} ³⁸⁵), CXX dinarios qui faciunt solidos III culpabilis iudicetur.

Add. 8 ^{d)}. Si quis caballum mortuum sine permissu ^{e)} domini sui excorticaverit, CXX dinarios qui faciunt solidos III culpabilis iudicetur.

XXXIX. De plagiatoribus ^{f)} ³⁸⁶).

§ 1. Si quis mancipia aliena sollicitare voluerit ^{g)} ³⁸⁷) et ei fuerit adprobatum, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

Add. 1 ^{h)}. Si servus alienus fuerit plagiatus ⁱ⁾ et ipse ^{j)} trans mare ^{k)} ductus fuerit et ibidem ad ^{l)} domino suo inventus fuerit et ad ^{m)} quo ⁿ⁾ ipse ^{o)} in patria ^{p)} plagiatus ^{q)} est in mallo publici ^{r)} ³⁸⁸) nominaverit ³⁸⁹) et ^{t)} ibidem testis ³⁹⁰) debet collegire.

Add. 2 ^{u)}. Iterum cum servus si ^{v)} de ^{w)} trans mare ^{x)} fuerit revo-

^{a)} § нѣтъ—Wolf, Her.

^{b)} „sine consensu domini sui“—приб. Em.

^{c)} „excorticaverit“—Münch.

^{d)} § даютъ—III, Her., Em.

^{e)} „consensu“—Her., Em.

^{f)} Em. даетъ: „De his qui aliena mancipia sollicitaverint“.

^{g)} вмѣсто „sol. vol.“—„sollicitaverit“—II, III, Her., Em.

^{h)} § даютъ всѣ Codd., кромѣ 4404.

ⁱ⁾ „furatus“—III, Her.

^{j)} вмѣсто „Si... ipse“, Em. даетъ: Si quis servum alienum plagiaverit, id est per circumventionem de servitio domino sui abstraxerit et“...

^{k)} „sive in qualibet regione“—приб. Em.

^{l)} „ad“—нѣтъ 9653; „a“—Münch., II, III, Her., Em.

^{m)} „ad“—нѣтъ III; „a“—9653, II.

ⁿ⁾ „quo“—нѣтъ III; „quod“—Münch.

^{o)} „qui“—приб. III.

^{p)} „sua“—приб. Münch.; „aliena“—приб. III.

^{q)} „vel venditus“—приб. нѣкот. изъ III.

^{r)} „publico“—всѣ Codd., кромѣ Wolf.

^{s)} „tres“—Münch., 9653, II, III; „et tres“—Her., Em.

^{t)} § даютъ всѣ Codd., кромѣ 4404.

^{u)} „ipse si“—Münch.; „ipse“—9653, II, III, Her., Em.

^{v)} „de“—нѣтъ Münch., 9653, II, Her., Em.

^{w)} вмѣсто „tr. mare“—„citra“—9653; „citra mare“—II, Her., Em.

catus, in alterum mallum debet *) nominari *) c), ibidem simul d) III testis debet collegi e) edoneus; ad tercium vero mallum f) similis g) fieri debet, ut nove h) testes iurent quod servum ipsum equaliter i) super plagiatores audierint k) dicentem; et sic postea qui eum plagiaverit l) praeter capitale et dilatura dinarius MCCCC faciunt solidos XXXV culpabilis iudicetur.

Add. 3 m) 392). Qui n) confessio servi usque III plagiatoris admittitur o), sed eam tamen rationem ut nomina hominum et vilarum 393) semper p) q) debeat r) nominare.

§ 2. Si s) quis hominem ingenuo t) plagiaverit u) et v) probatio certa 394) non fuit, sicut pro occiso iuratore w) donet; si iuratores non poterit invenire x), VIII M dinarios qui faciunt solidos CC culpabilis iudicetur.

a) „iterum“—приб. 9653, II, III, Her., Em.

b) „nominare“—9653, II, III, Her., Em.

c) „qui eum plagiaverit“—приб. Her., Em.

d) „sim.“—нѣтъ III; „similiter“—Münch., 9653, II, Her., Em.

e) „collegere“—II, III, Her.; „debent adesse“—Em.

f) „mall.“—нѣтъ III.

g) „similiter“—Münch., 9653, III, Her., Em.; „similem“—II.

h) „novem“—всѣ остальн. Codd. (кромѣ Wolf.).

i) „eq.“—нѣтъ Münch.; „semper“—приб. II; „per totus tres mallus“—даютъ III, Her.

k) „audierint“—остальн. Codd.

l) „hoc est uargaverit“ 393)—приб. III.

m) § даютъ всѣ Codd., кромѣ 4404.

n) „Qui.... sed“—нѣтъ въ нѣкот. III и Em., прибавляющ. Add. 3 къ предид. §; „quae“—Her.

o) „admittitur“—Münch., II; „admittat“—9653; „admittatur“—Her.; „ascendit“—нѣкот. изъ III.

p) „equaliter“—III, Her.; „semper equaliter“—II.

q) „per tres totos mallus“—приб. III, Her., Em.

r) „debeant“—Her.

s) II, Her., Em. даютъ 2 §§: „Si quis hom. ing. plag. et („vel“—Em.) vendiderit et postea in patria („ad propria“—приб. II) reversus fuerit, sol. C culp. iud. — Si quis hom. ing. vend. et postea in patr. ad propria („patria propria“—Her.) reversus non fuerit, den. VIII M q. f. sol. culp. iud.“

t) „ing.“—нѣтъ Wolf.

u) „aut (vel) vendiderit“—приб. 9653, III; „et vendid.“—приб. Wolf., Münch.

v) „et.... inven.“—нѣтъ Münch., 9653, III.

w) „iuratores“—Wolf.

§ 3 ^{a)}). Si Romano ^{b)} plagiaverit, solidos LXIII ^{c)} ³⁹⁵⁾ culpabilis iudicetur.

XL. Si servus in furtum fuerit inculpatus.

§ 1. Si ^{d)} talis fuerit causa unde ingenuus DC dinarios hoc est solidos XV componere debuerat ³⁹⁶⁾, servus super scamno tensus CXX iectos flagellorum ^{e)} ³⁹⁷⁾.

§ 2 ^{f)}). Si vero antequam torquatur fuerit confessus et ei ^{g)} cum ^{h)} domino servo ⁱ⁾ convenerit, CXX dinarios ^{j)} qui faciunt solidos III dominus reddat.

§ 3 ^{k)}). Si tamen maior ^{l)} culpa ³⁹⁸⁾ fuerit, unde ingenuus XXXV solidos reddere debet, [similiter ^{m)} servus CXX ⁿ⁾ colpos ^{o)} ³⁹⁹⁾ accipiat].

§ 4. Et ^{p)} si ^{q)} confessus non fuerit, ille qui eum torquet si adhuc ^{r)} voluerit ipso servo torquere etiam nolente domino, pignus domino servi donare ^{s)} debet. Si ^{t)} servus postea ad suppliciis maioribus ⁴⁰⁰⁾ subditur ^{u)} et ^{v)} si confessus fuerit, nihil ille ^{w)} super domino credatur ⁴⁰¹⁾:

^{a)} § даютъ—4404, Wolf

^{b)} „Romanus ingenuum“—Wolf.

^{c)} „sol. LXII“—Wolf.

^{d)} „quis („cuius“—Her., Em.) servus in („de“—III) furtum fuerit inculpatus („interpellatus“—Em.), „si“....—приб. II, III, Her., Em.

^{e)} „accipiat“—приб. всѣ остальн. Codd.

^{f)} § нѣтъ—Wolf.

^{g)} „ei“—нѣтъ 9653, Em.

^{h)} „cum“—нѣтъ Em.

ⁱ⁾ „servi“—Münch., 9653; „suo“—II, III, Her.; „eius“—Em.

^{j)} „sol. III pro dorsum suum („servi“—Münch.; „ipsius servi“—III) conponat et cap. dominus („servi“—приб. II, III, Em.) in locum („in loc.“—нѣтъ 9653. III, Her.) „restituatur“—приб. всѣ остальн. Codd.

^{k)} § нѣтъ—Wolf.

^{l)} „talis“—II, Em.

^{m)} „sim.... acc.“—нѣтъ 4404.

ⁿ⁾ „CXXI“—Münch., Her.; „CCXX“—9653.

^{o)} „colobos“—9653; „ictus“—III, Em.

^{p)} вмѣсто „Et.... subdit. et“, Wolf. даетъ: „Si vero antequam torquatur si fuerit conf.“...

^{q)} „in ipso supplitio“—приб. Her.

^{r)} „magis“—приб. Her.

^{s)} „dare“—Münch., 9653, Her.

^{t)} „Et sic“—остальн. Codd.

^{u)} „datur“—Münch., 9653, Her.; „tradatur“—II.

^{v)} „ille“—нѣтъ III, Em.; „illi“—Münch.; „ei“—II, Her.

ipse illo servo ^{a)} in potestatem habiturus est qui eum torsit; dominus servi unde ^{b)} iam pignus accepit praecium pro suo servo accipiat. Si vero inter priora supplicia id est infra CXX ^{c)} *culapus* ^{d)} fuerit confessus, aut castretur ⁴⁰²⁾ aut sex solidos ^{e)} reddat. Dominus vero servi capitale ^{f)} ^{g)} requirenti restituat.

§ 5 ^{h)}. Si vero maiore crimine servus conpraehenditur ⁱ⁾ id est ^{j)} unde ingenuus XLV solidos ^{k)} possit culpabilis iudicari et inter ^{m)} supplicia servus ipse confessus fuerit, capitali sententia feriatur ⁴⁰³⁾.

§ 6 ⁿ⁾ ⁴⁰⁴⁾. Si vero in ^{o)} quolibet crimine servus comprehenditur ^{p)}, dominus ipsius, si praesens est, ab eo qui repetit ^{q)} [admoneri ^{r)} debet ut servum iustis debeat suppliciis dare, et qui ^{s)} repetit] virgas paratas habere debet quae ad magnitudinem ^{t)} minoris digiti minime ^{u)} sint ^{v)} et quoequales ^{w)} et scamno pristo ^{x)} ubi servo ipso tendere ^{y)} debeat ^{z)}.

^{a)} „illum servum“—Wolf., 9653, II, III, Her., Em.

^{b)} „qui“—Her.

^{c)} „CXXI“—Münch., 9653, Her.

^{d)} „acolapus“—Wolf.; „colapos“—Münch., 9653, Her.

^{e)} вмѣсто „sex sol.“, Wolf. даетъ—„CXX din.... sol. III“.

^{f)} „caput“—Wolf.

^{g)} „in loco“—приб. Wolf., II, Her.

^{h)} § нѣтъ—III; Her. начинаетъ §: „Requirenti vero si talis culpa est unde homo ingenuus sive Francus VIII M denar. q. f. sol. CC culp. iud. servus solidis XV id est DC den. componat, si vero“....

ⁱ⁾ „inculpatur“—Münch., 9653, II; „inculp. fuerit“—Em.; „inveniatur“—Her.

^{j)} „id est“—даютъ только 4404 и Wolf.

^{k)} „MMDCCC din.... sol. LXII“—9653.

^{m)} „per“—II.

ⁿ⁾ § нѣтъ—III.

^{o)} „de“—Her., Em.

^{p)} „culpatur“—Wolf., II; „inculpatur“—Münch.; „inculpatus (fuerit)“—Her.,

Em.

^{q)} „requeret“—Wolf.; „recepit“—Münch.

^{r)} „admon.... repet.“—нѣтъ 4404.

^{s)} „ubi quis“—Wolf.; „ubique“—Münch., 9653.

^{t)} вмѣсто „ad magn.“, Her. и Em. даютъ: „in similitudinem min. dig. grossitudinem“.

^{u)} „min“—нѣтъ въ ост. Codd.

^{v)} „habeant“—Her.

^{w)} „et quoeaq.“—нѣтъ въ ост. Codd.

^{x)} „prestet“—Wolf.; „paratum“—ост. Codd.

^{y)} „extendere“—Her.

^{z)} „possit“—Em.

§ 7 *). Si dominus servi supplicia ^{b)} distulerit et servus praesens fuerit, continuo domino ^{c)} illo ^{d)} qui repetit solem collegere ^{e)} debet ^{f)} et ^{g)} ad ^{h)} eandem ⁱ⁾ septem ^{j)} noctes placitum ^{k)} facere debet ^{l)} ^{m)}, ut ⁿ⁾ servum suum ad supplicium tradat.

§ 8 *). Quod si ad ^{a)} septem noctes ^{b)} servo ipso ^{c)} tradere distulerit solem ei ^{d)} qui ^{e)} repetit collecit ^{f)}; et sic iterum ad alias septem noctes placitum faciat id est ad ^{g)} XIV noctes de ^{h)} prima admonitione compleantur ⁱ⁾).

§ 9 *). Quod si impletis XIV noctis servum suum noluerit suppliciis dare ^{a)}, omnem causam vel compositionem dominus servi in se excipiat; non quale servus sed quasi ingenuus ^{b)} hoc admisit totam legem super se solviturum suscipiat.

a) § нѣтъ—III.

b) „dare“—приб. Münch.

c) „dominus domino“—9653; „dominus servi“—Münch., II; „domino servi“—Her., Em.

d) „ille“—Wolf; „ipse“—остальн. Codd.

e) вмѣсто „coll. deb.“—„culcaverit“—Münch.

f) „et.... deb.“—нѣтъ 9653

g) „in“—Wolf, Münch., II.

h) „eand.“—нѣтъ въ ост. Codd.

i) „octo“—одна изъ II.

j) вмѣсто „fac. deb.“—„concedat“—Her., Em.

k) „vel“—одна изъ Em.

l) § нѣтъ—III.

m) „adhuc“—Münch., 9653, II, Her.; „infra“—Em.

n) „noctibus impletis“—Her.

o) „ad supplicia“—приб. Em.

p) „iterato“—приб. остальн. Codd.

q) „quem“—9653.

r) „cum testibus“—приб. Her.

s) „ad“—нѣтъ 9653, II; „in“—Wolf, Her.; „ut in“—Münch; „ut“—Em.

t) „de.... compl.“—нѣтъ Wolf.

*) III даютъ слѣд. 2 §§: „Se iam vero in maiorem crimine fuerit inculpatus unde ingenuos XLV sol. compon. debuerit, dominus servi si eum non presentaverit ad ipsum numerum teneatur, ut ipsum numerum reddat et capitale in locum restituat.—Si adhuc maior causa fuerat quae servo requiretur, dominus servi non ut servus, sed ut ingenuos tota legem super se solviturus suscipiat.“.

u) „tradere“—Her.

§ 10. Quod si servus absens fuerit cui aliquid imputatur, tunc reppetens domino ^{a)} servi secrecius ⁴⁰⁸⁾ tribus ^{b)} testibus praesentibus ^{c)} admonere debet ut servum suum infra VII noctis praesentare debeat ^{d)}. Si infra septem noctis non eum praesentaverit, tunc repetens solem ^{e)} ei eum testibus collegare debet et sic ad alias septem noctis placitum ^{f)} faciat ^{e)}. Quod si nec ad alias septem noctis ^{f)} ipsum servum non praesentaverit ^{g)}, terciam vicem adhuc septem noctis ille spacium dare debet, id est ut totus numerus ^{h)} XXI noctis veniant. Quod si post ⁱ⁾ placitum ipsum servum [noluerit] ^{k)} ligatum suppliciis praesentare ^{l)} et ^{m)} repetens ⁿ⁾ per singulos placitos solem colligaverit ^{m)}, tunc ^{o)} dominus servi reppetitionem sicut ^{p)} superius diximus ^{p)} non quale ^{q)} servo ^{r)} sed quasi ^{s)} ingenuus ^{t)} hoc admisit, talem compositionem requirentem ^{u)} restituat.

§ 11. Si vero ancilla ^{v)} tale crimine invenitur ^{w)} unde servus castrare ^{x)} debuerat ^{x)}, ancilla aut CCXL dinarios qui faciunt solidos VI,

^{a)} „dominum“—Em.; „dominus“—всѣ остальные. Codd.

^{b)} „trib.“—нѣтъ 9653; „cum tres testes“—Wolf., Münch.

^{c)} „trib.... praes.“—нѣтъ II, Her., Em.

^{d)} „praesentem faciat“—Em.

^{e)} вмѣсто „sol.... fac.“—одна изъ III даетъ: „cum allis tribus testibus ipsum admoneat ut ad alias VII noct. ipsum presentet“

^{f)} „plac.... noct.“—нѣтъ Wolf.

^{g)} дальше разные продолж.: „tunc repetens cum testibus solem ei calcet ut totus numerus“...—II; „adhuc tercia vice ad alias VII noct. ei denuntiet ipsum presentare ut tot. numer.“...—III; „iterum repetens cum test. sol. ei collocet et tercia vice adhuc VII noct. placitum illi concedat, id est ut tot. numer.“...—Em.

^{h)} „ad“—приб. всѣ остальные. Codd.

ⁱ⁾ „per“—Her.

^{k)} „nol.“—нѣтъ 4404.

^{l)} „dare aut praes.“—Her.; „dare“—остальные. Codd.

^{m)} „et.... coll.“—нѣтъ Wolf.

ⁿ⁾ „ei“—приб. Münch., II, III, Her., Em.

^{o)} „tunc dominus servi causam super se excipiat“—кончаетъ Wolf.

^{p)} „sic... dix.“—нѣтъ II, Her.

^{q)} „ut“—II, Em.; „sicut“—III; „qualem“—остальные. Codd.

^{r)} „servus“—остальные. Codd.

^{s)} „qualem“—Münch., 9653, II, Her.

^{t)} „si“—приб. Münch., 9653, II, Her.

^{u)} „repetenti“—остальные. Codd.

^{v)} „in“—приб. всѣ остальные. Codd.

^{w)} „inculpatur“—Münch., 9653, II, Her., Em.

^{x)} „castrari“—III, Her., Em.

^{y)} „aut CCXL ictus accipere flagell., ipsa totidem ictus accipiat aut CCXL den. q. fac. sol. VI comp.“—кончаетъ Her.

si ^{a)} ^{b)} convenerit pro ipsa dominus reddat ^{b)}, aut CXLIV ^{c)} iectus accipiat flagellorum.

Add. 1 ^{d)} ⁴⁰⁹⁾. Si servus cum ingenuum furtum fecerit, servus in duplum, si quod consorciavit, reddat excepto capitale et dilatura; ingenuus vero quadruplum excipiat damnum.

Add. 2 ^{e)} ⁴¹⁰⁾. Si quis cum servum alienum ^{f)} negotiaverit, solidos XV culpabilis iudicetur ^{g)}.

XLI. De homicidiis a contubernio factus ^{h)}.

§ 1. Si quis ingenuo ⁱ⁾ Franco ^{k)} ⁴¹¹⁾ aut ⁴¹²⁾ barbarum ^{l)} qui legem Salega vivit ⁴¹³⁾ occiderit, cui fuerit adprobatum, VIII M dinarios qui faciunt solidos CC culpabilis iudicetur.

§ 2 ⁴¹⁴⁾. Si vero eum in poteum ⁴¹⁵⁾ aut sub aqua miserit aut ^{m)} ⁿ⁾ de rammis ⁴¹⁸⁾ aut de quibuslibet rebus ^{o)} celaturus texerit ^{p)} ^{q)}, XXIV M dinarios qui faciunt solidos DC culpabilis iudicetur.

Add. 1 ^{r)}. Si non fallanivit ⁴²⁰⁾, dinarios VIII M qui faciunt solidos CC culpabilis iudicetur.

§ 3. Si vero eum ^{s)} qui in truste dominica ⁴²¹⁾ fuit ^{t)} aut ^{u)} mulierem ingenuam ^{r)} ⁴²²⁾ occiderit, XXIV M dinarios qui faciunt solidos DC culpabilis iudicetur.

^{a)} „si“—нѣтъ 9653, II, III.

^{b)} „si... redd.“—нѣтъ въ нѣкот. Em.

^{c)} „CCC“—Wolf; „CCXLII“—Münch., 9653; „CCXL“—II, Her., Em.

^{d)} § дасть только Wolf.

^{e)} § дають—Münch., 9653, II, Her.

^{f)} „sine consilio domini sui“—приб. Her.

^{g)} „Certe si talis culpa est unde ingenuus homo Francus VIII M den. componere debet, servus sol. XV culp. iud.“—приб. Her.

^{h)} вмѣсто „a cont. f.“. всѣ остальн. Codd. дають—„ingenuorum“.

ⁱ⁾ „ingenuus“—Wolf., II, III, Her., Em.; „ingenuum“—Münch., 9653.

^{k)} „Francum“—Münch., 9653, III, Em.

^{l)} „aut hominem“—приб. Her.

^{m)} вмѣсто „aut... reb.“, Wolf. дасть: „et eum de camisa ⁴¹⁶⁾ aut de collis ⁴¹⁷⁾ aut de quibus rebus“...; „callis („hallis“—Münch.) aut de rama“—Münch. 9653, III; „ramis aut de allis vel de quibusl. rebus“.—II, Em.

ⁿ⁾ „aut ... tex.“—нѣтъ Her.

^{o)} „si eum incenderit“ ⁴¹⁹⁾—приб. III, Em.

^{p)} § дасть только Münch.

^{q)} вмѣсто „eum... fuit“, нѣкот. изъ III дають: „antrusionem dominicum“.

^{r)} „aut... ing.“—нѣтъ Münch., 9653, II, III, Her., Em.

§ 4. Si vero eam ^{a)} in ^{b)} aquam aut in puteum miserit aut ^{b)} de quibuslibet ^{c)} celaturis texerit, LXXII M dinarios qui faciunt solidos MDCCC culpabilis iudicetur. Si vero [cum alesum non] ^{ca)} percoperuerit, DC solidos iudicetur ^{e)}.

§ 5 ^{d)}. Si quis ^{e)} vero Romano ^{f)} homine ^{g)} conviva ^{h)} rege ⁱ⁾ ⁴²³⁾ occiderit, cui fuerit adprobatum. XII M dinarios qui faciunt solidos CCC culpabilis iudicetur.

§ 6. Si vero Romano ^{k)} possessorem ^{l)} ^{m)} et ⁿ⁾ conviva regis non fuerit ⁿ⁾, qui eum occiderit, IV M dinarios qui faciunt solidos C culpabilis iudicetur.

§ 7 ^{o)}. Si vero Romanum tributarium ⁴²⁴⁾ occiderit, solidos LXIII ^{p)} culpabilis iudicetur.

§ 8 ⁴²⁵⁾. Si vero hominem ^{q)} in quadruvio ^{r)} ^{s)} ⁴²⁶⁾ invenerit sine manus et sine pedes quem inimici sui demisserunt et eum perocciderunt ^{t)}, cui fuerit adprobatum, IV M dinarios qui faciunt solidos C ⁴²⁷⁾ culpabilis iudicetur.

a) „eam“—нѣтъ II, Em.; „eos“—Wolf., 9653; „eum“—Münch., III, Her.

b) „in.... aut“—нѣтъ Her.

c) дальше разные продолженія.—Wolf.: „rammis au de clalis super cope-ruerit aut de quibuscunque rebus celatores steterit, dinarios XXIV M fac. sol. DC culp. iud.“—Münch., 9653, II, III, Her., Em.: „de allis (hallis) aut de ramis copuerit („caelaverit“—III; „vel incenderit“—приб. Em.) sol. MDCCC culp. iud.“.

ca) 4404 даетъ: „eam alesum cum percoperuerit“ (!).

d) § нѣтъ—Wolf.

e) „quis“—нѣтъ Münch., 9653, II, III, Her.

f) „Romanus“—Münch., II, III, Her.; „Romanum“—Em.

g) „homo“—Münch., 9653, II, III, Her.; „hominem“—Em.

h) „convivam“—Em.

i) „regis“—остальн. Codd.

k) „Romanus“—всѣ остальн. Codd.

l) „homo possessor“—всѣ ост. Codd.

m) „id est qui res in pago ubi remanet proprias possidet occisus fuerit, is“....—приб. Her.

n) „et... fuer.“—нѣтъ во всѣхъ остальн. Codd.

o) § нѣтъ—9653.

p) „III M den.... sol. LXX“—Wolf.; „sol. CXX“—Münch.; „MDCCC den.... sol. XLV“—II, Her., Em.; „sol. LXII“—III.

q) „ingenuum“—приб. III, Her.

r) „in quadr.“—нѣтъ III.

s) „aut in via“—приб. Her.

t) „perocciderit“—Wolf., Münch., 9653, II, III; „vita privaverit“—Her., Em.

Add. 2 ^a) ⁴²⁸). Si quis hominem de bargo vel ^b) de furca ⁴²⁹) abattere ⁴³⁰) presumpserit sine voluntate iudicis, solidos XLV culpabilis iudicetur.

Add. 3 ^c). Si quis caput de homine ^d), quem ^e) suus inimicus in palo misisset, aliquis ^f) eum exinde sine permissu iudicis aut illius qui eum ibidem missit tollere presumpserit ^f), solidos XV culpabilis iudicetur.

§ 9. Si quis hominem ingenuum ^g) in puteum iactaverit ^h) et vivus ⁴³¹) inde exierit ^h), IV M dinarios ⁱ) qui faciunt solidos C culpabilis iudicetur.

Add. 4 ^k). Si vero in puteo mortuus fuerit, XXIV M denarios qui faciunt solidos DC culpabilis iudicetur.

Add. 5 ^l). Si autem qui praecipitatus est, mortuus fuerit, tota leude sua componatur.

Add. 6 ^m). Atque ita unaquaque persona quae maiori minorive compositione conponi debuerat.

Add. 7 ⁿ). Si de praecipitio periculo mortis evaserit, medietate leudis suae componatur, qua conponi debuerat si mortuus fuisset. Nam et si mortuus fuerit, unusquisque secundum modum leudis suae componatur.

^a) §: даютъ—III. Her., Em.

^b) „vel de f.“—нѣтъ Her.

^c) § даютъ—III. Her., Em.

^d) „hominis“—Em.

^e) „quod“—Her., Em.

^f) вмѣсто „al.... pres.“. Her. дасть: „sine voluntate alterius deposuerit“.

^g) „ing.“—нѣтъ Wolf.

^h) „aut in pellago inpinxerit ⁴³²) vel in periculum mortis et ipse exinde vivus evaserit et ipse causam suam possit mallare“....—III; „aut in pelag. aut in quolibet praecipitium ubi periculum mortis esse possit inpinxerit et ille qui proiectus est quolibet modo ab eodem periculo vivus evas., ille qui inpinxerit“....—Em.; Her. дасть 2 §§: „Si quis hominem aut in vipida ⁴³³) iactav. et vivus exinde evas. et ad casam suam possit accedere....—Si quis hom. in pel. iact. et is exeundo vivus evadit“....

ⁱ) „sol. LXII“—Wolf.

^k) § дасть—Her.

^l) Add. 5—7 дасть лишь Em.

Add. 8 *). Simili modo ⁴³⁴⁾ qui alium ⁵⁾ in pellago inpinxerit ⁶⁾, solidos LXII ⁷⁾ culpabilis iudicetur.

Add. 9 ⁴³⁵⁾ *). Si quis hominem ingenuum ⁸⁾ ex quolibet crimine superdixerit ⁹⁾ et ¹⁰⁾ inde homo mortuus fuerit, solidos C culpabilis iudicetur ¹¹⁾.

XLII. De homicidio in contubernio ⁴³⁶⁾ facto.

§ 1. Si quis colecto contubernio hominem ingenuo ¹⁾ in domo suo adsalierit et ibi eum occiderit, si ²⁾ in ³⁾ truste dominica ⁴³⁷⁾ fuit ⁴⁾ ille qui occisus est ⁵⁾, LXXII M dinarios qui faciunt solidos MDCCC ⁴³⁸⁾ culpabilis iudicetur.

§ 2 *). Si vero in ⁶⁾ truste dominica ⁷⁾ non fuit ille ⁸⁾ qui occisus est ⁹⁾, XXIV M dinarios qui faciunt solidos DC culpabilis iudicetur.

§ 3. Si vero corpus occisi hominis ¹⁰⁾ tres vel amplius habuerit plagas, tres quibus inculpatur qui ¹¹⁾ in eo contubernio fuisse probantur ¹²⁾, legem superius conpraehensa ¹³⁾ cogantur exsolvere. Alii vero tres de eo ¹⁴⁾

1) § даютъ—Wolf., II, Her.

2) „hominem“—Her.; „hom. ingenuum“—II.

3) „et exinde evaserit“—приб. Her.

4) „IV M den... sol. C“—II, Her.

5) § даютъ—II, Her., Em.

6) „quemlibet socium suum“—приб. Her., Em.

7) „accusaverit“—Her., Em.

8) Her. и Em. кончаютъ: „et per eius commotionem sive mendacium ille qui accusatus est occisus fuerit, medietate leodis eius componat. Ille vero qui eum occiderit secundum legem pleniter eum componat“.

9) „hom. ing.“—нѣтъ 9653.

10) „si... est“—нѣтъ 9653 и нѣкот. изъ III; „si andruscio dominicus fuerit ille qui eum occiderit“—даютъ Wolf. и нѣкот. изъ III.

11) „sine“ (!)—дастъ 4404.

12) „iuratus est“—II.

13) Her., Em. присоединяютъ § 2 къ § 1.

14) вмѣсто „in... dom.“, Wolf., III даютъ: „antruscio dominicus“.

15) вмѣсто „ille... est“, Wolf.—„interfectus“, III—„interfactor“.

16) „usque ad“—приб. Münch., 9653.

17) „quod“—9653, Her., Em.

18) вмѣсто „f. prob.“, Wolf.—„fuerint si probatus aparuerit“; III—„fuissent se conprobatur“.

19) „singillatim“—приб. 9653, II, Her., Em.

20) „et“ (!)—дастъ 4404.

contubernio MMMDC dinarios hoc est nonaginus solidus solvant. Et tres ^{a)} adhuc in tertio loco de eo contubernio MDCCC dinarios qui faciunt solidos XLV ^{b)} culpabiles iudicentur.

§ 4 ^{c)}. De Romanis vero vel letis ^{d)} ⁴³⁹⁾ et pueris ^{e)} ⁴⁴⁰⁾ haec lex ^{f)} superius conpraehensa ^{g)} ex medietate ^{h)} solvatur.

§ 5 ⁱ⁾ ⁴⁴¹⁾. Si ^{k)} quis villam alienam expugnaverit ^{l)} et res ^{m)} ibi invaserit ⁿ⁾, si ^{o)} tamen probatio certa non fuerit, cum XXV iuratores medius electus ⁴⁴²⁾ exsolvat. Si iuratores non potuerit invenire ^{p)}, MMD dinarios qui faciunt solidos LXIII ^{q)} culpabilis iudicetur.

XLIII. De homicidio in contubernio ^{r)} facto.

§ 1. Si quis in convivio ^{s)} ubi quinque ^{t)} fuerint ex ipsis fuerit interfectus, illi qui remanent aut ^{u)} unum ^{v)} convictum dare debent

a) „tr.“—нѣтъ Wolf.

b) „sol. LX“—Münch.; „sol. XL“—III.

c) „Si vero Romanus vel lidus in tali contubernio occisus fuerit“—начинають Her., Em.

d) „qui in tale contubernio interfecti fuerint“—приб. Wolf., III.

e) „et puer.“—нѣтъ во всѣхъ остальных. Codd.

f) вмѣсто „h. lex“, Her., Em. даютъ: „huius compositionis“.

g) „sup. conpr.“—нѣтъ во всѣхъ остальных. Codd.

h) вмѣсто „ex med.“, Her., Em. даютъ—„medietas“.

i) § нѣтъ—Wolf., III, Em.

k) вмѣсто „Si... invas.“, II даютъ: „Si quis tres villas alienas evaserit...“; Her.—„Si quis contubernio facto villas alienas cum tribus effregerit“.

l) „expoliaverit“—Münch., 9653.

m) „tres“—9653.

n) „si... inven.“—нѣтъ Münch., 9653.

o) „sol. LXII“—Münch., 9653; „sol. LXII cum dim.“—остальных. Codd.

p) „convivio“—II, III, Her. Em.

q) „contubernio“—Münch.

r) „quinque aut amplius“—Wolf.; „quattuor aut quinque“—II, Her., Em.; „duo vel tres aut amplius“—III.

s) „aut... aut“—нѣтъ Münch.

t) „de se“—приб. Wolf., 9653, II.

aut ^{a)} totae ^{b)} morte ^{c)} illa ^{d)} ^{e)} coniacent ^{f)} ⁴⁴³). Quae lex usque ⁴⁴⁴) [ad septem] ^{g)} qui fuerint sic permanet.

§ 2. Si verò in convivio illo plus quam septem fuerint, non omnes teneantur obnoxii sed quibus ^{h)} fuerit adprobatum ille ⁱ⁾ secundum legem componat.

§ 3. Si ^{k)} vero foris casa ⁴⁴⁵) sive ^{l)} iter agens sive in agro positus a contubernio fuerit interfectus [et] ^{m)} tres [vel] ⁿ⁾ amplius habuerit plagas, tunc tres ^{o)} de eo contubernio qui adprobatu fuerint ^{p)} singillatim mortem ^{q)} illius coniacent ^{r)}. Et ^{s)} tres ^{t)} si ^{u)} plures ^{v)} fuerint, MCC dinarios qui faciunt solidos XXX solvant ^{r)} ^{u)}. Et tres adhuc ^{w)} de eo contubernio DC dinarios qui faciunt solidos XV ^{x)} culpabilis iudicentur.

XLIV. *De re ipsa* ^{z)} ⁴⁴⁶).

§ 1. Sicut ^{y)} adsolit ^{z)} ⁴⁴⁷) homo moriens et ^{aa)} viduam dimiserit, qui eam voluerit accipere, antequam sibi copulet ante thunginum aut

a) „aut.... aut“—нѣтъ Münch.

b) „toti“—Wolf., Münch., 9653, II, III; „omnes“—Her., Em.

c) „mortem“—Wolf., III; „mortis“—Her., Em.

d) „illius“—остальн. Codd.

e) „compositionem“—приб. Her., Em.

f) „conponant“—Wolf., III; „conlectent“—Her.; „collectant“—одна изъ Em.

g) „ad sept.“—нѣтъ 4404.

h) „duobus“ („duo“) —даютъ нѣкот. изъ III.

i) „illi sec. leg. componant“—даютъ Wolf., 9653, II, III, Her., Em.

k) „quis“—приб. всѣ остальн. Codd.

l) „sibi“ (!)—даётъ 4404.

m) „et“—нѣтъ 4404.

n) „vel“—нѣтъ 4404.

o) „tres... fuer.“—нѣтъ Münch.

p) „compositionem“—Her., Em.

q) „conponat“—Wolf., III, Her., Em.

r) „Et... solv.“—нѣтъ III.

s) „adhunc“—приб. Wolf., III; „adhunc alii“—приб. Em.

t) „si“—нѣтъ 9653, II, Her., Em.

u) „plur.“—нѣтъ Wolf., II, Her., Em.

v) „unusquisque („quisquis“) illorum“—приб. Münch., II, Her., Em.

w) „si fuerint“—приб. Wolf., III.

x) „singuli eorum“—приб. Em.

z) „De rebus sicut adsolet“—9653. „De rebus viduae mulieris“—одна изъ Em.

y) „Si quis ut“—II; „si ut fieri“—Her.; „si quis“—III, Em.

f) „ads.“—нѣтъ III, Em.

aa) „et“—нѣтъ Wolf., II, Her., Em.

centenario, hoc est ut thunginus ⁴⁴⁸⁾ ant ⁴⁴⁹⁾ centenarius mallo indicant ^{a)} ⁴⁵⁰⁾ et in ipso mallo scutum ⁴⁵¹⁾ habere debet ^{b)}, et tres homines tres ^{c)} causas demandare ^{d)} debent ^{e)} ⁴⁵²⁾. Et tunc ille qui viduam accipere debet ^{f)} tres solidos aequae pensantes et denario habere debet. Et ^{g)} tres ⁴⁵³⁾ erunt qui solidos illius pensare debent ^{h)}; et hoc factum, si eis convenit ⁴⁵⁴⁾, ^{h)} accipiat.

§ 2. Si vero istud non fecerit et ⁱ⁾ sic eam acciperit ⁱ⁾, MMD denarios qui faciunt solidos LXIII ^{k)} ⁴⁵⁵⁾ [cui] ^{l)} ^{m)} reipi debentur ⁿ⁾ ⁴⁵⁶⁾ exsolvere debet.

§ 3. Si vero quod superius diximus omnia secundum legem impleverit, tres ^{o)} solidos et denario ille ^{o)} cui reipi debentur [accipiat] ^{p)}.

Add. 1 ^{q)}. Hoc est discernendum cui reipe debentur.

§ 4. Si ^{r)} nepus sororis ^{r)} filius fuerit, senuissimus ^{s)} ipse ^{t)} eos ^{u)} accipiat.

§ 5 ^{v)}. Si neptus ^{v)} non fuerit, neptis filius senior ^{w)} reipus ^{x)} illius ^{y)} accipiat.

^{a)} „indicat“—Wolf.

^{b)} „debent“—III.

^{c)} „vel“—Her.

^{d)} „mandare“—Münch., Her.

^{e)} „debet“—II.

^{f)} „vult“—Her., Em.

^{g)} „et.... deb.“—нѣтъ Her., Em.

^{h)} „ipsi qui viduam quaeret“—приб. Wolf.; „sic eam“—приб. Münch., II; „viduam“—приб. Her., Em.

ⁱ⁾ „et.... acc.“—нѣтъ 9653.

^{k)} „sol. LXII“—9653, II; „sol. LXII cum dim.“—III.

^{l)} „cui“—нѣтъ 4404.

^{m)} „cui.... deb.“—нѣтъ II, III, Her., Em.

ⁿ⁾ „et tr. sol. et den. ille cui reiphe debetur acceperit, tunc eam legitime accipiat“—кончаютъ Her., Em.

^{o)} „electo“ (!)—дають 4404.

^{p)} „acc.“—нѣтъ 4404, 9653, II.

^{q)} § дають—Wolf., Münch., одна изъ II, Her., Em.

^{r)} вмѣсто „Si... sor.“, Wolf. дають характерную описку: „Sine possessoris“

^{s)} „sen.“—нѣтъ Wolf., „senior“—въ ост. Codd.

^{t)} „ille“—Münch., 9653, II, Her., Em.

^{u)} „reiphus“—II; „reippum“—Em.

^{v)} § нѣтъ—въ одной изъ II, одной изъ III, Her.

^{w)} „nepus“—остальн. Codd.

^{x)} „si fuerit“—приб. Wolf.

^{y)} „eos“—Wolf.; „reip.“—нѣтъ въ ост. Codd.

^{z)} „ille“—Wolf., одна изъ II, III, Em.; „in se“—Münch.; „ipse“—9653.

§ 6. Si vero neptas ^{a)} filius non fuerit ^{b)}, consobrine ^{c)} filius qui ex maternae generis venit, ille eos accipiat.

§ 7. Si vero nec consobrine^{d)} filius fuerit, tunc avunculus frater
matris reipus ille accipiat.

§ 8. Si vero nec adhuc avunculus fuerit, tunc frater illius qui eum mulierem ante habuit, si in hereditatem *) non est venturus, ipse eos reipus accipiat.

§ 9. Et si nec ipse frater fuerit, qui proximior fuerit extra ^{f)} superiores ^{g)} nominatos ^{h)} ⁱ⁾ singillatim ^{k)} dicti ^{l)} secundum parentilla ^{m)} ⁿ⁾ usque ^{o)} ad sextum genuculum ^{p)} ^{q)}, si hereditatem illius mariti defuncti non accipiat ^{r)}, ille reipus illius accipiat.

§ 10. Iam post sexto geniculum si non fuerint, in fisco reipus ipse vel causa quae exinde orta fuerit colligatur.

XLV. De migrantibus 459).

§ 1. Si quis super °) alterum ⁴⁶⁰⁾ in villa °) ⁴⁶¹⁾ migrare voluerit, si °) unus vel °) aliqui °) de ipsis qui °) in villa consistunt °) eum suscipere voluerit, si vel unus °) exteterit qui contradicat ⁴⁶²⁾ migranti °), ibidem licentiam non habebit °).

а) „neptis“—всѣ остальн. (odd.

b) „si fuerit“—прим. Wolf.

c) „consubrino“—Wolf; „consobrini“—Münch., одна из II, III; „consobrinus“—0653. Her.

d) „consubrini“—Wolf., Münch., 9653, одна изъ II; „consubrini“—Her.

*) „defuncti fratris, i. e. mariti mulieris illius“—приб. Her., Em.

f) „post“—Ein.

g) „superius“—всѣ остальные. Codd.

^{k)} „nominatis“—Her.

д) „qui“—приб. Wolf., Münch., 9653, II, Em.

k) „sing.... accip.“—НѢТЬ III.

4) „sunt“—приб. Wolf, Münch., 9653, II, Em.

m) „usq.... gen.“—ИѢТЬ 9653.

n) „De eo qui villam alterius occupaverit vel si duodecim mensibus eam tenuerit“.—Em.

о) ВМЕСТО „supr... vill.“, 9653 даетъ: „alienam villam“.

p) „ut“—9653; „et si“—III; „et“—остальн. Codd.

g) „unus vel“—нѣтъ II, Her., Em.

г) „aliquid“ (!)—даётъ 4404.

*) „qui.... cons.“—нѣтъ Wolf.

¹⁾ „ex ipsis“—приб. 9653, II, Her., Em.

n) „migrantem“—Münch., III; „migrandi“—9653, II, Her., Em.

г) „permanere“—приб. III.

§ 2. Si vero contra interdicto ^{a)} unius vel duorum in villa ipsa adsedere ^{b)} praesumpserit ^{c)}, tunc ^{d)} ei ^{e)} testare ⁴⁶³⁾ debet ^{f)} et si noluerit inde exire, ille qui testat cum testibus sic ^{g)} ei debet testare: ^{h)} hic ⁱ⁾ tibi testo ^{k)} ⁴⁶⁴⁾ in hac nocte proxima in hoc quod lex est ^{l)} Saliga habet sedeas, et testo tibi ut in X noctes de villa ipsa ^{m)} egredere debeas ⁿ⁾. Postea adhuc post decem noctes iterum veniat ad ipsum et ei testet ut ^{o)} iterum in decem noctes exeat ⁱ⁾. Si ^{p)} adhuc noluerit exire, item tertio ^{q)} ^{r)} decem noctis ad ^{s)} placitum ⁴⁶⁵⁾ suum ^{t)} addatur ^{u)} ut sic XXX noctes impleatur. Si nec tunc voluerit exire, tunc ^{v)} maniat eum ad mallum et testes super ^{w)} singula placita qui fuerunt ibi praestos ^{x)} habeat. Si ipse cui testatum est noluerit inde exire ^{y)} et eum aliqua sunnis ⁴⁶⁶⁾ non tenuerit ^{z)} et ista omnia quae superius di-

a) „dictum“—Wolf., Münch.

b) „consedere“—Em.

c) „voluerit“—Wolf.

d) „interdictor“—приб. Em.

e) „ei“—нѣтъ Münch., 9653; „ille“—Wolf., II; „illi“—Her., Em.; „illum“—III.

f) „debent“—Wolf., Her.

g) „sic“—нѣтъ II, Em.

h) „dicat: homo in hoc tibi...“—дастъ Wolf.

i) вмѣсто „hic... exeat“, разные продолженія.—Münch., 9653, III, Her.: „ut in X noct. exeat et si adhuc post X noctes (steterit“—приб. III; „noluerit exire“—приб. Her.) iterum debet ad illum („cum testibus“—приб. III) venire ei testare, ut iterum X noctes inde debeat exire“.—II: „ut iterum in X noct. exeat.“ Em.: „ut infra X noct. exeat, et si noluerit, iterum ad illum cum test. veniat et testetur illi ut infra alias X noct. secedat...“

k) „testor, ut“—Wolf.

l) „est“—нѣтъ Wolf.

m) „sta“ („ista“?)—Wolf.

n) вмѣсто „egr. deb.“, Wolf. дасть: „exneas“.

o) Wolf. кончаетъ: „in alias XX noctes, ut inde exeat“.

p) вмѣсто „Si... tunc“, III, Em. даютъ: „Quod si noluerit, iterum tertium placitum ad X noctes exinde exire denuntiet; si vero XXX noct. adimpletas fuerint et nec tunc exire voluerit, statim“...

q) „tertium placitum“—III.

r) „ad“—приб. Münch.; „in“—приб. II.

s) „ad“—нѣтъ Münch., III.

t) „suum“—нѣтъ въ остальн. Codd.

u) „adendat“—II; „addat“—остальн. Codd.

v) „per“—Wolf.; „in“—Münch., 9653, II, III, Her.

w) „secum“—приб. II.

x) вмѣсто „inde exire“, въ остальн. Codd. даютъ—„venire“.

y) „detenuerit“—Münch., II, III, Her., Em.

ximus secundum legem est testatus, et ^{a)} tunc ipse qui testavit super ^{b)} fortuna sua ponat ^{c)} ⁴⁶⁷⁾ et roget grafionem ^{b)} ^{d)} ⁴⁶⁸⁾ ut accedat ad locum ⁴⁶⁹⁾ ut eum exinde expellat. Et quia legem noluit audire, quod ibi ^{e)} laboravit ^{f)} ⁴⁷⁰⁾ demittat ^{g)} et insuper MCC dinarios qui faciunt solidos XXX ⁴⁷¹⁾ culpabilis iudicetur.

Add. 1 ^{h)}. Si ⁱ⁾ vero alium in villa aliena migrare rogaverit antequam conventum fuerit, MDCCC denarios qui faciunt solidos XLV culpabilis iudicetur.

§ 3. Si vero quis ^{k)} migraverit ^{l)} ^{m)} et ⁿ⁾ infra XII menses ⁴⁷²⁾ nullus testatus fuerit ^{o)}, securus ^{p)} sicut et alii vicini ⁴⁷³⁾ maneat.

XLVI. De *acfatmire* ^{q)} ⁴⁷⁴⁾.

§ 1. Hoc convenit observare, ut thunginus aut centenarius mallo indicant ^{r)} et scutum in illo mallo habere ^{s)} debent ^{t)} et ^{u)} tres homines tres causas ^{v)} demandare debent ⁴⁷⁵⁾. Postea ^{w)} requirent ^{x)} homi-

^{a)} „et“—нѣтъ во всѣхъ остальныхъ. (Codd.

^{b)} вмѣсто „super.... graf.“. одна изъ Em. даетъ: „omnem substantiam suam promittit, si illi supradicta probare non potuerit super fortunam suam ponetur et grafionem. i. e. comitem, roget“...

^{c)} „manum“—приб. одна изъ III.

^{d)} „loci illius“—приб. Wolf.

^{e)} „si ibidem (ibi) aliquid“—III. Her., Em.

^{f)} „elaboravit“—Her., Em.

^{g)} „amittat“—9653. II, III, Her., Em.

^{h)} § дають—II, Her., Em.

ⁱ⁾ „quis“—приб. Her., Em.

^{k)} „qui“—Münch., 9653. II.

^{l)} „admigravit“—III. Her.

^{m)} „in villam alienam“—приб. Em.

ⁿ⁾ „ei“—приб. Wolf., 9653. II.

^{o)} „ubi admigravit“—приб. Wolf., Münch., 9653, III, Her.

^{p)} „sit“—приб. Münch., III; „ibidem“—приб. II, Em.

^{q)} такъ—Münch.; „hac famirem“ (!)—4404; „adfathamire oc convenit observare“—Wolf.; „adramire“—9653; „achramire“, „adhramire“—II; „adframire“—Her.; „affatomiae“—Em.

^{r)} „indicans“—III.

^{s)} „habeat“—Em.

^{t)} „debet“—Münch., 9653, II, Her.

^{u)} „postea“—приб. Münch., III, Her.

^{v)} „in mallum ipsum“—приб. Wolf., 9653, Em.

^{w)} „in ipso mallo“—приб. II, Her.

^{x)} „requirat“—9653; „requiratur“—II, Em.

nem ⁴⁷⁶) qui ei non perteneat et sic ^a) fistucam ⁴⁷⁷) in laisum ⁴⁷⁸) iactet, et ipse ^b) in cui ^c) laisum [fistucam iactavit dicat verbum ^d) ^e) ⁴⁷⁹) de fortuna sua quantum ^f) voluerit ^g) aut ^h) totam fortunam suam cui voluerit dare ⁱ) ^j). Ipse in ^k) cuius laisum fistucam iactavit ^l) in casa ipsius manere debet ⁴⁸⁰). Et hospites tres vel amplius ^m) collegere ⁿ) debet et de facultatem ^o) quantum ^p) ei creditum est in potestatem suam ^q) habere debet. Et postea ipsi ^r) cui isto ^s) creditum est ista omnia cum testibus ⁴⁸¹) collectis agere ^t) debet. Postea ⁴⁸²) aut ante rege aut in mallo ^u) ⁴⁸³) illius ^v), cui fortuna sua depotavit ^w) reddere [debet] ^x), accipiat fistucam in mallo ipso ^y) ante duodecim menses ^z) quos heredes ^{aa}) appellavit ^{ab}) in laisum iactet ^{ac}) nec minus nec maius ^{ad}) nisi quantum ei creditum est. Et si ⁴⁸⁴) contra hoc aliquis aliquid dicere volu-

a) „sic“—нѣтъ Wolf., Münch., III; „ut“—II.

b) „ipsi“—Wolf., одна изъ III, Em.

c) „cuius“—Wolf., Münch., 9653, III, Her., Em.

d) „dic. verb.“—нѣтъ Wolf., Münch., 9653; „dictum verbum“—III.

e) „fist.... verb.“—нѣтъ 4404.

f) „ei“—приб. II, III, Her., Em.

g) „dare“—приб. всѣ остальные. Codd.

h) „aut.... dare“—нѣтъ Em.; „aut si tota aut media fortuna cui vol. dare“—даютъ II, Her.

i) „postea“—приб. II, III, Her., Em.

j) „in... iact.“—нѣтъ Münch., III.

k) „vel ampl.“—нѣтъ во всѣхъ остальных. Codd.

l) „suscipere“—всѣ остальные. Codd.

m) вмѣсто „de fac.“, Münch., 9653 даютъ: „facultatem suam“; III—„de tota facultate sua“.

n) „quant.... est“—нѣтъ Münch., 9653.

o) „ipsi“—нѣтъ 9653; „ipse“—Wolf., Münch., III, Her., Em.

p) „isto“—нѣтъ II; „istum“—Münch., 9653, III, Her., Em.; „scutum“ (!)—Wolf.

q) вмѣсто „coll. ag.“, 9653 даетъ: „collegere“.

r) „legitimo“—приб. остальных. Codd.

s) „illi“—Wolf., 9653, одна изъ II, многія изъ III, Her., Em.

t) „deportavit“—9653, одна изъ II.

u) „deb.“—нѣтъ 4404.

v) „et in mallo ipso“—Münch.; „et in mallo et ipso“—9653; „in mallo et ipsum“—II; „in mallo ipso et ipsum“—Her.

w) „mens.“—нѣтъ 9653.

x) „quem heredem“—Her.

y) „deputavit“—всѣ остальные. Codd.

z) „iactent“—Em.

aa) „nec minor nec maior“—дастъ 4404.

erit, debent ^{a)} tres iurati ^{b)} dicere ^{c)} quod ibi fuissent in mallo quem ^{d)} thunginus aut centenarius indixerit ^{e)} et quomodo vidissent hominem illum qui fortuna sua dare voluerit ^{f)} in laisum ille ^{g)} iam quem elegit fistucam iactare: nominare ^{h)} ⁴⁸⁵⁾ debent ⁱ⁾ denominatim ^{j)} illo ^{k)} qui ^{l)} fortuna ^{m)} sua in laiso ⁿ⁾ iactat et illo ^{o)} quem heredem appellit similiter nominet ^{p)}. Et altere ^{q)} tres testes iurati ^{r)} dicere debent quod in casa illius qui fortuna sua donavit ille in cuius laisu fistuca iactata est ibidem mansisset ^{s)} et hospites tres vel amplius ibidem collegisset ^{t)} ^{u)}, et in beodum ⁴⁸⁶⁾ pultis ⁴⁸⁷⁾ manducassent et testes collegissent, et illi hospites ei de susceptione gracias egissent. Ista ^{v)} omnia illi alii ^{w)} testes iurati dicere debent et hoc ^{x)} quod in mallo ante regem vel ^{y)} legitimo mallo publico ille qui ^{z)} accepit in laisum fortuna ipsa ¹⁾

^{a)} вмѣсто „deb.... dic.“, Her. даетъ: „tres testes habere debet qui iurati dicant“.

^{b)} „iusti“—Münch.; „veraces“—9653.

^{c)} „quod“—Her.; „ubi“—Em.

^{d)} „dixerunt“—Münch.; „indixerunt“—остальн. Codd.

^{e)} вмѣсто „dare vol.“, Her.—„donavit“; Em.—„dedit“.

^{f)} „ille“—нѣтъ Münch., 9653. II, III; „illius“—Her., Em.

^{g)} „denominare“—9653. II, III.

^{h)} „debet“—Wolf., 9653.

ⁱ⁾ „denom.“—нѣтъ Münch., 9653. II, III, Her., Em.

^{j)} „illo“—нѣтъ Münch., 9653. III, Her.; „illum“—Wolf., Em.; „illi“—II.

^{k)} „cui“—Wolf.

^{l)} „festucam“—Wolf., Her.

^{m)} „electi“—приб. Em.

ⁿ⁾ „illum“—Wolf., Münch., 9653. II, III, Her.

^{o)} „nominent“—Wolf., Münch., III.

^{p)} „alii“—Münch., 9653. II, Her.

^{q)} „iusti“—Münch., 9653.

^{r)} „mansissent“—9653, одна изъ II, III.

^{s)} „collegissent“—одна изъ II, многія изъ III.

^{t)} „et pavisset“—приб. Wolf., 9653. II, Her., Em.; „et pavissent“—приб. III.

^{u)} вмѣсто „Ista.... appell.“, нѣкот. изъ III даютъ: „et adhuc alii tres testes omnia iurati dic. deb., ita ut IX testes haec omnia deb. affirmare eo quod ad mall. publ. aut ante reg. fort. suam quem heredem appellavit“...

^{v)} „tres“—приб. всѣ остальн. Codd.

^{w)} „et hoc.“—нѣтъ Her., Em.

^{x)} вмѣсто „vel.... thung.“, II даютъ: „in publico mallo hoc est legitimo, quod ante theoda aut tunzino“.

^{y)} „quem“ (!)—дастъ 4404.

^{z)} „ipsi“—Wolf.; „ipse“—Münch., III; „suam“—9653, Her.

aut ^{a)} ⁴⁸⁸⁾ ante regem aut ^{c)} in mallo publico legitimo ^{b)} hoc est in mallobergo ^{c)} ⁴⁸⁹⁾ ante teoda ⁴⁹⁰⁾ aut thunginum ^{d)} fortunam illam ^{e)} quos ^{f)} heredes appellavit ^{g)} publice coram populo ^{h)} fistucam in laiso iactasset, hoc est novem testes ista omnia debent adfirmare.

XLVII ⁴⁹¹⁾. *De filtortis* ⁱ⁾ ^{k)} ⁴⁹²⁾.

§ 1. Si quis ^{l)} servum aut ^{m)} caballum vel bovem ⁿ⁾ ^{o)} aut qualibet rem ^{p)} ^{q)} ⁴⁹³⁾ super alterum ^{r)} agnoverit, mittat eum in tertia manu, et ille super ^{r)} quem cognoscitur ⁱ⁾ debeat ^{s)} agramire ^{t)} ⁴⁹⁶⁾. Et [si citra Ligere] ^{u)} aut Carbonariam ⁴⁹⁷⁾ ambo manent, et qui agnoscit ^{v)} et apud quem cognoscitur ^{w)}, in noctis XL ^{x)} placitum ⁴⁹⁸⁾ faciant; et

^{a)} „aut... aut“—нѣтъ Her., Em.

^{b)} „publ. leg.“—нѣтъ Her., Em.

^{c)} „in mallob.“—нѣтъ Münch., III, Her., Em.

^{d)} вмѣсто „vel... thung.“, II даютъ: „in publico mallo hoc est legitime quod ante theoda aut tunzino“.

^{e)} „fortuna illa“—Münch., 9653, II.

^{f)} „quem“—III, Em.

^{g)} вмѣсто „Ista... appell.“, нѣкот. изъ III даютъ: „et adhuc alii tres testes omnia iurati dic. deb., ita ut IX testes haec omnia deb. adfirmare eo quod ad mall. publ. aut ante reg. fort. suam quem heredem appellavit“...

^{h)} „omnibus“—Wolf., Münch.; 9653, Em.; „omnibus hominibus“—Her.; „bonis hominibus“—III.

ⁱ⁾ „De intertatis rebus“—одна изъ Em.

^{k)} „qui lege Salica vivunt“ ⁴⁹³⁾—приб. Wolf., Münch., 9653, II, Her.; „hoc est qualiter homo furatas res intertari debeat“—приб. Em.

^{l)} „qui lege Salica vivit“—приб. III, Em.

^{m)} „ancillam“—приб. всѣ остальн. Codd.

ⁿ⁾ „vel bov.“—нѣтъ Wolf.

^{o)} „vel iumentum“ ⁴⁹⁵⁾—приб. II, Her., Em.

^{p)} „pecus“—Münch.

^{q)} „suam“—приб. Em.

^{r)} „sub alterius potestate“—Her., Em.

^{s)} „apud“—Münch., 9653, II, Her., Em.

^{t)} „agnoscitur“—Wolf., Münch., II, III, Her., Em.

^{u)} „deb... agnosc.“—нѣтъ III.

^{v)} „ad hominem ire“ (!)—Münch.

^{w)} „sic eligere“ (!)—даётъ 4404.

^{x)} „agnoscitur“—Wolf., Münch., II, III, Em.

^{y)} XLII—9653.

inter *) ipso placito qui interfuit *) qui caballo *) ipso aut venderit *) aut cambiaverit *) aut fortasse in *) solitudinem *) dederit *), omnes *) intro *) placito isto communiantur, hoc est ut unusquisque de *) cum negotiatoribus *) alter alterum admoncat *)⁴⁹⁹). Et si quis commonitus fuerit et eum sunnis non tenuerit *) et ad placitum venire distulerit, tunc ille qui cum eum negotiavit mittat *) tres testes, quomodo *) ei nunciasset *), ut ad placitum *) veniret, et alteros tres, quod publicae⁵⁰¹) ab eo *) *) negociasset. Istud si fecerit, exuit se de latrocinio. Et ille qui non venerit super *) quem testes iuraverunt *), ille erit latro illius qui agnoscit et precium reddat ille *) qui cum illo negociavit, et ille *) secundum legem componat ille *) qui res suas agnoscit⁵⁰²). Ista omnia in illo mallo *) debent fieri ubi ille *) est gamallus *)⁵⁰³) super quem

*) „int.“—нѣтъ Wolf.; „in“—остальн. Codd.

*) „quanti fuerint“—остальн. Codd.

*) „rem ipsam“—Münch., Her.; „rem“—III; „rem intertiam“—Em.

*) „vendiderint“—остальн. Codd.

*) „cambiaverint“—остальн. Codd.

*) „in... ded.“—нѣтъ III.

*) такъ—4404, Wolf.; „solicitudine“—одна изъ II; „solutionem“—9653, другая изъ II, Her., Em.

*) „omnia“—Wolf., 9653.

*) „intra“—Wolf., Münch., 9653, II, Her., Em.

*) „de“—нѣтъ въ остальн. Codd.

*) „suis“—приб. Münch., Her., Em.

*) „commoneat“—II, III.

*) „detricaverit“⁵⁰⁰)—одна изъ II.

*) „habeat“—Em.

*) „quod“—Em.

*) „mandasset“—9653; „maniaverit“—Her.

*) „suum“—приб. Münch.

*) „cum eo“—Her., Em.

*) „et idoneiter“—приб. Wolf., Münch., 9653, II.

*) „sup... iur.“—нѣтъ III; „si super eum test. iur.“—Her.

*) „illis“—Wolf.; „illi“—9653, Her., Em.; „illius“—III.

*) „ille“—нѣтъ Wolf., 9653, III.

*) „illi“—Wolf., 9653, II, Em.; „ad illum“—III.

*) „in... mallo.“—нѣтъ Em.

*) „suus“—Em. и нѣкот. изъ III.

*) „hamallus“—Münch., II, Em.; „caballus“ (!)—9653.

res illa ^{a)} primitus ^{b)} fuit agnita aut intertata ^{c)}. Quod si trans Lege-
rem aut Carbonaria ^{d)} manent cum quibus ^{e)} res illa agnoscitur, LXXX
noctis lex ista custodiatur.

XLVIII. De falso testimonio ⁵⁰⁴⁾.

§ 1. Si quis falso testimonio perhibuerit ^{f)}, DC dinarios qui fa-
ciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

Add. 1 ^{g)}. Si aliquis alicui iure ^{h)} ⁵⁰⁵⁾ inpotaverit quod periurasset
et non potuerit adprobare ⁵⁰⁶⁾, qui inpotavit solidos XV culpabilis iudi-
cetur.

Add. 2 ⁱ⁾. Si alicui fuerit inpotatum quod periurasset et hoc qui
inpotat potuerit adprobare, qui periuraverit solidos XV culpabilis iudi-
cetur ^{k)}.

§ 2. Si cuicumque fuerit inculpatum ^{l)} quod periurasset ^{m)}, iurato-
res ⁿ⁾ quinos solidos ⁵⁰⁸⁾ condemnentur.

§ 3 ^{o)}. Ille vero cui ^{p)} adprobatum ^{q)} fuerit ^{r)}, excepto capitale et
dilatura atque causa, extra hoc ^{s)} DC dinarios qui faciunt solidos XV
culpabilis iudicetur.

a) „illa“—нѣтъ III, Her., Em.; „ille“—9653.

b) „prim.“—нѣтъ Münch., III.

c) „in tertia manu missa“—Wolf., Münch., 9653, II.

d) „ambo“—приб. Wolf., Münch., Her.

e) „cum quem (quo)“—III; „apud quem“—Her., Em.

f) „preberit vel iuraverit“—Wolf.; „praebuerit“—остальн. Codd.

g) § даютъ—III, Her., Em.

h) „iure“—нѣтъ Her., Em.

i) § даютъ—III.

k) „excepto cap. et dil.: iuratores ⁵⁰⁷⁾ vero sui unusquis quinos solidos
condemnentur“—приб. нѣкот. изъ III.

l) „inputatum“—II, III, Her., Em.

m) „et probatus (adprobatum) fuerit“—приб. Wolf., Münch., 9653, II, III.
Her., Em.

n) „iuratores sol. XV culp. iud. et ipse qui iurat sol. V culp. iud.“—даютъ
Münch.; „tres de ipsis iuratores („coniuratoribus“—Her., Em.) XV sol. culp. iud.
quisquis illorum; illi vero qui super tres fuerint, quinos sol. solvant“—даютъ
II, Her., Em.

o) § нѣтъ—Münch. и нѣкот. изъ III.

p) вмѣсто „cui... fuer.“, III даютъ—„qui iurat“.

q) „inputatum“—II, Her., Em.

r) „extra hoc“—нѣтъ 9653, II, III, Her., Em.

XLIX. *De testibus* ⁵⁰⁹⁾.

§ 1. Si quis testis necesse abuerit ut donit ^{a)}, et fortasse testes nolunt ad placitum venire, ille qui eos necessarius habet ^{b)} satisfacere et ^{c)} ^{d)} manire ^{e)} eos cum testibus ^{f)} ⁵¹⁰⁾ debet ad placitum ^{g)} ⁵¹¹⁾, ut ea quae noverunt ^{h)} ⁵¹²⁾ iurati dicant.

§ 2. Si venire noluerint et eos sunnis ⁵¹³⁾ non tricaverunt ⁱ⁾ ⁵¹⁴⁾, DC dinarios qui faciunt solidos XV quisque illorum culpabilis iudicetur.

§ 3. Si vero praesentes ⁵¹⁵⁾ fuerint vocati in testimonium ⁵¹⁶⁾ et noluerint ea quae noverint iurati dicere, et ferbanniti ^{h)} ⁵¹⁷⁾ fuerint, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur ⁱ⁾.

L. *De fides facta* ^{m)} ⁵¹⁸⁾.

§ 1. Si quis ingenuus aut letus ⁵¹⁹⁾ alteri fidem fecerit ⁿ⁾, tunc ille cui fides facta est in ^{o)} XL ^{p)} noctes aut quomodo [placitum ^{q)} ⁵²⁰⁾ fecerit quando ^{r)} fidem fecit ad domum] ⁵²¹⁾ illius ^{s)} ^{e)} cum testibus vel cum illo ^{t)} qui praecium adpreciare ⁵²²⁾ debent accedere debet ^{o)}. Et si

a) „ut don.“—нѣтъ Wolf., Em.

b) „ad.“—приб. II.

c) „et.“—нѣтъ Wolf., Münch., 9653, II.

d) „satisf. et.“—нѣтъ III, Her., Em.

e) „manere“ (?)—дають 4404.

f) „cum test.“—нѣтъ Wolf., Münch.

g) „ad plac.“—нѣтъ Wolf., Münch., III, Her., Em.

h) „quod viderunt“—III, Her.

i) „tricaverint“—9653; „detenuerint“—Münch.; „tenuerit“—Wolf.; „detenuerit“—II, III, Her., Em.

k) „forbanniti“—Münch., 9653, II; „perbanniti“—Her.

l) „unusquisque illorum“—приб. Wolf., 9653, Em.

m) „De eo qui fidem factam alteri reddere noluerit“—Em.

n) „et noluerit solvere“—приб. Her.

o) вмѣсто „in... debet“ нѣкот. изъ III даютъ: „ad placitum veniet cum tales testibus qui ipsum pretium legitime adpreciant“.

p) „in noctes XIV sive XL“—Her.

q) „plac.... dom.“—нѣтъ 4404.

r) „quando.... ill.“—нѣтъ въ нѣкот. изъ III; Her. дають—„is qui fidem dedit ad domum illius qui fidem accepit“...

s) „qui fidem fecit“—приб. Wolf., Münch., 9653.

t) „illis“—въ остальныхъ Codd.

noluerit fidem facta solvere, solidos XV ⁵²³) super ^{a)}) debitum quod fidem fecerit ^{a)}) culpabilis iudicetur.

§ 2. Si ^{b)}) adhuc noluerit componere, debet eum ad mallum manire ⁵²⁴) et sic nexti canthichius ⁵²⁵) mallare debet: rogo te, thungine ⁵²⁶), ut nexti canthichus gasacio ⁵²⁷) meo illo qui mihi fidem fecit et debitum debet. Et nominare ^{c)}) debet quale debitum debeat ^{d)}) unde ei fidem fecerat. Tunc thunginus dicere debet: nexthe ganthichio ego illo in hoc ^{e)}) quod lex Salica ait ^{f)}). Tunc ipse cui fides facta est testare ^{g)}) debet, ut nulli alteri nec solvat nec pignus donet solutionis nisi ante ille ^{h)}) impleat ⁱ⁾) quod ^{j)}) ei fidem fecerat. Et festinanter ^{k)}) ⁵²⁸) ad domum illius illa die ^{l)}) antequam ^{m)}) sol collocet ⁿ⁾) ⁵²⁹) cum testibus ambulare debet et rogare sibi debitum solvere. Si hoc ^{o)}) noluerit facere ^{p)}), solem ei collocet. Tunc si solem collocaverit, CXX dinarios qui faciunt solidos III super debitum ^{q)}) ad crescant ^{r)}) ⁵³⁰). Istud usque ad tres vices per tres notinas ^{s)}) ⁵³¹) fieri debet, et in tertia ista omnia facta [et noluerit] ^{t)}) componere, usque ad CCCLX dinarios, hoc est solidos nove

^{a)}) „sup.... fec.“—нѣтъ III, Her., Em.

^{b)}) Em. и нѣкот. изъ III начинаютъ: „Si vero adhuc supra dictum debitum compon. noluerit, debet eum sic admallare: rogo te, iudex, ut homine illo denominato gasatione meo, qui mihi fid. fecit, debitum talem denominatum secundum leg. Sal. mihi exinde eum distringas (Tunc iudex dic. debet: ego gasachium tuum illum in hoc mallo quod lex Sal. habet....—приб. Em.)“.

^{c)}) „numerare“—Wolf.

^{d)}) „vel“—приб. Münch., 9653, II, нѣкот. изъ III, Her.

^{e)}) „teneo“—приб. Münch.; „mallo“—приб. II, III, Her.

^{f)}) „habet“—остальн. Codd.

^{g)}) „testari“—Em.; „testificare“—Her.

^{h)}) „fideiussorem“—приб. нѣкот. изъ III; „fideiussori“—приб. Em.

ⁱ⁾) „ille“—нѣтъ Wolf., Her.; „ei“—Münch., III, Em.; „illum“—9653, II.

^{j)}) „componat“—Wolf.

^{k)}) „unde“—Her.

^{l)}) „fest.“—нѣтъ Wolf., 9653.

^{m)}) „illa die“—нѣтъ Wolf., Münch., III, Em.; „ipsa die“—Her.

ⁿ⁾) „ant.... coll.“—нѣтъ въ остальных. Codd.

^{o)}) „adhuc“—Wolf.; „nec tunc“—II.

^{p)}) „solvere“—Wolf., 9653, II; „reddere“—нѣкот. изъ III.

^{q)}) „superiorem“—приб. Wolf., Münch., 9653, II.

^{r)}) „adhuc solvat“—Wolf.; „(adhuc) addat“—Münch., 9653, II, III, Her., Em.

^{s)}) „numbinas“—Wolf.; „novenas“—Münch.; „nundinas“—9653, II; „mannitas“—III, Her., Em.

^{t)}) „voluerit“ (?)—4404; „si noluerit“—III, Her., Em.

adcreseat, id est ut per singulas admonitiones vel solem collocatum terni solidi super^{a)} debitum adcreseat.

§ 3⁵⁸²⁾. Si quis ad placitum legitimi^{b)} fidem factam noluerit solvere, tunc ille cui^{c)} fides facta est ambulet ad grafionem⁵⁸³⁾ loci illius in cuius pago manet^{d)} 584) et adprehendat^{e)} fistucam⁵⁸⁵⁾ et dicat verbum: tu, grafio^{f)}, homo ille^{g)} mihi fidem fecit quem legitime habeo iactivo aut^{h)} admallatum⁵⁸⁶⁾ in hoc quod lex Salica continet. Ego super me et furtuna mea pono⁵⁸⁷⁾ quod securus mitteⁱ⁾ in^{k)} furtuna sna manum. Et dicat de qua causa aut quantum ei fidem fecerat. Tunc grafio collegat^{l)} secum septem rachineburgius⁵⁸⁸⁾ idoneos^{m)} et sic cum eos ad casaⁿ⁾ illius qui [fidem]^{o)} fecit^{p)} ambulet et dicat^{q)}: Qui ad praesens es^{r)}, voluntatem⁵⁸⁹⁾ tuam solve homine isto quod ei fidem fecisti; et^{s)} elege tu duos^{t)} quos volueris^{u)} 540) cum^{v)} rachineburgius istos de quo solvere habeas adpreciare debeant^{w)} v), [et]^{x)} haec quae debet^{y)}

a) „sup.“—нѣтъ въ остальных. Codd.

b) „leg.“—нѣтъ Wolf.; „legitimum“—Münch., III, Em.; „legitime factum“—9653, II, Her.

c) „cuius“—9653, II, III.

d) „manent“—нѣкот. изъ III.

e) „accipiat“—нѣкот. изъ III, Her., Em.

f) „rogo tibi, quia“—вставл. III, Her., Em.

g) „denominatus qui“—приб. нѣкот. изъ III, Em.; „qui“—приб. остальных. Codd.

h) „iact. aut“—нѣтъ Münch., 9653, II, Her.; „iactibus“—Wolf.; „adiectivum et“—III; „adiactivum vel“—Em.

i) „mitto“—Münch., 9653, III, Her., Em.

k) „super“—Münch., III, Her.

l) „rogat“—II, Her.; „congreget“—Em.

m) „id.“—нѣтъ Wolf., 9653, II, Her.

n) „domum“—Wolf., 9653, II.

o) „fid.“—нѣтъ 4404.

p) вмѣсто „qui.... fec.“, Her. даетъ—„fideiussoris“.

q) „roget“—Wolf., III, Her., Em.

r) „si praesens est“—даютъ Wolf., Münch., 9653, II, III, Her., Em.

s) „et.... deb.“—нѣтъ Em. и нѣкот. изъ III.

t) „ex his“—приб. Her.

u) „idoneos“—приб. Wolf., Münch., 9653, II, III.

v) вмѣсто „cum.... deb.“, Her. даетъ: „quibus cum quod solvere debes adpreciato“.

w) „et“—нѣтъ 4404.

x) „debes“—Wolf., Münch., 9653, II, III, Her.

secundum iustum praecium satisfaciatis ^{a)}). Quod si audire ^{b)} noluerit praesens aut absens, tunc ^{c)} rachineburgii praecium quantum valuerit debitus quod debet, hoc de furtuna sua illi tollant et de ^{d)} ipsa secundum legem quae debet ^{e)} ⁵⁴¹), duas partes cuius causa est ^{e)}, tertia parte grafio frito ⁵⁴²) ad se ^{f)} recolligat, si tamen fritus iam ante de ipsa causa non fuit solutus.

§ 4. Si grafio rogitus ^{g)} fuerit ^{h)} et sunnis ⁵⁴³) eum non tenuerit aut certa ⁱ⁾ ^{h)} ratio dominica ⁵⁴⁴) et si ^{j)} distulerit ut non ambulet neque in rem mittat qui ^{k)} cum legem et iustitiam exire ^{l)} debeat ^{m)}, de vita culpabilis ^{o)} ⁵⁴⁵) esse debet ^{o)} aut quantum valet se redemat.

LI ^{p)}).

§ 1. Si quis grafionem iniuste ^{q)} ⁵⁴⁶) ad res alienas tollendas invitatur et ^{r)} rogaverit ambulare ^{r)} et ^{s)} ^{t)} legitime eum iactivum aut admallatum ⁵⁴⁷) non habuerit ^{r)} aut ^{u)} fides ei facta [non] ^{v)} fuerit ^{v)} ^{t)}. VIII M. denarios qui faciunt solidos CC culpabilis iudicetur.

^{a)} „satisfacia“—Wolf.; „satisfacias“—II, III, Em.; „solve et satisfac“—Her.

^{b)} „tunc adimplere“—Em. и нѣкот. изъ III.

^{c)} „statim“—приб. нѣкот. изъ III, Her., Em.

^{d)} вмѣсто „de.... deb.“, Wolf., Münch., 9653, II (съ измѣненн. нѣск. выраж. и III, Em.), Her.: „de ipsam (illa) legem (quam debet)“.

^{e)} „ad se revocet“—приб. остальн. Codd.

^{f)} „ad se“—нѣтъ II.

^{g)} „invitatus“—III, Her., Em.

^{h)} „et non venerit“—приб. II, III, Her., Em.

ⁱ⁾ „certe“—II, III, Em.

^{k)} „causa vel“—приб. Münch.

^{l)} вмѣсто: „et si“, Her. даетъ: „eum non“.

^{m)} „qui... deb.“—нѣтъ Münch., III.

ⁿ⁾ „exigere“—Wolf., 9653, II, Her., Em.

^{o)} вмѣсто „culp.... deb.“, Münch., II, III, Her., Em.—„conponat“.

^{p)} 4404 не даетъ заглавія.

^{q)} „iniuste“—нѣтъ Wolf., II, Her.

^{r)} „et.... amb.“—нѣтъ Münch., 9653, II, III, Her., Em.

^{s)} вмѣсто „et.... hab.“, III, Em. даютъ—„antequam gasacium suum per (secundum—Em.) legem habeat mallatum“.

^{t)} вмѣсто „et.... fuer.“, разныя продолж.: „antequam mallatus fuerit aut fides ei facta fuerit“—Münch., 9653, III; „anteq. cum per legem habeat admallatum aut consecutum quod ei in mallo fidem fecisset“—Her.

^{u)} „aut.... fuer.“—нѣтъ Wolf., II, Em.

^{v)} „non“—нѣтъ 4404.

Add. 1 *). Ille qui grafionem rogat iniuste ^{b)} aliquid confiscaverit ^{c)} ⁵⁴⁸), solidos CC culpabilis indicetur.

§ 2. Si vero grafio invitatus ^{d)} ^{e)} supra lege aut debitum ^{f)} iustum aliquid amplius tollere praesumpserit aut se ^{g)} redimat aut de vita componet ⁵⁵⁰).

III. De rem pristita ⁵⁵¹).

§ 1. Si aliquis alteri aliquid prestiterit de rebus suis et ^{h)} ei noluerit reddere, sic eum debet admallare ⁵⁵²). Cum testibus ad domum ⁱ⁾ illius cui ^{k)} res suas praestetit accedat et ^{l)} sic contestetur: quia res meas noluisti reddere quem ^{m)} tibi praestiteram, in hoc eas teneas nocte proxima ⁿ⁾ ⁵⁵³) quod ^{o)} Saliga lex continet ^{p)}). Si ei solem collocit ^{q)} ⁵⁵⁴). Si nec tunc reddere noluerit, adhuc ^{r)} super septem noctes ^{s)} ei ^{t)} ^{u)} spacium dare debet: et ^{v)} ad septem noctes ad eum similiter ^{w)} contestetur ^{x)} ut nocte proxima in hoc ^{y)} quod lex Saliga habet ^{z)} res suas teneat ^{aa)}). Si ^{ab)} nec tunc voluerit reddere ^{ac)}, ad alias septem noctes

a) § дають—Wolf., Münch., 9653, II, III.

b) „iniuste“—нѣтъ Münch.

c) „infiscare“—Münch.

d) „inv.“—нѣтъ 9653, II.

e) „ad alterius causam“—приб. Her.

f) „aut deb.“—нѣтъ Wolf.

g) „wereguldum ⁵⁴⁸) suum“—Her.

h) „alius“—приб. Her.

i) „casa“—III.

k) „cuius“ (!)—4404.

l) „et.... coll.“—нѣтъ въ нѣкот. изъ III.

m) „quas“—въ остальных. Codd.

n) „ista“—9653.

o) „sicut“—нѣкот. изъ III.

p) „habet“—9653.

q) „adh... redd.“—нѣтъ III.

r) „similiter“—приб. Wolf., Münch., II, Her., Em.

s) „ei.... test.“—нѣтъ Wolf.

t) „ei.... sim.“—нѣтъ II, Em.

u) „et.... ten.“—нѣтъ Münch.; въмето этого пассажа Her. даетъ: „et si nec tunc voluerit reddere, ad alias sept. noct. similiter facere debet“.

v) „cum testior (!)“—4404.

w) „in hoc“—нѣтъ II; „secundum“—Em.

x) „continet“—II, Em.

y) „Si.... adcr.“—нѣтъ 9653.

ad eam ^{a)} similiter cum testibus ^{b)} veniat et tunc ei roget ut debitum suum reddat. Si ^{c)} nec tunc voluerit componere, solem ei collocit. Quod si per tres vices solem ei collocaverit, semper ^{d)} per singulas vices CXX denarii hoc est terni solidi ^{e)} ad debitum ^{f)} adcrecant ^{g)} ^{e)} ^{d)} ⁵⁵⁵). Et ^{h)} si nec tunc voluerit nec reddere nec fidem facere ⁵⁵⁶) reddendi ⁱ⁾ super ^{k)} debitum ei qui praestetit et ^{l)} super illos novem solidos qui per tres admonitiones adcreverunt, DC ^{l)} dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur adhuc ^{m)} amplius super debitum ^{k)} ⁿ⁾).

LIII. De manus ad ineum ⁿ⁾ ⁵⁵⁷) redemendam.

§ 1. Si quis ad hineum admallatus fuerit ⁵⁵⁸), forsitan ^{o)} convenit ^{p)} ⁵⁵⁹), ut ille qui admallatus est ^{q)} manum suam redemat et iuratores ⁵⁶⁰) debat dare ^{r)}; si talis causa est unde legitimi ^{r)} DC denarii qui faciunt solidos XV ⁵⁶¹) si adprobatu^s ^{s)} fuerit reddere debuerat ^{t)}. CXX dinarios hoc est solidos III ^{u)} ⁵⁶²) manum suam redemat.

§ 2. Si plus ^{v)} ⁵⁶³) ad ^{w)} manum redemendum ^{x)} dederit, fri-

- a) вмѣсто „ad eum“, III—„adhuc“.
b) „ei.... test.“—нѣтъ Wolf.
c) „Si.... ader.“—нѣтъ II, Em.
d) „semp.... ader.“—нѣтъ Her.
e) „hoc est per singulas admonicionis“—приб. Wolf.
f) „ad deb.“—нѣтъ Wolf., нѣкот. изъ III.
g) „Si.... ader.“—нѣтъ 9653.
h) „Et.... deb.“—нѣтъ въ нѣкот. изъ III.
i) „redd.“—нѣтъ III, Her.
k) „super.... et“—нѣтъ Her.
l) „sol. XXIV culp. iud.“—кончаетъ Wolf.
m) „adh.... deb.“—нѣтъ Münch., II, III, Her., Em.
n) вмѣсто „ad in.“, 4404 даетъ—„idoneum (!)“. Ср. пр. w на сл. стр.
o) „et postea inter eos“—даютъ нѣкот. изъ III.
p) „conv.... est“—нѣтъ Wolf.
q) вмѣсто „deb. d.“, всѣ остальн. Codd.—„donet.“
r) „legitime“—Wolf., Münch., 9653, II, Her., Em.
s) „convictus“—Her., Em.
t) вмѣсто „redd. deb.“, Wolf.—„componat“; Münch., 9653—„debeat“; II, III, Her., Em.—„componere deb.“
u) „ultime“—приб. Wolf.; „ultimam“—приб. 9653.
v) „amplius“—III, Her.
w) „ad.... red.“—нѣтъ III.

tus *) ⁵⁶⁴⁾ grafione *) ⁵⁶⁵⁾ solvatur quantum *) de causa illa si convictus fuisset *).

§ 3. Si vero *) fuerit causa que †) XXXV †) solidus, si adprobatus fuisset, [poterat] †) culpabilem iudicare, et si convenerit ut manum suam redimat †), CCXL dinarios †) qui faciunt solidos VI manum suam redemat.

§ 4. Quod si amplius dederit, fretus grafione †) solvatur quantum *) de causa illa si convictus fuisset erit redditurus *). Ista *) redemptio de manu redemenda usque ad leudem ⁵⁶⁶⁾ sic permanet *).

Add. 1 †). Si maior culpa fuerit de qua †) LXII solidos et semissem posset iudicare †) et convenit ut manum suam redimat, XV solidos manum suam redemat.

Add. 2 †). Quod si amplius dederit, fretus graphioni †) solvatur tamquam *) si de causa illa fuisset adprobatus. Ista redemptio usque ad leodem permaneat.

§ 5. Si vero leodem †) alteri impotaverit et eum ad hinneum *)

a) „exinde“—приб. Her.

b) „gr.“—нѣтъ III; „grafioni“—остатки. Codd.

c) „tanquam“—III, Em.

d) „redditurus erit“—приб. Wolf., Münch., 9653; „debuerat esse redditurus“—приб. II.

e) „talis“—приб. II, Em.; „maior“—приб. III, Her.

f) „unde“—II, III, Her.; „de qua“—Em.

g) XXX—Wolf., Münch., Her.

h) „pot.“—нѣтъ 4404.

i) „et iuratores donet“—приб. одна изъ II, Em.

k) „sol. V“—Münch.; „sol. IX“—одна изъ II, Em.

l) „gr.“—нѣтъ III, Her.

m) „tanquam“—Em.

n) „er. redd.“—нѣтъ III, Her., Em.

o) „Ista.... perm.“—нѣтъ III; II, Her., Em. прибавл. данн. пассажъ въ другомъ мѣстѣ (см. Add. 2).

p) § даютъ—II, Her., Em.

q) „unde si probatus fuisset“—дастъ Her.; „de qua si convictus fu.“—Em.

r) вмѣсто „poss. iud.“, Her.—„culp. iud.“; Em.—„solvere deberet“.

s) § даютъ—II, Her., Em.

t) „exinde“—приб. Her.

u) „quantum“—Her.

v) „alter“—приб. Wolf., Münch., 9653, Em.

w) вмѣсто „ad hinn.“ одна изъ III—„edoneum“.

admallatum habuerit et cumvenerit ^{a)} [ut] ^{b)} ioratores ^{c)} donet et ^{c)} manum suam redemat, MCC dinarios qui faciunt solidos XXX ⁵⁶⁷⁾ manum suam redemat ^{d)}).

§ 6. Quod si amplius ^{e)} ^{f)} dederit, fretus de leodem ^{g)} grafionem solvat ^{h)}).

LIV. De grafione ⁵⁶⁸⁾ occisum.

§ 1. Si quis grafionem occiderit, XXIV M. dinarios qui faciunt solidos DC ⁵⁶⁹⁾ culpabilis iudicetur.

§ 2. Si quis sacebarone ⁱ⁾ ⁵⁷⁰⁾ aut obgrafionem ^{k)} ⁵⁷¹⁾ occiderit qui puer regius fuit, XII M. dinarios qui faciunt solidos CCC culpabilis iudicetur.

§ 3. Si quis sacebarone qui ingenuus ^{l)} ^{m)} est occiderit, XXIV M. dinarios qui faciunt solidos DC culpabilis iudicetur.

§ 4 ⁵⁷³⁾. Sacibaronis vero in singulis mallibergiis ⁿ⁾ ^{o)} ⁵⁷⁴⁾ plus quam tres non ^{p)} debent esse, et ^{q)} de ^{r)} causas ^{s)} aliquid ^{t)} de quod eis

^{a)} „voluerit“—III.

^{b)} „ut“—нѣтъ 4404.

^{c)} „iur.... et“—нѣтъ Her.

^{d)} „redemere potest.“—Wolf.

^{e)} „plus“—Wolf., 9653.

^{f)} „aliquid“—приб. Wolf., Münch., 9653.

^{g)} „de leod.“—нѣтъ II; „de ipsa lege“—III.

^{h)} „tamquam si de ipsa causa convictus extitisset“—приб. Em.

ⁱ⁾ „sagibaronem“—многѣ изъ III. Em.

^{k)} „aut obgr.“—нѣтъ Wolf., Münch., II. Em.; „et grafionem“—даеть 9568 „aut graffionem“—III, Her.

^{l)} вмѣсто „qui ing. est.“ 9653 даеть—„ingenuum“.

^{m)} „et se sacebarone posuit“ ⁵⁷²⁾—приб. Münch., II. Em.; „et se vel alium sacebaronem pos.“—Her.

ⁿ⁾ „mallis“—III.

^{o)} „id est plebs quae ad unum mallum convenire solet“—приб. Em.

^{p)} „non“—нѣтъ Wolf.

^{q)} „si“—приб. Münch., 9653, III, Her., Em.

^{r)} „de“—нѣтъ въ нѣкот. изъ III, Em.

^{s)} „causa“—все остальн. Codd.

^{t)} вмѣсто „aliqu.... dix.“, разные варианты: „de quid de quod fortasse dixerint“—Wolf.; „aliquid id est quod eis solvitur factum dixerit“—Münch.; „aliquid de quod ei solvitur factum dixerit“—9653; „unde eis aliqu. solv. et sanum dixerint“—II; „aliqua ante illos aliqu. fact. fuerit“—одни изъ III; „aliqua ante illos legibus („secundum legem“—Em) fuerit definita“—друг. изъ III. Em.; „illi aliquid sanum dixerint“—Her.

1581. Подобная № 1579. На Rv. за Ромою: щитъ и мечъ.
Ag. 4. Coh. II, 147, № 388.
1582. Подобная № 1581. Ag. 4.
1583. Подобная № 1579. На Av. бюстъ въ плащѣ.
Ag. 4. Coh. II, 147, № 389.
1584. Подобная № 1579. На Rv. Рома стоитъ налѣво.
Ag. 4. Coh. II, 147, № 391.
1585. Подобная № 1584. Ag. 4 $\frac{1}{2}$.
1586. Av. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ, панцырѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
Rv. Человѣкъ лежитъ налѣво, держитъ якорь и облокачивается на дельфина. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 147, № 393.
1587. Av. Подобный № 1586.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ головы солнца и луны.
Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 148, № 396.
1588. Av. Подобный № 1568.
Rv. Женщина стоитъ en face, поднявъ обѣ руки. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 148, № 397.
1589. Подобная № 1588. Ag. 4.
1590. Подобная № 1587. На Rv. Женщина обращена направо.
Ag. 4. Coh. II, 148, № 398.
1591. Av. Бюстъ Адріана въ панцырѣ и лавровомъ вѣнкѣ направо.
Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣсы и рогъ изобилія.
Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 149, № 400.
1592. Подобная № 1591. На Av. бюстъ въ плащѣ.
Ag. 4. Coh. II, 149, № 402.
1593. Av. Подобный № 1591.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и копье. P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4 $\frac{1}{2}$ Coh. II, 149, № 403.
1594. Av. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.

- Rv. Побѣда стоитъ направо, держитъ трофей. Leg: P. M. TR.
P. COS. III.
Ag. 3. Coh. II, 149, № 408. Quin.
1595. Av. Подобный № 1592.
Rv. Побѣда стоитъ направо, держитъ трофей. Leg: P. M. TR.
P. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 150, № 411.
1596. Подобная № 1595. Ag. 4 $\frac{1}{2}$.
1597. Av. Подобный № 1592.
Rv. Побѣда сидитъ налѣво, держитъ вѣнецъ и пальму. Leg: P.
M. TR. P. COS. III.
Ag. 3. Coh. II, 150, № 416. Quin.
1598. Av. Подобный № 1594.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и жезлъ. Leg: P.
M. TR. P. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 150, № 417.
1599. Av. Подобный № 1594.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ статую побѣды и вѣтку.
Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 151, № 421.
1600. Av. Подобный № 1591.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу. Leg: P. M. TR.
P. COS. III.
Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 151, № 423.
1601. Подобная № 1600. Ag. 4.
1602. Av. Подобный № 1594.
Rv. Женщина идетъ налѣво, держитъ цвѣтокъ и приподы-
маетъ платье. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 152, № 427.
1603. Av. Подобный № 1594.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ шанку и вѣтку. Leg:
P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. VII, 120, № 51.
1604. Av. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнчѣ направо. Leg: IMP.
CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
Rv. Женщина, опираясь на колонну, стоитъ налѣво, держитъ
руль и рогъ изобилія. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 152, № 428.

1605. Подобная № 1604. Ag. 4.

1606. Ав. Подобный № 1604.

Rv. Воинъ стоитъ налѣво, держитъ руль, поставленный на шаръ,
и копье. Leg: P. M. TR. P. COS. III.

Ag. 4. Coh. II, 152, № 430.

1607. Подобная № 1606. Ag. 4^{1/2}.

1608. Ав. Подобный № 1604.

Rv. Корабль плыветъ направо. Leg: P. M. TR. P. COS. III.

Ag. 4. Coh. II. 152, № 434.

1609. Подобная № 1608. На Ав. Бюстъ въ плащѣ.

Ag. 4. Coh. II, 152, № 435.

1610. Ав. Подобный № 1609.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, указываетъ на шаръ, лежащій
у ея ногъ, и держитъ жезлъ. Въ полѣ: PRO.—AVG. Leg:
P. M. TR. P. COS. III.

Ag. 4. Coh. II, 153, № 439.

1611. Ав. Подобный № 1604.

Rv. Подобный 1610—женщина прислонена къ колоннѣ.

Ag. 4. 153, № 440.

1612. Подобная № 1611. Ag. 4.

1613. Ав. Голова Адриана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS.
III. P. P.

Rv. Подобный № 1611. Leg: PROVIDENTIA. AVG.

Ag. 4 Coh. II, 153, № 442.

1614. Подобная № 1613. Ag. 4.

1615. Ав. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HA-
DRIANVS. AVG. COS. III. P. P.

Rv. Подобный 1613.

Ag. 4. Coh. II, 154, № 443.

1616. Ав. Подобный № 1615.

Rv. Адрианъ стоитъ направо, приподымая колѣнопреклонен-
ную женщину съ головою, покрытою слоновимъ хоботомъ;
между ними два колоса.. Leg: RESTITVTORI AFRICAE.

Ag. 4. Coh. II, 154, № 449.

1617. Ав. Подобный № 615.

Rv. Адрианъ стоитъ направо, приподымая женщину колѣно-
преклоненную; Leg: RESTITVTORI. GALLIAE.

Ag. 4. Coh. II, 154, № 450.

1618. Ав. Подобный 1615.

Rv. Адрианъ стоитъ налѣво, приподымая колѣнопреклоненную женщину. Leg: RESTITVTORI. HISPANIAE.

Ар. 4. Coh. II, 155, № 455.

1619. Ав. Подобный № 1613.

Rv. Рома въ шлемѣ сидитъ налѣво, держитъ палладіумъ и копье; сзади щитъ. Leg: ROMAE. AETERNAE.

Ар. 4. Coh. II, 156, № 461.

1620. Подобная № 1619. Ар. 4.

1621. Ав. Подобный № 1615.

Rv. Рома въ шлемѣ сидитъ налѣво, держитъ вѣтку и жезлъ. Leg: ROMA, FELIX.

Ар. 4. Coh. II, 156, № 464.

1622. Ав. Голова Адриана направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.

Rv. Подобный № 1621. Въ концѣ легенды: COS. III. P. P.

Ар. 4. Coh. II, № 465.

1623. Ав. Подобный № 1615.

Rv. Воинъ идетъ направо, держитъ копье и трофей. Leg: ROMVLO. CONDITORI.

Ар. 4½. Coh. II, 157, № 469.

1624. Подобная № 1623. Ар. 4½.

1625. Подобная № 1623. На Ав. Голова обращена налѣво.

Ар. 4. Coh. II, 157, № 470.

1626. Ав. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и копье; у ногъ ея жертвенникъ. Въ полѣ: SAL.—AVG. Leg: M. TR. P. COS. III.

Ар. 4. Coh. II, 157, № 473.

1627. Ав. Подобный № 1626.

Rv. Женщина сидитъ налѣво, кормитъ изъ чаши змѣю, обвивающую вокругъ жертвенника. Внизу: SAL. AVG. Leg: P. M. TR. P. COS. III.

Ар. 4. Coh. II, 157, № 475.

1628. Ав. Подобный № 1615.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ; у ногъ ея жертвенникъ. Leg: SALVS. AVG.

Ар. 4. Coh. II, 158, № 476.

1629. Подобная № 1628. Ag. 4.
1630. Av. Подобный № 1613.
Rv. Женщина стоит направо, кормить змѣю, обвитую вокруг жертвенника. Leg: SALVS. AVG.
Ag. 4. Coh. II, 158, № 479.
1631. Подобная № 1630. Ag. 4.
1632. Av. Бюсть Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.
Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, кормить змѣю, обвитую вокруг жертвенника. Внизу: SALVS. AVG. Leg: P. M. TR. P. COS. II.
Ag. 4. Coh. II, 158, № 482. Годъ 118.
1633. Подобная № 1632. Ag. 4.
1634. Подобная № 1632. На Rv. въ концѣ легенды: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 159, № 486.
1635. Подобная № 1634. Ag. 4^{1/2}.
1636. Av. Бюсть Адриана въ плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, облокотившись на спинку кресла.
Leg: SEC.....COS. III. P. P.
Ag. 4. Coh. II, 159, № 491.
1637. Av. Голова Адриана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ цвѣтокъ и приподымаетъ платье. Leg: SPES. P. R..
Ag. 4. Coh. II, 160, № 493.
1638. Av. Подобная № 1637. На головѣ лавровый вѣнокъ.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ плугъ и выреку; за нею два колоса. Leg: TELLVS. STABIL.
Ag. 4 Coh. II, 160, № 495.
1639. Подобная № 1638. Ag. 4.
1640. Подобная № 1638. На Av. нѣтъ вѣнка. Ag. 4.
1641. Av. Голова Адриана направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ жезлъ и облачивается на колонну. Leg: TRANQVILLITAS. AVG. COS. III. P. P.
Ag. 4. Coh. II, 160, № 500.
1642. Подобная № 1641. На Av. на головѣ лавровый вѣнокъ. На Rv. въ концѣ легенды нѣтъ: P. P.

Ар. 4. Coh. II, 160, № 501.

1643. Ав. Подобный № 1637.

Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ статую побѣды и вѣны.

Leg: VENERIS. FELICIS.

Ар. 4 Coh. II, 161, № 505.

1644. Подобная № 1643, Ар. 4.

1645. Ав. Подобный № 1640.

Rv. Побѣда стоитъ направо, держитъ вѣтку. Leg: VICTORIA. AVG.

Ар. 4. Coh. II, 161, № 509.

1646. Подобная № 1645. Ар. 4.

1647. Ав. Подобный № 1637.

Rv. Побѣда сидитъ налѣво, держитъ вѣнецъ и пальму. Leg: VICTORIA. AVG.

Ар. 4. Coh. II, 162, № 515.

1648. Подобная № 1647. Ар. 4.

1649. Ав. Подобный № 1637.

Rv. Адрианъ въ тогѣ сидитъ налѣво, держитъ чашу надъ жертвенникомъ. Leg: VOTA. PVBLICA.

Ар. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 163, № 519.

1650. Подобная № 1649. Ар. 4 $\frac{1}{2}$.

1651. Ав. Бюстъ Траяна въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.

Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.

Rv. Женщина стоитъ направо, поднимая обѣ руки. Въ погѣ: VOT.—PVB. Leg: P. M. TR. P. COS. II.

Ар. 4. Coh. II, 163 № 523. Годъ 118.

1652. Подобная № 1651. Ар. 4 $\frac{1}{2}$.

1653. Подобная № 1651. На Rv. въ концѣ легенды: COS. III.

Ар. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 163 № 525.

1654. Подобная № 1653. Ар. 4 $\frac{1}{2}$.

1655. Ав. Голова Адриана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.

Rv. Адрианъ стоитъ на эстрадѣ налѣво; внизу эстрады три солдата несутъ знамена. S. C. Leg: ADLOCVTIO.

Ае. 11. Coh. II, 172 № 577.

1656. Ав. Бюстъ Адриана въ плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS.. III. P. P.

Rv. Адріанъ стоитъ направо, протянувъ руки впередъ; передъ нимъ женщина, держащая чашу и знамя; между ними пылающій жертвенникъ. Leg: ADVENTVI. AVG. MAVRI-TANIAE. S. C.

Ае. 9. Coh. II, 177, № 615.

1657. Подобная № 1656. Ае. 9.

1658. Подобная № 1656. Ае. 7 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 177, № 619.

1659. Ав. Подобный № 1656.

Rv. Адріанъ въ тогѣ стоитъ налѣво, подаетъ руку стоящей передъ нимъ Ромѣ, которая держитъ копье. Leg: ADVEN-.....S. C.

Ае. 8 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 179, № 629.

1660. Подобная № 1659. На Rv. Leg: ADVENTVS. AVG. S. C.

Ае. 6 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 179, № 631.

1661. Подобная № 1660. На Ав. голова въ лавровомъ вѣнкѣ.

Ае. 7. Coh. II, 179, № 633.

1662. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.

Rv. Рома въ шлемѣ сидитъ направо на панцырѣ и щитѣ, держитъ копье, подаетъ руку стоящему передъ ней Адріану; подъ ногами ея шлемъ. S. C. Внизу: ADVENTVS. AVG. Leg: PONT. MAX. TR. POT. COS.. II.

Ае. 7. Coh. II, 180, № 635. Годъ 118.

1663. Подобная № 1662. На Ав. Бюстъ въ лучистой коронѣ.

Ае. 7. Coh. II, 180, № 636. Годъ 118.

1664. Подобная № 1663. Ае. 7.

1665. Ав. Голова Адріана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.

Rv. Человѣкъ лежитъ налѣво, держитъ сестрѣ. У ногъ его ибисъ стоитъ на колонкѣ. Leg: AEGVPTOS—S. C.

Ае. 7. Coh. II, 180, № 638.

1666. Подобная № 1665. На Rv. вѣтъ ибиса.

Ае. 9. Coh. II, 180, № 643.

1667. Ав. Подобный № 1665.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣсы и жезлъ. S. C. Leg: AEQVITAS. AVG.

Ае. 9. Coh. II, 181, № 646.

1668. Подобная № 1667. Ае. 9.

1669. Подобная № 1667. Ae. 7. Coh. II, 181, № 647.
1670. Av. Бюстъ Адріана въ лучистой коронѣ и плащѣ направо.
Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.
P. M. TR. P. COS. III.
Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ головы солнца и луны.
S. C. Leg: AETERNITAS. AVGVSTI.
Ae. 7. Coh. II, 181, № 650.
1671. Подобная № 1670. Ae. 7.
1672. Av. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо. Leg:
HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.
Rv. Женщина съ головою, покрытою слоновымъ хоботомъ, ле-
житъ налѣво, держитъ скорпіона и рогъ изобилія; у ногъ
ея корзина съ колосьями. Leg: AFRICA.—S. C.
Ae. 7¹/₂. Coh. II, 182, № 654.
1673. Av. Подобный № 1673.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ два колоса и руль.
У ногъ ея: слѣва модіусъ съ колосьями; справа—ко-
рабль. S. C. Leg: ANNONA. AVG.
Ae. 7. Coh. II, 183, № 662.
1674. Av. Подобный № 1672.
Rv. Модіусъ; въ немъ четыре колоса и макъ. S. C. Leg: AN-
NONA. AVG.
Ae. 7¹/₂. Coh. II, 183, № 664.
1675. Av. Бюстъ Адріана въ лучистой коронѣ направо. Leg: IMP.
CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ два колоса и рогъ изо-
билія. S. C. Внизу: ANNONA. AVG. Leg: PONT. MAX.
TR. POT.....
Ae. 7 ¹/₂. Coh. II, 184, № 668. Годъ 118.
1676. Av. Подобный № 1675.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ рогъ изобилія. У ногъ
ея справа модіусъ съ колосьями и макомъ и корабль.
Внизу: ANNONA. AVG. Leg: PONT. MAX. TR. POT.
COS. II.
Ae. 9. Coh. II, 184, № 672. Годъ 118.
1677. Av. Подобный № 1672.
Rv. Женщина въ коронѣ изъ зубцевъ стѣны стоитъ налѣво,
держитъ изображеніе горы изнамя. S. C. Leg: CAPPADOCIA.

Ае. 8. Coh. II, 185, № 681.

1678. Подобная № 1677. На Ав. на бюстѣ нѣтъ вѣнка и плаща.

Ае. 7. Coh. II, 185, № 682.

1679. Ав. Подобный № 1672.

Rv. Адрианъ стоитъ на эстрадѣ налѣво; передъ нимъ четыре
воина со знаменами. Leg: изглажена.

Ае. 9¹/₂. Coh. II, 187, № 695.

1680. Ав. Бюстъ Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP.
CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG. P. M. TR.
P. COS. III.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ два знамени. Leg: CON-
CORDIA. EXERCITVVM.—S. C.

Ае. 10¹/₂. Coh. II, 189, № 707.

1681. Ав. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HA-
DRIANVS. AVGVSTVS.

Rv. Янусъ стоитъ en face, держитъ жезль. S. C. Leg: COS. III.

Ае. 7. Coh. II, 189, № 711.

1682. Ав. Подобный № 1681.

Rv. Нептунъ стоитъ налѣво, наступая на корабль, держитъ
цвѣтокъ и трезубецъ. S. C. Leg: COS. III.

Ае. 9¹/₂. Coh. II, 190, № 715.

1683. Подобная № 1682. На Rv. Нептунъ держитъ дельфина и
жезль.

Ае. 9. Coh. II, 190, № 716.

1684. Ав. Подобный № 1681.

Rv. Женщина стоитъ en face, держитъ стрѣлу и лукъ. S. C.
Leg: COS. III.

Ае. 9¹/₂. Coh. II, 190, № 717.

1685. Ав. Подобный № 1681.

Rv. Рома въ шлемѣ сидитъ налѣво, держитъ статую побѣды
и рогъ изобилія; за нею лежитъ щитъ. Leg: COS. III.—
S. C.

Ае. 10. Coh. II, 190, № 718.

1686. Подобная № 1685. Ае. 9¹/₂.

1687. Подобная № 1685. На Rv. Рома держитъ статую побѣды и
копье.

Ае. 4¹/₂. Coh. II, 191, № 723.

1688. Ав. Подобный № 1681.

- Rv. Воинъ стоитъ налѣво, наступая на шлемъ, держать мечъ и копье. S. C. Leg: COS. III.
Ае. 10. Coh. II, 191, № 724.
1689. Ав. Подобный № 1681.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать иѣсы и жезлъ. S. C. Leg: COS. III.
Ае. 9. Coh. II, 191, № 725.
1690. Подобная № 1689. На Ав. Голова въ лучистой коронѣ.
Ае. 7. Coh. II, 191, № 726.
1691. Ав. Подобный № 1681.
Rv. Женщина стоитъ направо, держать колосья и корзинку съ плодами S. C. Leg: COS. III.
Ае. 7½. Coh. II, 191, № 728.
1692. Подобная № 1691. Ае. 7½.
1693. Ав. Подобный № 1681.
Rv. Женщина стоитъ направо, кормить изъ чаши змѣю. S. C. Leg: COS. III.
Ае. 7. Coh. II, 191, № 729.
1694. Подобная № 1693. Ае. 8.
1695. Ав. Подобный № 1690.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, кормить змѣю, обвитую вокругъ жертвенника. Leg: COS. III. S. C.
Ае. 7. Coh. II, 191, № 731.
1696. Ав. Подобный № 1690.
Rv. Пегазь скачетъ направо. S. C. Leg: COS. III.
Ае. 7. Coh. II, 193, № 744.
1697. Подобная № 1696. Ае. 7½.
1698. Ав. Подобный № 1681.
Rv. Лира. S. C. Leg: COS. III.
Ае. 4. Coh. II, 193, № 748.
1699. Ав. Подобный № 1681.
Rv. Корабль съ кормчимъ и гребцами плыветъ направо. Leg: COS. III. — S. C.
Ае. 7. Coh. II, 194, № 750.
1700. Подобная № 1699. Ае. 7.
1701. Ав. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ADRIANVS. AVGVSTVS. P. P.
Rv. Три знамени. S. C. Leg: COS. III.

Ае. 4. Coh. II, 194, № 752.

1702. Ав. Подобный № 1701. Въ концѣ легенды нѣтъ Р. Р.

Рv. Женщина въ шлемѣ стоитъ направо, держитъ копье и рогъ изобилія. S. C. Leg: COS. III. Р. Р.

Ае. 7. Coh. II, 194, № 754.

1703. Ав. Бюстъ Адріана въ плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.

Рv. Адріанъ верхомъ скачетъ направо. S. C. Leg: COS. III. Р. Р.

Ае. 8. Coh. II, 194, № 755.

1704. Ав. Подобный № 1702.

Рv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и жезль. S. C. Leg: COS. III. Р. Р. CLEMENTIA. AVG.

Ае. 8. Coh. II, 195, № 766.

1705. Ав. Бюстъ Адріана въ плащѣ налѣво. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.

Рv. Женщина сидитъ налѣво на скалѣ, держитъ знамя. S. C. Внизу: DACIA.

Ае. 8. Coh. II, 196, № 772.

1706. Ав. Подобный № 1702.

Рv. Подобный № 1705.

Ае. 8. Coh. II, 197, № 774.

1707. Подобная № 1706. Ае. 7.

1708. Ав. Бюстъ Адріана въ плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. Р. Р.

Рv. Адріанъ идетъ направо, за нимъ слѣдуютъ четыре воина съ знаменами. Leg: изглажена (Disciplina. Aug.).

Ае. 9. Coh. II, 197, № 779.

1709. Ав. Подобный № 1708. Бюстъ въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ.

Рv. Адріанъ верхомъ направо; передъ нимъ стоятъ три воина со знаменами. Leg: изглажена (Exerc. Noricus).

Ае. 9 Coh. II, 201, № 801.

1710. Ав. Подобный № 1709.

Рv. Адріанъ верхомъ налѣво; передъ нимъ стоятъ три воина со знаменами. Leg: EXERCITVS.—S. C. Внизу: SVRIACVS.

Ае. 9. Coh. II. 203, № 812.

1711. Ав. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.

- Rv. Адріанъ скачетъ верхомъ налѣво, приподымая руку, и держитъ копье. S. C. Внизу: EXPED. AVG. Leg: COS. III. Ae. 9. Coh. II, 203, № 813.
1712. Av. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.
- Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ колосья и копье. S. C. Leg: FELICITAS. AVG. Ae. 9. Coh. VII, 126, № 92.
1713. Подобная № 1712. Ae. 9.
1714. Av. Подобный № 1709.
- Rv. Женщина стоитъ налѣво держитъ кадуцей и рогъ изобилія. S. C. Leg: FELICITAS. AVG. Ae. 7¹/₂. Coh. VII, 126, № 89.
1715. Подобная № 1712. Ae. 7. Coh. II, 205, № 825.
1716. Av. Подобный № 1709.
- Rv. Адріанъ стоитъ направо, подаетъ руку женщинѣ, стоящей передъ нимъ и держащей кадуцей. Leg: FELICITAS. AVG. S. C. Ae. 9. Coh. II, 205, № 827.
1717. Подобный № 1716. Ae. 9.
1718. Подобная № 1716. Ae. 7. Coh. II, 205, № 828.
1719. Подобная № 1716. На Av. вмѣсто бюста—голова. Ae. 7. Coh. II, 205, № 829.
- 1720 Av. Бюстъ Адріана въ плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.
- Rv. Корабль съ кормчимъ и гребцами плыветъ направо; на кормѣ его акростоліумъ, S. C. FELICITATI. AVG. Внизу: COS. III. P. P. Ae. 8. Coh. II, 206, № 838.
1721. Av. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.
- Rv. Корабль съ кормчимъ и гребцами плыветъ направо. На носу его два знамени. S. C. Leg: FELICITATI. AVG. Внизу: COS. III. P. P.. Ae. 9¹/₂. Coh. II, 208, № 245.
1722. Подобная № 1721. На Rv. на носу корабля—акростоліумъ, на кормѣ—наклоненная мачта. Ae. 9. Coh. II, 209, № 858.

1723. Подобная № 1722. На Ав. бюсть безъ вѣнка. Ae. 9.

1724. Ав. Подобный № 1720.

Rv. Корабль съ гребцами плыветъ направо. S. C. Leg: FELICITATI. AVG. Внизу: COS. III. P. P.

Ae. 7. Coh. II, 210, № 861.

1725. Подобная № 1724. Ae. 7.

1726. Ав. Бюсть Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.

Rv. Корабль съ гребцами плыветъ направо. На носу поставлены два знамена. S. C. Въ полѣ: FELICITATI.—AVG. Внизу: COS. III. P. P.

Ae. 9 Coh. II, 211, № 868.

1727. Подобная № 1726. На Rv. на кормѣ человекъ стоитъ направо. Ae. 9.

1728. Подобная № 1726. На Ав. Бюсть обращенъ налево.

Ae. 9. Coh. II, 211, № 869.

1729. Ав. Подобный № 1726.

Rv. Корабль съ гребцами плыветъ направо: на носу его водружены два знамена, на кормѣ изображено морское чудовище. На распушенномъ парусѣ: FELIC. AVG. Внизу: COS. III. P. P.

Ae. 7. Coh. II, 212, № 873.

1730. Ав. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.

Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ два колоса и корзину съ плодами. S. C. Leg: FIDES. PABLICA.

Ae. 8½. Coh. II, 213, № 879.

1731. Ав. Подобный № 1730.

Rv. Женщина стоитъ налево, держитъ руль и рогъ изобилія. S. C. Leg: изглажена.

Ae. 9. Coh. II, 214, № 882.

1732. Подобная № 1731. На Rv. Leg: FORTVNA. AVG.

Ae. 7. Coh. II, 214, № 883.

1733. Ав. Бюсть Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.

Rv. Женщина стоитъ налево, держитъ чашу и рогъ изобилія. S. C. Leg: FORTVNA. AVG.

Ae. 9. Coh. II, 214, № 886.

1734. Подобная № 1733. На Ав. вмѣсто бюста—голова.
Ае. 7½. Coh. II, 214, № 887.
1735. Подобная № 1734. На Ав. вѣтъ лавроваго вѣнка. Ае. 7.
1736. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.
Leg: IMP. CAES. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
Рv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія.
S. C. Внизу: FORT. RED. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ае. 8. Coh. II, 215, № 900.
1737. Ав. Бюстъ Адріана въ лучистой коронѣ и плащѣ направо.
Leg: IMP. CAES. DIVI. TRA. PARTH. F. DIVI. NER.
NER. TRAIANO. HADRIANO. AVG.
Рv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія.
Внизу: FORT. RED.—S. C. Leg: PONT. MAX. TR. POT.
COS.
Ае. 7. Coh. II, 216, № 902. Годъ 117
1738. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP.
CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.
Рv. Подобный № 1737. S. C. въ полѣ; въ концѣ легенды:
COS. II.
Ае. 9½. Coh. II, 216, № 904. Годъ 118.
1739. Ав. Бюстъ Адріана въ лучистой коронѣ и плащѣ направо. Leg:
IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.
Рv. Подобный № 1738.
Ае. 7. Coh. II, 216, № 905. Годъ 118.
1740. Ав. Подобный № 1739. Въ легендѣ: TRAIAN. вмѣсто Trajanus.
Рv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія.
S. C. Leg: FORTVNAE REDVCI.
Ае. 7. Coh. II, 217, № 911.
1741. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо. Leg:
HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.
Рv. Адрианъ стоитъ направо, подаетъ руку стоящей передъ
нимъ женщинѣ. Leg: FORTVNAE. REDVCI.—S. C.
Ае. 9. Coh. II, 217, № 913.
1742. Подобная № 1741. Ае. 7. Coh. II, 217, № 914.
1743. Ав. Подобный № 1741.
Рv. Тоже, что на Ав.
Ае. 8, 218, № 921.
1744. Ав. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HA-

DRIANVS. AVGVSTVS. P. P.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, подаетъ пальму стоящему передъ нею мальчику и держитъ рогъ изобилія; за женщиною стоитъ дѣвочка. S. C. Внизу: COS. III. Leg: HILARITAS. P. R.

Ае. 10. Coh. II, 280, № 922.

1745. Подобная № 1744. Ае. 9¹/₂.

1746. Подобная № 1744. На Ав. Голова въ лучистой коронѣ.

Ае. 7. Coh. II, 219, № 921.

1747. Ав. Бюстъ Адріана въ плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.

Rv. Женщина лежитъ налѣво, опираясь на скалу, держитъ вѣтку. Leg: HISPANIA.—S. C.

Ае. 7. Coh. II, 219, № 926.

1748. Подобный № 1747. Ае. 7.

1749. Ав. Бюстъ Адріана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.

Rv. Юпитеръ сидитъ налѣво, держитъ молнію и жезлъ. Leg: IOVI. CVSTODI—S. C.

Ае. 9. Coh. II, 220, № 938.

1750. Ав. Бюстъ Адріана въ плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.

Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ. Leg: IVSTITIA. AVG. COS. III. P. P.

Ае. 9. Coh. II, 221, № 942.

1751. Подобная № 1750. Ае. 7. Coh. II, 221, № 943.

1752. Подобная № 1750. На Ав. Бюстъ обращенъ налѣво.

Ае. 7. Coh. II, 221, № 944.

1753. Подобная № 1752. Ае. 9. Coh. II, 221, № 945.

1754. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.

Rv. Адріанъ сидитъ на эстрадѣ налѣво; передъ нимъ сидитъ человѣкъ, дающій пособіе другому, стоящему на ступенкахъ эстрады; сзади стоящая женщина держитъ тессеру. Внизу: LIBERALITAS. AVG.—S. C. Leg: PONT. MAX. TR. POT. COS. III..

Ае. 9. Coh. II, 222, № 955.

1755. Av. Голова Адріана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS.
III. P. P.
Rv. Женина стоить налѣво, держить шапку и жезль. S. C.
Leg: LIBERTAS. PVBLICA.
Ае. 6 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 223, № 963. var.
1756. Av. Бюсть Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP.
CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG. P. M. TR.
P. COS. III.
Rv. Женина сидить налѣво, держить жезль. Leg: LIBER-
TAS. PVBLICA.—S. C.
Ае. 9 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 223, № 964.
1757. Av. Бюсть Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP.
CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.
Rv. Адрианъ сидить на эстрадѣ налѣво, протягивая руку же-
нинѣ, которая держить на рукѣ одно дитя и ведетъ за
руку другое. S. C. Внизу: LIBERTAS. RESTITVTA. Leg:
изглажена (Pont. Max. Tr. Pot. COS. III).
Ае. 9 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 224, № 965.
1758. Av. Бюсть Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HA-
DRIANVS. AVG. COS. III. P. P.
Rv. Человѣкъ идетъ налѣво, ведетъ коня за узду. Leg: MAV-
RETANIA.
Ае. 8 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 224, № 967.
1759. Av. Подобный № 1758. Бюсть безъ вѣнка въ плащѣ.
Rv. Человѣкъ идетъ направо, держитъ два дротика и ведетъ
коня за узду. Leg: MAVRETANIA—S. C.
Ае. 7. Coh. II, 225, № 972.
1760. Av. Бюсть Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.
Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG..
Rv. Женина стоить налѣво, держитъ вѣсы и рогъ изобилія.
S. C. Leg: MONETA. AVGVSTI.
Ае. 9. Coh. II, 225, № 974.
1761. Av. Подобный № 1758.
Rv. Человѣкъ лежитъ направо, облокотившись на скалу, дер-
житъ рогъ изобилія; подъ нимъ—крокодилъ. Leg: NI-
LVS.—S. C.
Ае. 7 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 226, № 985.
1762. Av. Подобный № 1758.

- Rv. Подобный № 1761. У ногъ лежащаго человека двое дѣтей.
 Ae. 9. Coh. II, 227, № 990.
1763. Av. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.
 Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.
 Rv. Женщина стоитъ en face; одна рука ея поднята, другая на груди; у ногъ ея жертвенникъ. Въ полѣ: PIE.—AVG.—
 S.—C. Leg: PONT. MAX. TR. POT. COS. III.
 Ae. 7. Coh. II, 228, № 999.
1764. Av. Бюстъ Адріана въ лучистой коронѣ и плащѣ направо:
 Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.
 P. M. TR. P. COS. III.
 Rv. Женщина въ покрывалѣ стоитъ направо, подымая правую руку; передъ нею жертвенникъ. S. C. Leg: PIETAS. AVGUSTI.
 Ae. 7. Coh. II, 229, № 1005.
1765. Подобная № 1764. Ae. 7.
1766. Av. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо.
 Leg: IMP. CAESAR. TRAIAN. HADRIANVS. AVG.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ колѣсы и факель.
 S. C. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
 Ae. 9. Coh. II, 230, № 1011.
1767. Подобная № 1766. Ae. 9.
1768. Av. Подобный № 1766.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и рогъ изобилія.
 S. C. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
 Ae. 7. Coh. II, 230, № 1015.
1769. Av. Подобный № 1766.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ цвѣтокъ и приподымаетъ платье. S. C. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
 Ae. 9½. Coh. II, 231, № 1016.
1770. Av. Подобный № 1766.
 Rv. Крылатая молнія. S. C. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
 Ae. 3½. Coh. II, 231, № 1021.
1771. Av. Подобный № 1766.
 Rv. Носъ корабля. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
 Ae. 4. Coh. II, 231, № 1023.

1772. Ав. Бюсть Адриана въ лавровомъ вѣнчѣ, плащѣ и панцирѣ направо. Leg: IMP. CAES. DIVI. TRA. PARTH. F. DIVI. NER. NEP. TRAIANO. HADRIANO. AVG.
Rv. Три знамена, увѣнчанныя: рукою, орломъ и вѣнцомъ. Leg: PONT. MAX. TR. POT. COS. II. S. C.
Ае. 7. Coh. II, 232, № 1027. Годъ 118.
1773. Ав. Бюсть Адриана въ лавровомъ вѣнчѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.
Rv. Юпитеръ сидитъ налѣво, держитъ статую победы и жезлъ. Leg: PONT. MAX. TR. POT. COS. III.—S. C.
Ае. 9. Coh. II, 232, № 1029.
1774. Подобная № 1773. Ае. 10.
1775. Ав. Подобный № 1773.
Rv. Юноша стоитъ направо, наступая на шаръ, держитъ жезлъ и рогъ изобилія. S. C. Leg: PONT. MAX. TR. POT. COS. III.
Ае. 7. Coh. II, 233, № 1031.
1776. Ав. Подобный № 1773. Бюсть безъ плаща.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ кадуцей и рогъ изобилія. S. C. Leg: PONT. MAX. TR. POT. COS. III.
Ае. 9. Coh. II, 234, № 1038.
1777. Подобный № 1776. На Ав. Бюсть въ плащѣ.
Ае. 9. Coh. II, 234, № 1039.
1778. Подобная № 1777. Ае. 9.
1779. Ав. Бюсть Адриана въ лавровомъ вѣнчѣ и плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.
Rv. Адрианъ стоитъ направо, приподымая колѣнопреклоненную женщину; между ними сосудъ, въ который положена пальма. Leg: RESTITVTORI. ACHIAE—S. C.
Ае. 7. Coh. II, 236, № 1051.
1780. Ав. Подобный № 1779. Бюсть безъ вѣнка.
Rv. Адрианъ стоитъ налѣво, приподымая колѣнопреклоненную женщину съ слоновымъ хоботомъ на головѣ; между ними три колоса. Leg: RESTITVTORI. AFRICAE.—S. C.
Ае. 9. Coh. II, 236, № 1053.
1781. Подобная № 1780. На Ав. Бюсть въ лавровомъ вѣнчѣ.
Ае. 7. Coh. II, 236, № 1054.
1782. Подобная № 1781. На Rv. Адрианъ стоитъ направо.

Ае. 9. Сph. II, 236, № 1056.

1783. Ав. Бюстъ Адріана въ плащѣ налѣво. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.

Рv. Адріанъ стоитъ направо, приподымая колѣнопреклоненную женщину. Leg: RESTITVTORI. ARABIAE.—S. C.

Ае. 9. Coh. II, 236, № 1057. var.

1784. Ав. Подобный № 1779.

Рv. Адріанъ стоитъ направо, приподымая колѣнопреклоненную женщину, держащую весло. Leg: RESTITVTORI. BITHYNIAE.—S. C.

Ае. 9. Coh. II, 237, № 1060.

1785. Ав. Подобный № 1779.

Рv. Подобный № 1783. Leg: RESTITVTORI. GALLIAE.—S. C.

Ае. 9. Coh. II, 237, № 1065.

1786. Ав. Подобный № 1779.

Рv. Адріанъ стоитъ налѣво, приподымая колѣнопреклоненную женщину, держащую вѣтку. Между ними — кроликъ. Leg: RESTITVTORI. HISPANIAE.—S. C.

Ае. 9¹/₂. Coh. II, 238, № 1069.

1787. Подобная № 1786. На Рv. у женщины вѣтъ вѣтки.

Ае. 8¹/₂. Coh. II, 238, № 1074.

1788. Подобная № 1787. Ае. 7. Coh. II, 238, № 1075.

1789. Ав. Подобный № 1779.

Рv. Женщина лежитъ налѣво, держитъ вѣтку. Leg: RESTITVTORI. HISPANIAE. S. C.

Ае. 9.

1790. Ав. Бюстъ Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG. P. M. TR. P. COS. III.

Рv. Адріанъ стоитъ налѣво, приподымая колѣнопреклоненную женщину, держащую шаръ. Leg: RESTITVTORI. ORBIS. TERRARVM.—S. C.

Ае. 9. Coh. II, 239, № 1083.

1791. Подобная № 1790. Ае. 10¹/₂.

1792. Ав. Подобный № 1779.

- Rv. Адрианъ стоитъ налѣво, приподымая колѣнопреклоненную женщину въ фригійской шапкѣ, держащую серпъ. Leg: RESTITVTORI. PHRVGIAE.—S. C.
Ae. 9. Coh. II, 240, № 1086.
1793. Av. Подобный № 1779.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, кормить змѣю, обвитую вокругъ жертвенника и держитъ жезлъ. S. C. Leg: SALVS. AVG.
Ae. 8½. Coh. II, 241, № 1096.
1794. Подобная № 1793. Ae. 6½. Coh. II, 241, № 1098.
1795. Av. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнцѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.
Rv. Подобный № 1793. Leg: SALVS. AVGVSTI. Внизу: COS. II.
Ae. 7. Годъ 118.
1796. Подобная № 1795. Ae. 7½.
1797. Подобная № 1795. На Rv. въ низу. COS. III.
Ae. 8. Coh. II, 242, № 1108.
1798. Av. Бюстъ Адриана въ лучистой коронѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG. P. M. TR. P. COS. III.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, наступая на шаръ, держитъ чашу и руль. S. C. Leg: SALVS. PVBLICA.
Ae. 7½. Coh. II, 242, № 1109.
1799. Av. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнцѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ стрѣлу и лукъ. S. C.
Ae. 9. Coh. II, 243, № 1112.
1800. Подобная № 1799. Ae. 8.
1801. Подобная № 1799. Ae. 7. Coh. II, 243, № 1113.
1802. Подобная № 1801. На Av. голова безъ вѣнца. Ae. 7.
1803. Av. Голова Адриана направо. Leg: изглажена.
Rv. Адрианъ стоитъ налѣво у входа въ храмъ; передъ нимъ стоитъ нѣсколько человѣкъ. S. C.
Ae. 9. Coh. II, 245, № 1131 (?).
1804. Av. Голова Адриана направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.

- Рv. Марсъ въ шлемѣ идетъ направо, держать копье и трофей.
S. C.
Ае. 10.
1805. Подобная № 1804. Ае. 10.
1806. Ав. Подобный № 1799.
Рv. Среди лавроваго вѣнка: S. C.
Ае. 6½. Coh. II, 246, № 1136.
1807. Подобная № 1806. Ае. 7.
1808. Ав. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнчѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.
Рv. Женщина сидитъ налѣво, облокотившись на лѣвую руку, держать жезль. S. C. Внизу: SECVR. AVG. Leg: PONT. MAX. TR. POT. COS. III.
Ае. 9½. Coh. II, 246, № 1138. var.
1809. Подобная № 1808. Ае. 9½.
1810. Ав. Бюстъ Адриана въ плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVG. COS. III. P. P.
Рv. Женщина идетъ налѣво, держать цвѣтокъ и приподымаетъ платье. S. C. Leg: SPES. P. R.
Ае. 8. Coh. II, 247, № 1144.
1811. Ав. Бюстъ Адриана въ плащѣ направо. Leg: HADRIANVS. AVGVSTVS.
Рv. Женщина стоитъ налѣво, опираясь на колонну, держать жезль. S. C. Leg: TRANQVILLITAS. AVG. COS. III. P. P.
Ае. 7. Coh. II, 249, № 1153.
1812. Ав. Бюстъ Адриана въ лавровомъ вѣнчѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG. P. M. TR. P. COS. III.
Рv. Победа идетъ направо, держать трофей. S. C. Leg: VICTORIA. AVGVSTI.
Ае. 9. Coh. II, 249, № 1154.
1813. Ав. Бюстъ Адриана въ лавровомъ вѣнчѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG.
Рv. Женщина въ шлемѣ идетъ налѣво, наступая на шлемъ, держать паразоніумъ и копье. Въ полѣ: VIRT.—AVG.—
S.—C. Leg: P. M. TR. P. COS. III.
Ае. 9 Coh. II, 249, № 1156.

1814. Ав. Бюстъ Адріана въ лучистой коронѣ и плащѣ направо. Leg: IMP. CAESAR. TRAIANVS. HADRIANVS. AVG. P. M. TR. P. COS. III.

Rv. Женщина въ шлемѣ сидитъ направо, наступая на шлемъ; держитъ паразоніумъ и копье. S. C. Leg: VIRTVTI. AVGVSTI.

Ag. 7½. Coh. II, 249, № 1157.

а) Сабина († 136).

Sabina Augusta, Hadriani Augusti (жена Адріана).

1815. Ав. Бюстъ Сабинны въ діадемѣ съ косою, направо. Leg: SABINA. AVGVSTA. HADRIANI. AVG. P. P.

Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу; подъ кресломъ рогъ изобилія; сзади статуя на пьедесталѣ. Leg: CONCORDIA. AVG.

Ag. 4½. Coh. II, 256, № 4.

1816. Подобная № 1815. Ag. 4½.

1817. Подобная № 1815. На Ав. Leg: SABINA. AVGVSTA. На Rv. сзади нѣтъ статуи.

Ag. 4. Coh. II, 256, № 5.

1818. Ав. Подобный № 1815.

Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу и жезль. Leg: CONCORDIA. AVG.

Ag. 4. Coh. II, 256, № 6.

1819. Ав. Бюстъ Сабинны въ діадемѣ съ косою, направо. Leg: SABINA. AVGVSTA.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, опираясь на колонну, держитъ чашу и рогъ изобилія. Leg: CONCORDIA. AVG.

Ag. 4. Coh. II, 256, № 10.

1820. Подобная № 1819. Ag. 4.

1821. Ав. Подобный № 1815.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и жезль. Leg: IVNONI. REGINAE.

Ag. 4. Coh. II, 257, № 17.

1822. Подобная № 1821. На Ав. Легенда: SABINA. AVGVSTA.

Ag. 4. Coh. II, 257, № 18.

1823. Подобная № 1822. На Ав. бюсть безъ косы. Ag. 4.
1824. Ав. Подобная № 1815.
Rv. Женщина въ покрывалѣ стоитъ налѣво. Leg: PVDICITIA.
Ag. 4. Coh. II, 258, № 22.
1825. Подобная № 1824. Ag. 4.
1826. Ав. Подобный № 1819.
Rv. Женщина стоитъ направо, поддерживаетъ платье и держитъ яблуко. Leg: VENERI. GENETRICI.
Ag. 4. Coh. II, 258, № 24.
1827. Подобная № 1826. Ag. 4.
1828. Ав. Подобный № 1815.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ палладіумъ и жезлъ.
Leg: VESTA.
Ag. 3½. Coh. II, 259, № 28.
1829. Ав. Бюсть Сабинны въ діадемѣ, съ косою, направо. Leg: SABINA. AVGVSTA.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, опираясь на колонну, держитъ чашу и двойной рогъ изобилія. S. C. Leg: CONCORDIA. AVG.
Ag. 7½. Coh. II, 260, № 41.
1830. Подобная № 1829. На Ав. Leg: SABINA. AVGVSTA. HADRIANI. AVG. P. P.
Ag. 8. Coh. II, 260, № 43.
1831. Ав. Подобный № 1830.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу и облакачивается на статую. Leg: CONCORDIA. AVG.—S. C.
Ag. 8. Coh. II, 261, № 46.
1832. Подобная № 1831. На Ав. вмѣсто діадемы,—вѣнокъ изъ колосьевъ.
Ag. 9. Coh. II, 261, № 50.
1833. Ав. Подобный № 1832.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ. S. C.
Leg: IVNONI. REGINAE.
Ag. 7. Coh. II, 262, № 56.
1834. Ав. Подобный № 1830.
Rv. Женщина въ покрывалѣ сидитъ налѣво. Leg: PVDICITIA.—S. C.
Ag. 9. Coh. II, 263, № 68.

1835. Подобная № 1834. На Ав. Бюсть обращенъ налѣво.
Ае. 7. Coh. II, 263, № 69.
1836. Ав. Подобный № 1830. Бюсть безъ носы.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ палладіумъ и жезлъ.
S. C.
Ае. 9. Coh. II, 263, № 70.
1837. Подобная № 1836. Ае. 7. Coh. VII, 263, № 71.
1838. Ав. Подобный № 1836.
Rv. Женщина сидитъ на корзинѣ налѣво, держитъ колосья и
горящій факель. Leg: S. C.
Ае. 10. Coh. II, 263, № 76.
1839. Подобная № 1838. Ае. 9.
1840. Подобная № 1838. Ае. 7. Coh. II, 264, № 77.
1841. Ав. Бюсть Сабины въ діадемѣ съ косою направо. Leg: SA-
BINA. AVGVSTA. HADRIANI. AVG. P. P.
Rv. Женщина стоитъ направо, приподымая платье, держитъ
яблоко. S. C. Leg: VENERI. GENETRICI.
Ае. 9. Coh. II, 264, № 79.
1842. Ав. Подобный № 1830.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ палладіумъ и жезлъ.
Leg: VESTA. S. C.
Ае. 6½. Coh. II, 264 № 84.
1843. Подобная № 1842. На Ав. нѣтъ косы. Ае. 7.

b) Адрианъ и Сабина.

1844. Ав. Голова Адриана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HAD-
RIANVS. AVGVSTVS.
Rv. Бюсть Сабины въ діадемѣ, съ косою направо. Leg: SABINA.
AVGVSTA.
Ае. 3 (У Cohen'a не описана).

c) Элій.

Lucius Aurelius Verus Aelius, Caesar, consul—усыновленъ Адриа-
номъ—былъ его соправителемъ 135—138. Всѣ монеты его чеканены
въ 137 году.

1845. Ав. Голова Элія направо. Leg: L. Aelius. CAESAR.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу и облокачивается
на рогъ изобилія. Внизу: CONCORD. Leg: TR. POT. COS. II.

- Ag. 4. Coh. II, 268, № 7.
1846. Подобная № 1845. Ag. 4.
1847. Ав. Подобный № 1845.
- Rv. Женщина въ покрывалѣ стоитъ направо; у ногъ ея поря-
щій жертвенникъ; въ полѣ: PIE.—TAS. Leg: TR. POT.
COS. II.
- Ag. 3½. Coh. II, 269, № 14.
1848. Подобная № 1847. Ag. 4.
1849. Ав. Подобный № 1845.
- Rv. Женщина сидитъ налѣво, держать чашу; у кресла присло-
ненъ рогъ изобилія. Leg: TR. POT. COS. II.
- Аи. 4½. Coh. II, 269, № 16.
1850. Ав. Подобный № 1845.
- Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать кадучей и рогъ изоби-
лія. Leg: TR. POT. COS. II.
- Ag. 4½. Coh. II, 269, № 19.
1851. Подобная № 1850. На Ав. Голова обращена налѣво.
- Ag. 4. Coh. II, 269, № 21.
1852. Ав. Подобный № 1845.
- Rv. Женщина стоитъ налѣво, кормить изъ чаши змѣю, обви-
тую вокругъ жертвенника, и держать жезлъ. Leg: TR.
POT. COS. II.
- Ag. 4. Coh. II, 270, № 23.
1853. Подобная № 1852. Ag. 4.
1854. Ав. Подобный № 1845.
- Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать цвѣтокъ и приподнимаетъ
платье. Leg: TR. POT. COS. II.
- Ag. 4. Coh. II, 270, № 24.
1855. Подобная № 1854. Ag. 4.
1856. Ав. Голова Элія направо. Leg: L. AELIVS. CAESAR.
- Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать знамя и приподнимаетъ
платье. S. C. Въ полѣ: PANNO—NIA.
- Ag. 7. Coh. II, 271, № 36.
1857. Ав. Подобный № 1856.
- Rv. Женщина идетъ налѣво, держать цвѣтокъ и приподнимаетъ
платье. S. C. Leg: TR. POT. COS. II.
- Ае. 9. Coh. II, 274, № 57.
1858. Подобная № 1857. Ае. 7. Coh. II, 274, № 58.

1859. Подобная № 1857. На Rv: COS. III. (У Когенá не описана).

1860. Подобная № 1857. На Av. Бюсть въ плащѣ.

Ае. 9. Coh. II, 274, № 60.

1861. Av. Бюсть Элія въ плащѣ направо. Leg: L. AELIVS. CAESAR.

Rv. Двѣ женщины стоятъ другъ противъ друга. Легенда изглажена.

Ае. 9. Coh. II, 274, № 64.

1862. Av. Подобный № 1856.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, приподнимаетъ руку и держитъ рогъ изобилія. S. C. Leg: TR. POT. COS. II.

Ае. 9. Coh. II, 275, № 66.

d) Адріанъ совместно съ Эліемъ.

1863. Av. Голова Адріана въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: HADRIANVS... COS. III. P. P.

Rv. Голова Элія направо. Leg:LIVS.....

Ае. 8. Coh. II, 275, № 1.

16. АНТОНИНЪ.

(138—161).

Imperator Caesar Titus Aelius Hadrianus Antoninus Augustus Pius, pater patriae, consul, consul designatus, pontifex maximus.

1864. Av. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XXII.

Rv. Храмъ на восьми колоннахъ, внутри его двѣ статуи; на фронто́нѣ изваянія. Leg: AED. DIVI. AVG. REST.—COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 279, № 2. Годъ 159.

1865. Av. Голова Антонина направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.

Rv. Подобный № 1864. На фронто́нѣ храма видны статуи и на вершинѣ его—квадрига.

Аг. 4. Coh. II, 279, № 3. Годъ 158—160.

1866. Av. Подобный № 1864. Въ концѣ легенды: TR. P. COS. III.

- Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать вѣсы и жезлъ. Leg: AEQVITAS. AVG.
Ag. 4. Coh. II, 279, № 4. Годъ 140—143.
1867. Подобная № 1866. Ag. 3.
1868. Ав. Подобный № 1864. Въ концѣ легенды: TR. P. VII.
- Rv. Мужчина въ тогѣ съ бороною стоитъ налѣво, держать ленту и жезлъ. Leg: AEQVITAS. AVG.
Ag. 4.
1869. Ав. Подобный № 1866.
- Rv. Модіусъ; въ немъ четыре колоса и головка мака. Leg: ANNONA. AVG.
Ag. 4. Coh. II, 280, № 7. Годъ 140—143.
1870. Подобная № 1869. Ag. 4.
1871. Подобная № 1869. На Rv. въ модіусѣ: два колоса и двѣ головки мака. Ag. 4.
1872. Ав. Подобный № 1866.
- Rv. Аполлонъ стоитъ en face, смотреть налѣво, держать чашу и лиру. Leg: APOLLINI. AVGVSTO.
Ag. 4. Coh. II, 280, № 9. Годъ 140—143.
1873. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. T. AEL. CAES. HADRI. ANTONINVS.
- Rv. Минерва въ шлемѣ стоитъ налѣво, держать статую побѣды и копье со щитомъ. Leg: AVG. PIVS. P. M. TR. P. COS. DES. II.
Ag. 4. Coh. II, 280, № 10. Годъ 139.
1874. Подобная № 1873. Ag. 4.
1875. Ав. Подобный № 1873.
- Rv. Женщина стоитъ направо, держать стрѣлу и лукъ. Leg: AVG. PIVS. P. M. TR. P. COS. DES. II.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 281, № 11. var. Годъ 139.
1876. Ав. Голова Антонина направо. Leg: IMP. T. AEL. CAES. HADRI. ANTONINVS.
- Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать кадудей и рогъ изобилія. Leg: AVG. PIVS. P. M. TR. P. COS. DES. II.
Ag. 4. Coh. II, 281, № 16. var. Годъ 139.
1877. Подобная № 1876. На Rv. женщина вмѣсто кадудей держать вѣсы.
Ag. 4. Coh. II, 281, № 17. Годъ 139.

1878. Ав. Подобный № 1876.

Rv. Женщина стоит направо, держитъ два колоса и корзину съ плодами. Leg: AVG. PIVS. P. M. TR. P. COS. DES. II.

Ag. 4. Coh. II, 281, № 18. Годъ 139.

1879. Подобная № 1876. На Ав. вмѣсто Hadri—HADR. На Rv. вмѣсто кадуцей—вѣтка.

Ag. 4. Coh. II, 282, № 21. Годъ 139.

1880. Ав. Подобный № 1879.

Rv. Побѣда идетъ направо, держитъ вѣнецъ и пальму. Leg: AVG. PIVS. P. M. TR. P. COS. II.

Ag. 4. Coh. II, 282, № 22. Годъ 139.

1881. Подобная № 1880. Ag. 4.

1882. Подобная № 1880. На Rv. побѣда обращена налѣво. Ag. 4.

1883. Ав. Подобный № 1879.

Rv. Женщина стоитъ en face, держитъ два знамени. Leg: AVG. PIVS. P. M. TR. P. COS. II.

Ag. 4½. Coh. II, 282, № 23. Годъ 139.

1884. Подобная № 1883. Ag. 4.

1885. Подобная № 1879. На Rv. вмѣсто кадуцей руль. Leg: какъ на № 1880.

Ag. 4½. Coh. II, 282, № 24.

1886. Ав. Подобный № 1879.

Rv. Двѣ соединенныя руки держать кадуцей и два колоса. Leg: AVG. PIVS. P. M. TR. P. COS. II.

Ag. 4. Coh. II, 282, № 25. Годъ 139.

1887. Подобная № 1886. На Rv. нѣтъ колосьевъ.

Ag. 4. Coh. II, 283, № 26. Годъ 139.

1888. Ав. Голова Автонина направо. Leg: IMP. T. AEL. CAES. HADRI. ANTONINVS.

Rv. Кропило, сосудъ, посохъ и чаша. Leg: AVG. PIVS. P. M. TR. P. COS. II.

Ag. 4. Coh. II, 283, № 27. Годъ 139.

1889. Подобная № 1888. Ag. 4.

1890. Подобная № 1888. На Rv. модіусъ, въ немъ два колоса и головка маку.

Ag. 4. Coh. II, 284, № 33. Годъ 139.

1891. Ав. Голова Антонина съ бородою въ лавровомъ вѣнцѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XII.
Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ два колоса и фавель. Leg: AVGVSTA. I. I. 2711 2711 2711 2711
Ар. 4. Coh. II, 284, № 34.
1892. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнцѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. II.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ. Leg: CLEMENTIA. AVG.
Ар. 4.
1893. Подобная № 1892. На Ав. въ концѣ легенды: COS. III.
Ар. 4. Coh. II, 284, № 36. Годъ 140—143.
1894. Подобная № 1893. Ар. 4.
1895. Ав. Голова Антонина направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.
Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ жезлъ и рогъ изобилія. Leg: CONCORDIA. AVG.
Ар. 4. Coh. II, 284, № 38. Годъ 140—143.
1896. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнцѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XXIII.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ тессеру и рогъ изобилія. Leg: CONG. AVG. VIIII. COS. III.
Ар. 4. Coh. II, 285, № 43. Годъ 161.
1897. Ав. Голова Антонина направо. Leg: DIVVS. ANTONINVS.
Rv. Костеръ въ четыре этажа, украшенный статуями и вѣнками; на вершинѣ его квадрига. Leg: CONSECRATIO.
Ар. 4. Coh. II, 286, № 45.
1898. Подобная № 1897. Ар. 4.
1899. Ав. Подобный № 1897.
Rv. Орелъ стоитъ направо, смотритъ налѣво. Leg: CONSECRATIO.
Ар. 4. Coh. II, 286, № 46.
1900. Подобная № 1899. Ар. 4.
1901. Подобная № 1899. На Rv. орелъ стоитъ на алтарѣ.
Ар. 4. Coh. II, 286, № 47.
1902. Подобная № 1901. Ар. 4.
1903. Подобная № 1901. На Rv. алтарь выше и украшенъ вѣтвями.
Ар. 4. Coh. II, 286, № 48.

1904. Подобная № 1899. На Rv. Орелъ стоитъ на шарѣ.
Ag. 4. Coh. II, 286, № 49. Годъ 142.
1905. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: AN-
TONINVS. AVG. PIVS. P. P.
Rv. Двѣ соединенныя руки держать кадудей и два колоса.
Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 287, № 53. Годъ 140—143.
1906. Подобная № 1905. Ag. 4.
1907. Ав. Подобный № 1905.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и рогъ изобилія.
Leg: COS. III. DES. III.
Ag. 4. Coh. II, 287, № 56. Годъ 144.
1908. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: AN-
TONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XV.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ сосудъ и пазладіумъ.
Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 287, № 60. Годъ 152.
1909. Подобная № 1908. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XVI.
Ag. 4. Coh. II, 287, № 61. Годъ 153.
1910. Подобная № 1908. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XVII.
Ag. 4½. Coh. II, 288, № 62. Годъ 154.
1911. Подобная № 1910. На Rv. у ногъ женщины жертвенникъ.
Ag. 4. Coh. II, 288, № 64. Годъ 154.
1912. Подобная № 1911. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XVIII.
Ag. 4½. Coh. II, 288, № 65. Годъ 155.
1913. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: AN-
TONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XII.
Rv. Юноша стоитъ налѣво, держитъ чашу и колосья. Leg:
COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 288, № 69. Годъ 149.
1914. Подобная № 1913. Ag. 4.
1915. Подобная № 1913. На Ав. Въ концѣ легенды: TR. P. XIII.
Ag. 4. Coh. II, 288, № 70. Годъ 150.
1916. Подобная № 1913. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XIII.
Ag. 4. Coh. II, 288, № 71. Годъ 151.
1917. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: AN-
TONINVS. AVG. PIVS. P. P.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣсы и жезлъ. Leg: COS. III.

Ag. 4. Coh. II, 289, № 75. Годъ 145.

1918. Подобная № 1917. Ag. 4.

1919. Av. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XII.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣсы и рогъ изобилія. Leg: COS. III.

Ag. 4. Coh. II, 289, № 80. Годъ 149.

1920. Подобная № 1919. Ag. 4.

1921. Av. Подобный № 1917.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и кадуцей. Leg: COS. III.

Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. VII, 140, № 83.

1922. Подобная № 1919. На Rv. вмѣсто вѣсовъ—кадуцей.

Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 290, № 85. Годъ 149.

1923. Подобная № 1922. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XIII.

Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 290, № 86. Годъ 150.

1924. Подобная № 1922. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XIII.

Ag. 4. Coh. II, 290, № 87. Годъ 151.

1925. Подобная № 1919. На Rv. вмѣсто вѣсовъ—руль.

Ag. 4 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 291, № 95. Годъ 149.

1926. Подобная № 1925. Ag. 4 $\frac{1}{2}$.

1927. Подобная № 1925. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XIII.

Ag. 4. Coh. II, 291, № 96. Годъ 150.

1928. Подобная № 1925. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XIII.

Ag. 4. Coh. II, 291, № 97. Годъ 151.

1929. Подобная № 1925. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XV.

Ag. 4. Coh. II, 291, № 99. Годъ 152.

1930. Подобная № 1925. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XVI.

Ag. 4. Coh. II, 291, № 100. Годъ 153.

1931. Подобная № 1925. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XVII.

Ag. 4. Coh. II, 291, № 101. Годъ 154.

1932. Подобная № 1925. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XVIII.

Ag. 4. Coh. II, 291, № 102. Годъ 155.

1933. Av. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XI.

- Rv. Женщина стоит налѣво, кормить змѣю, обвитую вокруг жертвенника. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 292, № 104. Годъ 148.
1934. Подобная № 1933. На Rv. женщина кормит змѣю и держит руль, поставленный на шарь.
Ag. 4. Coh. II, 292, № 106. Годъ 148.
1935. Подобная № 1934. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XII.
Ag. 4. Coh. II, 292, № 107. Годъ 149.
1936. Av. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнчѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XI.
Rv. Женщина стоит налѣво, держит колосья и якорь; у ногъ ея модіусъ, наполненный колосьями. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 292, № 108. Годъ 148.
1937. Подобная № 1936. Ag. 4.
1938. Подобная № 1936. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XII.
Ag. 4. Coh. II, 292, № 109. Годъ 149.
1939. Подобная № 1936. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XVII.
Ag. 4. Coh. II, 292, № 110. Годъ 154.
1940. Подобная № 1936. На Rv. за женщиною видѣтъ корабль.
Ag. 4. Coh. II, 292, № 111. Годъ 148.
1941. Подобная № 1940. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XV.
Ag. 4. Coh. II, 292, № 113. Годъ 152.
1942. Подобная № 1940. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XVI.
Ag. 4. Coh. II, 293, № 114. Годъ 153.
1943. Подобная № 1940. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XVII.
Ag. 4. Coh. II, 293, № 115. Годъ 154.
1944. Подобная № 1940. На Av. въ концѣ легенды: TR. P. XVIII.
Ag. 4. Coh. II, 293, № 116. Годъ 155.
1945. Av. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнчѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
Rv. Женщина стоит налѣво, держит вѣтку и жезлъ. Leg: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 293, № 119. Годъ 145.
1946. Подобная № 1945. Ag. 4.
1947. Подобная № 1945. На Rv. вмѣсто вѣтки чаша.
Ag. 4. Coh. II, 293, № 120. Годъ 145.
1948. Av. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнчѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVGVSTVS. PIVS. P. P. TR. P. XII.

ИМПЕРАТОРСКИЙ ВАРШАВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТЪ.

ТЕМА,

предлагаемая историко-филологическимъ факультетомъ

на конкурсѣ въ 1903—1905 годахъ преміи по записи Адама Хойнацкаго

за популярное народообразовательное сочиненіе:

ЗЕМЛЕДѢЛЬЧЕСКІЙ ТРУДЪ,

ПЕРЕНОСИТСЯ НА 1905 — 1907 ГОДЫ.

Составить очерки, повѣсть или разсужденіе, рисующія въ доступномъ для народа изложеніи значеніе земледѣльческаго труда въ сравненіи съ другими видами труда простолюдина (напр., фабричнымъ, горнымъ и др.).

Въ этой работѣ авторъ долженъ показать по этнографическимъ даннымъ то предпочтеніе, какое простолюдинъ оказываетъ земледѣльческому труду, причемъ матеріаломъ могутъ служить народныя пѣсни, сказки, пословицы и др. Слѣдуетъ представить также поэтическую сторону земледѣльческаго труда и отмѣтить, какъ много вниманія и вдумчиваго отношенія къ жизни природы проявляетъ земледѣлецъ (при этомъ авторъ можетъ пользоваться народными примѣтами о погодѣ, урожаѣ, домашнихъ животныхъ, обратить вниманіе на обычаи, соединенные съ земледѣльческимъ трудомъ и народными праздниками). Надлежитъ отмѣтить вліяніе земледѣлія на бытъ крестьянина, указать, какъ слагаются въ земледѣльческомъ быту семейныя и общественныя отношенія. Необходи-

димо, наконецъ, разъяснить вліяніе земледѣлія на нравственную сторону жизни народа.

Отъ автора не требуется развитія въ одинаковой полнотѣ всѣхъ означенныхъ частныхъ даннаго предмета, но тѣмъ большей обстоятельностью и убѣдительностью должно отличаться раскрытіе главныхъ, по преимуществу положительныхъ его сторонъ, въ непремѣнныхъ цѣляхъ, согласно волѣ завѣщателя, „вліять на просвѣщеніе народа и тѣмъ самымъ на исправленіе нравственности и обычаевъ онаго“.

Авторъ не стѣсненъ въ выборѣ приемовъ развитія настоящей темы; если сочиненіе по своему содержанію будетъ имѣть поэтическій характеръ, допускается перемѣна заглавія.

Премія присуждается въ размѣрѣ 900 рублей и выдается автору сочиненія или законнымъ его наслѣдникамъ по предварительномъ представленіи въ университетъ 150 печатныхъ экземпляровъ этого сочиненія и подъ условіемъ поступленія его въ продажу по цѣнѣ доступной для читателей изъ среды простого народа. **Сочиненіе должно быть представлено не позже 30 апрѣля 1907 года.** Оно должно быть писано на русскомъ языкѣ и русскимъ подданнымъ, напечатано или переписано чисто и разборчиво. Выборъ между русскимъ и польскимъ языкомъ при печатаніи увѣнчаннаго сочиненія предоставляется усмотрѣнію автора. Если къ уплатѣ присужденной преміи представлено будетъ напечатанное сочиненіе въ польскомъ переводѣ съ разсмотрѣннаго факультетомъ офиціальнаго русскаго подлинника, то къ сочиненію этому должно **быть приложено удостовѣреніе Историко-Филологическаго Факультета въ полномъ согласіи перевода съ означеннымъ подлинникомъ.**

Объявленія.

ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ

„ЗАПИСКИ“

Кіевскаго Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества
по СВЕКЛОСАХАРНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ.

Программа „ЗАПИСОКЪ“: протоколы общихъ собраній Отдѣленія, засѣданій Совѣта Отдѣленія и назначаемыхъ Отдѣл. комиссій, правительственныя распоряженія, оригинальныя изслѣдованія, разныя статьи, замѣтки, извѣстія и корреспонденціи, касающіяся разныхъ сторонъ свеклосахарной промышленности, обзоръ литературы по тому же предмету. Кромѣ того, въ „Запискахъ“ будутъ печататься статистическія свѣдѣнія о свеклосахарной промышленности въ Россіи, составляемыя по отчетамъ, обязательно доставляемымъ въ Департаментъ Неокладныхъ Сборовъ.

„Записки“ выходятъ одинъ разъ въ мѣсяцъ, 12 выпусковъ въ годъ. Подписная цѣна „Записокъ“ для подписчиковъ внутри и внѣ Россіи 10 руб. въ годъ, а для гг. членовъ Отдѣленія и лицъ, служащихъ на сахарныхъ и рафинадныхъ заводахъ—5 руб.

Подписка принимается въ Бюро Кіевскаго Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества (Кіевъ, Крещатикъ, д. Оглоблина, № 10).

3—3

1905 г.

ОТКРЫТА ПОДПСКА

1905 г.

НА

„ЮРИДИЧЕСКУЮ ГАЗЕТУ“

XIV годъ изданія;

СЪ БЕЗПЛАТНЫМЪ ПРИЛОЖЕНІЕМЪ

Сборника рѣшеній Уголовнаго и Гражданскаго Кассационныхъ Департаментовъ и Общаго собранія Правительствующаго Сената и Собранія узаконеній и распоряженій Правительства.

Выходитъ два раза въ недѣлю: по воскресеньямъ и четвергамъ
безъ предварительной цензуры.

Годовая подписная цѣна съ доставкой и пересылкою СЕМЬ рублей.

Допускается разсрочка въ платежѣ:

при подпискѣ—4 руб. и къ 1-му апрѣля—остальные—3 рубля.

Правительственныя, Судебныя и Административныя, равно какъ общественныя и сословныя учрежденія могутъ подписываться въ кредитъ, съ тѣмъ, чтобы деньги (7 р.) были присылаемы въ теченіи ШЕСТИ мѣсяцевъ, но, во всякомъ случаѣ, до истеченія подписного года; лица же, служащія въ этихъ учрежденіяхъ, вправѣ подписываться чрезъ ГГ. Казначеевъ—въ разсрочку, со взносомъ ежемѣсячно по одному рублю, каковыя деньги должны быть доставляемы въ редакцію ГГ. Казначееми.

(Адресъ: С.-Петербургъ, Невскій пр., домъ № 59).

Программа: Передовыя статьи—Обзоръ постановленій отечественнаго и послѣднихъ важнѣйшихъ постановленій иностраннаго законодательства.—Статьи и замѣтки спеціально юридическаго содержанія.—Вѣсти и слухи.—Корреспонденція.—Фельетонъ.—Рѣшенія Правительств. Сената.—Отчеты о судебныхъ засѣданіяхъ и процессахъ.—Рефераты юридическихъ ученыхъ обществъ и диспуты.—Движеніе по государственной и общественной службѣ (приказы мин-

ствѣ).—Дѣйствія правительства (собр. узак. и распор. прав.).—Списки дѣлъ, назначенныхъ къ слушанію въ Департаментахъ и общихъ собраніяхъ Правительствующаго Сената.—Списки лицъ, состоявшихъ подъ опекою, призванныхъ несостоятельными, возстановленныхъ въ правоспособности, а также объявленія объ уничтоженныхъ довѣренностихъ (Сенатскія объявленія).—Обзоръ юридическихъ журналовъ.—Новыя книги и отзывы о нихъ (библіографія).—Объявленія.

Вмѣстѣ съ этимъ подписчики, *внесшіе полную годовую плату за газету*, могутъ обращаться въ контору „Юридической Газеты“ за справками по дѣламъ какъ судебнымъ, такъ и административнымъ, и за разрѣшеніемъ юридическихъ вопросовъ по дѣламъ, касающимся ихъ имущественныхъ или личныхъ интересовъ. *Порученія эти редакция принимаетъ на себя при соблюденіи слѣдующихъ условій:*

§ 1. Сообщение въ „Юридической Газетѣ“, въ отдѣлѣ „Почтового ящика“, справокъ о резолюціяхъ Кассационныхъ Департаментовъ Сената, но не болѣе 3-хъ разъ въ теченіе подписного года, дѣлается бесплатно. Лица же, желающія получить по дѣламъ Кассационныхъ Департаментовъ Сената справки по почтѣ, прилагаютъ два рубля за каждую справку по каждому отдѣльному дѣлу, а желающія получить ее по телеграфу присылаютъ кромѣ двухъ рублей и стоимость отвѣтной телеграммы.

§ 2. Наблюденіе за ходомъ дѣла, какъ составляющаго предметъ особаго порученія болѣе или менѣе продолжительнаго, производится на условіяхъ особаго предварительнаго соглашенія съ конторою редакціи.

§ 3. Справки и порученія по судебнымъ и административнымъ департаментамъ Правит. Сената, равно какъ и по всѣмъ вообще, кромѣ Кассационныхъ Департаментовъ Сената (см. выше § 1-й), центральнымъ и мѣстнымъ административнымъ и судебнымъ учрежденіямъ (правительственнымъ и общественнымъ), должны производиться на условіяхъ особаго предварительнаго соглашенія съ конторою редакціи.

§ 4. Разрѣшеніе юридическихъ вопросовъ по дѣламъ, касающимся имущественныхъ и личныхъ интересовъ, сообщеніе совѣтовъ и т. п., производится письменно по почтѣ, на условіяхъ особаго предварительнаго соглашенія съ конторою редакціи.

§ 5. Лица и учреждения, обращающіяся за справками, обязаны сообщать: а) бандероль, за которую получают „Юридическую Газету“; б) когда и кѣмъ поданы прошеніе или жалоба; в) на рѣшеніе каковаго присутственнаго мѣста или должностнаго лица, и г) когда и какимъ присутственнымъ мѣстомъ и должностнымъ лицомъ прошеніе или жалоба отправлены въ Сенатъ или другое правительственное учреждение.

§ 6. При невзносѣ полной годовой подписной платы и при неисполненіи условій, указанныхъ выше въ §§ 1—5 настоящей программы, всѣ требованія, запросы и порученія оставляются безъ движенія, такъ какъ порученія предусмотрѣнныя § 1, обязательны для конторы, если подписчикомъ исполнены требованія, указанные въ § 1 и 5, а порученія, предусмотрѣнныя въ §§ 2—4, могутъ считаться обязательными для конторы лишь тогда, когда послѣдняя изъявитъ согласіе принять исполненіе возлагаемаго на нее порученія.

3—3

 ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ.

XVI г.

Ж У Р Н А Л Ъ

XVI г.

„Вѣстникъ Воспитанія“.

Журналъ имѣетъ цѣлю распространеніе среди русскаго общества правильныхъ взглядовъ на воспитаніе и образованіе.

Кромѣ педагогическихъ статей, въ журналѣ помѣщаются научно-популярныя статьи по естествознанію, психологій, философій, филологій, обществовѣдѣнію, исторіи, исторіи-литературы, а также по вопросамъ искусства.

Программа журнала: I) Оригинальныя и переводныя статьи. II) Критика и библіографія. III) Рефераты и мелкія сообщенія. IV) Хроника. V) Приложенія: Литературно-педагогическіе очерки, рассказы, воспоминанія и т. д. VI) Объявленія.

При настоящей редакціи въ журналѣ принимали участіе: д-ръ философіи В. Анри (Victor Henri), Ю. И. Айхенвальдъ, А. Д. Алферовъ,

проф. В. М. Арнольди, д-ръ Д. Д. Векарюковъ, Ю. А. Бунинъ, И. А. Бунинъ, И. И. Вѣлковскій, Н. М. Вычковъ, проф. А. В. Васильевъ, В. П. Вахтеровъ, Е. Н. Вентцель, Ю. А. Веселовскій, проф. Р. Ю. Вишперъ, А. Ф. Гартвигъ, М. О. Гершензонъ, прив.-доц. А. В. Горбуновъ, А. Е. Грузинскій, женщина-врачъ Е. С. Дрентельнъ, Е. А. Звягинцевъ, Н. Н. Златовратскій, прив.-доц. А. А. Ивановскій, прив.-доц. В. Н. Ивановскій, прив.-доц. Н. А. Иванцовъ, д-ръ В. Е. Игнатьевъ, проф. Н. А. Каблуковъ, В. В. Калашъ, проф. М. М. Ковалевскій, Е. І. Лозинскій, прив.-доц. Т. В. Локоть, проф. И. И. Мечниковъ, П. Миновичъ, В. М. Михеевъ, проф. О. Г. Мищенко, Н. Ф. Михайловъ, С. П. Моравскій, Н. М. Някольскій, проф. Д. Н. Овсянко-Куликовскій, Ф. Ф. Ольденбургъ, проф. А. П. Павловъ, В. В. Петровъ, прив.-доц. Н. А. Рожковъ, Г. Роковъ, прив.-доц. П. Н. Сакулнъ, Д. Сатуринъ, прив.-доц. Е. Д. Сливцкій, Л. Д. Сливцкій, С. Г. Смирновъ, Н. В. Сперанскій, А. А. Стахоничъ, Г. А. Фальборетъ, проф. А. О. Фортунатовъ, В. П. Хопровъ, В. И. Чарнолуескій, кн. Д. И. Шаховской, проф. Ф. Ф. Эрисманъ, В. Е. Якушкинъ, Е. Н. Янжулъ, акад. И. И. Янжулъ и многіе другіе.

Журналъ допущенъ Ученымъ Комитетомъ Министр. Нар. Просв. для фундаментальныхъ библіотекъ среднихъ учебныхъ заведеній какъ мужскихъ, такъ и женскихъ.

Журналъ выходитъ 9 разъ въ годъ (въ теченіе лѣтнихъ мѣсяцевъ журналъ не выходитъ); въ каждой книжкѣ журнала не менѣе 20 печатныхъ листовъ.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА: въ годъ безъ доставки 5 р., съ доставкой и пересылкой 6 р., въ полгода 3 р.; съ пересылкой за границу 7 р. 50 к.; для студентовъ и недостаточныхъ людей цѣна уменьшается на 1 рубль.

Подписка принимается: въ конторѣ редакціи (Москва, Арбатъ Староконюшенный пер., д. Михайлова) и во всѣхъ крупныхъ книжныхъ магазинахъ обѣихъ столицъ. Гг. иногороднихъ просятъ обращаться прямо въ редакцію.

ОБЪ ИЗДАНИИ

ЗАПИСОКЪ

МОСКОВСКАГО ОТДѢЛЕНІЯ

ИМПЕРАТОРСКАГО РУССКАГО ТЕХНИЧЕСКАГО ОБЩЕСТВА.

(Десять выпусковъ въ годъ).

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:

1) Отчеты о дѣятельности Московскаго Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества и другихъ ученыхъ обществъ, съѣздовъ и пр. 2) Новости техники и промышленности (оригинальныя и переводныя статьи, корреспонденціи и малкія сообщенія и пр.). 3) Техническое образованіе. 4) Критика и библіографія. 5) Правительственныя распоряженія. 6) Справочный отдѣлъ (спросы и предложенія, вопросы и отвѣты). 7) Объявленія. 8) Приложенія.

Подписная цѣна „Записокъ“:

За годъ съ пересылкой и доставкой 5 р., за полгода 3 р.; безъ пересылки и доставки за годъ 4 р. 50 к., за полгода 2 р. 50 к.

Подписка принимается въ редакціи „Записокъ“: Москва, Садовая-Картенная, 241.

Въ настоящее время занятія Московскаго отдѣленія И. Р. Т. О. распределяются по слѣдующимъ отдѣламъ и комиссіямъ:

- I. Отдѣлъ Химико-Технологическій.
- II. „ Механическій.
- III. „ Строительно-желѣзнодорожный.
- IV. „ Физико-фотографическій.
- V. „ Электротехническій.
- VI. Комиссія по техническому образованію.
- VII. „ „ опытной станціи огнестойкихъ построекъ.
- VIII. Отдѣлъ Санитарный.
- IX. Комиссія Техническаго Музея содѣйствія труду.

3—3

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1905 г. (XII г. ИЗДАНИЯ)

ХОЗЯИНЪ

Еженедѣльн. иллюстр. Экономич. и Сельско-Хозяйств. журналъ

БЕЗЪ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ЦЕНЗУРЫ.

Кромѣ статей по всѣмъ отраслямъ сельскаго хозяйства, въ журналѣ помѣщаются: передовыя статьи, статьи по экономіи, финансамъ и статистикѣ, обзоры сельско-хоз. дѣятельности земства, научно-хозяйственной литературы, русской сельско-хозяйственной и технической печати, хозяйственной жизни въ Россіи, библіографія, рынка, отвѣты на вопросы.

Годовые подписчики въ 1905 году получаютъ

52 №№ журнала и 12 книгъ „Библіотеки Хозяина“,

состоящихъ изъ оригинальныхъ и перенодныхъ произведеній русскихъ и иностранныхъ авторовъ.

Подписная цѣна на годъ съ приложеніями *Шесть руб.* съ пересылкой, на полгода *Три руб.*; разсрочка отъ *1 руб.* (въ первые 6 мѣс.).

Комиссіонная уступка для гг. книгопродавцевъ при подпискѣ на годъ и на полгода *5%*.

Пробные №№ **бесплатно**. Новые годовые подписчики получаютъ журналъ со дня подписки по 1 января 1905 г. **бесплатно**.

С.-Петербургъ, Невскій, 92.

Редакторъ А. П. Мертваго.

Издатель И. А. Машковцевъ.

3—3

ОТКРЫТА ПОДПИСКА
на
„БОГОСЛОВСКИЙ ВѢСТНИКЪ“

1905 года

(Четырнадцатый годъ изданія)

СЪ ПРИЛОЖЕНІЕМЪ

**ТВОРЕНІЙ БЛАЖЕННАГО
ѲЕОДОРІТА, ЕПИСКОПА КИРРСКАГО.**

Въ 1905 году Московская Духовная Академія будетъ продолжать изданіе „Богословскаго Вѣстника“ ежемѣсячно, книжками въ пятнадцать и болѣе печатныхъ листовъ, по слѣдующей программѣ.

1) Творенія св. Отцовъ въ русскомъ переводѣ. 2) Исслѣдованія и статьи по наукамъ богословскимъ, философскимъ и историческимъ, составляющія въ большей своей массѣ труды профессоровъ Академіи. 3) Изъ современной жизни: обзоръ важнѣйшихъ событій изъ церковной жизни Россіи, православнаго Востока, странъ славянскихъ и западно-европейскихъ и сообщенія изъ области внутренней жизни Академіи. 4) Обзоръ текущей русской журналистики, преимущественно духовной, а также критика, рецензіи и библіографія по наукамъ богословскимъ, философскимъ и историческимъ. 5) Приложенія, въ которыхъ будутъ печататься автобіографическія записки Высокопреосвященнаго Саввы, Архіепископа Тверскаго, и протоколы Совѣта Академіи за истекшій 1904 годъ (полностью). Въ качествѣ собственнаго приложенія къ журналу „Богословскій Вѣстникъ“ всѣмъ подписчикамъ его въ 1905 году будутъ посланы:

ПЕРВЫЕ ДВА ТОМА

**ТВОРЕНІЙ БЛАЖЕННАГО ѲЕОДОРІТА,
ЕПИСКОПА КИРРСКАГО,**

въ русскомъ переводѣ.

Вѣрная однажды намѣченной задачѣ—содѣйствовать возможно широкому распространенію въ обществѣ святоотеческой литературы

путемъ удешевленія изданій и этимъ идти навстрѣчу возрастающему интересу къ изученію твореній св. оо. церкви, редація „Богословскаго Вѣстника“ приступаетъ къ новому изданію твореній бл. Θεодорита Киррскаго съ цѣлію издавать ежегодно своимъ подписчикамъ въ качествѣ приложенія по два тома сочиненій этого замѣчательнаго церковнаго писателя. Каждый томъ отъ 25—30 печатныхъ листовъ въ отдѣльной продажѣ стоитъ 1 р. 50 коп. Такимъ образомъ, подписчики „Богословскаго Вѣстника“ получаютъ возможность приобрести за одинъ рубль вмѣсто трехъ каждые два тома твореній бл. Θεодорита.

Предпринимаемое изданіе давно уже является настоятельною потребностью. Нѣкоторыхъ томовъ перваго изданія (1855—1861 гг.) давно уже не существуетъ въ продажѣ. Остальные имѣются лишь въ крайне незначительномъ количествѣ экземпляровъ. Между тѣмъ творенія Киррскаго пастыря, преимущественно экзегетическія, по справедливости привлекаютъ вниманіе общества. По научности приемовъ, по стремленію твердо держаться священнаго текста и выяснять прежде всего его непосредственный смыслъ бл. Θεодоритъ изъ всѣхъ древнихъ толкователей болѣе всего приближается къ современной научной экзегетикѣ. Чуждаясь произвольнаго и мечтательнаго аллегоризма, собственнаго александрійцавъ, онъ былъ свободенъ и отъ крайностей антioxійскаго буквализма. Его экзегезисъ, чуждый крайнихъ увлеченій, представляетъ собою счастливое сочетаніе того и другого направленія. Въ своемъ замѣчательномъ изслѣдованіи о бл. Θεодоритѣ проф. Н. Н. Глубоковскій характеризуетъ его истолковательные труды въ слѣдующихъ словахъ. „Въ нихъ, пишетъ онъ, всюду мы замѣчаемъ поразительную, прозрачную наглядность, рельефность мысли, энергическую сжатость, продуманность каждого слова, всегда умѣстнаго и никогда не излишняго, преувеличеннаго или недостаточнаго. Все богатство содержанія его твореній располагается въ стройномъ порядкѣ, въ логической связи, въ точномъ соотвѣтствіи съ библейскимъ текстомъ, безъ произвольныхъ отступленій отъ него, какія столь часто удивляютъ насъ въ сочиненіяхъ Св. Златоуста. Вотъ почему комментаріи Θεодоритовы, при научной серьезности и глубинѣ, являются образцомъ художественной законченности и цѣльности. Самое изложеніе его отличается гелнчественной простотой и выразительною краткостью, пріятно улаждающими читателя... Θεодоритъ всегда осозательно ясенъ и въ мысли, и въ ея выраженіи“. Въ составъ двухъ первыхъ томовъ твореній бл. Θεодорита войдутъ его тол-

кованія на книги Бытія, Исходъ, Левитъ, Числъ, Второзаконія, Іисуса Навина, Судей, Руфъ, Царствъ (I т.) и 1—69 псалмы (II т.).

Подписная цѣна на „Богословскій Вѣстникъ“ совмѣстно съ приложеніемъ первыхъ двухъ томовъ твореній блаженнаго Феодорита

ВОСЕМЬ РУБЛЕЙ СЪ ПЕРЕСЫЛКОЙ.

Прим. безъ пересылки семь рублей, за границу—десять.

Допускается подписка на журналъ безъ приложенія и въ разсрочку. Подписная цѣна на журналъ безъ приложенія—7 руб.; условія разсрочки по соглашенію съ редакціей.

Адресъ редакціи: Сергіевъ посадъ, Московской губерніи, въ редакцію „Богословскаго Вѣстника“.

Редакторъ проф. И. Поповъ.

3—3

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА НА ГАЗЕТУ

С Л О В О

съ доставкою и пересылкою.

	12 м.	11 м.	10 м.	9 м.	8 м.	7 м.	6 м.	5 м.	4 м.	3 м.	2 м.	1 м.
	Р.	Р.	К.	Р.	К.	Р.	Р.	К.	Р.	Р.	К.	Р.
I изданіе . . .	12	11	—	10	—	9	8	—	7	—	6	5
За границу . . .	20	19	—	18	—	17	15	—	13	—	11	10
II изданіе . . .	5	4	70	4	40	4	3	70	3	40	3	2
												50

Годовые подписчики на 1905 г. получаютъ газету за конецъ 1904 г. бесплатно со дня полученія отъ нихъ требованій. Лица, желающія ознакомиться съ изданіемъ, благоволятъ присылать свой адреса, по коимъ и будетъ имъ выслано бесплатно нѣсколько №№.

Адресъ редакціи и главной конторы: Спб., Невскій, д. 92, кв. 3.

Телефонъ 6357.

РЕДАКЦІЯ открыта для личныхъ объясненій ежедневно отъ 4-хъ до 6-ти час. Пріемъ у редактора по понедѣльникамъ и пятницамъ отъ 6-ти до 7-ми ч. Присылаемые рукописи должны имѣть фамиліи и адреса авторовъ; возвращеніе рукописей для редакціи не обязательно.

КОНТОРА редакціи открыта для пріема подписки и объявленій: въ будни отъ 10-ти до 5-ти ч., по праздникамъ отъ 1-го до 3-хъ ч. Подписка принимается также во всѣхъ мѣстныхъ столичныхъ и провинціальныхъ книжныхъ магазинахъ.

ОБЪЯВЛЕНІЯ: Впереди текста 60 к. за строку петита; позади текста: предложеніе и спросъ труда, прислуга и проч.—10 к. строка, остальные—20 к. Объявленія въ иллюстрированныхъ приложеніяхъ по 1 р. за строку петита. Годовыя и мѣсячныя объявленія—по соглашенію.

3—3

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ

на журналъ Юридическаго Общества при Императорскомъ С.-Петербургскомъ Университетѣ

„ВѢСТНИКЪ ПРАВА“

издаваемый подъ редакціей

К. К. Арсеньова, М. М. Винавера, прив.-доц. В. М. Гессена, В. Д. Набокова и проф. І. А. Покровскаго.

Въ 1904 г. въ журналѣ помѣстили статьи слѣдующія лица: В. К. Агафоновъ, С. А. Андреевскій, прив.-доц. М. М. Боровитиновъ, В. М. Вороновскій, А. Г. Вероновъ, прив.-доц. М. И. Гернетъ, А. С. Гольденвейзеръ, проф. В. Э. Грабаръ, проф. М. А. Дьяконовъ, Г. Г. Евангуловъ, проф. Ф. Ф. Зигель, В. А. Идельсонъ, М. И. Ипполитовъ, В. Л. Исаченко, А. О. Кони, Е. М. Кулишеръ, А. А. Левенстимъ, М. С. Маргузіестъ, прив.-доц. І. В. Михайловскій, проф. С. А. Муромцевъ, прив.-доц. Баронъ, А. Э. Нолде, проф. Л. І. Петражицкій, М. А. Рейснеръ, П. М. Саладиловъ, К. Н. Скворцовъ, В. К. Случевскій, В. Д. Спасовичъ, проф. Кн. Е. Н. Трубецкой, Н. И. Фалѣевъ, проф. Н. М. Цытовичъ, В. В. Чеховъ, проф. М. П. Чубинскій, А. А. Чупровъ и др.

Журналъ выходитъ ежемѣсячно (кромѣ іюля и августа) въ количествѣ 10 книгъ въ годъ.

		по полугодіямъ		
Условія подписки:		на годъ	январь	іюнь
Въ С.-Петербургѣ	безъ доставки	8 р. — к.	4 р. — к.	4 р. — к.
"	съ доставкой	8 „ 50 „	4 „ 50 „	4 „ 50 „
Въ другихъ городахъ	съ доставкой	9 „ — „	5 „ — „	4 „ — „
За границей		12 „ — „	7 „ — „	5 „ — „

Подписывающіеся на одинъ мѣсяць платятъ 1 р. 20 к. съ доставкой.

Въ распоряженіи редакціи имѣется 500 экземпляровъ Сборника рѣшеній Кассационныхъ Департаментовъ и Общаго Собранія Сената, въ официальномъ изданіи, рассылаемого подписчикамъ немедленно по выходѣ листовъ изъ Сенатской типографіи.

Условія подписки съ приложеніемъ Сборника рѣшеній:

		по полугодіямъ		
		на годъ	январь	іюнь
Въ С.-Петербургѣ	съ доставкой	11 р. 50 к.	6 р. 50 к.	5 р.
Въ другихъ городахъ	съ доставкой	12 „ — „	7 „ — „	5 „

Кандидаты на судебныя и военно-судебныя должности и учащіяся платятъ при подпискѣ по 4 р. 50 коп. въ годъ съ доставкой и пересылкою, а съ приложеніемъ рѣшеній 8 р. 50 коп.

Подписка принимается въ конторѣ „Вѣстника Права“: С.-Петербургъ, Загородный пр., д. № 2, и кромѣ того во всѣхъ книжныхъ магазинахъ.

Объявленія для напечатанія въ „Вѣстникъ Права“ принимаются въ конторѣ по разсчету 16 руб. за страницу.

Адресъ редакціи: С.-Петербургъ, Захарьевская, 25.

Телефонъ № 2936.

3—3

ГОДЪ ИЗДАВАНІЯ II-Я.

ПРИНИМАЕТСЯ ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ

на журналъ

Вѣстникъ Психологіи, Криминальной Антропологіи и Гипнотизма,

подъ общую редакцію

акад. В. М. Бехтерева и проф. В. С. Серебrenикова.

Редакторы отдѣловъ: прив.-доц. Н. О. Лосскій—общей психологіи, прив.-доц. А. Ф. Лазурскій и д-ръ А. А. Крогіусъ—эксперимент. психологіи, А. П. Нечаевъ—педагогической психологіи, проф. Л. В. Блуменау и д-ръ Л. Э. Бари—психопатологіи, прив.-доц. В. П. Осиповъ—гипнотизма, Д. А. Дриль и проф. В. Ф. Чижъ—криминальной антропологіи и общественной психологіи.

Журналъ будетъ выходить въ количествѣ 10 книжекъ въ годъ, объемомъ 5—6 листовъ каждая, по слѣдующей программѣ: 1) оригинальныя статьи по психологіи общей, ея исторіи, по психологіи экспериментальной и педагогической, по зоопсихологіи, по психопатологіи и гипнотизму, по криминальной антропологіи и общественной психологіи; 2) обзоры, рецензіи и рефераты по указаннымъ отдѣламъ; 3) корреспонденціи, отчеты и письма; 4) хроника, біографіи и некрологи; 5) объявленія и извѣщенія.

Въ текущемъ году г.г. подписчики получаютъ въ видѣ бесплатнаго приложенія первые три выпуска сочиненія акад. В. М. Бехтерева.

ОСНОВЫ УЧЕНІЯ О ФУНКЦІЯХЪ МОЗГА.

Оригинальныя статьи и рефераты (въ заказныхъ бандероляхъ) покорнѣйше просятъ адресовать на имя секретаря редакціи, д-ра А. А. Крогіуса (С.-Петербургъ, Невскій, д. 86, кв. 9. Пріемные часы по вторникамъ и средамъ отъ 6—7). Статьи, въ случаѣ надобности, подлежатъ сокращеніямъ и редакціоннымъ поправкамъ. Размѣръ оплаты статей гонораромъ опредѣляется по особымъ правиламъ, выработаннымъ редакціею. Статьи, присылаемыя въ редакцію (на имя секретаря ея) безъ обозначенія условій, поступаютъ въ полное рас-

поряженіе редакціи. О книгахъ, присылаемыхъ въ редакцію, будутъ дѣлаться объявленія. Книги и журналы просятъ присылать въ бібліотеку редакціи (С.-Петербургъ, Ботвинская, д. № 9, Клиника душевно-больныхъ). Плата за объявленія 30 руб. за страницу.

Подписная цѣна на годъ 6 руб., съ перес. 6 р. 50 к.

Требованія и деньги адресовать: въ контору Редакціи Брокгаузъ-Ефронъ. С.-Петербургъ, Прячинный, 6.

3—3

9-й годъ изданія.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ

на

ЕЖЕМЪСЯЧНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛЪ**ИЗВѢСТІЯ**

ЮЖНО-РУССКАГО ОБЩЕСТВА ТЕХНОЛОГОВЪ,

ИЗДАВАЕМЫЙ ПО СЛѢДУЮЩЕЙ ПРОГРАММѢ:

- 1) Свѣдѣнія о дѣятельности Общества: протоколы общихъ собраний, адреса членовъ Общества, родъ ихъ службы и т. п. 2) Различные статьи по вопросамъ техники и промышленности. Электротехника. 3) Фабричное и желѣзнодорожное дѣло. 4) Техническое образованіе и техническія учебныя заведенія въ Россіи и заграничѣй. 5) Политико экономическія статьи по вопросамъ промышленности. Статистика. Управленіе фабриками и заводами. Фабрично заводская гигиѣна. 6) Главнѣйшія правительствующія распоряженія и мѣропріятія относительно фабрикъ и заводовъ. 7) Хроника. Обзоръ техническихъ журналовъ. Рецензіи. Библіографія и проч. 8) Полемика. Корреспонденція. Вопросы и отвѣты. 9) Смѣсь. Біографія и некрологи. 10) Объявленія.

Подписная цѣна на журналъ съ доставкой и пересылкой:

Для членовъ Общества	1 руб.	Отдѣльный номеръ	45 коп.
Для постороннихъ лицъ и учрежд. 5 "		За перемѣну адреса	25 "

ПЛАТА ЗА ОБЪЯВЛЕНІЯ.

Годовыя начиная съ любого номера.

	$\frac{1}{2}$ стр.	$\frac{1}{2}$ стр.	$\frac{1}{4}$ стр.
На обложкѣ:			
Вторая страница	120 руб.	80 руб.	60 руб.
Третья страница	100 "	60 "	40 "
Четвертая страница	160 "	100 "	75 "
Впереди текста	100 "	75 "	50 "
Позади текста	80 "	60 "	40 "

Разовыя объявленія.

$\frac{1}{1}$ стр.	$\frac{1}{2}$ стр.	$\frac{1}{4}$ стр.
20 руб.	12 руб.	8 руб.

Мелкія объявленія: годовыя по 40 коп. за строку петита въ 4 столбца.
 " " разовыя по 10 " " " " " 4 "

За объявленія по особому заказу взимается повышенная плата по соглашенію.

Разсылка объявленій, не превышающихъ 1 лота, принимается по
 1 руб. 50 коп. за 100 экземпляровъ.

*Подписка принимается на журналъ и объявленія въ Харьковъ. Петров-
 скій переулокъ д. № 18.*

Печатано по опредѣленію Совѣта Императорскаго Университета Св. Владимира
Ректоръ Н. Бобрецькій.

УНИВЕРСИТЕТСКІЯ ИЗВѢСТІЯ

Годъ XLV.

№ 3 — МАРТЪ.

1905 годъ.

Часть II—неофициальная.

- I. Sur la question des squelettes colorés (съ рисунками).—
Проф. Ю. А. Кулаковского 1—9
- II. Повѣсть о Саввѣ Грудцынѣ.—Стипендіата В. А. Розова 1—7
- III. Кайкавское нарѣчіе.—Сочин., удостоенное Историко-Филол.
факультетомъ золотой медали. Окончив. курсъ А. М. Лукья-
ненко 113—146
- IV. Способъ наименьшихъ квадратовъ.—Проф. В. П. Ермакова. 1—22
- V. Элементы математического анализа.—Проф. М. Θ. Хандринова 581—620

Научная хроника.

- VI. Приложенія къ протоколамъ Акушерско-Гинекологическаго
Общества въ Кіевѣ 81—120

Прибавленія.

- I. Наблюденія Метеорологической обсерваторіи Университета
св. Владиміра въ Кіевѣ (іюль—сентябрь 1904 года, съ та-
блицами), издаваемыя проф. І. І. Косоноговымъ 1—21
- II. Сборникъ законодательныхъ памятниковъ древняго западно-
европейскаго права, издав. подъ ред. проф. П. Г. Виногра-
дова и М. Ф. Владимірскаго-Буданова 81—128
- III. Описаніе монетъ и медалей, хранящихся въ Нумизматиче-
скомъ музеѣ Университета св. Владиміра. III. Монеты
римскихъ императоровъ.—Проф. В. Б. Аутоновича. 175—206
- IV. Объявленіе о конкурсахъ на вакантныя кафедры по Фи-
зико-Математическому и Юридическому Факультетамъ 1—3
- V. Объявленія объ изданіи журналовъ, соч. Н. И. Косгомарова
и „Исторіи новой философіи“ Куно Фишера въ рус. пере-
водѣ (т. III, Лейбницъ; т. VII, Шеллингъ) 1—4
- VI. Отъ Комитета вспомогательнаго Общества „Санаторій“.

КІЕВЪ.

1905.

Sur la question des squelettes colorés ¹⁾.

Dans le vaste domaine de l'archéologie préhistorique il existe une modeste question sur laquelle je me permets d'attirer l'attention de cette assemblée éminente. Je veux parler des squelettes aux jambes repliées peints en rouge. Ces squelettes n'ont été étudiés en Occident que par un petit nombre de savants, les trouvailles de ce genre étant fort rares dans cette partie de l'Europe. En Russie elles sont, au contraire, très fréquentes; on trouve de ces squelettes dans une portion considérable de notre territoire. Le rayon de ces trouvailles commence dans les gouvernements de Kiev et de Poltava et s'étend jusqu'à la côte méridionale de la Crimée et les côtes orientales de la mer d'Azof. J'ai eu l'occasion d'étudier ce type d'inhumation pendant les fouilles que j'ai faites dans les steppes et près des montagnes de la Crimée sur les rives du Salhir et du Belbek. Les savants russes se trouvant ainsi dans des conditions très favorables pour étudier les squelettes peints, je me propose de vous faire part des résultats de nos études, concernant une question très spéciale, il est vrai, mais qui cependant n'est pas complètement dénuée d'intérêt.

Je commencerai par signaler les marques distinctives des sépultures contenant des squelettes aux jambes repliées.

L'aspect de ces sépultures, telles que je les ai vues, offre les particularités suivantes: le trait le plus caractéristique, à part la coloration des os, en est que le mort y a été déposé les jambes repliées sous lui. La fosse est habituellement creusée au-dessous de la terre végétale. Dans beaucoup de *kourganes* (tumulus) renfermant dans leurs couches supérieures des sépultures de l'époque dite *scytho-sarmate* et de l'époque plus récente des Turcs nomades, quand on pousse les

¹⁾ Рефератъ, читанный на Международномъ Конгрессѣ историческихъ наукъ въ Римѣ, въ секціи археологии, въ засѣданіи 8 апрѣля (26 марта) 1903 года. Напечатанъ въ изданіи Конгресса: Atti del Congresso Internazionale di Scienze Storiche, vol. V. Archeologia. Roma 1904, стр. 673—681.

fouilles jusqu'au-dessous de la terre végétale, on fait apparaître au jour des tombes renfermant des squelettes colorés. Il m'est arrivé, mais plus rarement, de fouiller de grands tumulus ne renfermant que des tombes de ce type, aussi bien dans la couche sous-jacente à la terre arable que dans les diverses couches accumulées au-dessous. La fosse inférieure est souvent recouverte de forts madriers, mais il arrive aussi souvent que la terre pèse directement sur le squelette sans qu'il y ait trace d'un abri protecteur en bois. Quelquefois le même type de sépulture se rencontre dans les tombes à caisse, formées de grandes dalles en pierre calcaire posées de champ, surmontées d'autres dalles posées à plat. Ces tombes ne sont pas établies dans le sous-sol, mais dans l'épaisseur même du tumulus. Le plus souvent les tombes de ce type ne renferment absolument rien que le squelette; parfois cependant on y trouve des vases en terre d'un travail grossier, de forme simple, de dimension médiocre ou même petite; plus rarement des instruments en pierre éclatée, des pointes de lance plates en bronze. Quant à la coloration des os, tantôt on l'observe sur tout l'ensemble du squelette, tantôt elle apparaît avec plus d'intensité sur les os de la partie supérieure du corps, la tête, le cou, les mains (quand celles-ci sont voisines du visage). On retrouve la matière colorante au niveau du squelette, en couche d'une certaine épaisseur, dans le voisinage de la partie supérieure du corps. Cette matière est ordinairement mélangée à la terre, mais elle se présente parfois en couche assez compacte pour qu'on puisse la recueillir non seulement sous forme de poussière, mais en morceaux de la grosseur d'un œuf de pigeon. Sa couleur est rouge-brun. L'analyse chimique y décèle du fer; c'est de l'ocre. Les crânes qu'on trouve dans les tombes de ce type sont généralement ou écrasés par le poids de la terre, ou si faibles qu'il est impossible de les retirer intacts et encore moins de les conserver. Quand on réussit à retirer un fragment plus ou moins important de l'os pariétal, on peut y constater des indices de dolichocéphalie, avec un faible développement du front.

Autant que je sache, les sépultures de ce type qui ont été découvertes ailleurs qu'en Crimée présentent des aspects entièrement analogues. Je puis citer, à cet égard, les descriptions détaillées de tombes renfermant des squelettes colorés que donne le comte A. A Bobrinskoy dans un travail estimable intitulé: *Les Kourganes de Sméla et les découvertes archéologiques faites dans les environs*.

Cet ensemble de caractères a, dès longtemps, conduit les archéologues russes à admettre que ses tombes appartiennent à une population que son degré de civilisation placerait à la fin de l'âge de pierre.

Seul le procédé de teinture des squelettes paraît encore mal expliqué et offre matière à discussion. Comme on a également découvert dans le sol des cavernes de l'Europe occidentale, des ossements colorés (mais jamais de squelettes complets) et que la science archéologique d'Occident a admis l'hypothèse que parfois l'homme primitif séparait la chair des os et enterrait ceux-ci après les avoir teints, la même hypothèse a trouvé faveur auprès des archéologues russes.

Cette hypothèse a été examinée plus d'une fois aux congrès archéologiques russes: au congrès de Moscou en 1890, à celui de Vilna en 1893 et enfin au congrès de Kiev en 1899. Mais nos conclusions sur cette question ne sont pas connues des autres savants de l'Europe. Ainsi dans son important ouvrage sur *L'humanité à l'époque préhistorique*, publié en 1896, l'érudit tchèque M. Niederlé après avoir fait une description très détaillée des squelettes aux jambes relevées qui ont été trouvés en Bohême, en Moravie et en Bosnie affirme „qu'avant l'inhumation on enlevait la chair des cadavres, puis on frottait ou l'on recouvrait les os d'une certaine substance de couleur rouge“.

C'est aussi l'opinion de l'illustre savant M. Virchow qui a traité cette question plus d'une fois dans sa revue le *Zeitschrift für Ethnologie*. La dernière mention qu'il en fait et que je me permets de vous citer, ne laisse aucun doute sur la façon dont cet érudit explique la provenance de la coloration des squelettes.

„Jedenfalls kann die Färbung erst stattgefunden haben, nachdem die Knochen von allen Weichtheilen befreit, also im Zustande macerirter Knochen angelangt waren. Das führt wiederum zu der Schlussfolgerung, dass die Knochen erst dann definitiv bestattet wurden, als diese „Maceration“ vollendet war. Entweder mussten sie dann, also nach der ersten, gleichsam provisorischen Bestattung wiederausgegraben, darauf gefärbt und schliesslich von Neuem bestattet sein; oder die Leichen mussten zunächst überhaupt nicht bestattet, sondern in irgend einer anderen Form der Verwesung ausgesetzt und erst nach der Maceration der Knochen beerdigt worden sein“⁽¹⁾.

Cette opinion a été émise pendant les débats occasionnés par la découverte d'un squelette aux jambes relevées au Josephgasse à Brünn. M. Virchow a vivement combattu l'opinion de M. Much qui supposait que la coloration pouvait être accidentelle, le cadavre ayant été enseveli dans un terrain contenant de l'argile ferrugineuse.

¹⁾ *Zeitschrift für Ethnologie*, 1898, Verhandl., S. 71.

Cette opinion paraît avoir été acceptée par les savants italiens. M. Collini dans son ouvrage sur le sépulcre de Remedello-Sotto (Parme, 1899-1900), ainsi que l'éminent explorateur des antiquités de la Sicile M. Orsi croient à l'existence d'un usage qu'ils appellent la „décarnisation“. Selon M. Orsi le nombre considérable de squelettes que l'on trouve dans les grottes funéraires de Melilli prouverait qu'un tel usage a existé à l'époque de pierre.

L'honoré secrétaire de l'Institut Archéologique allemand, M. Petersen, dans son exposé des ouvrages de M. Orsi paraît se méfier de la théorie du savant italien; il explique d'une façon beaucoup moins compliquée la présence d'un nombre considérable de squelettes aux jambes relevées dans les grottes funéraires. Mais il fait la remarque suivante:

„Ein wirklicher Beweis für *scarnimento* wäre ja die künstliche Färbung der Skelette, wovon Orsi aber trotz genauer Prüfung, weder in Melilli noch in Castellucio und Plemmyrion Spuren gefunden hat; mit der Form der Beisetzung wäre jene auf den ersten Blick so abschreckende Sitte sonst wohl zu vereinigen⁽¹⁾“.

Ainsi, selon M. Petersen la coloration des squelettes prouverait l'existence de l'usage de la „décarnisation“. En Italie on n'a trouvé qu'un seul squelette dont la tête ait conservé des traces de couleur (les os de la figure sont couverts de vermillon). C'est le squelette du Musée Préhistorique de Rome dont parle M. Pigorini dans le *Bull. di paleon. ital.*, 1880 (VI) ainsi que M. Colini, *ibid.* 1898 (XXIV) v. la planche XVI.

Notre savant russe M. Modestof dans son grand ouvrage sur l'archéologie préhistorique de l'Italie, qui a paru en 1902, accepte avec confiance l'opinion de MM. Colini et Orsi. M. Petersen en parlant des squelettes aux jambes relevées de Scurgola s'étonne de ce que sur 16 flèches de pierre trouvées dans le sépulcre deux soient couvertes de couleur (*ibid.* p. 160, n. 2).

Pour les personnes qui, comme moi, ont eu l'occasion de rencontrer souvent ce type d'inhumation, le fait dont parle M. Petersen ne présente rien de bien nouveau ni de bien étonnant.

A l'encontre de M. Petersen je crois pouvoir affirmer que la coloration des squelettes aux jambes repliées, tels que nous les trouvons dans les sépulcres de la Russie méridionale, au lieu de confirmer

¹⁾ *Mittheil. d. d. Arch. Inst. Röm. Abth.*, XIII, s. 160.

l'existence de l'usage de la „décarnisation“ prouve au contraire qu'un tel usage n'a pas existé.

Si la teinture des os était le résultat d'un travail de dépouillement accompli sur le cadavre avant l'ensevelissement, il serait absolument invraisemblable que le squelette se retrouvât sur le sol de la tombe dans toute son intégrité, comme cela arrive en effet. Non seulement les parties principales, telles que le crâne, les os des épaules, le bassin, sont à leur place, mais aussi les plus petits os, jusqu'aux phalanges des doigts inclusivement.

Seul un homme possédant de profondes connaissances en anatomie et une longue pratique dans le maniement des os du squelette de l'homme pourrait reconstituer de cette façon un squelette dont les parties composantes auraient été préalablement séparées les unes des autres⁽¹⁾. Ce n'est pas sous cet aspect, sans doute, que nous nous représentons les hommes de l'âge de pierre. Si, d'autre part, la teinture des os se faisait préalablement aux funérailles, on se demande pourquoi la matière colorante forme, dans la fosse, une couche plus ou moins épaisse autour du squelette. Mais voici une objection d'un caractère plus technique: les os à l'état frais ne peuvent pas prendre la teinture, parce qu'ils renferment de la graisse⁽²⁾. Ainsi les partisans de l'ancienne hypothèse seraient forcés d'attribuer à l'homme de l'âge de pierre, non seulement une connaissance exacte de l'anatomie, mais encore une grande habileté dans l'art de teindre les os.

C'est pourquoi il me semble que cette hypothèse doit être résolument rejetée. A l'appui de la solution proposée par le professeur Antonovitch, je citerai ici un fait observé pendant mes fouilles de 1896. Comme j'explorais un groupe de tumulus situé sur les hauteurs de la rive droite du Belbek, à 2 verstes N.-O. du village de Douvankioi, les fouilles mirent à jour dans l'un d'eux une allée couverte. Quatre grandes dalles de calcarie étaient posées de champ et une cinquième posée à plat les recouvrait exactement. Quand on découvrit la tombe, les squelettes,—il y en avait deux,—apparurent absolument intacts et dans l'attitude même où ils y avaient été déposés.

Ils étaient accroupis. Leur coloration offrait l'aspect d'une large bande qui s'étendait en zig-zag sur l'un et l'autre squelette: sur le crâne de l'un, les épaules de l'autre et le bassin du premier; il y

¹⁾ On peut ajouter que même de nos jours un anatomiste n'arriverait pas à réunir les os séparés d'un squelette sans le secours d'un fil d'archal.

²⁾ Je dois cette observation à mon savant collègue professeur de chimie M. Réformatsky.

avait de la couleur abondamment sur les côtes, gisantes à terre, des deux squelettes et sur quelques vertèbres tant de l'un que de l'autre: il y en avait aussi sur le lit de cailloux de rivière qui formait le fond de la tombe, là où la bande colorée passait d'un squelette à l'autre.

Selon la théorie de la décarnisation les chairs auraient été enlevées avant l'inhumation; on aurait peint les os, puis on aurait réintégré le corps. Je doute qu'un artiste, quelles que soient ses connaissances en anatomie, puisse accomplir un tel ouvrage. Les traces de la coloration disposées en zig-zags et couvrant de larges raies les cailloux de la litière prouvaient que les chairs avaient été recouvertes d'une couche épaisse de couleur et qu'elles avaient déteint sur les os.

Mon collègue M. Jakimovitch, professeur d'histologie, a examiné au microscope les os peints de notre musée d'archéologie.

Avec la permission de l'auteur je me permets d'ajouter ici les passages les plus intéressants de son travail publié en russe en 1900 (Kiev).

„Commençons par observer, tant à l'oeil nu qu'au microscope, quelques fragments d'os colorés. La fig. 1 représente un de ces fragments, unique en son genre; c'est une tête de fémur gauche ayant appartenu, selon toute apparence, à un adulte du sexe masculin. Sur sa face interne, autour de la *fosse rugueuse (foveola)*, à l'endroit où s'insère le ligament rond on remarque une couche colorée d'une étendue de quelques centimètre et d'une épaisseur, qui, sur certains points, atteint un millimètre. Il est évident que cette couleur n'a pu être déposée là que lorsque tout l'appareil de l'articulation *pelvifémorale* étant détruit, la tête du fémur, entraînée par le poids de l'os, est sortie de la cavité cotyloïde et s'est trouvée placée la face inférieure interne en dessus. Ce n'est que grâce à cette position de la tête du fémur que matière colorante placée au-dessus a pu avec le temps, comme nous allons le voir, se déposer autour du *ligamentum teres*. La couleur ne couvre pas seulement la surface libre; elle a pénétré dans l'intérieur et s'est déposée sur les lamelles osseuses du tissu spongieux, tantôt sous forme de granulations, tantôt de masse diffuse. C'est ce dont j'ai pu me convaincre en pratiquant sur l'os en question une petite fenêtre et en brisant avec des pinces quelques minces lamelles de matière spongieuse, que j'ai examinées dans une goutte de bitume (fig. 2 et 3). On voit sur ces préparations que les lamelles superficielles sont plus fortement colorées que les lamelles plus profondes; elles ont subi davantage l'action des forces destructives; souvent les particules

osseuses, à la suite de la destruction des cloisons avoisinantes, se sont confondues en formant des cavités irrégulières.

„Examinons maintenant des fragments d'os du crâne, pris sur le même squelette. Il ne faut pas songer ici à employer la méthode habituellement usitée en histologie pour étudier la structure des os, méthode qui consiste à détacher de l'os à l'état naturel des tranches minces qu'on use et qu'on polit, ou à faire des coupes minces dans les os dépouillés de leur matière minérale. Pour se procurer des tranches polies, il faut d'abord détacher à la scie des lames minces; mais pendant l'opération du sciage, la matière colorante se détache de la surface de l'os, ou, si par hasard elle y reste attachée, elle ira ensuite infailliblement se loger pendant l'opération du polissage, dans les canaux de Havers et parmi les particules osseuses où en réalité elle n'avait pas pénétré, donnant ainsi une représentation inexacte de sa répartition réelle. Dépouiller l'os de sa partie minérale pour y pratiquer des coupes minces n'est pas non plus un procédé applicable ici, parce que l'action prolongée de l'atmosphère y a détruit la plus grande partie de la matière organique, de sorte qu'il se modifie sous l'action des acides, se gonfle, se déforme, et la matière colorante abandonne la place où elle se trouvait auparavant.

„Conclusion: avant de procéder par les méthodes ordinaires, il faut commencer par fixer la matière colorante sur les points où elle s'est déposée....“

Après avoir décrit le procédé qu'il emploie pour fixer la matière colorante, le prof. Jakimovitch continue ainsi:

„En examinant ces lames minces sous le microscope, nous voyons que la matière colorante s'est déposée à la surface de l'os en couche continue et grenue. Dans les couches superficielles du tissu compact, nous la retrouvons soit sous forme de grains isolés, dans les cellules osseuses et les canaux de Havers, soit, et le plus souvent, répandue en masse diffuse et communiquant aux lamelles osseuses une teinte rouge sale qui s'affaiblit et s'efface à mesure qu'elle pénètre dans les couches plus profondes. L'os lui-même est plus modifié dans sa structure dans les couches superficielles que dans les couches profondes. Dans celles-ci l'on distingue encore les cloisons et les corpuscules osseux, tandis que dans les premières on ne les distingue plus qu'avec peine. L'examen des coupes (pratiquées dans la matière organique) donne des résultats identiques. La couleur y apparaît étendue en couche continue et grenue à la surface de l'os. Des grains isolés de matière colorante se rencontrent dans les corpuscules osseux et les canaux de Havers. Quant aux lamelles osseuses, tant du tissu compact que du

tissu spongieux, elles sont incolores, parce que la matière colorante qui les pénétrait s'est en partie dissoute dans l'acide, mais principalement dans l'eau où l'on a lavé les coupes pour en faire disparaître les cristaux dont nous avons parlé plus haut.

„Des résultats de l'observation au microscope et de l'ensemble des faits connus, nous pouvons maintenant déduire une explication de la coloration des squelettes et montrer comment elle a dû se produire. Après la destruction des parties molles du corps, ainsi que des vêtements ou des linceuls, s'il en existait, il ne restait plus, entre les os et la couleur répandue sur le cadavre, qu'une couche de matière d'origine organique. Cette couche, produit de la putréfaction des matières organiques, n'a pu manquer de subir l'action des eaux de la surface, lesquelles, en la traversant, en ont dissous les parties solubles et entraîné mécaniquement les autres, de sorte qu'elle allait en s'amincissant sans cesse, tandis que la matière colorante s'approchait toujours, davantage du squelette. Il vint un moment où, tous les produits de la putréfaction ayant été emportés par les eaux, la matière colorante se trouva en contact immédiat avec lui. Mais elle-même subissait aussi l'action des eaux de la surface. L'eau commença par dissoudre le principe colorant, qui pénétra dans les parties du squelette les plus voisines. Entraînées par elle, les particules insolubles les plus fines pénétrèrent dans les canaux de Havers, qui débouchent à la surface des os, et s'y déposèrent sous forme de grains et de granules de diverse grandeur. Nous devons donc considérer la coloration des os comme un phénomène secondaire et non primaire, qui ne s'est produit qu'après que toutes les parties molles du cadavre ont été détruites et que tous les produits de la putréfaction ont été lessivés par les eaux de la surface du sol. Depuis ce moment, des centaines et des milliers d'années ont passé, pendant lesquelles le phénomène de la coloration du squelette a suivi lentement son cours au fond de la tombe jusqu'au moment où les recherches des archéologues ont ramené le squelette au jour.

„La matière qui colore nos squelettes, examinée à la vue simple et au microscope, offre toutes les apparences de l'ocre, substance très répandue dans la nature, qui se compose, comme on sait, d'argile renfermant de 5 à 40% d'oxyde de fer, soit anhydre, soit hydraté, plus une proportion variable de diverses substances, telles que quartz, silice, chaux, craie, etc., qui peuvent s'y rencontrer accidentellement. Elle ne se distingue de l'ocre naturelle que par une coloration plus vive et plus intense, indice d'une teneur plus forte en oxyde de fer. ce qui s'explique aisément par l'action des eaux superficielles. Celles-ci ont dû, en effet, entraîner à la longue les matières les plus légères.

matières le plus souvent incolores, ne laissant que les particules plus lourdes et plus vivement colorées de l'oxyde de fer. C'est ce qu'on peut vérifier à l'aide du microscope, qui nous montre cette couleur presque uniquement formée de grains d'oxyde de fer, brillant sur le fond sombre du champ visuel comme des charbons ardents, et offrant à la vue les diverses nuances du rouge, tandis qu'on aperçoit, dispersées çà et là, de rares particules incolores, qui brillent d'un éclat argenté⁽¹⁾. En épuisant par l'eau de l'ocre naturelle, on obtient une couleur fort ressemblante à la couleur de nos squelettes, et plus on prolonge l'opération, plus est vive la couleur du résidu obtenu. De ce qui précède on est en droit de conclure que la terre rouge que l'homme de l'âge de pierre répandait sur ses morts n'avait pas la couleur intense du rouge que nous voyons maintenant sur leurs squelettes“.

Tels sont les points principaux de l'étude de M. Jakimovitch. Ses conclusions viennent à l'appui des opinions émises par les archéologues russes concernant les squelettes colorés. En écartant ainsi la théorie du *scarnimento* devant une assemblée composée de savants de tous les pays de l'Europe, je suis heureux de pouvoir contribuer aux progrès de la science en réfutant une hypothèse inutile.

¹⁾ L'observation microscopique se fait de préférence en éclairant l'objet par la lumière réfléchie, ou mieux encore, par la lumière polarisée, qui donne un champ obscur.



3

2.



Б

А



1.

Повѣсть о Саввѣ Грудцынѣ.

Повѣсть о Саввѣ Грудцынѣ является одной изъ немногихъ оригинальныхъ русскихъ повѣстей XVII в. и, несомнѣнно, была самой популярной изъ нихъ. Она распространена во множествѣ списковъ. Намъ лично въ Кіевѣ и нѣкоторыхъ лишь книгохранилищахъ Москвы удалось разыскать 12 таковыхъ. Не удивителенъ поэтому интересъ, возбуждаемый ею въ ученомъ мірѣ. Почти всякій, кто работалъ надъ московской литературой XVII ст., касался и нашей повѣсти. Однако вопросы о мѣстѣ и времени ея возникновенія, объ ея авторѣ и источникахъ далеко еще не разрѣшены, что объясняется отсутствіемъ внѣшнихъ данныхъ относительно этой повѣсти и трудностью ея анализа вслѣдствіе сложности ея содержанія.

Главной цѣлью нашихъ работъ надъ „Саввой Грудцынымъ“ первоначально было разысканіе источниковъ этой повѣсти. Мы привлекали къ сличенію съ нею извѣстное Чудо Василія Великаго о прельщенномъ отроцѣ, легенды о Кипріанѣ, Теофилѣ, князѣ Карулѣ, Твардовскомъ, Фаустѣ, просматривали *Gesta Romanorum* и разные рукописные сборники древнихъ житій, чудесъ и повѣстей, которые намъ удавалось достать. Поиски оказались безуспѣшными. Легенды о Твардовскомъ и Фаустѣ слишкомъ далеки отъ русской повѣсти. Другія—очень несложны и далеко не объясняютъ всѣхъ ея чертъ. По нашему убѣжденію, искать для нея опредѣленный источникъ бесполезно. Ея мотивы, мысли, даже выраженія шаблонны въ житійной литературѣ. Почти каждую черту „Саввы Грудцына“ въ отдѣльности можно прослѣдить по множеству житій и повѣстей религіознаго характера, но нигдѣ мы не встрѣчаемъ ихъ собранными въ одномъ фокусѣ, какъ видимъ въ нашей повѣсти, нигдѣ не находимъ сліянія житійнаго матеріала съ русскими историческими и

бытовыми подробностями. Авторъ нашего произведенія обладалъ большою начитанностью, черпалъ нужный ему матеріалъ отовсюду, но настолько обезличивалъ заимствованное, что мы теперь не можемъ съ рѣшительностью утверждать, что данная черта взята именно изъ того, а не другого сходнаго съ нимъ по мотиву разсказа.

Тѣмъ не менѣе намъ встрѣтился памятникъ, заключающій въ себѣ столько мотивовъ, общихъ съ „Саввой Грудцынымъ“, что на немъ необходимо остановиться съ большимъ вниманіемъ. Это сочиненіе Агапія Критяннина: „*Ἀγαπίου Κριτιαννίνου*“, первое извѣстное изданіе котораго появилось въ Венеціи въ 1641 г. Мы имѣемъ въ виду собственно 3-ью часть его труда, являющуюся сборникомъ „чудесъ“ Богородицы. Вскорѣ переводы его появились и на Руси ¹⁾. Конечно, я не думаю утверждать, что именно это произведеніе послужило источникомъ русской повѣсти. Однако межъ ними существуетъ несомнѣнное духовное родство. Переводчикъ „Грѣшныхъ спасенія“ и авторъ „Саввы Грудцына“ должны были обладать одинаковыми вкусами и взглядами, однимъ и тѣмъ-же любимыми писательскими приемами, должны были принадлежать къ одному литературному направленію, въ самомъ тѣсномъ смыслѣ этого слова. Такимъ образомъ, то, что намъ извѣстно относительно обстоятельствъ, сопровождавшихъ этотъ переводъ, можетъ послужить исходной точкой для рѣшенія вопросовъ, возбуждаемыхъ нашей повѣстью. Приступаемъ къ сопоставленію обоихъ памятниковъ ²⁾

Нашъ сборникъ по своей тенденціи примыкаетъ къ столь процвѣтавшему въ католической Европѣ культу Св. Дѣвы. Всѣ безъ

¹⁾ Одинъ принадлежитъ уроженцу юго-зап. Руси Самуилу Бакачичу, сдѣланъ на Аѳонѣ ранѣе 1686 г. См. Соболевскаго: „Библиогр. замѣтки“, въ Читаніяхъ въ Ист. Общ. Нестора-лѣтописца, кн. XIV, вып. II, стр. 14—16. Другой переводъ исполненъ, по желанію Іова, митр. новгородскаго, монахомъ Чудовскаго монастыря Дамаскинымъ въ концѣ XVII—началѣ XVIII в. См. Соболевскаго: „Переводная литература московской Руси XIV—XVII в.“, въ Сборн. Отд. русск. яз. и слов. Имп. Акад. Наукъ, т. 74, стр. 336—338.

²⁾ Мы не могли воспользоваться ни греческимъ подлинникомъ, ни наиболѣе важнымъ для насъ переводомъ Дамаскина. Намъ пришлось удовольствоваться спискомъ 1758 г., сдѣланнымъ съ перевода Бакачича. Онъ хранится въ библиотекѣ Кіево-Печерской Лавры подъ № 190 и озаглавленъ: „Чудеса Пресвятой Владычицы нашея Богородицы и Приснодѣвы Маріи, отъ греческаго языка на словенскій прѣведенная въ общую пользу отъ смѣреннаго Самуила Бакачича во Святой Горѣ Аѳонской“.

исключенія чудеса, помѣщенные въ немъ, посвящены прославленію могущества и милосердія Богородицы ¹⁾. Ту же черту видимъ и въ русской повѣсти. Она смѣло могла-бы стать въ рядъ разсказовъ сборника, изъ которыхъ нѣкоторые размѣрами, богатствомъ содержания и разнообразіемъ приключеній весьма приближаются къ ней ²⁾.

Сборникъ проникнутъ монашеской тенденціей. Большая часть чудесъ совершена или надъ монахами (чудеса 8, 9, 12, 13, 15 --18, 20--25, 27, 29, 33, 34, 36, 41, 42, 45, 46, 59), или монахами (19, 40), или надъ монашески живущими супругами (50). Испѣленные міряне въ благодарность обыкновенно принимаютъ иночество (7, 10, 26, 31, 35, 37, 55, 56). Въ нѣкоторыхъ случаяхъ оно ставится условіемъ божественной помощи ³⁾. Иночества же требуетъ Богородица и отъ Саввы. Эта подробность тѣмъ важнѣе для насъ, что ея нѣтъ ни въ легендѣ о Теофилѣ, ни въ Чудѣ Василія Великаго, съ которыми обычно сопоставляютъ нашу повѣсть.

Кромѣ этихъ общихъ тенденцій, „Савву Грудцына“ роднитъ съ разбираемымъ сборникомъ множество частныхъ, разсѣянныхъ въ видѣ отдѣльныхъ чертъ по разнымъ чудесамъ. Напримѣръ, Савва предаетъ свою душу діаволу рукописаніемъ. То же совершаютъ италійскій князь Каруль и Теофилъ ⁴⁾. Въ повѣсти бѣсъ принимаетъ на себя образъ человѣка, то же обычно и въ сборникѣ (см. чудеса 16, 23, 39, 47 и др.). Въ повѣсти его изобличаетъ святой прозорливецъ, то же находимъ и въ одномъ изъ чудесъ ⁵⁾. Саввѣ бѣсъ доставляетъ деньги, чувственныя наслажденія, удовлетвореніе честолюбія. Тѣ же службы несетъ онъ и въ разсказахъ сборника ⁶⁾.

¹⁾ Особенно интересны въ этомъ отношеніи чудеса 9, 54 и 55: „О святомъ Григоріи чудотворцѣ, архіеи. неокесарійскомъ“. „О воставшей отъ мертвыхъ, да утаенный грѣхъ исповѣсть“. „О сотворшемъ блудъ причетницѣ, и въ рѣцѣ утонувшемъ, и отъ мертвыхъ возставленномъ“.

²⁾ Напримѣръ, чудо 11: „О царевнѣ италійской, ея же устѣченными руцѣмъ врачаева всесилная Владычица“.

³⁾ См. чудеса 23 и 28: „О отвергшемся Христа писаніемъ“ и „О воскрешеніи (sic!) римлянинѣ“.

⁴⁾ См. чудеса 23 и 24: „О отвергшемся Христа писаніемъ“ и „О Теофилѣ, отвергшемся Христа рукописно“.

⁵⁾ Чудо 56: „О воинѣ разбойницѣ, иже, понеже на кійждо день моляшеся ко Пресвятой Богородицы, не бысть убиенъ отъ бѣса“.

⁶⁾ О деньгахъ см. выше чудо 23, также чудо 47: „О благоговѣйной нѣкоей женѣ, ея-же образъ Владычица взяты на себѣ, и отъ злодѣйствія бѣсов“.

Савва, для врученія сатанѣ рукописанія, посѣщаетъ царство бѣсовское, то же дѣлаетъ и Теофилъ (см. чудо 24). Кромѣ того, въ сборникѣ есть видѣнія царства небеснаго, въ описаніяхъ котораго кое-что напоминаетъ пріемъ Саввы у сатаны¹⁾. Бѣсъ переноситъ нашего героя по воздуху. Подобныя перенесенія нерѣдки и въ нашихъ чудесахъ. Большею частью ихъ производитъ божественная сила²⁾, но случается дѣлать это и бѣсамъ³⁾. Когда Савва поступаетъ въ царское войско, бѣсъ всюду слѣдуетъ за нимъ въ видѣ слуги, „оружіе его ношаше“. Про князя Карула также сообщается: „И бѣ съ нимъ (бѣсъ) въ дружинѣ, всегда ходя встѣдъ его во образѣ воина, и совершаше вся его хотѣнія“ (см. чудо 23). Встрѣчаемъ бѣса и въ дружинѣ разбойниковъ, въ видѣ слуги ихъ атамана⁴⁾. Силою діавола Савва проходитъ черезъ Днѣпръ, „аки по суху“. Силою божественной ходитъ по водѣ Гавріиль⁵⁾, ея же поддерживается „верху воды“ упавшій въ рѣку младенецъ⁶⁾. Когда Савва заболѣлъ, Богородица явилась ему въ сновидѣніи и обѣщала исцѣленіе. Такой пріемъ обыченъ въ сборникѣ: видѣнія во снѣ и въ „изступленіи“ очень часты въ немъ (см. чудеса 3, 8, 9, 21, 22, 23, 24 и т. д.). Иногда рѣчь идетъ въ нихъ именно о возвращеніи рукописанія (чудеса 23 и 24) или объ исцѣленіи (см. чудеса 3, 33, 58, 67). Иногда Св. Дѣву сопровождаетъ, какъ и въ русской повѣсти, Іоаннъ Богословъ⁷⁾. Чудо надъ Саввою совершается въ за-

скаго избави ю“. О чувственныхъ наслажденіяхъ см. то же чудо 23 и чудо 17: „Яко всесчастное имя Маріи погубляетъ и прогонитъ бѣси“.

Объ удовлетвореніи бѣсами честолюбія см. чудо 18: „Подобно тому“, т. е. 17, и чудо о Теофилѣ (24).

¹⁾ См. чудеса 3 и 69: „О Іоаннѣ нѣкоемъ видѣніе полезно“ и „Видѣніе чудное, яко Господь благоувѣтливъ къ намъ бываетъ, Матере Своєю преклоненъ сый молитвами“.

²⁾ См. чудеса 28 и 62: „О воскресшемъ римлянинѣ“ и „О избавившемся отъ водъ морскихъ“; см. также чудеса 19, 25, 46, 50.

³⁾ См. чудо 40: „О преданномъ отъ матери въ зачатіи бѣсу“.

⁴⁾ См. выше, чудо 56.

⁵⁾ См. чудо 21: „О святой обители Іверской, и пречестной іконѣ, портатисѣ глаголемой, сіе есть, дверници“.

⁶⁾ См. чудо 30: „О отрочати мирнаго, избавившемся отъ водъ рѣчныхъ“.

⁷⁾ См. выше чудо 9 (о Григоріи Неокесарійскомъ) и чудо 34: „О двою брату, свадившихся со собою и отъ Пресвятыя Владычицы примиренныхъ“. Въ послѣднемъ объясняется и причина появленія св. Іоанна. „Сей есть евангелистъ Іоаннъ, дарованный Ми сынъ Мой“, говоритъ о немъ Богородица.

ранѣе опредѣленномъ мѣстѣ, предъ извѣстною иконою. То же видимъ и въ нѣкоторыхъ чудесахъ ¹⁾. Вообще культъ иконъ, сказывающійся въ обстановкѣ Саввинаго исцѣленія, сильно развитъ въ сборникѣ ²⁾. Жертву, ускользающую отъ нихъ, бѣсы подвергаютъ усиленнымъ мученіямъ ³⁾, власть ихъ надъ нею особенно проявляется при пѣніи Херувимской и падаетъ съ послѣдующимъ богослуженіемъ ⁴⁾, богоотметное писаніе возвращается помощью Св. Дѣвы ⁵⁾, по случаю явленнаго чуда устраивается всенародное церковное торжество съ высшимъ духовенствомъ во главѣ ⁶⁾—все это черты, свойственныя какъ „Саввѣ Грудцыну“, такъ и чудесамъ нашего сборника. Поступленіе исцѣленнаго мірянина въ монахи обычно (см. чудеса, указанныя выше). Почти всякій рассказъ заключается общимъ мѣстомъ о добродѣтельной жизни и подвигахъ благочестія героя или героини, какимъ заканчивается и „Повѣсть о Саввѣ Грудцынѣ“ ⁷⁾. Можно бы указать и другія мелкія черты сходства ⁸⁾,

¹⁾ См. чудеса 4 и 58: „О церкви Богородичной, иже въ Неоріо“ и „О язвенномъ невидимо маліи ради хулы и уврачеванномъ отъ Богоматери“; см. также чудеса 61 и 67: „О просвѣщенномъ стѣпцы“ и „О надшемъ отъ стѣны, и сокрушившемся, и отъ Богородицы уврачеванномъ“.

²⁾ Особенно въ этомъ отношеніи замѣчательны выше указанныя чудеса 21 и 30, а также чудеса 16 и 22: „О искушаемомъ отъ бѣса блуднаго, и Пресвятою Богородицею избавленномъ“ и „О всечестной, царской и патріаршеской обители Ватопедской“.

³⁾ См. выше чудо 23.

⁴⁾ См. выше чудо 40.

⁵⁾ См. уже часто указываемыя чудеса 23 и 24.

⁶⁾ См. чудо 23. Узнавъ о возвращеніи рукописанія Богородицею, „Леонтъ, святѣйшій архіепископъ тогда римскій, воззва къ себѣ Каралѣ (sic!), и видѣвъ писаніе оно, повелѣ соборному бити отъ церкви благодаренію Богоматери, и совершиша вси праздникъ всеторжественный“. См. чудо 28: „Архіерей-же тогдашняго времени, собравъ клиръ, и люди, состави праздникъ свѣтелъ во возблагодареніе Той, скорой Помощницы“. И по случаю возвращенія рукописанія Теофилу, „Епископъ, и вси, иже во градѣ, прославиша Бога, таковая чудеса творящаго“ (чудо 24).

⁷⁾ Напр., чудо 28 заканчивается такъ: „По семъ князь не возвративси къ тому на путь свой первый, иде въ храмъ единъ Пресвятыя Богородицы, идѣже иноцы нѣколикии подвижахуся, и облекся во аггелскій образъ, служаще храму тому до послѣднаго своего издыханія жителствомъ богоугоднымъ, добродѣтельнымъ“.

⁸⁾ Напр., въ повѣсти Савва попадаетъ окончательно въ руки бѣса, благодаря неповиновенію отцу-матери. Среди чудесъ сборника одно даже озаглавлено: „Чудо страшное о послушаніи къ родителямъ, и о святой літургіи“. См. чудо 65.

но, кажется, достаточно и сказанного, чтобы имѣть право утверждать, что почти всѣ черты, не взятые непосредственно изъ русскаго быта и исторіи, роднятся „Савву Грудцына“ съ „Грѣшныхъ спасеніемъ“.

Переводъ этого произведенія въ Чудовѣ не былъ случайностью. Этотъ монастырь во второй половинѣ XVII в. является литературнымъ центромъ огромной важности. Двѣ черты особенно характерны для его дѣятельности. Онъ стремится поддержать рвущіяся традиціонныя связи съ Константинополемъ и греческой литературой. Это стремленіе сказалось массою переводовъ съ греческаго, сдѣланныхъ въ это время въ стѣнахъ Чудова монастыря, или при участіи его иноковъ ¹⁾. Онъ отстаиваетъ прежніе нравы и обычаи противъ вторгавшихся съ Запада новшествъ. Это стремленіе нашло свое выраженіе въ борьбѣ чудовскихъ дѣятелей противъ Симеона Полоцкаго и его единомышленниковъ ²⁾. Въ то же время въ Москву проникаетъ уже привившійся въ юго-западной Руси культъ Св. Дѣвы ³⁾. А ргіогі можно предполагать, что Чудовъ монастырь, главный очагъ южно-русской образованности въ Москвѣ, явится и важнѣйшимъ проводникомъ на сѣверѣ Руси этого культа. Дѣйствительно, одинъ изъ его дѣятелей Іовъ, новгородскій митрополитъ, заботится о переводѣ „*Ἀποστόλων σωτηρία*“, другой—Дамаскинъ—его выполняетъ, третье лицо, близкое къ Чудову, Аѳанасій Холмогорскій привозитъ его, по предположенію акад. Соболевскаго, въ Архангельскъ. Чудеса отъ иконъ Богородицы въ Уваровскомъ сборникѣ № 2071 переведены съ греческаго; языкъ перевода „Звѣзды Пресвѣтлой“—церковнославянскій, ученый—своими качествами соотвѣтствуетъ языку несомнѣнныхъ чудовскихъ произведеній. Все это позволяетъ предполагать, что и эти переводы вышли изъ Чудова. „*Ἀποστόλων σωτηρία*“, удовлетворяя разомъ двумъ тенденціямъ чудовскихъ дѣятелей, не могла не привлечь къ себѣ ихъ вниманія.

¹⁾ См. ак. Соболевскаго: „Переводы лит. моск. Руси XIV—XVII в.“ Сборн. Отд. русск. яз. и слов. Имп. Ак. Наукъ, т. 74-й, стр. 283—382.

²⁾ „Симеонъ Полоцкій (его жизнь и дѣятельность)“ Героевъ Татарскаго. М. 1886, стр. 190—202.

³⁾ Въ эту эпоху въ Москвѣ появляются „Грѣшныхъ спасеніе“ Дамаскина, многочисленные списки „Звѣзды Пресвѣтлой“, переведенной въ Москвѣ въ 1668 г., и Чудеса отъ иконъ Богородицы въ Уваровск. сборникѣ № 2071. конецъ XVII—нач. XVIII в. См. о нихъ акад. Соболевскаго: „Перев. лит. моск. Руси XIV—XVII в.“ стр. 336—338, 222—224, 330.

Въ свою очередь, мы видѣли, „Савва Грудцынѣ“ тѣсно при-
мыкаеть къ этому произведенію. Надо прибавить, что вообще эта
повѣсть проникнута тѣми-же началами, за которыя ратовали въ
стѣнахъ Чудова. Онѣ стоитъ въ литературѣ поэтической на стражѣ
завѣтовъ старины противъ новаго духа, проникавшаго изъ-за за-
падной границы, создавшаго успѣхъ фаворитамъ, повѣстямъ въ родѣ
„Фрола Скобѣева“, „гишпанскаго шляхтича Долторна“, „россійскаго
матроса Василя“ и др. Новыя повѣсти носятъ свѣтскій характеръ,
назначены для забавы, проникнуты любовнымъ элементомъ. Тонъ
„Саввы Грудцына“ серьезно-поучительный. Основой ему служитъ
литература житій и чудесъ. Вѣяніе времени сказалося и тутъ—въ
повѣсти имѣется романическая интрига, зато отношеніе къ ней
автора безусловно отрицательное. Родительская власть, права су-
пруга, праздничные дни, чудотворныя иконы, рубища нищаго „Бога
дѣля“—все это глубоко чтилось въ московской Руси, все это остается
священнымъ и для нашего автора. О культѣ Св. Дѣвы, проникав-
шемъ изъ юго-западной Россіи черезъ посредство Чудова, и объ его
отраженіи въ „Саввѣ Грудцынѣ“ мы уже говорили выше.

Все сказанное побуждаетъ насъ предположить, не вышла-ли
и наша повѣсть также изъ рукъ чудовскихъ дѣятелей. За это го-
ворить и упоминаніе въ ней Чудова, какъ мѣста постриженія Саввы.
Возможны два случая. Быть можетъ, повѣсть построена на какомъ-
либо мѣстномъ преданіи. Тогда авторомъ ея естественнѣе всего
могъ явиться инокъ той обители, гдѣ совершилось событіе и со-
здалась легенда о немъ. Если-же повѣсть—дѣло исключительно вы-
мысла, то опять таки выдвигать въ ней Чудовъ монастырь и его
святѣни важнѣе всего было для его монаховъ.

Итакъ, Повѣсть о Саввѣ Грудцынѣ, повидимому, появилась во
второй половинѣ XVII в. въ Москвѣ, въ стѣнахъ Чудова монастыря.

Подробный анализъ собственныхъ именъ ея, топографическихъ
указаній, историческихъ и бытовыхъ чертъ, ея языка, намъ кажется,
подтверждаетъ этотъ выводъ, отодвигая лишь время ея возникно-
венія къ послѣдней четверти XVII в.

Владимиръ Розовъ.

Кайкавское нарѣчіе.

Фонетика.

В) КОНСОНАНТИЗМЪ.

Звукъ L.

Здѣсь прежде всего слѣдуетъ разсмотрѣть широко распространенный переходъ l мягкаго въ l *среднее*.

Въ *Междумурскомъ* говорѣ только одно среднее l: čé^alo, télo, mǎgla. Мягкое l развилось здѣсь вездѣ въ среднее: pole, nedéla, volo.

Въ сборникѣ Вальявца мы находимъ: pelali V. 129, s postele 238; въ сб. Кукулевича: z volom 226, čerleno 227, kral 227, odpe-laju 229, mladu lubu 228, sem lubil 229.

Встрѣчается иногда и l мягкое: peljal V. 238, ljudi 13, polje (K. 198).

Съ мягкимъ l позднѣйшаго происхожденія (вторичное сочетание l съ j: zele, veselje, ólje) j не сливается въ одинъ звукъ, а слышится передъ гласными.

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ главнымъ образомъ мы встрѣчаемъ l среднее, но здѣсь встрѣчается и мягкое l, употребляющееся значительно рѣже и при томъ, видимо, безъ всякаго опредѣленнаго правила. Это указываетъ на то, что это l среднее господствуетъ, что мягкость l, если еще она и есть, во всякомъ случаѣ не ощущается отчетливо.

l *среднее*: dole (V. 9), dobročinitel 18, osvoboditela i vezda krala našega 19, rezlučen (разлѣтити) 22, postel 31, na polu 38, još bole 39, na pole 39, ludi 39, po luftu 39, pepelnjak 40, pošle ga 40, štagel 40, frtal 43, vu. . pogibeli 46, pelali 49, kralestvo 49, naj ne zakolu 54, k prijatelom 75, je bila želna 75, kral i kralica 90, su ga obstrelali 93, pošle da zakole... kravu 94, dopelati 102, pantlek, pantleka 119, kraljeva kći 138, od ove kraljevine 150, ovi su ga zalevali 165, prijatel 168, kadilnicu 194, koj ključ je bolši, on koj je prez klu-

čenice napravljen, ali on koj je s klučenicum? Onda 'si su rekli: koj je s klučenicum napravljen ključ, on je bolši 196, plahtu kodele 222. dale 223, nedelu 223, bila je... luta 228, si je premišlaval 230. s klunom klunula 231, železo 286, neso lube za prodati, neg so lube za lubiti 294, vuglenčeka 223.

Въ сборникѣ Кукульевича: bolši 207, š kraljevoga dvora 241, nedela 246, ludi 246, kerstitel 253, imenitel 253, v... polu 254.

На развитіе 1 мягкаго въ среднее указываетъ появленіе передъ встрѣчающимся еще 1-го гласнаго о вмѣсто е: kraljova volja (V. 8) kraljov sin 12, kraljovoga gajnika 51, do kraljovoga grada 190, kraljova či 190, не говоря уже о такихъ формахъ, какъ: kralova kči 139, od... kralove čere 170.

Встрѣчается въ тѣхъ же самыхъ случаяхъ и 1 мягкое (lj), но рѣже: kralj (V. 1), kraljič 1, zaljubi se 2, kraljica 2, ključ 2, boljše 7, volja 8, ljudi 18, zadovoljno 18, željni petek 24, češelj 30, odpeljali su 36, polje 47, zakolje 48, na postelji 44, ni pol frtalja 62. streljati 63, pošljem 69, se režljuti 73, ljubiti 113, kči kraljeva 121. jednu cedulju 158, s kljuuom 252, prijatelje 257, premišljava 276. ljubav 295, doljni svet 101, kraljev sin 144; dalje (K. 201), ključar 205, polje 241.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ 1 среднее изъ мягкаго есть также: dele (Pl. 2—39), luba 73, ljubav 75, polubiše 75, lubiti 76, lubeznog oca 77, bažul 87. Въ имѣвшемся у насъ томѣ мягкое 1 чаще: ljubio 22. ključe 25, od ljute žalosti 26, svetitelju 27, nedelja 30, kralju 33. polje 37, dolje 41, ljudi 42, posteljica 58.

Въ сѣв. и сѣв.-восточной частяхъ *Крижевской* жупаніи мы находимъ: odpelali (K. 192), luba 193, bolšega od sebe 193, z dolne iz zemlice 194, pelamo (Zbr. I—177); 1 мягкое—: ljudi (Zbr. I—176) ljubleni (K. 187) peljali 193.

Въ *Требаревскомъ* говорѣ 1 среднее развито очень широко. «Glasi lj ovaj govor ne pozna» (Zbr. III—164): dole (Zbr. III—55, 95) dolnem ludem velimę 55, ludi—(55, 56, 59 и вездѣ) bole 56, ni vuglena 56, pola (им. мн.) 56, pole 56, 59, devet nedel 57, dolenski kraj 58, dale 58, klun 59, konopel 61, prijatel 63, bu... povalal 64. takve lute zemne 66, selaki 75, ki su valaneši 76, najbolša 79, lubi 79, se odpelaju 79, pokole 83, je... žlel 86, postel 95, vüчителу 97,

klúčenica 103, kudělu 112, črlēni rubec 134, dolni klun 218, frtal 246. Примѣровъ съ lj нѣтъ вовсе!

Во вторичномъ сочетаніи l съ j (lj) j не сливается съ l въ одинъ звукъ: zelje (Zbr. III 114), vesělje 223.

Въ *Ступникъ* l среднее хорошо извѣстно также: deni torbicu dele (=dolje) (Zbr. I—125), dole opal 127, но здѣсь встрѣчается и мягкое l: zadovoljno 126, peljamo 135.

Въ сѣверной части *Блюварской* жупаніи l среднее изъ мягкаго есть: srleno (Zbr. I—181), med tremi lubami 191, но встрѣч. и lj: zaljubil 181.

Въ *Загоръ* мы находимъ: zpelal (K. 209), pāstelka 210, lubi (именит. ед.) lubu lubi (3^{л.}) 213, najbole 215, pelali 222, ludi 222, kralica 248, pole 256; встрѣчается и lj: lepě beljena 210, na posteljki 218, vu jednom pālju 217.

Нѣкотораго рода исключеніемъ является *Пригорскій* говоръ. Здѣсь, по словамъ Рожича, плавный l всегда вообще сливается съ j въ одинъ звукъ: vōlja, prētelj, zelje. Изъ этого указанія можно заключить, что въ *Пригорѣ* l мягкое не развилось въ среднее. Рожичъ указываетъ только на два слова: slīva и slēme (шлемъ), гдѣ l является вм. lj.

Въ *Локварскомъ* говорѣ l мягкое также развилось въ среднее: prijatel, vūčitel, rōditel. Зато здѣсь наблюдается, наоборотъ, появленіе *мякаго* l вм. твердаго и средняго: sljúga, sljūžba, gljèjat, posuòljet, rezdeìljet, zagrljet, zapáljet; въ нѣмецкихъ словахъ: pètljar, tišljär, namáljat.

Иногда является сочет. jl вм. lj: нарѣч. vājle и итал. слово bajla (balia).

Въ говорѣ *Фучковъ* вмѣсто мягкаго l является j.

Появленіе средняго l вмѣсто мягкаго при смягченіи губныхъ звуковъ мы считаемъ болѣе удобнымъ рассмотреть при обзорѣ смягченія губныхъ звуковъ вообще

Процессъ развитія мягкаго l въ кайкавскомъ нарѣчій въ среднее совершился въ историческую пору.

Въ XVI-мъ и половинѣ XVII в. мягкое l въ кайкавскомъ нарѣчій еще не развилось въ среднее. У Врамца въ его *Хроникѣ* (1578) мы находимъ: kraľia, ľiudi, zemľia и т. д., у Петретича (Szveti Evangeliumi 1651 г.) мы встрѣчаемъ: polye, volye, volyum, kralyev, ľuczťvu, zemľye. Особенно важно то обстоятельство, что Петретичъ пишетъ:

veszeljem, чѣмъ ясно выражается разница между *l* мягкимъ и вторичнымъ, позднѣйшимъ сочетаніемъ *l* съ *j*: *l* мягкое обозначается черезъ *ly*; *l*+*j* черезъ *lj*. *l* мягкое извѣстно и Крайчевичу, и Миловцу.

Изъ приведенныхъ выше примѣровъ видно, что *l* среднее вмѣсто *l* мягкаго развито въ сѣверной и сѣверо-западной кайкавщинѣ (Междумурье, Загорье); въ Вараждинскомъ говорѣ, немного южнѣе, этотъ процессъ развитія *l* мягкаго въ среднее еще не вполне закончился (*kċi kraljeva*, *kraljova ċi*, *kraleva kċi*, *krolova ċi*, и др.), хотя *l* среднее уже явно возобладало. Рѣзкую разницу представляютъ южные говоры: въ то время, какъ въ юго-восточной части кайкавской территоріи извѣстно только одно среднее *l*, а мягкаго нѣтъ совсѣмъ, въ юго-западной—*l* мягкое не развилось въ *l* среднее вовсе.

Разсмотримъ теперь, какъ обстоитъ дѣло съ вокализацией согласнаго *l*, стоящаго послѣ гласнаго и заканчивающаго собою слогъ, въ *o*. Чаще всего въ кайкавскомъ нарѣчій вокализации этой не бываетъ, и *l* остается неизмѣнно.

Въ Вараждинскомъ говорѣ мы находимъ: *rekel* (V. 1), *mogel* 2, *oživel*, *pokel* 2, *videl* 3, *pepel* 4, *cuval* 26, *potukel* 65, *pogledal* 202, *vogel* 85, *pekel* 197, *misel* 118. Случаи съ вокализацией рѣдки. они встрѣчаются въ сб. Вальявца только въ двухъ сказкахъ: «*Ocu levo oko plače, a desno smeje*» (146—148) и «*Stara baba gorša od vraga*» (260—261) и больше нигдѣ: *imao*, *nosio*, *šteo*, *zbojao*, *pobegeo*, *genuo*, *vkrao*, *rekeo*, *išeo*, *došeo*, *pošeo*, *prosio*, *mogeo*, (146-я); *zeo*, *video*, *napravio* (147) *dao*, *rodio* (148) *mogeo*, *zakopao*, *napravio* 260. Вальявецъ въ «*Predgovor'ŭ*» говоритъ, что иногда вм. *l* конечнаго слышится «*njekakov kratak o*».

Въ сѣв. и сѣв.-восточной ч. Крижевецкой жупаніи мы находимъ: *zišel* (Zbr. I—176), *pekel* (K. 187), *žalostil* 187, *zgledal* 193, но и *volio*, (Zbr. I—306).

Въ Приорскомъ говорѣ вокализациі *l* конечнаго нѣтъ: *pòsal*, *òral*, *vùgal*, *pòšal*, *bràl*, *třgal*, *večèral*, *pital*, *kòpal*.

Требаревскій говоръ также не знаетъ этой вокализациі: *posel* (Zbr. III—62), *kašel*, 79, *vùgel* 95, *kotel* 95, *sol* 115, *pepèl* 123, *čavel* 235, *mogel* 69, *vřgel* 73.

Въ Ступникъ: *donesel* (Zbr. I—124'), *dobil* 125, *oženil* 126, *zginul* 126, *ostavil* 139.

Въ *Загорѣ*: *zrasel i precvel* (К. 211), *znašel, zpelal* 209, *spravlal* 221.

У *Фучковъ* чаще всего *l* остается неизмѣнно: *pakal, misal, bel, del*; рѣже является короткое *u*: *debëu, počëu, blu, otëu nošlu*.

Не знаетъ вокализациі звука *l* въ *o* и *Локварскій* говоръ, что подчеркиваетъ и Строгаль (Rad. CLII—183-я). Въмѣсто конечнаго *l* здѣсь является звукъ *v*: *pàkav (pàkla); jòrav, (jòrla); kòtav (kòtla), pòsav (pòsla), sòkov—sòkola, vòv—vòla, pèrev—pèpela*; въ прилагательныхъ: *vèsev, dèbev, tòrav*, въ причастіяхъ прош. д. з. *II: rèkav, lègav, dlgav, šòv* и т. д.

Исключеніемъ, и при томъ весьма характернымъ, является *Междумурье*, гдѣ вокализациа *l* въ *o* развита: *kùpio, prljo, vudro (vudrio)*.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ вокализациа также есть: *opravio* (Pl. 2 в.—19), *zasvirao* 20, *poslušao* 27, *sanjao* 36, *soko* 49, *pò kraljestva* 55, *šetao* 75, *sastao* 75₁ *čuo* 78. Часто здѣсь это *o* (изъ *l*) исчезаетъ совсѣмъ: *je priorava* 22, *je tuka oca* 22, *je vara* 22, *Zapa sam u nemile ruke* 45, *je u crkvu otiša* 45, *je doša* 46, *sam reka* 52 *sanja jesam* 54.

Иногда это *o* остается, но оно поглощаетъ предшествующій гласный: *rokipovo* 19, *nazivo, pomogo* 28, *otišo je* 61, *je došo* 62.

Случаи безъ вокализациі рѣдки: *vudril* 79, *sol* 85.

Такимъ образомъ вокализациа *l* въ *o* особенно выдержана въ *Междумурѣ*, относительно *Вербовца* трудно сказать что-либо определенное, ибо въ имѣвшемся у насъ подъ руками матеріалѣ, быть можетъ, сказывается вліяніе штокавщины, такъ какъ вообще въ этомъ томикѣ первая половина весьма подходитъ къ пѣснямъ штокавскимъ о *Маркѣ Краевичѣ* (Коссово Новаковића).

Отмѣтимъ мелкія явленія въ области звука *l*:

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ *l* можетъ выпадать: *človek* и *čojek* (V. 99).

Въ *Требаревскомъ* говорѣ является *l* вм. *d* въ словахъ: *za svalbu* (Zbr. II—114), *pred svalbami* 228; всегда здѣсь—*čovek* 70.

Въ *Локварскомъ* говорѣ *l* вм. *n*: *zlamenje* и *lumer (numerus)*.

Посмотримъ, что даютъ намъ въ области *l* *чакавщина*, *штокавщина* и *словинскій языкъ*?

Въ *чакавинцѣ* и *штокавинцѣ* есть *l* среднее и мягкое, существующія *независимо* другъ отъ друга. Въ *чакавинцѣ*, въ *Рѣцкомъ* говорѣ *вм.* *l* мягкаго является *j*, что мы наблюдаемъ въ говорѣ *Фучковъ*; во вторичныхъ сочетаніяхъ *l* съ *j* въ *чакавинцѣ* не сливается въ одинъ звукъ.

Въ *словинскомъ* языкѣ въ восточныхъ говорахъ, въ *Горицкомъ* и *Резьянскомъ* *l* мягкое развилось въ среднее. Въ *Угорщинѣ* вторичныя сочетанія *l* съ *j* не сливаются въ одинъ мягкій звукъ.

Такимъ образомъ развитіе *l* мягкаго въ среднее *сближаетъ кайкавское нарѣчіе съ восточными словинскими говорами.*

Вокализация согласнаго конечнаго *l* въ *o* въ *штокавинцѣ* распространена очень широко и выдержана весьма послѣдовательно; въ *јекавской штокавинцѣ* (южной) *l*, стоящее передъ рефлексомъ *ѣ*, можетъ оставаться неизмѣннымъ; если же оно вокализуется, то вмѣсто *ѣ* является *i*: *bio*, *cio*, *dio*, (биѣл).

Въ *чакавинцѣ* *l* или удерживается неизмѣнно, или исчезаетъ: *rekal*, *misal*, *proda*. Нѣкоторые ученые (*Миклошичъ*, *Мильчетичъ*) даже отрицаютъ существованіе этой вокализации въ *чакавинцѣ*, *Ягичъ* же признаетъ ее и для *чакавинцы*.

Въ *словинскомъ* языкѣ *l* среднее можетъ переходить въ *w—u* и въ началѣ, и въ исходѣ словъ, особенно въ *Хорутаніи* и *Верхней Краинѣ*, отчасти и въ *Нижней*. Въ *Угорщинѣ* *l* конечное переходитъ въ *й*; *lj* въ исходѣ слова (*kralj*) переходитъ здѣсь черезъ *l* въ *o* (*krao*). Въ *Штириі* *l* конечное переходитъ въ *â* и *ô*. Вокализациі *l* въ чистое *o* нѣтъ.

Отсюда видно, что вокализация конечнаго *l* въ чистое *o* въ *сѣверной кайкавинцѣ сближаетъ ее со штокавинцой*, вся же *остальная кайкавинца* по отсутствію вокализациі и по отпаденію конечнаго *l* можетъ быть *сближена съ чакавинцой.*

Звукъ *n*.

Здѣсь особенно интересно *мягкое n* въ первичныхъ и во вторичныхъ сочетаніяхъ съ *j*; твердое не представляетъ рѣшительно ничего интереснаго.

Любопытно произношеніе мягкаго *n* въ *Междумурьѣ*: мягкое *n* послѣ гласнаго даетъ здѣсь назализованный *j* со слабымъ носовымъ произношеніемъ какъ бы предшествующаго ему носового звука. Здѣсь.

пр словамъ Облака «vrlo neznatan posni izgovor, posna rezonanca» (aj): svija, škrija, knja; во вторичнымъ сочетаніи п съ j то же самое: kamja, vura. Если это п стоитъ въ началѣ слова, то даетъ j съ носовымъ произношеніемъ слѣдующаго за нимъ носового звука: jivo. N мягкое, стоящее послѣ согласнаго, даетъ «obično prosto j»: zdigjena, čreše, ogja (род. ед.), но ogen—п твердое; ogjašče—здѣсь п послѣ согласнаго j съ носовымъ призвучомъ.

Въ сб. Вальевна мы находимъ всюду j: odhranjivala 16, kojski 16, ove svije 127, vudri koja 128, s svijami 128, koj skočil 130, s svojimi koji 130, pove svojo sejo kaj je sejala 131, jedno lukjo 132, zadji pot 132, bodeš meje jeden krajcer dal 134, naj meje 135, samoga ogja je pljuval 136, spomijati 237. У Кукулевича мы находимъ: konja 227, vo slavojsko zemlo 231.

Вторичное сочетаніе: je došlo na znaje (V. 15).

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ чаще всего п мягкое произносится какъ nj: ogenj (V, 2) spominjali su 7, ranjen 17, okamenjeni 18, vu... najmenjšem zakutku 20, v ti zabranjeni hiži 24, pepelnjak 40, na zadnje 42, proklinjati 45, svinje 64, list knjige bele 69, ognjišča ne bilo 93, konj 138, se je... senjalo 141, vu luknju 142, lešnjak 181, su ga odhranjivali 220, se je jemu senja zasenjalo 300, kaj bi tenjša bila 305.

Здѣсь мягкое п можетъ произноситься здѣсь какъ jп, но рѣже, чѣмъ nj: dvanajst kojni 49, z ovem kojnem 55, poseče 'sem kojnom glave 164, jenoga kojna 165, bedejn 166, sem sejnala 166. Вторичное сочетаніе: stajne (V. 164) remejne 165, pod križajnem 166.

Еще рѣже здѣсь мягкому п соотвѣтствуетъ j: ogjenoga dešča 186, se popne na zajdje tace 280, Peter koja štrče 314, ja... žira svijam dam 314, svija 314, koja popu dam 314, meni kjigu da 314.

N смягчается здѣсь передъ k и g: kralju je vre premanjkalo bilo 190, tri drvejnke prose 27, vajnkuš 21, po gajnku 222, na anjgelsku nedelju 254; но и: angel 235.

Иногда встрѣчается п *твердое* тамъ, гдѣ должно быть обыкновенно мягкое: stante (V. 6), spominati 34, spominal je 34, još mene 58, ogen 89, na ražnu 125, vužge škeden 164, luknu 254, trninica 312, se spominala 252.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ мы находимъ: činjenje (Pl. II—26): knjigu 33, konjič 34, sanjao 36, kamenje 64, spominjalo 41, но и—: do najmajnega 77.

Въ *Крижевской* жупаніи (сѣв. и сѣв.-вост. ч.) мы встрѣчаемъ: *konje* (Zbr. I—177), *s njima* (Zbr. I—306), *konje* K. 194; **п** смягчается передъ **g**: *ajngeli* (K. 186), *arkajngela* (186).

Въ *Пригорскомъ* говорѣ **п** мягкое=**пј**: *menjati*, *mēnji*, *zvonjiti*. Здѣсь вторичныя сочетанія съ **ј** сливаются въ одинъ мягкій звукъ: *kóranje*, *krśenje*, т. е. здѣсь Пригорскій говоръ является весьма послѣдовательнымъ, но въ этомъ случаѣ эта разница сглаживается, такъ какъ и въ другихъ говорахъ, гдѣ сочетаніе **lj** не сливается въ одинъ звукъ (Варажд.), сочетаніе **пј** сливается. Въ словѣ *knjiga* **п** мягкое и здѣсь, какъ и въ Вараждинѣ.

Въ *Требаревскомъ* говорѣ **п** мягкое даетъ **jn** вездѣ какъ въ первичныхъ, такъ и во вторичныхъ сочетаніяхъ: *zgovarajne* (Zbr. III—55) *zdržavajnem* 55, *kamejna* 56, *vu jne* 56, *pò—jнем* 57, *zmajne* 57, *na kopajnu* 59, *kojni* 59, *kopajne* 60, *dosta je... tјjna* 60, *je male položneša* 61, *lepe sājncene* 62, *strūjna* 63, *lepe sujncēce* 64, *lajnske lete* 66, *jorajne* 67, *jujncēce* 69, *postelijne* 74, *mějne grunta* 77, *žejnski* 79, *trјne* 79, *zrјne* 81, *vuglјjna* 92, *kójnske štale* 93, *putuvajne* 97. *naelajnati* 121, *z remejnem* 137, *se změjaju* 230, *droptјne* 234.

Передъ **к** и **g** часто **п** смягчается: *v jopojinke* 65, *na gajnk* 73. *z grajнку* 92, *pfјne* 75.

Вмѣсто мягкаго **п** и здѣсь является иногда *твердое*: *spominaju* 61, *spominati* 61, *jōgen* 70, *čez menšu luknu* 83, *veliku jogoricu jogna* 88, *menša voda* 92, *najmenša vrednost* 101, *ražen* 118, *k jognu* 234.

Кромѣ того, **п** твердое здѣсь всегда въ словѣ *svina*: *svine* 58, 59. *z svinami* 90, *imaju svin* 79; затѣмъ **п** твердое въ словъ: *kniga* 213. *gnezde* 84, *gnezda* 87. Иногда **п** твердое является въ мѣстоименіи **он**: *negov zdenec* 102, *dohađaju k ne* 110, *nim je treba jesti* 86, *nega je čuti v hižu* 90.

Въ *Ступницкѣ* мягкое **п**=**jn**: *za—jnega* Zbr. I—124, *za—jnu* 125, *kojn* 127, *ogeju* 126, *u tom hrvajnu* 128; иногда является **пј**: *med nje* 126, *iz kuhinje* 136, *na konjiću* 141, *opominjati* 127.

N твердое вм. мягкаго: *stante se gori* 141.

Въ *Загорьѣ* **п** мягкое=**jn**: *vogēnj* (K. 211) *ranjeni* 211; *konjić* 212, *kerōnjek* 218, *zlamenje* 220; иногда является **jn**: *kaprejnek*.

Передъ **к** является мягкое **п**: *mladu ženjku* 220 *po gajнку* 222. *no vankuši*.

Въ *Локварскомъ* говорѣ **п** мягкое=**пј**: *kuðnj*, *katanje*.

Отмѣтимъ мелкія явленія въ области звука **п**: въ *Требаревѣ* иногда вмѣсто **l** стоящаго при губно-носовомъ **м** является **п**: *ludi koraјu.... zѣmny* (Zbr. III—56), *te zѣmne* 56, *navozili zemny* 61, *zѣmna* 166, *čovek male zadremne* 94: часто встрѣчается и **l**: *zѣmlu* 72, *zѣmle* 63, *zѣmла* 75.

Н является здѣсь вм. сочет. **mi** въ словѣ: *nadožejna* (126. *mladožejna*).

Въ *Локварскомъ* говорѣ является приставочное **п** въ творит. пад. множ. ч. нѣкоторыхъ мѣстоименій: *пјimin*, *timin*, *ūnimin*.

Изъ всего сказаннаго видно, что въ сѣверной кайкавщинѣ, въ болѣе сѣверной полосѣ ея, вм. **п** мягкаго является **ј** съ различными оттенками произношенія; на сѣверо-западѣ—**пј** и рѣдко **јп**; немного южнѣе (Варажд) выступает **пј**, но являются, хотя и рѣже, **ј** и **јп**; около Загреба—**јп**, а въ южной кайкавщинѣ дуализмъ: на юго-востокѣ **јп**, на юго-западѣ—**пј**.

Въ *чакавинѣ* и *штокавинѣ* **п** мягкое=**пј**; въ *чакавинѣ* вторичное сочетаніе **п** съ **ј** не даетъ одного мягкаго звука, но **ј** слышится передъ гласнымъ.

Въ *словинскомъ* языкѣ, въ восточно-штирійскихъ говорахъ **п** мягкое даетъ **ј**.

Итакъ, соотвѣтствіе **п** мягкому только одного **ј** или же **ј** назализованнаго *оближаетъ сѣверную кайкавинцу* (особенно *Междумурскій* говоръ, такъ какъ въ *Вараждинскомъ* **ј** для **пј** рѣдко) со *словинскимъ* *языкомъ*, именно *восточно-штирійскими* *говорами*.

Звукъ **Р**.

Интересно отмѣтить появленіе въ кайкавинѣ *мягкаго* произношенія **г**.

Въ *Междумурскомъ* говорѣ **г** мягкое почти не встрѣчается; если и встрѣчаются формы въ родѣ *регји*, то здѣсь, по словамъ *Облака*, **г** не сливается съ **ј** въ одинъ мягкій звукъ. Появленіе **г** въ первичныхъ сочетаніяхъ указываетъ уже на возможность смягченія **г**.

Въ сб. *Вальявца* мы находимъ рядомъ съ такими формами, какъ: *gibara* 13, и такія: *so ga nagovarјali* 239, *ja ti verјen* 129, *vu morјe* 13, *vu morјu* 13; въ сб. *Кукульевича*: *pred zorјom* 226, *prek morјa* 229, *zorјa* 229.

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ встрѣчается рядомъ съ твердымъ **г** въ тѣхъ же случаяхъ иногда и мягкое **г**:

г твердое: kre mora (V. 27), do... pastira 31, pastir 31, cesarogovomu dvoru 40, sluga gospodarov 86, da mu... večeru 105, večerati 70, s cesarom 201, carova či 40, ov grad... carov 234.

г мягкое: dogovarjali (V. 2), polek morja 12, zorja 22, škarje 23, morje 35, či ne verje 52, orje, orješ 67, da mu večerju 208, vumrjem 298, izpod rezporjenoga Muze 73, tri vuglene žerjavke 248. ov ga je terjal za peneze 193, o nesrečna bila, kâ junaku verje 298: въ сб. Кукульевича: zorja 195, 231, sivo perje 198, na večerju 248, vumerjem 203, žerjavi 248.

Слѣды смягченнаго **г** мы находимъ и въ такихъ формахъ, какъ: orje carove drumove (V. 67).

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ мы находимъ также **г** мягкое: morja (Pl. 2—26), pregorjeti 34, gorje 46, затѣмъ: mramorje 43, troje fele perja 69.

г твердое: zoru dospavala 36, caru kazivali 42, more 43, u zoru 67;

Слѣды смягченія **г**: ore carove dolove 42, но и: carov grad 61,

Въ сѣверной и сѣв-восточной ч. *Крижевецкой* жупаніи мы находимъ: Hodi na večerju (K. 256), na večerje 256, но—и: večerajte (K. 256), večeraj (Zbr. I—177).

Въ *Требаревскомъ* говорѣ **г** способно къ смягченію: mōrje, zērja, primerjāti. Здѣсь **г** мягкое очень развито. Рожиятъ говорить, что послѣ **г** «ostaje stari slovenski j gotovo uvijek». (Rad. CXV—96-я).

Въ *Требаревскомъ* говорѣ **г** мягкое также распространено довольно широко: pērje (Zbr. III—61, 73, 97), se jorje 63, kad zjorju 67, ludi prejarjaju 67, morje 72, nagovarjāti 88, zamérjaju 109, ju zagovarja 124, to je i gōrje 216; **г** твердое: još nē zjorāne 78, od ravuna pēre 130, gūsine pēre 234.

Въ *Ступникъ*: pastire (Zbr. I—124), veli on pastirom 125, carova čer 126, k... caru 127, su večerali 128, но и—:prek morja 127.

Хорошо знаетъ **г** мягкое и *Локварскій* говоръ: bīrja, pērjēn. zamerjāvat, nagovárjat, prevárjen. **г** твердое: pàstlr, pìsār, rìbār, mōre.

Изъ всего приведеннаго видно, что **г** мягкое особенно хорошо извѣстно южнымъ говорамъ кайкавской территоріи (Пригорье и Тре-

барево), Вараждинскому говору оно извѣстно меньше, а дальше къ сѣверу (Междумурье) оно встрѣчается еще рѣже.

Въ *чакавинцѣ* мягкое **г** встрѣчается: *morje, odurjavati*.

Въ *штокавинцѣ* **г** совсѣмъ не смягчается и передъ узкими гласными (i, e) оно произносится такъ же, какъ передъ широкими. Въ *словинскомъ* языкѣ есть отбѣнки мягкаго произношенія **г** (rj).

Принимая во вниманіе то обстоятельство, что **г** мягкое сильнѣе развито именно въ южной кайкавинцѣ, а чѣмъ дальше къ сѣверу, тѣмъ оно рѣже, (въ Междумурьѣ его почти нѣтъ), мы *относимъ въ этомъ отношеніи кайкавское нарѣчіе къ чакавинцѣ*, а не къ словинскому языку, гдѣ **г** мягкое есть, но оно не оказало воздѣйствія на ближайшіе кайкавскіе говоры.

Звуки d и t.

Большимъ разнообразіемъ отличаются въ кайкавскомъ нарѣчій соотвѣтствія праславянскимъ сочетаніямъ **dj** и **tj**.

Въ *Междумурскомъ* говорѣ праславянскому сочетанію **dj** соотвѣтствуетъ чаще **j**: *māja, rāja, mejš, brēja, tuji, mlajši, pogājati, vojk, zamājeno*; затѣмъ праславянскому **dj** соотвѣтствуетъ звукъ **đ** (**h**) болѣе твердаго, чѣмъ въ штокавинцѣ произношенія, здѣсь **h** произносится почти какъ **dž**: *hrđaf, potrđeni, vođa, rođák, pokrđeno*. Въ исходѣ слова вмѣсто этого **đ** является «**č**»: *ječ, povič*, и по аналогіи: *ječte, povičte*.

Рѣже праславянскому **dj** соотвѣтствуетъ мягкое **d** (**dj**): *zbudjeni*.

Въ сборникѣ Вальявца (5 сказокъ) мы находимъ **j** для праславянскаго **dj**: *mlajši, najmlajši* 127, *obleče se v kufrno odejo* 131, *resrjeni otec* 131 рѣже **dj**: *je 'se pojedjeno* 238.

Въ сборникѣ Кукульевича: *zhaja zolja* 229, *ne shajajte rano* 229, но **п**—: *narodjenje* 231, *Medjimorje* 229.

Вторичное сочетаніе **dj** не измѣняется: *grozdjā*.

D смягчается въ косвенныхъ падежахъ слова *dešč*: *dežda*.

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ первичному сочетанію **dj** соотвѣтствуетъ чаще также **j**: *oslobojen* (V. 2), *naj mlajši* 5, *prek meje skočil* 6, *se budeš ti pogajal za plačo*, 7, *tri Rojenice* 76, *Sujenice* 76, *je...* *odsujeno* 85, *na meju* 114, *žejen* 195, *jel vezda sunce shaja ili zahaja* 73, *za preju* 226, *je sprevaljal gospodu* 258, *v njega zasajajte kito rožmarina* 299, *jo mi jeje žeja jobhajala* 311, *našla ona zdenca jo-*

grajenca 313, su ti listi dohajali 69, v tuju zemlju 176; Smiljkom gora jograjena (K. 242), sonce 'zhaja, sonce zahaja 204, ne zhajaj 231, dohaja tuga 236, žeju 247.

Затѣмъ первичному **dj** соотвѣтствуетъ мягкое **d** (**dj**), иногда въ тѣхъ же случаяхъ, гдѣ и **j**: od vseh rodjakov (V. 20) je bilo posadjeno 30, dohadjaju vile 31, kulu zidje 68, vojskovodju 72, je bil oslobodjen 152, nigdo ne žedjen 170, iz tudje zemlice 177, bil je priredjen 178, je zahadjalo 207, j... dohadjala 244, odhadjajte 247. zidjite mi mosti 299, bili obsudjeni 145; zidji mi... cirkvicu (K. 239) vojvodju 202.

Рѣдко здѣсь **d** остается безъ смягченія: pojedene prose (V. 38). med, izmed, 10, 20, 25.

И здѣсь является въ концѣ слова «сѣ» въ формахъ повелительнаго наклоненія, а по аналогіи и въ срединѣ: poješ (V. 182) poveš 193. povešte 3, ješte 83.

Вторичное сочетаніе **d** съ **j** не измѣняется: vu ladji (V. 169) spovedjum 170, grozdje 189, ladja 304, nekoliko dijakov 158.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ **dj** соотвѣтствуетъ чаще мягкое **d** (**dj**): Medj sobom (Pl. 2—19), rodjena 22, tudje medje 22, do sudjena danka 23, najmladja 27, najmladji sinko 27, medju 49, mladjani 54

Рѣже является **j**: je vrtek ograjen 71, nasajen 71.

Караджичевскій звукъ **ɟ** (**dž** твердое) передается здѣсь черезъ **dj**: momče kesedjija 60,—keseɟija; četiri narandjama (нараца) 63.

Въ *Припурскомъ* говорѣ первичному **dj** соотвѣтствуетъ **j**: mēja. žeja, tŕji, (mvr̥ɟu), slaj, (slāɟu), glòjem.

«**d**» является только въ словахъ: ridna и róde.

Въ глаголѣ «iti» въ сложеніи съ предлогами **d** основы не смягчается: dojdem, nájdem.

Во вторичномъ сочетаніи **dj** здѣсь развивается особый звукъ средній между **ž** и **ć** (**ž**): gróže.

Въ *Требаревскомъ* говорѣ первичному **dj** соотвѣтствуетъ «**d**» (**ɟ**): med (Zbr. III—57, 82) je... ograđene 57, vuz građu 58, su bili naređeni 58, međa 59, Međidorje (Međiodrje) 59, napred 60, dovada 63, jug pređu zapuše 63, određuju 67, ora prehađa 68, je dohadala 71, v tuđu bižu 74, je imel rodaka 74, odhadati 75, pogadati 76, međaši 76, ograđeni 77, dovadaju 84, naređena z desek pregrađena gnezda 84. voda 85, zozidu 87, je nasadene 96, slivu posadenu 100. među se slažu 108, z građu 122, scedati 234.

Формы: ројес 64, повѣсте 81, јеѣ 108 встрѣчаются и здѣсь.

Вторичное **dj** чаще не измѣняется: grozdjem 79, grozdja 80, grozdje 80, 114, но и: grudje 63, 137.

Интересна форма: džigeric 213; Караджичевское **d** передано здѣсь сочетаніемъ **d+ž** (цигерица); редакція статьи «Требареве» усматриваетъ здѣсь доказательство различія звуковъ **d** (**h**) и «ц». (Zbr. III—213). **D** смягчается въ косвенныхъ падежахъ слова dežd: dežda 63, deždu 63, z deždem 63, na deždu 114, deždevje 68.

Въ *Ступникъ* **dj**=**i**: othajati (Zbr. I—127); форма: zapoveč 128, есть.

Въ сѣв. ч. *Бьловарской* жупаніи **dj** соотвѣтствуетъ мягкое **d**: tudja (Zbr. I—181), braca rodjenoga 191, su dvori... ogradjeni 192, za stol posadjali 192.

Въ *Загоръ* **dj** соотвѣтствуетъ **j**: žejen (K. 212), za njim pahaža deva 220.

Въ *Локварскомъ* говорѣ праславянскому **dj** соотвѣтствуетъ **j**: preja, žeja, meja, tūje, mlaje, slaje, grje, sōjen, ogražen, vsažen, dohajat, othajat.

Во вторичномъ сочетаніи **d** съ **j** звукъ **d** смягчается: grōžje.

D остается неизмѣняемымъ въ предлогахъ: med, meda, medu, нарѣчій priēdi и глаголъ iti въ сложении съ предлогами.

Затѣмъ еще слѣдуетъ отмѣтить появленіе **j** вм. **d** въ глаголахъ: gljējat и srovējat se.

Въ говорѣ *Фучковъ* **dj** соотвѣтствуетъ **j** (Arch. XIII—171). Таковы соотвѣтствія смягченному **d**, обратимся теперь къ другому зубному.

Въ *Междумурскомъ* говорѣ первичному **tj** соотвѣтствуетъ звукъ, почти не отличающійся, по словамъ Облака, отъ «с̑»: во всякомъ случаѣ этотъ звукъ, говоритъ Облакъ, ближе къ «с̑», чѣмъ къ шток. **h**: žmlačeno.

Въ сборникѣ Вальявца: hičen 132, vužgal je svečo 238.

Вторичное сочетаніе **tj** остается безъ измѣненій: svetje (K. 226)

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ **tj** соотвѣтствуетъ «с̑»: vruče V. 4, sveča 7, obeča (obečati) 19, rezlučen 22, na sreču 7, kuča 19, plača 18, sreča 68, plaču 73, pripečenje 124, se obrača 125, je... hičena 241, rezljučena 108, svečice (K. 243), plakajuč (V. 9) misleči, znajuči 114, iduč 119, putujuči 23, na tekuču vodu 253, oče 121, ne če 122.

Звукъ *ć* почти не встрѣчается: *misleći* (V. 65), *vumirajući* 299, *jose* (K. 200), *peće* 206, это всё примѣры! Вторичныя сочетанія не измѣняются: *protuletje* (V. 291), *cvetje* (V. 291), *listje* 210.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ мы находимъ для *tj*—звукъ *ć*: *ćemo* (Pl. II.—19) и *kući* 41, *ode kući pjevajući* 55.

t смягчается передъ мягкими гласными: *polećeli hajduci* 20, *šećala se* 22.

Вторичныя сочетанія смягчаются: *devet mile braće* 34.

Въ *Пришорскомъ* говорѣ *tj* соотвѣтствуетъ *ć* (*h*): *svěća, srěća, đecu, obećati* (Rad. CXV—92-я).

Въ *Требаревскомъ* говорѣ *tj* соотвѣтствуетъ «*č*»: *kuća* (Zbr. III 58, 59, 106), *srěća* 72, на *tekūće vode* 74, в *kipūće vode* 213, *nosēća* 126 *govoreč* 237.

Вторичное *tj* чаще не измѣняется: *ni rastja* 59, *brestje* 59, *rastje* 60, *prđletje* 61, *rakítje* 90, *smětje* 91, 112, *nitje* 127, но и: *bili puni dobroga pičja* 114, *slabe pičje* 247, *čudaj braće* 75.

Въ *Ступинскѣ* *tj=ć*: *hoće* (Zbr. I—124), *plaće imati* 125, *ne ću* 127, на *njiovu sreću* 128.

Вторичныя сочетанія смягчаются: *braća* 124.

Въ *Бѣловарской* жупаніи: *ne ću* (Zbr. I—191); *cvetje* 181.

Въ *Загорьѣ* *tj=č*: *peću* (K. 215), на *cvetućem vertecu* 213: рѣдко является *ć*: *rašić* 223; вторичныя сочетанія не измѣняются: *bratja* 211, *cvetje* 216.

Въ *Лонварскомъ* говорѣ *tj* соотвѣтствуетъ «*uvijek*»—*č*: *sveića sreļća*; *t* не смягчается иногда въ энклитической формѣ глагола *teit*: *nè tè* и рядомъ—*nè čè*.

Во вторичныхъ сочетаніяхъ съ *j* звукъ *t* смягчается: *lišće, prđleīće, braća*.

Въ говорѣ *Фучковъ* *tj=ć*, которое выговаривается очень мягко. какъ у чакавцевъ, говоритъ Решетаръ.

Итакъ главными соотвѣтствіями *dj* являются: на сѣверѣ (Междумурье) *j* и рядомъ *đ*, на сѣверо-западѣ (Загорье)—*j*, въ Вараждинскомъ говорѣ *j* преобладаетъ, хотя довольно часто и *dj* (*d* мягкое), въ Вербовецкомъ, наоборотъ, *dj* преобладаетъ а *j*—рѣдко; въ юго-западной кайкавщинѣ господствуетъ *j*, а въ юго-восточной—*đ*.

Соотвѣтствіями *tj* являются: на сѣверѣ (Междумурье)—звукъ очень близкій къ «*č*»; на сѣверо-западѣ (Загорье)—«*č*»; въ Вараждинскомъ говорѣ—*č*, звукъ *ć* крайне рѣдокъ; въ Вербовецкомъ говорѣ является

ѓ, въ юго-западной кайкавинѣ господствуетъ ѓ, кромѣ Локвѣ, а въ юго-восточной—«ѣ».

Такимъ образомъ мы имѣемъ въ качествѣ соотвѣтствій **dj** и **tj**: въ Междумурѣ: **j**, **d**, **dj** и **ѣ**; въ Загорѣ—**j** и **ѣ**; въ Вараждинскомъ говорѣ—**j**, **dj** и **ѣ**; въ Вербовцѣ—**dj**, **j** и **ѣ**; въ Пригорѣ—**j** и **ѣ**; въ Требаревѣ **d** и **ѣ**; въ Локвахъ—**j** и **ѣ**! Разнообразіе громадное; интересно, что южные говоры какъ бы подѣлились штокавскими соотвѣтствіями **dj** и **tj**: въ Пригорѣ—ѓ, зато въ Требаревѣ—**d**!

Вторичныя сочетанія, за исключеніемъ юго западной кайкавинны (Пригорье и Локвы), значительно чаще не измѣняются.

Облакъ пытается опредѣлить, какой изъ рефлексовъ праславянскаго **dj** древнѣе: **d** или **j**, или оба они являются древними въ сѣверной кайкавинѣ? Что касается говора села св. Мартина въ Междумурѣ, то Облаку «*ćini se vrlo vjerojatno*», что праславянское **dj** сначала было замѣнено **j**, а рефлексъ «**d**» проникъ изъ восточной кайкавинны. «*Neobićni*», по словамъ Облака, формы повелительнаго: **ješ** и **roveš**, гдѣ легче всего въ виду изолированнаго положенія звука **d** на концѣ могъ удержаться древній рефлексъ праславянскаго **dj**. «**d**» въ причастіяхъ (но не другихъ частяхъ рѣчи) и **dj**, встрѣчающееся въ Междумурѣ только въ причастіяхъ, Облакъ рассматриваетъ, какъ новообразованія.

Дуализмъ соотвѣтствій **dj** можно отмѣтить въ XVI-мъ в.: у Врамца (1586) мы находимъ: **goien**, **goiena** и **rogen**, **rogena**.

Старъ ли этотъ дуализмъ въ центральной кайкавинѣ—опредѣленно сказать нельзя, а потому и рѣшить вопросъ о томъ, что древнѣе для кайкавинны: **j** или мягкое **d**—нельзя.

Однако, Облакъ, дѣлая догадки относительно возникновенія кайкавинны, мягкое **d** для **dj**, очевидно, считаетъ древнѣйшей чертой: онъ говоритъ, что въ VII-мъ в. на пыгѣшней территоріи кайкавскаго нарѣчія существовало «*vjerojatno*» нарѣчіе съ соотвѣтствіемъ праславянскому **dj** мягкаго **d** (**d'**) (Zbr. I—58).

«ѣ» какъ соотвѣтствіе **tj**, по мнѣнію Облака, развилось въ историческую пору изъ болѣе древняго ѓ, такъ какъ въ болѣе древнюю пору оно не встрѣчается вовсе (Zbr. I—59-я).

Въ *чакавинѣ*, въ Приморѣ, особенно въ Красицкомъ говорѣ, **dj=j**; это же соотвѣтствіе было распространено и въ Далмаціи, и въ Боснѣ; въ Стативскомъ говорѣ **dj=j** и **dj** (мягкое **d**); **dj** является,

по словамъ Облака, и на о. Кркѣ и Ластовѣ. **Tj=é** очень мягкому: вторичныя сочетанія чаще не измѣняются.

Въ *штокавицинѣ* праславянскимъ **dj** и **tj** соотвѣтствуютъ особые, своеобразные мягкіе звуки; **ĥ** (дѣжь) и **h** (тѣчь); вторичныя сочетанія обыкновенно смягчаются.

Въ *словинскомъ* языкѣ праславянское **dj=j**; **tj=č**. Въ Словинской Угорщинѣ, какъ діалектическая особенность, является **gj** (**ĥ**) для **dj**; **gj** является и въ Резьянскомъ говорѣ.

Въ Резьянскомъ и Венеціанскомъ говорахъ является **é** для **tj**, а въ Хорутаніи, нижней Крайніѣ и Горницѣ является изрѣдка **k** мягкое для **tj**.

Появленіе «**đ**» рядомъ съ **j** въ качествѣ соотвѣтствія праславянскому **dj** *сближаетъ стѣверную кайкавицину* (Междумурье) со *штокавициной*, на что указываетъ и Облакъ. Еще болѣе роднитъ со *штокавициной юго-восточную кайкавицину* широкое и исключительное употребленіе тамъ штокавскаго »**đ**«.

Исключительное господство въ *юго-западной кайкавицинѣ j* *сближаетъ ее съ чакавициной*. Въ отношеніи **j** вм. **dj** мы сближаемъ кайкавицину именно съ чакавициной, а не со словинскимъ языкомъ, такъ какъ между ними находится Междумурье, имѣющее **đ**.

Существованіе въ Угорщинѣ, какъ діалектической особенности. **gj** (**ĥ**) для **dj** является, быть можетъ, вліяніемъ кайкавицины, Междумурскаго говора, на сосѣдную территорію словинскаго языка.

Мягкое **d** (**dj**) для праславянскаго **dj**, намъ кажется, возможнымъ считать чертой *спеціально* кайкавской.

По соотвѣтствію **č** для праславянскаго **tj** *стѣверная кайкавица и юго-восточная могутъ быть сближены* до нѣкоторой степени со *словинскимъ языкомъ*, особенно его восточною частью, такъ какъ въ Резьянскомъ и Венеціанскомъ нарѣчіяхъ есть и **č**; господство же въ *юго-западной, кайкавицинѣ* Локвѣ, за исключеніемъ **č** для **tj** сближаетъ ее съ *чакавициной*.

Разсмотрѣвъ смягченіе зубныхъ, обратимся къ болѣе мелкимъ явленіямъ въ области этихъ же звуковъ.

Въ *Междумурьѣ* иногда является вставочное **d** между звуками **ž** и **g**: *poždrl je to pozoj* (V 127). Это же явленіе наблюдается и въ *Вараждинскомъ* говорѣ: *ždrebe* (V. 232) *zmija poždrla bude tebe* 178, *Oče da ju poždere* 121; рядомъ встрѣчаются: *žrebe* (V. 232) *med žrebce* 283.

Изрѣдка встрѣчается въ *Вараждинскомъ* говорѣ сочетание **dl** (въ причастіяхъ на **l**): *sestri se je njegova žena jako dopadla* (V. 251) *naj se zavadla* 261, *ov zavadlao se je* 261.

Въ *Требаревѣ* вмѣсто **d** является **j**: *srejnem putem* (Zbr. III—60) *srejni* 61, *zajni* 61, *zajnoga* 87, *zajne noge* 213. Быть можетъ, здѣсь сказатось вліяніе мягкаго **n**, которое въ Требаревѣ=**jn**.

Въ *Токварскомъ* говорѣ **d** исчезаетъ въ словахъ: *zèr* (*džer*) и *dèz* (*dežd*); **t** исчезаетъ въ нарѣчій *pòle* (*pòtle*).

Звуки **p, b, v, f, m**.

Прежде всего рассмотримъ смягченіе губныхъ звуковъ.

Въ *Междумурскомъ* говорѣ первичныя сочетанія губныхъ и губно-носового **m** съ **j** (**pj, bj, vj, mj**) даютъ **pl, bl, vl, ml**, т. е. здѣсь вставочный эпентетическій **l** принимается, но онъ развился изъ мягкаго въ средній: *kapla, zemla, ulóvleni, ponóvleno*.

Несомнѣнно, на переходъ этого **l** мягкаго при губныхъ въ среднее повліялъ процессъ перехода вообще мягкаго **l** въ среднее.

Въ сборникѣ Вањявца встрѣчаются случаи, гдѣ **l** при губныхъ остается мягкимъ: *je pljuval* 136, *so zastavljale* 237 *so bile... skupljene* 237, *se nazobljem* (K. 198).

Вторичныя сочетанія губныхъ не измѣняются и не принимаютъ **l**: *v zelenim borovju, v zelenim bukovju* (K. 197).

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ въ этихъ случаяхъ наблюдается то же разнообразіе, что и при развитіи **l** мягкаго въ среднее:

Это **l**, принимаемое губнымъ, или остается смягченнымъ, или даетъ **l** среднее, при чемъ тѣ и другіе случаи встрѣчаются параллельно другъ другу: **l** при губныхъ чаще не смягчается (**l** среднее): *spluskal* (V. 63) *blagoslovljena voda* 86, *naj skopleju* 161, *pogublen* 192, *draplite* 223, *mravle* 224, *se pripravlala* 229, *na zemlu* 265, *su grablali* 266, *zapopevle* 283, *opravljenoga* 40, *sablu* 90, *siplu* 111, *zabavlal se je* 255, *poklaplen* 278, *stavljaj, spravljaj* 294, *ljubljeni* 303; *jodpravlala* (K. 235) *divojku lublenu* 239, *zible... detece* 243, *zemlicu* 197.

Случая со смягченіемъ **l** при губныхъ рѣже: *kaplju* (V. 24), *se pregiblje* 46, *vustavlja* 70, *podkoplje* 94, *podrapljeju* 98, *zemlja* 181,

opravljen 202, pljune 35, sablju 65, izbljuvala 184, spravljaju 266, osramljen 137, zadubljen 253; se nazobljem (K. 197) jon si jemlje 208, jostavljaite 235.

Вторичныя сочетанія здѣсь чаще не смягчаются и не принимаютъ I: grobje (V. 44) rubja 62, bregovje 80, drevje 167, šibja 187, grmjе 228, krpje 277, divje stvari 11, med koprivjom 192; dobro zdravje (K. 252), но встрѣчаются: divlje jabuke V. 98, z drvljem 164, na groblje 239, zdravlja 313.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ чаще I при губныхъ—мягкое: ostavlja (Pl. 2—22) u zemlju 23, sablja 34, kaplja 41, zemlja 43 pozdravljam 77.

Встрѣчается здѣсь и I среднее: pozdravljam 77, pozdravljamo 79. Вторичныя сочетанія чаще смягчаются: zdravlje 24, koplje 47, koga kopljem dofatio 49, u koprivlju 62, но и—: drvje 64.

Въ сѣв. и с-вост. ч. *Крижевецкой* жупаніи преобладаетъ I среднее при губныхъ: ljubleni (K. 187) pozbravlenje 187, otkupjenje 190, iz zemlice 194,, но и—: na sablju (Zbr. I—176) na zemlji (K. 187).

Въ *Приорскомъ* говорѣ I при губныхъ всегда мягко: zemlja. zèbljem, zazívljem, zímljem, jèmljem, kúpljem, vlóvljen, kinèplja, kàplja.

Вторичныя сочетанія то принимаютъ I, то нѣтъ: gróbjе и gróblje, zdrávjе и zdrávlje.

Въ *Требаревскомъ* говорѣ, гдѣ особенно развито I среднее, вытѣснившее окончательно I мягкое, губные принимаютъ I, но оно всегда среднее: Lublānica (Zbr. III—56) glublīna 56, konoplę 57, se kúplu 56, zājīmlu 46, spravljaju 61, popravlati 67, se rasīplę 67, prekaplu 68 zēmla 75, pluju nā-ruke 80, blagoslovlēnē 85, kloplu od radosti 86 ščíplu 94, razprávlajņę 214.

Вторичныя сочетанія здѣсь не измѣняются: vrbję 57, racę devję 58, grmjа 59, vrbję i grmję 60, črepovję 66, koprivję 77, splovję 70, šibję 89, mravję 97, rubję 127, zdravja 246.

Въ *Стутинкѣ* I при губныхъ—среднее: je plunul (Zbr. I—128) isplunul 128, bluvati 128, izbluvala 128.

Въ сѣверной части *Бьловарской* жупаніи: na zemlju (Zbr. I—181) od zemlje 192, su se... spravljali 192, но и: s golemi sablami 193.

Въ *Загорьѣ* мы находимъ: на sablu (К. 212) se spravlal 221, но и: glavljeпа 210, zemljicoj 211; вторичныя сочетанія не измѣняются: bukovje 213, zdravje 256.

Въ *Локварскомъ* говорѣ губныя смягчаются помощью *l* эпентического и въ первичныхъ, и во вторичныхъ сочетаніяхъ: pljùvat, zèmlja, grmlje; zdravlje, drvlje.

Итакъ, широко распространеннымъ способомъ смягченія губныхъ является принятіе ими вставочнаго *l*, которое развивается въ среднее изъ мягкаго. Это явленіе мы наблюдаемъ особенно въ *Междухурьѣ* и *Требаревѣ*; въ *Вараждинѣ* и здѣсь нѣкоторое колебаніе, какъ въ процессѣ перехода *l* мягкаго въ среднее; въ *Пригорьѣ* *l* это всегда мягкое.

Вторичныя сочетанія преимущественно не смягчаются, исключая *Пригорье*, *Локвы*, да еще *Вербовецъ*.

Въ *чакавицинѣ* вторичныя сочетанія остаются часто безъ измѣненій; въ *Рѣцкомъ* говорѣ не только вторичныя, но и первичныя сочетанія не принимаютъ *l*: zemja, bjuvat, pjuvat.

Въ *штокавицинѣ* губныя принимаютъ вставочное *l* и смягчаютъ его какъ въ первичныхъ, такъ и во вторичныхъ сочетаніяхъ.

Въ юго-западной части *словинской* территоріи *l* не принимается вовсе; вторичныя сочетанія чаще не принимаютъ *l* вездѣ. Гдѣ *l* мягкое развилось въ среднее, тамъ и при губныхъ является среднее *l* (восточно-словинскіе говоры, *Горицкій* и *Резьянскій*).

По смягченію губныхъ (*l* среднее) можно сопоставить такимъ образомъ *кайкавское нарѣчіе* съ восточной частью *словинскаго языка* (кромѣ юго-западной *кайкавщины*!); юго-западная же *кайкавшина* примыкаетъ въ этомъ отношеніи къ *штокавицинѣ* и *чакавицинѣ*.

Обратимся теперь къ болѣе мелкимъ явленіямъ въ области губныхъ:

Въ *Междумурскомъ* говорѣ сочетаніе *mn* даетъ *fn*: fnogi, иногда *vn*: vnoge (К. 230).

v выпадаетъ передъ *r*: trdo (V. 238) trdése od... kamena 13. *v* вмѣсто *p* vtica: (К 197).

v передъ *l* исчезаетъ: kufрно odejo slekel si je (V. 131).

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ сочетаніе **mn** даетъ тоже **vn**: *vnogo* (V. 9, 18, 25, 141, 224), *vnogi* 111, *vnožina* 233, *vnoge* 168, но встрѣчается и: **mnogo** 160.

Затѣмъ здѣсь тоже **v** можетъ выпадать передъ **r**: *trdoga kruha* (V. 221) *četrti* 35, но и: *tvrdog* 307, *četrvtoga* 204.

И здѣсь является **v** вмѣсто **p** въ словахъ: *vtica* (V. 177, 290), *vtičino jaje* 230; иногда **p** сохраняется: *ptičice* 174; иногда же это **p** совсѣмъ исчезаетъ: *tica* (V. 273) *tiček* i *tičica* 289.

p можетъ отпадать и въ словѣ: *šenica* V. 188, но и: *pšenice* 230.

p вмѣсто **b**: *druptinje* V. 221.

p и **f** иногда чередуются: *ne vufal iti* (V. 185) *je ne vupal* i *prek* 209.

v вмѣсто **m**: *tavan* (V. 262.).

v вмѣсто **h**: *punu plavtu preje* (228) *levku noć* (K. 231), но и: *tri plahite* V. 284.

v часто выпадаетъ передъ **s**, **z** и **l**: *'las* (V. 9) *'lovila ga* 9, *saku noć* 1, *zel* 1, *lasi* 6, *zlatolasu kćer* 21, *gospon se stane* 38, *kralestvo* 49, *su je izlekli* 185, *slekla...* *je opravu* 224, *буду...* *kožu z mene zlačili* 226, *trejti 'sem Budinom lada* 305, *но: vsigdar* (V. 7) *ju van zvleče* 232, *ju je zvekla* 232 *vzemi mene*, *vzemi* 289.

m является иногда вмѣсто **n**: *jemput* (V. 143) *počme kopati* 146. *slobodmo* 178, *jedem put* 202, *pričme* (K. 233), но: *počne* 161, *slobodno* 198, *jen put* 221.

f можетъ являться вмѣсто **hv**: *zafalil se je jugu* (V. 196) *fala Bogu* (V. 279) но и: *zahvali* V. 17.

Въ *Требаревѣ* наблюдаются интересныя явленія въ области губныхъ: сочетанія **b** и **v** съ **n** даютъ **mn**: *Savà—je na šest fatov vramna* (Zbr. III—56) *je to vramne* 56, *idę dromni dešč* 63, *ramna* 65, *dromne* 65, *poramnati* 67, *drómne dečice* 68, *dromna roba* 112, *joglamniki* 116, *dromne tanca* 226. Въ *Шуменскомъ* говорѣ, (сѣверо-восточная Болгарія) то же явленіе: *ramna* (Schriften der Balkancommis. 98-я стр.).

Въ словѣ *vnuak* является вмѣсто **vn** сочетаніе **ml**: *najstarešęga mluka* 64, *ded mlăku poveda*, *mluk svému mluka* 65, *mlăki* 274.

Въ словѣ *mnogi* **m** всегда исчезаетъ: *idu 'nogi* 101, *'noge meste* 126, *'noge žęęę* 244.

И здѣсь, какъ въ Вараждинѣ, **m** является иногда вмѣсто **n**: роѣте 61, се роѣти sproinati 61, но и: роѣне 70, 237.

v и здѣсь отпадаетъ передъ **s**, **z** и **l**: vu sēm... kraju 56, saki 57, sekud 60, se prelekel 71, zlékel 75, lasi 77, zleči 83, je slekla 66; въ статьѣ «Требаревѣ» написано кое-гдѣ Янчеровоѣ **v**: je vlekel 76, но, по замѣчанію редакціи, оно не слышится.

И здѣсь **v** можетъ исчезать передъ **r**: je trde 56, trdu zemlu 79.

v можетъ появляться вмѣсто гортаннаго **g** въ словѣ nōvet 216, z novti 218, novte odreže 218.

p можетъ отпадать въ словахъ: šenica 227 и: tice 86.

p вмѣсто **v**: prve je bila zemla jeptineša 76.

p вмѣсто **b**: droptinje 87, je male glupša 58.

b вмѣсто **d**: želubec 218.

Въ *Приорѣ* **v** является вмѣсто **m** въ словѣ: plavan (плѣмен); передъ **l** и **s**—**v** здѣсь тоже выпадаетъ: las, lákni, (влѣкно), saki, sē, sūd, posūd, ladati, ladanje; передъ **r**—**v** выпадаетъ тоже: četrti, trd, podtrditi.

И здѣсь, какъ въ Требаревѣ, въ словѣ nēvat является **v** вмѣсто **g**; **v** вмѣсто **p**: lēvši (lepši).

p въ началѣ слова можетъ отпадать, если дѣлѣ слѣдуетъ согласный: čela, tica.

p вмѣсто **b**: pažuljev (CXVI-й т. Rad'a—164-я); Требаревское—bažul; **v** или **p** вмѣсто **b** въ словѣ: drevtina и dreptina.

И здѣсь **m** можетъ являться вмѣсто **n**: рѣѣтем, нѣѣтем, зѣѣти, нѣѣти, рѣѣти (Rad. CXVIII—66-я).

Въ *Загорѣ*: tica, tičica (K. 213).

v вмѣсто **b**: ženitva: (K. 220); **v** вмѣсто **n**: poletel su plavinu (K. 224).

Затѣмъ еще слѣдуетъ отмѣнить тотъ фактъ, что въ говорѣ *Фучковѣ* **m** на концѣ слова произносится какъ **n**.

То же явленіе широко распространено и въ *Локварскомъ говорѣ*, гдѣ конечное **m** произносится обыкновенно какъ **n**: въ мѣстн. пад. ед.: pjen, nājen, kōjen; въ творительномъ един.: bōgon, buogactvon; въ именительномъ множествен. числа: riban, braton, materan; въ 1-мъ л. ед.

числа настоящего времени: *mòrēn, rēčēn, bōn, vidēn*; въ числит. *sēden, ōsen* и, наконецъ, въ нарѣчїяхъ по отпаденїи конечнаго гласнаго: *tān, kān, sēn, nīkan, sakan*.

m конечное остается неизмѣннымъ лишь въ сравнительно рѣдкихъ случаяхъ: *jāgam, sājām, мѣстоим. sām, прилаг. pītom, lākom*.

Иногда **m** и въ срединѣ слова звучитъ какъ **n**, именно въ концѣ слога передъ согласными: *sēndesēt, ōsandesēt*; въ одномъ случаѣ это явленіе имѣетъ мѣсто и передъ гласнымъ: *tolnācet*.

Затѣмъ слѣдуетъ отмѣтить и здѣсь появленіе иногда звука **m** вм. **n**: *pōčmēn, pīčmēn*; исчезновение **m** передъ **n** въ форм. числит.: *sēdenājst, ōsenājst*.

Въ области другихъ губныхъ звуковъ заслуживаетъ вниманїя извѣстное и этому говору исчезновение **v** передъ **l, r** и **s**: *lās, trd, pōsōd, sākako, sēga (vās), kraljēstvo, глагол. studret* (уо здѣсь означаетъ звукъ **o**).

p исчезаетъ и здѣсь въ словахъ: *čēla, šēneca (pšenica), tīca, tīčeca*.

p вм. **b** является въ нѣмецкихъ словахъ: *pētljar (Bettler), pētljat (betteln), pedinter (Bedienter)*.

p вм. **f** въ словѣ *poněštra* (итал. *finestra*).

Вмѣсто **hv** является **f**: *fāla, fālet*.

И въ этихъ сравнительно мелкихъ явленїяхъ мы можемъ усмотрѣть нѣкоторую послѣдовательность:

Появленіе **m** вм. **n** (особенно въ наст. врем. глаг. *početi*) извѣстно Вараждинскому говору, Требаревскому, Пригорскому и Локварскому.

Появленіе **vu** (**fn**) вм. **mn** извѣстно сѣверной кайкавинѣ: Междумурскому и Вараждинскому говорамъ; южные говоры могутъ терять совсѣмъ это **m**, или же сохраняютъ его.

Выпаденіе **v** передъ **z, s** и **l**, а также и передъ **r** извѣстно въ общемъ всему кайкавскому нарѣчію

V вм. **g** (*novet*) извѣстно только южной кайкавинѣ.

Особнякомъ стоятъ: появленіе въ Требаревѣ сочетанїя **mn** изъ **bn, vn**, и произношеніе конечнаго **m** какъ **n** въ Локварскомъ говорѣ и говорѣ Фучковъ.

Интересно сдѣлать нѣкоторыя замѣчанїя относительно губныхъ звуковъ въ словинскомъ языкѣ.

Въ западной части словинской территорїи является два оттѣнка въ произношенїи звука **v**: **v** обыкновенное и **w**, подходящее къ англій-

скому **w**: въ восточной части одно **v**. Конечное **v** въ восточныхъ говорахъ произносится какъ **f**, въ западныхъ же даетъ **ц**, **й**. Въ Штирійскихъ говорахъ, что интереснѣе всего, **v** въ началѣ и срединѣ слова выговаривается какъ **й**, а въ концѣ—какъ **f**. Группа **pt** даетъ **vt** или теряетъ **p** (**vtiĉ**, **tica**): сочет. **mn** даетъ **bn**, **ml** (Угорщина) и **vn** (нижняя Крайна).

М конечное произносится какъ **n**, особенно въ Угорщинѣ и Штиріи.

Изъ всего приведеннаго нами видно, что отсутствіе въ общемъ произношенія **m** конечнаго какъ **n** въ кайкавскомъ нарѣчьи довольно *рѣзко отличаетъ его отъ словинскаго языка*, гдѣ именно въ частяхъ болѣе близкихъ къ кайкавщинѣ это явленіе широко развито. Знаютъ эту черту: крохотный уголокъ кайкавщины—Фучки, да подобный же уголокъ Локвы, но здѣсь эта черта едва ли не съ большимъ правомъ можетъ считаться заимствованной изъ болѣе близкой имъ чакавщины, именно изъ ближайшаго Рѣцкаго говора, гдѣ она особенно послѣдовательно выдержана!

Нѣкоторой *разницей между кайкавщиной и словинскимъ языкомъ* является отсутствіе въ кайкавщинѣ произношенія **v** въ началѣ и срединѣ слова какъ **ц**, **й**, черты известной восточной части словинскаго языка.

Звукъ g, k, h.

Смягченіе гортанныхъ въ *шлящѣ* (**ž**, **š**, **š**) не представляетъ никакихъ особенностей: **Bože**, **bežati**, **duša**, **običaj** и т. д.

Смягченіе же гортанныхъ въ *свистящѣ* (**z**, **s**, **s**), наблюдаемое во флексіи, въ кайкавскомъ нарѣчьи встрѣчается сравнительно *рѣдко*.

Въ *Междумурскомъ* говорѣ мы находимъ: **puhi**, **oblúki**, **slugi**.

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ: **duhi** (V. 34) **vragi** 194, **vuki** 96, **vuroki** 247, (отъ глагола **vuročiti**); **vu roki** 209, но и: **na ruci** V. 74.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ смягченіе встрѣчается: **hajduci** (Pl. 2—19) **vuci** (21).

Въ *Требаревскомъ* говорѣ смягченія этого нѣтъ вовсе: **dolnaki**, **gornaki** (Zbr. III—55) **siromaki** 64, **pašniki** 100, **kušaki** 107, **pauki** 111, **jubojki** 130, **v rake** 130, 238, **pri male Luke** 57.

Въ *Приорьѣ* то же явленіе: **dímnjaki**, **betègi**, **gréšniki**.

Въ *Ступникъ*: hajduki (Zbr. I—126).

Нѣтъ смягченія и въ *Локварскомъ* говорѣ: vrāgi, hajdúki, grèih: nōgi, rōki, mačehi (дат.).

Къ этому явленію мы возвратимся еще при обзорѣ склоненій. Это отсутствіе смягченія гортанныхъ въ свистящіе не есть исконное явленіе, и формы въ родѣ simogaki не древнѣе, а, наоборотъ, моложе формъ со смягченіемъ, такъ какъ здѣсь тоже было смягченіе, а затѣмъ гортанные возстановились по аналогіи другихъ падежей, и смягченіе такимъ образомъ исчезло.

Разсмотрѣвъ смягченіе гортанныхъ, рассмотримъ другія явленія въ области этихъ звуковъ:

Къ является иногда вмѣсто **g**: kavranі (*Междум.* V. 15), въ *Варажд.* говорѣ: kavran. V. 116, но и gavranі V. 209; въ *Приорьѣ*—kāvran, въ *Требаревѣ* же—gavraui (Zbr. III—86), въ *Локвахъ*: kāvran и затѣмъ еще krākanje (грактанье).

Иногда **g** исчезаетъ въ повелит.: lēj, lējte (glej, glejte).

Къ является вмѣсто **t** въ началѣ и срединѣ словъ:

Въ *Междумурскомъ* говорѣ мы находимъ: kmica.

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ: zmekni 'se... vuzde V. 39, zmekne 44, kmica 78, na kla 67, vu kmicu 169, na kla legel 96, jezik mu se mora zmeknuti, očeš... sinu jezik zmeknuti 246, но встрѣчается здѣсь и **t**: po tli' V. 96, metne 254, v ovi tmini 220, metnuti 254.

Въ *Приорьѣ*: kmica, na kla, klāka, mēkla, svēklost.

Въ *Требаревѣ*: kmica (Zbr. III—82), na klaku 84.

Въ *Локварскомъ* говорѣ: kljāčēt, pokljāčēt, въ нѣмъ словѣ kijklja (Kittel).

Въ *Загорьѣ*: na kla K. 215, svekli mēsec 220, zmeknol... sabljicu. odsmeknol... glavicu 221, na klo... opal 222.

Такимъ образомъ появленіе **k** вмѣсто **t** (особенно если **t** стоитъ рядомъ съ **m**)—явленіе, извѣстное всей кайкавской территоріи. Сравн. въ Гуцульскихъ говорахъ: кнѣжко, на свікі (Гуцульщина—Шухевич. Матер. до украин.—рус. этнологіи т. V).

Интереснѣе судьба другого гортаннаго **h**.

Въ *Междумурскомъ* говорѣ **h** слышится слабо; въ концѣ словъ, хотя и рѣдко, **h** можетъ исчезать: óri, gri, но: kruh, melh, muha, suha, hrást, hudi, hiža.

Въ мѣстномъ пад. множ. ч. вмѣсто конечнаго **h** можетъ являться **j**: brátaj, grádaj; иногда вмѣсто **h** является **j** и въ именит. п. ед. ч.: praj, straj.

Въ сборникѣ Вальявца мы находимъ: duh V. 15, tri orehe 16 и: od ovi 'troji' sinov 16.

h можетъ являться тамъ, гдѣ его обыкновенно въ штокавщинѣ нѣтъ: herženjaka kruha K. 229, (ражан, ржаной).

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ **h** слышится довольно часто: puhati V. 4, jahal 10, pastuha 10, hajduke 20, oreh 30, hleb 36, hrast 39, oreha 44, hleb kruha 97, pehar 215, trbuh 155, v hižu 240, za hranu 257, zahteval 267, hodi 290, sneha 294, na konjskih repih 214, hotel 240; zlato ruho K. 200, hladni veter 240, k hladnomu studenku 247.

Въ исходѣ словъ иногда **h** въ мѣстн. пад. даетъ **j**: na gostej V. 57, vu rukaj 65; иногда **h** исчезаетъ совсѣмъ: pastu' 10, devet bivolski' kož. klopki' konca i devet igli' 10, na vrati 18, odi z menom 39, na konjski' repi' 125; v 'ižu 206, 257, odma odide 249, tri sto zlati 293, otel 152: ladne vode donesla K. 202, po ladnu vodu 238.

И здѣсь **h** является иногда тамъ, гдѣ оно не слышится въ штокавщинѣ: zahrže V. 10, hrzati (рзати, ржем), je bila bratva hrži 266, hrž 266, hrdjavemu nigdar nejdi 199.

h можетъ являться вмѣсто **v** (чаще это **v** изъ **u**): marha V. 18, hmrla je 19, to hčini 30, hčiniti 30, se bu on hmival 54, naj... hmoriju 54, se je hnil 56, je hmrl 171, marhu 259.

h вмѣсто **k**: hruška V. 22, hruškovo drvo 21, hruške 98, встрѣчается и форма: ruška K. 199.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ **h** иногда слышится: hranila (Pl. 2—28), hladne vode 33.

Иногда **h** является тамъ, гдѣ его въ штокавщинѣ нѣтъ: hrvali se od jutra do podne 57, hrdjavo 64.

Иногда **h** является и здѣсь вмѣсто **v** (изъ **u**): je hmrl 79.

Довольно часто **h** совсѣмъ не слышится: ote k bogu 25, oni odu 25, raniti 30, nosim sinka po ladu 30, vode ladne 57, oš ti Marko za me poči 63.

Въ *Пригорскомъ* говорѣ **h** «se gotovo nigda ne čuje», по словамъ Рожича. Здѣсь **h** исчезаетъ безслѣдно: *rāst*, *lěb*, *narantli*, *snā* (*snaa*), *dijaati*, *ītar* (CXVI Rad.—145-я), *ītiti* (*hititi*) (R. CXVIII 78-я), *na-sluāvati* (R. CXVIII 93-я) *maati* (R. CXVIII 96-я); въ мѣстномъ пад. множ.: *mūži*, *žena*, *kēsti*.

Вмѣсто **h** является иногда **v** и рѣже **j**: *vūd*, *vūvo*, *būva*, *puvāti* и *puāti*, *pōsluv*, *pūv*; *tīj*, *tīja*, *tīje* (*tih*) (R. CXVI 142-я).

Въ Пригорѣ если и слышится какой-либо «*spiritus asper*», то только въ началѣ словъ передъ **a**: *hālja* и *ālja*, *hajduk* и *ajduk*, *hajde* и *ajde*.

Такъ же не терпитъ **h** и другой южно-кавказскій говоръ *Треба-ревскій*. Здѣсь **h** часто исчезаетъ совсѣмъ: *delā ižn* (Zbr. III—56) *otranīti* 57, *vramen ižē* 57, *rast* 59, *pešice odile* 61, *odi drage dete* 64, *amētem* 70, *zosenē* 79, *nemaju šta vatati* 82, *uvatili* 86, *manē z ruku* 94, *asna* 98, *ižbena pēč* 214, *mati sina rani* 63: иногда у Япчеровой **h** написано, но оно, по замѣчанію редакціи Сборника, совсѣмъ не слышится: это, такъ сказать, дань традиціи: *v hižu* 73, *hrana* 66, *hlev* 73, *pēhar* 115.

Вмѣсто **h** послѣ **o** и **u** здѣсь является **v**, рѣдко **j**: *su kuvāli* 58, *suva drva* 60, *v kujne* 62, *jug bu napuval dežda* 63, *puvāti* 63, *v kuvarnu* 64, *bili kruva gladni* 64, *su mlinari v stravu* 65, *nā—suve* 72, *jē skuvana* 75, *repuv* 77, *suvi kašel* 79, *duvan* 86, *krūv* 86, *mūve* 95, *būva*, *buv* 95, *vuva* 98, *kujna* 111, *javu* 38, *suvoga krusca* 215, *vuve* 216.

Послѣ же **a**, **e**, **i** вмѣсто **h** является **j**:

Mijalīčova noga 59, *zdijava* 63, *snēja* 63, *greja* 102, *prējiti* (*prehiti*) 235, *nājžē* (*nahižje*); въ мѣстномъ пад. является **j**: *sinokošaj* 56, *vulicaj* 57, *jamicaj* 58.

Предлогъ **v**, стоя передъ словомъ, начинающимся со звука **h**, сливается съ нимъ въ одинъ звукъ **f**: *fiže* (*v hiže*) 62, 110, *jē... fižu došla* (*v hižu*) 89, но и: *f hižu* 89, *f hlev* 232.

Иногда въ такихъ случаяхъ начальное **h** исчезаетъ, но предлогъ **v** даетъ отзвучный **f**: *bežiju f lad* 94.

Не долюбливаетъ **h** и *Локварскій* говоръ, здѣсь мы находимъ: *ōdi*, *ōte*, *ājde*, *ājte*, *odrānet*, *uvātet*, но встрѣч. и: *hōte*.

И здѣсь можетъ являться придыхательный призвукъ вмѣсто **v** (изъ **u**): *hmreit*, *hmdret*.

Въ *Стуиницѣ* **h** часто слышится: *hajduki* (Zbr. I — 126) *kruha* 127, *iz kuhinje* 136, *hiža* 126.

Иногда оно и здѣсь исчезаетъ: *k njiovomu bratu* 126, *na vrati* 129, *odi z milim Bogom* 125.

И здѣсь иногда **h** является тамъ, гдѣ его обыкновенно нѣтъ: *su se počeli hrvati za zрно* 128, *u otom hrvajnu* 128, *dajte nam hrži* 141.

Въ *Загорьѣ* **h** терпится и развито больше: *pri hladnej vāde* K. 209, *melka* 210, *hlad* 256.

И здѣсь можетъ развиваться **h** въ качествѣ призвуча: *konjić bode herzgatal* K. 219.

Здѣсь также **h** можетъ являться вмѣсто **v** (язъ **u**): *stare hdove* K. 214, *hdova* 214, *hčinit* 222, *naj me konjić jahče* 212.

h вмѣсто **p**: *poletel su hustinu* 224.

У *Фучковъ*, по свидѣтельству Решетара, **h** всегда выговаривается отчетливо.

Изъ всего выше приведеннаго видно, что отсутствіе смягченія гортанныхъ въ свистящіе наблюдается во всей кайкавинѣ. Только имѣвшійся въ нашемъ распоряженіи матеріалъ для Вербовецкаго говора знаетъ это смягченіе.

Затѣмъ появленіе **k** вмѣсто **t** (**tm**) также, какъ мы уже замѣтили выше, представляетъ собой явленіе, извѣстное всей кайкавинѣ.

Относительно звука **h** можно сказать, что, очевидно, въ сѣверной и сѣверо-западной кайкавинѣ (Междумурье, Варажд., Загорье) звукъ этотъ болѣе употребителенъ, около Загреба онъ тоже еще довольно употребителенъ, но въ южныхъ говорахъ онъ почти не терпится и замѣняется иногда звукомъ **v**.

Въ *чакавинѣ*, въ Рѣцкомъ говорѣ смягченія гортанныхъ въ свистящіе нѣтъ; въ Стативскомъ его также нѣтъ; въ Стативскомъ же говорѣ **h** развито и встрѣчается и тамъ, гдѣ его въ штокавинѣ нѣтъ.

Въ *штокавинѣ* смягченіе гортанныхъ въ свистящіе широко распространено; звукъ **h** слышенъ крайне рѣдко.

Въ *словинскомъ* языкѣ **h** обыкновенно звучитъ какъ русское **х**, въ восточной части—какъ нѣм. **h**, въ юго-зап.—какъ придыхательное **oh**. Въ Угорской Словиницѣ **h** можетъ исчезать, а въ исходѣ словъ давать **j**.

Смягченія гортанныхъ въ свистящіе здѣсь нѣтъ.

Итакъ, *кайкавское нарѣчіе* можетъ быть до нѣкоторой степени сближено по отсутствію смягченія гортанныхъ въ свистящіе со *словинскимъ языкомъ*, хотя это явленіе встрѣчается и въ *чакавскихъ говорахъ*.

Затѣмъ *южная кайкавица* своимъ гоненіемъ на *h* можетъ быть сближена съ *сербо-хорватскимъ языкомъ*.

Прослѣдимъ теперь по говорамъ соотвѣтствія обще-славянскимъ сочетаніямъ *kt*, *gt*, *ht*:

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ: этимъ сочетаніямъ соотвѣтствуетъ «*č*»: по*č* V. 1, о по*č*и 4, ро*č*и 8, не*moč*нога 25, од*seč*и 28, до*stič*и 30. ре*č*и 33, вре*č*е 42, ту*č*и 64, ро*beč*и 64, ре*č*и 122, мо*č* 252, те*č*и 283, вле*č*и 183; крайне рѣдко является здѣсь звукъ *č*: ро*moč* V. 11, си*noč* 300, и по*č* K. 251.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ является здѣсь звукъ *č*: ро*moč*и (Pl. 2, 28) се*č*и 33, по*č*ју 66.

Въ сѣверной и сѣверо-восточной частяхъ *Крижевецкой* жупаніи является—*č*: ро*moč*и K. 191, ре*č*и 192.

Въ *Требаревѣ* эти сочетанія даютъ звукъ *č*: ро по*č*и (Zbr. III—57) мо*č*и 56, ро*moč*и 57, по*č* 63, вле*č*и 74,

Въ *Приорѣ* является здѣсь звукъ *č*: ро*moč*, ре*č*и, те*č*и, ре*č*и, ро*moč*и.

Это же *č* является и въ *Ступникѣ*: ро*moč*и (Zbr. I—127).

Въ *Локварскомъ* говорѣ въ этихъ случаяхъ обыкновенно является звукъ *č*, но въ словѣ ро*moč*, ро*moč*и (шток. ро*moč*) является *č*, вѣроятно какъ дальнѣйшее измѣненіе того же *č*.

Въ *чакавицнѣ* и *штокавицнѣ* эти сочетанія даютъ *č*: въ *словинскомъ* же языкѣ является «*č*».

Такимъ образомъ по соотвѣтствіямъ этимъ сочетаніямъ *сѣверная кайкавица* и *юго-восточная* могутъ быть сопоставлены со *словинскимъ языкомъ*, *юго-западная* же—съ *чакавицнѣ* и *штокавицнѣ*.

Звуки *z*, *c*, *s*.

Интереснѣе всего прослѣдить соотвѣтствія сочетаніямъ *sk* и *st* передъ *j* и узкими гласными.

Сочетаніе *sk*. Въ *Междумурскомъ* говорѣ это сочетаніе даетъ *šč*: *ščetališče* V. 12, *iščem*, *dvorlišče*.

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ также является *šč*: *išči* V. 1, *iščemo* 6, *dopuščenje* 12, *puščal je* 185, *pušča vu goru zelenu* 67, *trešče* 187, *ognjišča ne bilo* 93, *nema trišča ni dnišča* 211, *izpuščati* K. 233.

Въ *сѣверной и сѣверо-восточной частяхъ Крижевецкой жупаніи*—*šč*: *dopuščaš* K. 193.

Въ *Требаревъ* также мы находимъ здѣсь—*šč*: *dvorišča* (Zbr. III—56) *otpuščaju* 71, *grunlišče* 71, *jognišče* 74, *trešče* 115.

Въ *Загорьѣ*: *jiščeš* K 213.

Въ *Пригорьѣ* здѣсь развивается особый мягкій звукъ, средній между *š* и *ć* (*ś*): *ognjīše*, *gradīše*, *dvorīše*, *išem*, *dipušāti*.

Въ *Локварскомъ* говорѣ является въ этомъ случаѣ *šč*: *dvorišče*, *ognjīšče*, *stīščen*, по и: *stīškān*.

Въ *чакавицнѣ* это сочетание даетъ *šč*; въ *штокавицнѣ*: *št*.

Въ *словинскомъ* языкѣ является *šč*, иногда *š*.

Сочетаніе *st*. Въ *Вараждинскомъ* говорѣ это сочетаніе даетъ *šč*: *oprašcam* V. 3, *skupščina* 3, *goščenje* 8, *koščičke* 161, *krščenik* 276, *duša krščanska* 2, *pričešča* 311.

Въ *Требаревъ* является тоже *šč*: *košče* 89.

Въ *Пригорьѣ* это сочетаніе даетъ особый звукъ, тотъ же, что и сочетаніе *sk*, т. е. —*ś*: *prišenje*, *prašāti*, *kršen*.

Облакъ предлагаетъ (Arch. f. sl. Phil т. XVII 288-я стр.) такую схему развитія этого *ś*: *šč—ść—ś*, здѣсь имѣла мѣсто ассимиляція. Подтвержденіе своему мнѣнію Облакъ видитъ въ такой формѣ творит. п. ед. ч. основъ на *i*, какъ: *jakošcu*, гдѣ не произошло этой ассимиляціи. Сочетаніе *zd* даетъ въ Пригорьѣ звукъ средній между *ž* и *ć* (*ž*): *gróže*.

У *Фучковъ* *st* и *sk* даютъ *ść*; *zg* даетъ *žj*.

Въ звукѣ *ś* совпали *š* и *ś*; въ звукѣ *ž*—*ž* и *ž*.

Въ *чакавицнѣ* это сочетаніе даетъ *šč*, въ *штокавицнѣ*—*št*, а въ *словинскомъ* языкѣ—*šč*, иногда *š*.

Итакъ по соотвѣтствіямъ сочетаніямъ *sk* и *st* *сѣверная и юго-восточная кайкавицна* можетъ быть *сближена со словинскимъ языкомъ*, *юго-западная* же до нѣкоторой степени можетъ быть *сближаема съ чакавицнѣю*.

Въ говорѣ *Фучковъ* звуки *š* и *ž* совпали со звуками *ś* и *ž* въ особыхъ звукахъ *ś* и *ž*. Вслѣдствіе этого интереснаго явленія и произошло самое названіе «Фучки» (*Fučki*), *fučak*, *fučka*, такъ какъ они въ

силу этого совпаденія шипящихъ со свистящими «fućkaju» въ своемъ говорѣ.

Интересно для насъ сопоставить Пригорскіе (R. CXV-я 88-я) *ś* (мягкій звукъ, средній между *š* и *ć*) и *ž* (средній между *ž* и *ć*) со звуками Фучковъ *ś* (*š* и *s*) и *ž* (*ž* и *z*). Изъ сопоставленія можно заключить, что Пригорскіе *ś* и *ž* мягче (*ć*)!

Интересно отмѣтить тотъ фактъ, что въ Рѣцкомъ говорѣ (чак.) шипящіе почти не слышны: вмѣсто нихъ являются свистящіе: *sovek*, *zuti*, *setala*. Эта черта встрѣчается и около Сеньи.

Звукъ *s* появляется въ кайкавинѣ изъ сочетанія зубныхъ *d* и *t* съ *s*.

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ мы находимъ: *bogastva* V. 83, *'se ljućstvo* 178; интересна форма: *osekla* (*odsekla*), гдѣ *d* принадлежитъ префиксу. а *s* глагольной основѣ; встрѣчается, однако, и: *ljudstvo* 61, 179.

Сильнѣе развито это явленіе въ *Требаревскомъ* говорѣ: *si oseeje* (*odseje*) *repela* (Zbr. III—123) *oseću glavu* (*odseću*) 213, *oseće glavu* 217, *deca... susecka* (*susedska*) 226, *ta si melu oseeje* (*odseje*) 244.

Въ *Локварскомъ* говорѣ: *buogàctvo*, *gospòctvo*, *hrvackè*, *ljickè* (*ljudske*).

Часто *d* и *t* передъ *s* выпадаютъ:

Въ *Междумуръ*: *s... осом* V. 12, *имање оса* 14, *идејо к осу* 287, но и: *sudcu* K. 230.

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ: *осу* V. 31, *оса* 36, *k sucu* 293, *želucem* V. 141, *želuca* 222, но и: *otcu* 59, *otca* 142.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ мы находимъ: *оса* (Pl. 2, 22) *našeg braca konji* 68, и *мог оса* 63; въ сѣверной части *Крижевецкой* жупаніи: *k tvemu осу* (Zbr. I—176).

Въ *Требаревскомъ* говорѣ: *jòca ili mater* (Zbr. III—76) *joca* 108, *od žèluca* 217.

Въ *Ступникъ* мы находимъ: *prì осу* (Zbr. I—126) и *bratca* 140.

Въ *Загоръ* *t* здѣсь сохраняется: *bratcu* K. 214, *bratca* 217,

Въ сѣв. ч. *Бьловарской* жупаніи: *паројим braca* (Zbr. I—191) *braca pogubila* 192.

Въ *Локварскомъ* говорѣ: *sòdac*, *sóca*.

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ *z* въ концѣ словъ произносится какъ *s*, въ *Приоръ* же произносится отчетливо *z*.

Въ *Приоръ* *z* является въ нарѣчіи: *vòjzdi* (*ovdje*).

Въ *Требаревѣ* является **з** вмѣсто **z**: *hiža niska* (Zbr. III—109) *je vuske* 100, *vuski pripreg* 132, *niske* 138, (ассимиляція).

Здѣсь же является **з** вм. **š**: *suvoga krusca* 215; **oz** вмѣсто **z**: *krv briczne* 215; **o** вмѣсто **k**: *ž nega se caple mast* 236.

Въ *Локварскомъ* говорѣ слѣдуетъ отмѣтить твердое произношеніе звука **с**, въ силу котораго во флексіяхъ передъ **о** является вездѣ звукъ **о** вмѣсто **е**: *zajcon, zajcov*.

з, **с**, **в** смягчаются вообще правильно (въ шипящіе); особенно **з** и **с** смягчаются и передъ **ј**, и передъ узкими гласными, и передъ мягкими согласными: *lisičini mladi* V. 285, *ž njim, ž jimi, iž nje, ž njega, rukaževat* и т. п.

Звуки **ž**, **č**, **š**.

Группы **сг** и **сѣ** остаются въ кайкавинѣ чаще всего безъ измѣненій.

Въ *Междумурскомъ* говорѣ мы находимъ: *črna, črf, čreže, črejvo; črni* V. 15.

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ: *čreva* V. 5, *črlenі* 10, *do črne Zemljice* 22, *črni Arapin* 68, *črv* 120, *črno* 168, *črna* 252, *črveki* 289, *črlen menter* 293; *čerleno* K. 201, *černi* 200, но встрѣч. и: *orlena pena* V. 73, *crleno* 150, *crevo* 234.

Въ *Пригорьѣ* мы имѣемъ: *črevo, črēr, čfn, čfv*.

Въ *Требаревѣ* это сочетаніе тоже не измѣняется: *črna*, (Zbr. III—63, 77) *mravce črlēne i čfnē* 91, *črvi* 96, *čreva* 213, *črv* 217 но встрѣч. и: *bu rocgnele* 68, *crlēne zrgne* 81.

У *Фучковъ*: *čff*. Въ *Локварскомъ* говорѣ: *čfv, čfn, črljen*.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ въ имѣвшемся у насъ матеріалѣ является сочетаніе **сг**: *u goricu crnu* (Pl. 2—20) *crne oči* 23, *crna goro* 56 и *crievah* 82.

Въ *чакавинѣ*, въ *Хорватскомъ Приморьѣ*, въ *Шопрунскомъ*, *Мошонскомъ* и *Желѣзномъ Комитатахъ* является **сг**.

Въ *штокавинѣ* эта группа звучитъ какъ **сг**.

Въ *словинскомъ* языкѣ, въ восточной части является **сг**, въ сѣверо-западной **г** исчезаетъ, а въ юго-западной вставляется еще **е** (нѣчто напоминающее полногласіе).

До нѣкоторой степени въ этомъ отношеніи можно сопоставить кайкавщину со *словинскимъ языкомъ*, хотя въ южной кайкавщинѣ быть можетъ, сказалось и вліяніе чакавщины.

Шипящіе въ кайкавщинѣ часто произносятся *твердо*:

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ мы находимъ: *vučemu pastiru* V. 98, *tri šake vražega perja* V. 165, *náhiže* 240, *vraže mesto* 112, *gdo je boži* 204, *pred Majkom Božom* K. 245, *Majku Božu* 245; *od zajčovoga gnjezda* V. 274, *mравčovo krilo* 27; рядомъ встрѣчаются: *vučji pastir* V. 99, *vtičji pastir* 99, *tri šake vražjega perja* 165, *z nahižja* 240: *gdo si božji* 285, *ime božje* 234; ж мягкое: *žjeti* V. 30.

Въ *Требаревскомъ* говорѣ: *ime Božę* (Zbr. III—70) *Boža sila* 94.

Въ *Крижевецкой* жупанин: *Majka Boža* K. 186.

Въ *Загорьѣ*: *božega* K. 215.

č является вмѣсто сочетанія *tc*: въ *Междумурьѣ* мы находимъ: *očov portré* V. 14, *očevo srce* 13, въ *Вараждинскомъ* говорѣ—: *po očevoj smrti* V. 236, *oči očove* V. 148, по н: *osov trs* V. 146.

ž вмѣсто *z*: *čizma* (*Варажд.* V. 121,) *čizme* (*Требар.*—Zbr. III—129).

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ является иногда š въ началѣ слова вмѣсто *v* (изъ *u*) передъ другимъ шипящимъ: *ščinil je* V. 18, *ščiniti* 34, *zlo si ščinil* 189.

Въ *Требаревѣ* иногда ž и š чередуются: *dešč* (Zbr. III—57) и *dežč* 238.

Въ *Локварскомъ* говорѣ является сочетаніе šč въ слѣдующихъ случаяхъ: въ существ. *ščer* или *šči* (кѣи) и затѣмъ въ нарѣч. *ščera* (včera).

Звукъ j.

Интересно появленіе j тамъ, гдѣ ея не было въ ст.-слав. яз. и нѣтъ въ штокавщинѣ, гдѣ онъ не имѣетъ этимологическаго основанія. Это j энентетическій. Рожичъ говоритъ что этотъ звукъ «*se uvukao bez ikakih jezičnih razloga u tijelo riječi*» (Rad. CXV 92-я стр.). Это явленіе мы наблюдаемъ въ *Вараждинскомъ* говорѣ: *su iz vojska napravile cirkvu* V. 37, *jednu cirkvu iz vojska napraviti* 152, *naj dve stare obujke... zemeju* 170; *naj nikaž zejti* 188, *naj mu da vojska* 230.

Сильнѣе развита эта черта въ *Пригорьѣ*. Здѣсь можно прослѣдить нѣкоторую послѣдовательность въ появленіи такого j. j является здѣсь чаще послѣ *o*, рѣже послѣ *u*: *sprojtiti*, *vojziti* (voziti), *zágojzda* (заговозда),

pojstelja, pojstīti, mōjzd—mōjzda (мѡжда), mōjtika, vojdiea, по voda; vōjsak, bōjsti (бѡсти), mōjzak, mējzak (мѡзак), pōjtik (пѡток), nebōjzi (нѡбоже), vōjdi—vōjzdi (овдје), pōjzder (пѡздер), pujstīti, navuistīti, Pujstika. Такой эпентетич. j можетъ появляться иногда и послѣ е, развившагося изъ о, но не перешедшаго въ i: prejštica, oprejštīti, spoejđiti (сноходпті). Если же въ этихъ глаголахъ это е претерпѣваетъ дальнѣйшее измѣненіе, т. е. переходитъ въ i, то j не является: opristīti, spoiditi. Затѣмъ j является еще въ словѣ: pējdan (пѣдаль).

Въ *Требаревѣ* подобное явленіе наблюдается рѣдко: sī zbujneni (Zbr. III—70) и: sī bili zabūneni 71.

Во вторичномъ сочетаніи dj въ словѣ ladja j является передъ d: v lajde (Zbr. III—62).

Въ *Междумурьѣ* j исчезаетъ въ повелительномъ наклоненіи: pi, pite; это объясняется вліяніемъ формъ: nesi, nesite.

Затѣмъ здѣсь j можетъ исчезать въ слѣдующихъ случаяхъ: svetlu kočiu K. 228, soldácku meštriu 228.

Въ *Загорьѣ* j вставочный встрѣчается: zejti, jel me jočeš zejti, K. 222.

Въ *Ступникѣ* это явленіе наблюдается тоже: mejd nje (Zbr. I—126, med), bum ja mogel to ojd nji dobiti 127, zprejd njih 127 hote vujne iz kuhinje 136.

Въ *Вербовецкомъ* говорѣ замѣчается перестановка j: Ne nadje... Marka (Pl. 2—45) ja podjem 69.

Перестановка согласныхъ.

Здѣсь можно отмѣтить перестановку въ словѣ lžica: žlico (*Междум.* V. 133), žlicu (*Варажд.* V. 248) и: z žlicu (*Требар.* Zbr. III—234); затѣмъ у *Фуковъ* является интересная форма: žajlk, наблюдаемая и въ *Красицкомъ*, *чакавскомъ* говорѣ.

Далѣе въ *Пригорьѣ* является перестановка въ словѣ: vojzdi и vojdi (ovdje). Въ *Токварскомъ* говорѣ: žikva изъ živka (шт. зибка).

Въ *Вараждинскомъ* говорѣ и *Междумурскомъ* являются формы: kavran (V. 166, Вараж.) и: kavranī (V. 15, Междум.), а въ *Пригорьѣ* kārvan, въ *Требаревѣ* тоже garvani (Zbr. III—86).

Интересныя перестановки наблюдаются въ *Требаревскомъ* говорѣ: Međidorje (Zbr. III—59) (Međiodrje): k jojèru 123, (joreju, jorej—орѣхъ);

omajn (ormaj) 233; podnėriju 221, neriiti=roniti, было бы: podrone!
je treba site podneriti 230.

Перестановка въ словѣ žlica, отмѣченная нами выше, известна и словинскому языку.

Изъ случаевъ *выпаденія* согласныхъ интересно отмѣтить слѣдующее явленіе въ говорѣ Фучковъ: здѣсь изъ двухъ согласныхъ въ исходѣ слова послѣдній отбрасывается: dās (dāžd); šēs (šest). Въ Локварскомъ говорѣ: dēž тоже. Это черта словинская.

На выпаденіе согласнаго въ силу ассимиляціи при сложеніи предлоговъ съ глаголами, напр.: gasipati, gasuditi и т. д., мы укажемъ при разсмотрѣніи предлоговъ вообще.

Затѣмъ слѣдуетъ указать на то, что въ кайкавскомъ нарѣчій развито обычное явленіе въ славянскихъ языкахъ вообще: именно, звучные (d, g, b, ž, z, v) въ исходѣ словъ переходятъ въ отзвучные (t, h, k, p. š. s, f): črf, zop, boh, vrak. grost.



Способъ наименьшихъ квадратовъ.

(Обработка опытныхъ данныхъ).

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Въ способъ наименьшихъ квадратовъ даются правила для составленія эмпирической формулы, такъ чтобы она возможно точнѣе выражала данный опытъ. Сверхъ того этотъ способъ показываетъ, какъ расположить опытъ для полученія наиболѣе точныхъ результатовъ. По способу наименьшихъ квадратовъ написаны обширные трактаты. Въ этихъ сочиненіяхъ входятъ опредѣленные интегралы, вводятся разные термины, напр. вѣроятность ошибки, вѣроятная ошибка. Но все это весьма мало пригодно для практики. Практику нужно дать точныя простыя правила, какъ обработать опытные данныя. Эти правила могутъ быть изложены въ краткой, ясной и строго обоснованной формѣ. Способъ наименьшихъ квадратовъ можетъ быть изложенъ независимо отъ теоріи вѣроятностей. Изъ этой теоріи въ опытныхъ наукахъ имѣетъ большое значеніе только такъ называемый законъ большихъ чиселъ. Но законъ большихъ чиселъ извѣстенъ съ весьма древнихъ временъ; его примѣняли въ практикѣ еще до появленія теоріи вѣроятностей. Яковъ Бернулли далъ въ XVII-мъ столѣтіи математическое доказательство закона большихъ чиселъ. Практикъ можетъ не знать этого доказательства, и тѣмъ не менѣе можетъ съ успѣхомъ примѣнять законъ большихъ чиселъ въ своихъ изслѣдованіяхъ. Скажемъ нѣсколько словъ, какъ слѣдуетъ понимать законъ большихъ чиселъ.

1.

Законъ большихъ чиселъ.

Каково бы ни было случайное явленіе, при весьма большомъ числѣ наблюденій всегда обнаруживается нѣкоторый законъ, управляющій этимъ

явленіемъ; этотъ законъ извѣстенъ подъ названіемъ закона большихъ чиселъ; точная его формулировка выражается въ слѣдующихъ словахъ:

При весьма большомъ числѣ наблюдений наблюдаемая величина находится въ постоянномъ отношеніи.

Пояснимъ сказанное. Почтовая контора иногда не можетъ доставить письма на домъ по неполнотѣ или невѣрности адреса. Если мы сосчитаемъ въ теченіе года число такихъ писемъ и раздѣлимъ это число на число всѣхъ писемъ, то найденное отношеніе изъ года въ годъ будетъ постояннымъ для данной почтовой конторы. Конечно, сказанное имѣетъ мѣсто для почтовой конторы съ большимъ оборотомъ. Точно также, если мы въ большомъ городѣ сосчитаемъ въ теченіе года число эпидемическихъ заболѣваній, число преступленій, число самоубійствъ и т. д. и раздѣлимъ эти числа на число всѣхъ жителей, то найденныя отношенія окажутся постоянными съ теченіемъ времени.

Однако, законъ большихъ чиселъ въ примѣненіи къ социальнымъ явленіямъ оказывается неточнымъ. Дѣло въ томъ, что законъ большихъ чиселъ несомнѣнно указываетъ, что случайными явленіями управляютъ нѣкоторыя намъ неизвѣстныя или мало извѣстныя причины; но эти причины могутъ измѣняться. Такъ съ проведеніемъ канализаціи отношеніе числа эпидемическихъ заболѣваній къ числу всѣхъ жителей значительно уменьшается. Статистикъ въ концѣ своихъ изслѣдованій всегда прилагаетъ отношенія наблюдаемыхъ величинъ. Если эти отношенія въ послѣдующіе годы мѣняются, то это указываетъ на измѣненіе социальныхъ явленій. Это указаніе даетъ поводъ къ разысканію причинъ, повліявшихъ на измѣненіе социальныхъ явленій.

Закону большихъ чиселъ можно дать еще другую формулировку:

Средняя арифметическая величина, найденная изъ многихъ наблюдений, съ возрастаніемъ числа наблюдений стремится къ постоянному предѣлу.

Но если въ первой формулировкѣ законъ большихъ чиселъ уже оказывается неточнымъ въ примѣненіи къ социальнымъ явленіямъ, то вторая формулировка этого закона прямо непримѣнима къ социальнымъ явленіямъ. Пояснимъ это. Въ почтовой конторѣ сосчитаемъ за много дней число писемъ съ невѣрнымъ и неполнымъ адресомъ; раздѣлимъ это число на число дней; въ результатъ получимъ среднее ежедневное число писемъ недоставленныхъ на домъ. Согласно второй формулировкѣ закона большихъ чиселъ это число должно быть постояннымъ. На самомъ дѣлѣ этого не бываетъ по двумъ причинамъ: съ развитіемъ культуры и съ возрастаніемъ народонаселенія число всѣхъ писемъ возрастаетъ, а слѣдовательно и возрастаетъ число писемъ съ невѣрнымъ и неполнымъ адресами.

Но въ наукахъ наблюдательныхъ, гдѣ опытъ производится при одной и той же обстановкѣ и при неизмѣняемыхъ условіяхъ, законъ большихъ чиселъ въ первой и во второй формулировкѣ вполне примѣнимъ.

2.

Ошибки постоянныя и случайныя. Исключеніе постоянныхъ ошибокъ.

При всякомъ наблюденіи, хотя бы и самыми точными инструментами, мы обыкновенно дѣлаемъ ошибки. Ошибки бываютъ двухъ родовъ: случайныя и постоянныя. Случайныя ошибки зависятъ отъ вполне случайныхъ, намъ неизвѣстныхъ, причинъ. Случайныя ошибки съ одинаковою вѣроятностью могутъ быть какъ положительными, такъ и отрицательными. Постоянныя ошибки зависятъ отъ нѣкоторыхъ постоянныхъ причинъ. Постоянная ошибка по большей части уклоняется въ одну сторону, т. е. бываетъ либо положительною, либо отрицательною.

Мы не всегда можемъ устранить изъ опыта постоянныя причины, влияющія на появленіе постоянныхъ ошибокъ. Но тѣмъ не менѣе, при внимательномъ отношеніи къ опыту, мы почти всегда можемъ исключить постоянныя ошибки. Постоянныя ошибки чаще всего зависятъ отъ несовершеннаго устройства измѣрительныхъ приборовъ. Пояснимъ сказанное на двухъ примѣрахъ.

Положимъ, что мы измѣряемъ уголъ дугою круга. Если центръ вращенія не совпадаетъ съ центромъ круга, то отмѣренныя дуги не будутъ пропорціональны угламъ. Для исключенія этой постоянной ошибки поступаемъ слѣдующимъ образомъ. Измѣряемъ дугу, соответствующую данному углу; поворачиваемъ измѣрительный кругъ на 180 градусовъ и снова отсчитываемъ дугу; полусумма найденныхъ дугъ даетъ намъ точную величину измѣряемаго угла.

Положимъ, что намъ нужно найти наклоненіе магнитной стрѣлки. Наблюденіе наше будетъ невѣрно, если ось вращенія не проходитъ черезъ центръ тяжести магнитной стрѣлки. Эту постоянную ошибку можно исключить слѣдующимъ способомъ. Наблюдаемъ наклоненіе магнитной стрѣлки; перемагничиваемъ стрѣлку (чтобы полюсы перемѣнили свои мѣста) и снова находимъ наклоненіе; полусумма найденныхъ наклоненій дастъ намъ точную величину магнитнаго наклоненія.

Изъ этихъ примѣровъ выясняется, что при внимательномъ отношеніи къ опыту, не устраняя постоянныхъ причинъ, мы всегда можемъ исключить изъ наблюденія постоянныя ошибки. Далѣе мы будемъ предполагать, что постоянныя ошибки исключены изъ наблюденія.

3.

Средняя арифметическая величина ошибки; сумма квадратовъ ошибокъ.

Положимъ, что изъ наблюденій исключены постоянныя ошибки. Случайныя ошибки, какъ сказано раньше, съ одинаковою вѣроятностью могутъ быть и положительными и отрицательными. Положимъ, что какуюнибудь величину мы наблюдаемъ много разъ, и при каждомъ наблюденіи вычисляемъ ошибку; возьмемъ сумму всѣхъ ошибокъ и раздѣлимъ на число наблюденій; въ результатѣ получимъ среднюю арифметическую величину ошибки. Согласно второй формулировкѣ закона большихъ чиселъ, эта величина съ возрастаніемъ числа наблюденій должна стремиться къ постоянному предѣлу. Каковъ же этотъ предѣлъ? Если бы этотъ предѣлъ былъ отличенъ отъ нуля, то это обстоятельство указывало бы на существованіе постоянной ошибки; но постоянныя ошибки исключены изъ опыта. Отсюда приходимъ къ слѣдующему заключенію:

Средняя арифметическая величина ошибки, съ возрастаніемъ числа наблюденій, стремится къ нулю.

Положимъ теперь, что мы наблюдаемъ какуюнибудь величину нѣсколько разъ; пусть наблюдаемыя величины будутъ a_1, a_2, \dots, a_n ; обозначимъ наиболѣе вѣроятную величину черезъ x ; тогда случайныя ошибки наблюденій будутъ: $x - a_1, x - a_2, \dots, x - a_n$. На основаніи послѣдней теоремы мы можемъ положить:

$$\frac{(x - a_1) + (x - a_2) + \dots + (x - a_n)}{n} = 0.$$

Отсюда находимъ:

$$x = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}. \quad (1)$$

Отсюда приходимъ къ слѣдующему заключенію:

Наиболѣе вѣроятная величина равна средней арифметической величинѣ изъ всѣхъ наблюдаемыхъ величинъ.

Возьмемъ сумму квадратовъ ошибокъ:

$$(x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \dots + (x - a_n)^2.$$

Принимая x за неизвѣстное, опредѣлимъ его такъ, чтобы сумма квадратовъ ошибокъ пріобрѣтала наименьшее значеніе. Для этого нужно производную приравнять нулю:

$$2(x - a_1) + 2(x - a_2) + \dots + 2(x - a_n) = 0.$$

Изъ этого уравненія для x найдемъ прежнее значеніе (1). Поэтому прежнее правило для полученія наиболѣе вѣроятной величины мы можемъ выразить въ новой формѣ:

Наиболѣе вѣроятнымъ значеніемъ наблюдаемой величины будетъ то, которое обращаетъ сумму квадратовъ ошибокъ въ наименьшую величину.

Отсюда вытекаетъ названіе способа наименьшихъ квадратовъ. Далѣе мы увидимъ, что изъ этого правила путемъ логическихъ умозаключеній мы получимъ новыя правила для нахождения наиболѣе вѣроятныхъ значеній при сложныхъ наблюденіяхъ.

4.

Средняя ошибка; вѣсъ наблюдаемой величины.

Обозначимъ ошибки, сдѣланныя при наблюденіяхъ одной величины черезъ $a_1, a_2, \dots a_n$. *Среднею ошибкою* принято называть корень квадратный изъ суммы квадратовъ ошибокъ, раздѣленной на число наблюденій:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}.$$

Величина средней ошибки указываетъ намъ на степень точности наблюденія. Понятно, что чѣмъ менѣе сами ошибки, тѣмъ менѣе будетъ и средняя ошибка. Поэтому чѣмъ менѣе средняя ошибка, тѣмъ точнѣе наблюденіе.

Величина, обратная квадрату средней ошибки, называется *высою наблюдаемой величины*:

$$p = \frac{C}{\varepsilon^2}. \quad (1)$$

Очевидно, чѣмъ болѣе вѣсъ, тѣмъ менѣе средняя ошибка и тѣмъ точнѣе наблюденіе. Въ выраженіе для вѣса (1) входитъ постоянная величина C , которая можетъ быть взята по произволу. Если мы имѣемъ дѣло съ нѣсколькими наблюдаемыми величинами, то постоянное C можно опредѣлить такъ, чтобы вѣсъ одной наблюдаемой величины равнялся единицѣ. Такимъ образомъ далѣе мы будемъ говорить только объ относительныхъ величинахъ вѣсовъ наблюдаемыхъ величинъ.

Въ практикѣ часто приходится судить о вѣсахъ наблюдаемыхъ величинъ, не дѣлая самихъ наблюденій; при чемъ, какъ сказано выше, вѣсъ одной величины можетъ быть принятъ за единицу. Какъ же судить о вѣсахъ наблюдаемыхъ величинъ, не дѣлая самихъ наблюденій?

Если мы имѣемъ дѣло съ однородными величинами, которыя наблюдаются одинаковыми приборами при неизмѣняемыхъ условіяхъ, то мы мо-

жемъ утверждать, что вѣса такихъ величинъ одинаковы. Какъ, далѣе, находить вѣса неоднородныхъ величинъ?

Всматриваясь внимательно въ наблюденія, мы замѣчаемъ, что почти всѣ наблюденія приводятся къ измѣренію линейныхъ отрѣзковъ. Такъ температура измѣряется на термометрической скалѣ, давленіе на барометрической или манометрической скалѣ, уголъ измѣряется дугою круга; скорость, ускореніе и сила также приводятся къ линейнымъ измѣреніямъ. Если всѣ величины измѣряются при одномъ и томъ же масштабѣ, то мы можемъ утверждать, что вѣса такихъ величинъ одинаковы. Предположимъ, далѣе, что мы измѣряемъ углы двумя кругами, при чемъ радіусъ второго круга вдвое болѣе радіуса перваго круга; тогда градусъ на второмъ кругѣ вдвое болѣе градуса на первомъ кругѣ. Очевидно, что ошибка при измѣреніи угла вторымъ кругомъ будетъ вдвое менѣе; поэтому вѣсъ, на основаніи формулы (1), будетъ вчетверо болѣе. Отсюда приходимъ къ слѣдующему заключенію:

Вѣса наблюдаемыхъ величинъ пропорціональны квадратамъ линейныхъ отрѣзковъ, принятымъ за единицу измѣреній.

Но всякое заключеніе въ опытныхъ наукахъ нужно принимать съ весьма большою осторожностью. Такъ измѣрять отрѣзокъ на бумагѣ не то же самое, что измѣрять отрѣзокъ на поверхности земли: на бумагѣ мы можемъ откладывать десятыя доли сантиметра, на поверхности земли не можетъ быть и рѣчи о сантиметрахъ. Такимъ образомъ опредѣленіе вѣсовъ наблюдаемыхъ величинъ представляетъ довольно трудную задачу; рѣшеніе этой задачи можетъ быть найдено только при помощи наблюденій.

5.

Вѣсъ функціи наблюдаемыхъ величинъ.

Во многихъ опытахъ, особенно въ геодезіи, мы можемъ выбрать наблюдаемыя величины по произволу; въ результатъ же намъ приходится вычислять нѣкоторую величину, какъ функцію наблюдаемыхъ величинъ. Обозначимъ наблюдаемыя величины черезъ u, v, w, \dots ; положимъ, что намъ нужно вычислить величину x по формулѣ:

$$x = f(u, v, w, \dots). \quad (1)$$

Прежде всего намъ нужно знать, съ какою точностью вычислена величина x , что приводится къ нахожденію вѣса этой величины. Для этой цѣли поступаемъ слѣдующимъ образомъ.

Предположимъ, что каждую величину u, v, w, \dots мы наблюдаемъ нѣсколько разъ; обозначимъ

ошибки u черезъ $\alpha_1, \alpha_2, \dots$, число наблюдений черезъ n_1 ,

ошибки v черезъ β_1, β_2, \dots , число наблюдений черезъ n_2 ,

ошибки w черезъ $\gamma_1, \gamma_2, \dots$, число наблюдений черезъ n_3 ,

.

Положимъ

$$n = n_1 n_2 n_3 \dots$$

Изъ ряда найденныхъ ошибокъ выберемъ для каждой величины по одной ошибкѣ; пусть эти ошибки будутъ $\alpha, \beta, \gamma, \dots$; соответственную величину ошибки x обозначимъ черезъ δ . Въ такомъ случаѣ уравненіе (1) превратится въ слѣдующее:

$$x + \delta = f(u + \alpha, v + \beta, w + \gamma, \dots).$$

Вычитая отсюда уравненіе (1), получаемъ:

$$\delta = f(u + \alpha, v + \beta, w + \gamma, \dots) - f(u, v, w, \dots).$$

Разложимъ вторую часть по степенямъ $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ и отбросимъ весьма малыя величины выше перваго порядка:

$$\delta = \frac{\partial f}{\partial u} \alpha + \frac{\partial f}{\partial v} \beta + \frac{\partial f}{\partial w} \gamma + \dots$$

Возвысимъ обѣ части въ квадраты:

$$\begin{aligned} \delta^2 &= \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 \alpha^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2 \beta^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)^2 \gamma^2 + \dots + 2\alpha\beta \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial f}{\partial v} + \\ &+ 2\alpha\gamma \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial f}{\partial w} + 2\beta\gamma \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial w} + \dots \end{aligned}$$

Сюда нужно вмѣсто каждой изъ ошибокъ $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ подставить ея значенія, найденныя изъ наблюдений; въ результатъ получимъ n подобныхъ равенствъ. Сложивъ эти равенства и раздѣливъ на n , получимъ:

$$\begin{aligned} \frac{\Sigma \delta^2}{n} &= \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 \frac{\Sigma \alpha^2}{n_1} + \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2 \frac{\Sigma \beta^2}{n_2} + \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)^2 \frac{\Sigma \gamma^2}{n_3} + \dots \\ &+ 2 \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\Sigma \alpha \beta}{n_1 n_2} + 2 \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial f}{\partial w} \frac{\Sigma \alpha \gamma}{n_1 n_3} + 2 \frac{\partial f}{\partial v} \frac{\partial f}{\partial w} \frac{\Sigma \beta \gamma}{n_2 n_3} + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Примемъ во вниманіе, что $\Sigma \alpha \beta = \Sigma \alpha \Sigma \beta$; сверхъ того, по доказанному въ § 3, средняя арифметическая величина ошибки равна нулю; поэтому

$$\frac{\Sigma \alpha \beta}{n_1 n_2} = \frac{\Sigma \alpha}{n_1} \cdot \frac{\Sigma \beta}{n_2} = 0,$$

$$\frac{\Sigma \alpha \gamma}{n_1 n_3} = \frac{\Sigma \alpha}{n_1} \cdot \frac{\Sigma \gamma}{n_3} = 0,$$

$$\frac{\Sigma \beta \gamma}{n_2 n_3} = \frac{\Sigma \beta}{n_2} \cdot \frac{\Sigma \gamma}{n_3} = 0,$$

.....

Далѣе, на основаніи сказаннаго въ § 4

$$\frac{\Sigma \delta^2}{n} = \frac{C}{p}, \quad \frac{\Sigma \alpha^2}{n_1} = \frac{C}{p_1}, \quad \frac{\Sigma \beta^2}{n_2} = \frac{C}{p_2}, \quad \frac{\Sigma \gamma^2}{n_3} = \frac{C}{p_3}, \quad \dots$$

Сдѣлавъ эти подстановки и сокративъ на C , мы приведемъ уравненіе (2) къ слѣдующей формѣ:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p_1} \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right)^2 + \frac{1}{p_2} \left(\frac{\partial f}{\partial v} \right)^2 + \frac{1}{p_3} \left(\frac{\partial f}{\partial w} \right)^2 + \dots \quad (3)$$

Здѣсь p, p_1, p_2, p_3, \dots суть вѣса величинъ x, u, v, w, \dots . Мы предполагаемъ вѣса наблюдаемыхъ величинъ p_1, p_2, p_3, \dots извѣстными; тогда формула (3) даетъ вѣсь величины x , вычисляемой по формулѣ (1). Въ формулу (3) вмѣсто u, v, w, \dots нужно подставить ихъ значенія, найденныя изъ наблюдений.

Раньше было сказано, что въ геодезическихъ измѣреніяхъ условія опыта таковы, что въ выборѣ наблюдаемыхъ величинъ существуетъ нѣкоторый произволь. Въ такомъ случаѣ возникаетъ задача: *выбрать наблюдаемыя величины такъ, чтобы по формулѣ (1) вычислить величину x съ наибольшою точностью*. Задача приводится къ нахожденію наибольшей величины вѣса p , т. е. къ опредѣленію наименьшей величины функции (3). Замѣтимъ прежде всего, что величины u, v, w, \dots не произвольны; онѣ должны удовлетворять нѣкоторому уравненію. Въ самомъ дѣлѣ величина x должна имѣть нѣкоторое опредѣленное значеніе, которое вполнѣ не зависитъ отъ выбора наблюдаемыхъ величинъ; это значеніе получится, когда въ формулу (1) вмѣсто u, v, w, \dots подставимъ ихъ значенія, найденныя изъ наблюдений; пусть при этомъ x обратится въ a . Найденное значеніе a не должно измѣняться съ измѣненіемъ наблюдаемыхъ величинъ u, v, w, \dots ; слѣдовательно

$$f(u, v, w, \dots) = a. \quad (4)$$

Такимъ образомъ наша задача приводится къ нахожденію условнаго *minimum'a*: нужно опредѣлить u, v, w, \dots такъ, чтобы удовлетворялось урав-

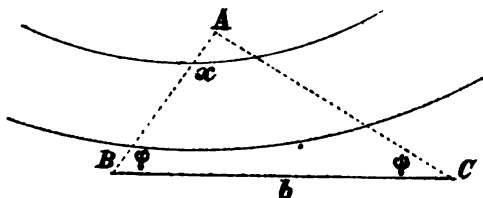
неніе (4) и функція (3) пріобрѣтала наименьшую величину. Задача осложняется тѣмъ обстоятельствомъ, что величины u , v , w не могутъ измѣняться произвольно; каждая изъ этихъ величинъ измѣняется въ нѣкоторыхъ предѣлахъ, что вполне зависитъ отъ тѣхъ условій, при которыхъ совершается опытъ. Пояснимъ сказанное на частномъ примѣрѣ.

6.

Частная задача для поясненія.

Разсмотримъ слѣдующую геодезическую задачу:

Не переходя рѣки, измѣрить разстояніе между двумя точками, лежащими на противоположныхъ сторонахъ рѣки.



Положимъ, что требуется измѣрить разстояніе AB . Пусть наблюдатель находится на той сторонѣ рѣки, гдѣ лежитъ точка B . Для рѣшенія задачи выберемъ произвольную точку C и опредѣлимъ разстояніе BC и углы при точкахъ B и C . Обозначимъ разстояніе BC черезъ b , углы при точкахъ B и C черезъ φ и ψ , искомое разстояніе AB черезъ x . По извѣстной формулѣ тригонометріи находимъ:

$$x = \frac{b \sin \psi}{\sin (\varphi + \psi)}. \quad (1)$$

Опредѣлимъ вѣсь величины x . Для простоты разсужденій предположимъ, что разстояніе BC мы можемъ измѣрить точно, что ошибки зависятъ только отъ измѣренія угловъ φ и ψ . Такъ какъ эти углы измѣряются тѣмъ же приборомъ, то мы можемъ считать вѣса этихъ измѣреній равными; примемъ эти вѣса за единицу; тогда вѣсь величины x опредѣляется по формулѣ (3, § 5):

$$\frac{1}{p} = \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \psi} \right)^2 = \frac{b^2 \{ \sin^2 \psi \cos^2 (\varphi + \psi) + \sin^2 \varphi \}}{\sin^4 (\varphi + \psi)}. \quad (2)$$

Нужно теперь выбрать точку C такъ, чтобы вѣсь p былъ наибольшій, т. е. чтобы выраженіе (2) пріобрѣтало наименьшую величину. Съ измѣненіемъ точки C мѣняются величины b , φ и ψ ; но между этими величинами

нами существуетъ зависимость. Если обозначимъ длину AB черезъ a , то

$$\frac{b \sin \psi}{\sin(\varphi + \psi)} = a.$$

(Опредѣливъ отсюда b и подставивъ въ равенство (2), получимъ:

$$\frac{1}{p} = \frac{a^2 \{ \sin^2 \psi \cos^2(\varphi + \psi) + \sin^2 \varphi \}}{\sin^2 \psi \sin^2(\varphi + \psi)}. \quad (3)$$

Здѣсь a остается неизмѣннымъ, измѣняются углы φ и ψ . Требуется найти наименьшую величину этого выраженія. Это выраженіе можетъ быть приведено къ слѣдующей формѣ:

$$\frac{1}{p} = a^2 \cot^2(\varphi + \psi) \left(1 + \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \psi} \right) + \frac{a^2 \sin^2 \varphi}{\sin^2 \psi}. \quad (4)$$

Обозначимъ уголъ при A черезъ θ и положимъ $AC = q$; тогда

$$\frac{a \sin \varphi}{\sin \psi} = q, \quad \cot(\varphi + \psi) = -\cot \theta.$$

Выраженіе (4) можетъ быть приведено къ слѣдующей формѣ:

$$\frac{1}{p} = (a^2 + q^2) \cot^2 \theta + q^2. \quad (5)$$

Вторая часть есть функція двухъ величинъ q и θ , которыя измѣняются независимо одна отъ другой. Выраженіе (5) уменьшается съ уменьшеніемъ q и съ уменьшеніемъ $\cot^2 \theta$. Наименьшая величина $\cot^2 \theta$ будетъ нуль, когда θ обращается въ прямой уголъ. Что касается $q = AC$, то эту величину можно уменьшать только до нѣкотораго предѣла, такъ какъ дальнѣйшему уменьшенію препятствуетъ условіе задачи: не переходить рѣки. Отсюда выясняется правило для полученія наиболѣе точнаго результата: необходимо выбрать точку C такъ, чтобы уголъ A былъ по возможности близокъ къ прямому углу, а сторона AC возможно мала. Этимъ требованіямъ нужно удовлетворить, сообразуясь съ характеромъ мѣстности.

7.

Составленіе эмпирической формулы.

Предположимъ, что мы наблюдаемъ какую нибудь величину, зависящую отъ другой величины, напр. давленіе P въ зависимости отъ температуры t . Пусть наблюдаемыя температуры будутъ t_1, t_2, t_3, \dots соответ-

ственные давления P_1, P_2, P_3, \dots . Нанесемъ наши наблюденія на клетчатую бумагу. Для этой цѣли на какой нибудь оси отъ постоянной точки отложимъ отрѣзки, равные температурамъ; въ концахъ этихъ отрѣзковъ возставимъ перпендикуляры и на нихъ отложимъ соотвѣтственные давления. На бумагѣ получимъ рядъ точекъ; соединивъ сосѣднія точки прямыми, получимъ ломанную линію, которая приблизительно выразитъ ходъ измѣненія давления съ измѣненіемъ температуры. Требуется *составить возможно простую эмпирическую формулу, которая возможно точнѣе выражаетъ наше наблюденіе*. Предположимъ, что намъ неизвѣстна форма той функціи, которая выражаетъ зависимость давления отъ температуры; предположимъ, далѣе, что эта функція въ предѣлахъ наблюденія можетъ быть разложена по возрастающимъ степенямъ температуры. Тогда эмпирическая формула будетъ имѣть слѣдующій видъ:

$$P = A + Bt + Ct^2 + \dots$$

Здѣсь коэффициенты A, B, C, \dots суть нѣкоторые постоянныя числа. Однако безконечнымъ рядомъ неудобно пользоваться и потому мы удерживаемъ въ формулѣ нѣсколько первыхъ членовъ. Предположимъ, что ломанная линія на чертежѣ мало уклоняется отъ прямой линіи; тогда мы можемъ удержать два первыхъ члена:

$$P = A + Bt.$$

Но если ломанная линія на чертежѣ значительно уклоняется отъ прямой линіи, то въ эмпирической формулѣ нужно удержать болѣе двухъ членовъ. Пробуемъ удержать четыре члена:

$$P = A + Bt + Ct^2 + Dt^3.$$

Для опредѣленія коэффициентовъ подставимъ въ это уравненіе какія нибудь четыре наблюденія; изъ четырехъ полученныхъ уравненій опредѣлимъ четыре коэффициента. Если случится, что коэффициентъ D весьма малъ въ сравненіи съ другими коэффициентами, то въ эмпирической формулѣ можно удержать только три члена:

$$P = A + Bt + Ct^2.$$

Можетъ случиться, что изъ теоретическихъ соображеній намъ извѣстна форма функціи, выражающей зависимость давления отъ температуры, но нѣсколько коэффициентовъ въ этой функціи остаются неизвѣстными. Положимъ

$$P = f(t, A, B), \quad (1)$$

при чемъ коэффициенты A и B остаются неизвѣстными. Для опредѣленія коэффициентовъ вставимъ въ уравненіе (1) наблюдаемыя величины; получимъ рядъ слѣдующихъ уравненій:

$$\begin{aligned} P_1 &= f(t_1, A, B), \\ P_2 &= f(t_2, A, B), \\ P_3 &= f(t_3, A, B), \\ &\dots \end{aligned} \quad (2)$$

Здѣсь мы имѣемъ два неизвѣстныхъ коэффициента, а число уравненій болѣе двухъ. Если бы наши наблюденія были точны, то коэффициенты A и B можно было бы опредѣлить такъ, чтобы удовлетворялись всѣ уравненія (2). Но наши наблюденія ошибочны, и потому нельзя удовлетворить всѣмъ уравненіямъ (2). Поэтому возникаетъ задача: какимъ образомъ изъ многихъ опытныхъ уравненій (2) опредѣлить наиболѣе вѣроятныя значенія для коэффициентовъ A и B . Нужно дать правило для рѣшенія подобной задачи.

8.

Приведеніе эмпирическихъ уравненій къ линейнымъ уравненіямъ.

Въ послѣднемъ § мы пришли къ опредѣленію неизвѣстныхъ коэффициентовъ изъ эмпирическихъ уравненій, содержащихъ наблюдаемыя величины. Вообще наблюдаемыхъ величинъ можетъ быть нѣсколько, обозначимъ ихъ черезъ u, v, w, \dots ; обозначимъ неизвѣстные коэффициенты черезъ x, y, z, \dots . Значенія наблюдаемыхъ величинъ, найденныя при какомъ нибудь наблюденіи, обозначимъ черезъ u_i, v_i, w_i, \dots . Задача наша приводится къ рѣшенію уравненій:

$$\begin{aligned} f_1(x, y, z, \dots, u_1, v_1, w_1, \dots) &= 0, \\ f_2(x, y, z, \dots, u_2, v_2, w_2, \dots) &= 0, \\ f_3(x, y, z, \dots, u_3, v_3, w_3, \dots) &= 0, \\ &\dots \end{aligned} \quad (1)$$

Число этихъ уравненій болѣе числа неизвѣстныхъ x, y, z, \dots . Требуется изъ уравненій (1) найти наиболѣе вѣроятныя значенія для x, y, z, \dots . Такова самая общая задача въ способѣ наименьшихъ квадратовъ.

Прежде чѣмъ рѣшать общую задачу, мы займемся рѣшеніемъ болѣе простой задачи. Разсмотримъ тотъ случай, когда каждое изъ эмпирическихъ уравненій содержитъ только одну наблюдаемую величину; тогда уравненіе можетъ быть разрѣшено относительно наблюдаемой величины. Эмпирическія уравненія принимаютъ слѣдующую форму:

$$\begin{aligned}
 f_1(x, y, z, \dots) &= u_1, \\
 f_2(x, y, z, \dots) &= u_2, \\
 f_3(x, y, z, \dots) &= u_3, \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Во вторыхъ частяхъ стоятъ наблюдаемыя величины. Эмпирическія уравненія (1) вообще не будутъ линейными. Но мы всегда можемъ привести ихъ къ линейнымъ уравненіямъ слѣдующимъ приѣмомъ. Прежде всего вмѣсто u_1, u_2, u_3, \dots подставимъ ихъ значенія, найденныя изъ наблюденій. Изъ уравненій (2) выберемъ столько уравненій, сколько неизвѣстныхъ x, y, z, \dots ; рѣшивъ эти уравненія, найдемъ для неизвѣстныхъ приближенныя значенія a, b, c, \dots . Положимъ $x=a+\xi, y=b+\eta, z=c+\zeta, \dots$ и подставимъ въ уравненія (2). Функціи, стоящія въ первыхъ частяхъ разложимъ по степенямъ ξ, η, ζ, \dots ; такъ какъ эти величины малы, то въ разложеніи можно отбросить члены выше перваго порядка; въ результатѣ получимъ линейныя уравненія:

$$\begin{aligned}
 a_1 \xi + b_1 \eta + c_1 \zeta + \dots + l_1 &= u_1, \\
 a_2 \xi + b_2 \eta + c_2 \zeta + \dots + l_2 &= u_2, \\
 a_3 \xi + b_3 \eta + c_3 \zeta + \dots + l_3 &= u_3, \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

Изъ этихъ уравненій нужно опредѣлить наиболѣе вѣроятныя значенія для ξ, η, ζ, \dots

Этотъ приѣмъ можетъ быть примѣненъ въ общемъ случаѣ для приведенія уравненій (1) къ линейной формѣ.

9.

Рѣшеніе линейныхъ уравненій, когда вѣса наблюдаемыхъ величинъ одинаковы.

Мы привели эмпирическія уравненія къ линейной формѣ:

$$\begin{aligned}
 ax + by + cz + \dots + l &= u, \\
 a'x + b'y + c'z + \dots + l' &= u', \\
 a''x + b''y + c''z + \dots + l'' &= u'', \\
 &\dots
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Требуется изъ этихъ уравненій опредѣлить наиболѣе вѣроятныя значенія для x, y, z, \dots въ томъ случаѣ, когда число уравненій болѣе числа неиз-

вѣстныхъ. Предположимъ, что вѣса наблюдаемыхъ величинъ u, u', u'', \dots одинаковы. Для большей ясности предположимъ, что эти величины однородны, измѣряются однимъ и тѣмъ же приборомъ при неизмѣняемыхъ условіяхъ. Въ такомъ случаѣ ошибки величинъ u, u', u'', \dots имѣютъ тотъ же характеръ, какъ и ошибки при нѣсколькихъ наблюденіяхъ одной и той же величины. Замѣтимъ, что уравненія (1) совмѣстны только въ томъ случаѣ, когда наши наблюденія вполне точны, чего на самомъ дѣлѣ не бываетъ. Предположимъ, что въ первыя части (1) вмѣсто x, y, z, \dots подставлены ихъ точныя значенія. Тогда первыя части дадутъ точныя значенія величинъ u, u', u'', \dots , во вторыхъ же частяхъ стоятъ наблюденныя значенія тѣхъ же величинъ. При такомъ предположеніи разности между первыми и вторыми частями будутъ ошибками наблюденія. А такъ какъ по нашему предположенію наблюдаемыя величины одинаковы (отличаются одна отъ другой на нѣкоторыя вполне точно опредѣленныя величины), то въ сущности мы имѣемъ дѣло съ ошибками одной и той же величины; но въ такомъ случаѣ, какъ было показано въ § 3, сумма квадратовъ ошибокъ должна пріобрѣтать наименьшую величину. Сумма квадратовъ ошибокъ будетъ:

$$(ax + by + cz + \dots + l - u)^2 + (a'x + b'y + c'z + \dots + l' - u')^2 + \dots + (a''x + b''y + c''z + \dots + l'' - u'')^2 + \dots \quad (2)$$

Отсюда приходимъ къ заключенію, что x, y, z, \dots должны быть опредѣлены такъ, чтобы выраженіе (2) пріобрѣтало наименьшую величину. Последняя же задача рѣшается просто: нужно производныя отъ выраженія (2) по каждому переменному приравнять нулю. Приравнявъ нулю производную по x отъ выраженія (2), по сокращеніи на 2, получимъ слѣдующее уравненіе:

$$a(ax + by + cz + \dots + l - u) + a'(a'x + b'y + c'z + \dots + l' - u') + \dots + a''(a''x + b''y + c''z + \dots + l'' - u'') + \dots = 0.$$

Чтобы получить подобное уравненіе, нужно каждое изъ уравненій (1) умножить на коэффициентъ при x и сложить. Отсюда приходимъ къ слѣдующему заключенію.

Умножимъ каждое изъ уравненій (1) на коэффициентъ при одномъ и томъ же неизвестномъ и сложимъ, получимъ одно уравненіе; подобныхъ уравненій можно получить столько, сколько неизвестныхъ; изъ рѣшенія полученныхъ уравненій найдемъ наиболѣе вѣроятныя значенія неизвестныхъ.

Введемъ слѣдующія сокращенныя обозначенія:

$$\begin{aligned}(a a) &= a^2 + a'^2 + a''^2 + \dots \\ (a b) &= ab + a'b' + a''b'' + \dots \\ . &\end{aligned}\tag{3}$$

Окончательныя уравненія для опредѣленія неизвѣстныхъ будутъ:

$$\begin{aligned}(aa)x + (ab)y + (ac)z + \dots + (al) &= (au), \\ (ba)x + (bb)y + (bc)z + \dots + (bl) &= (bu), \\ (ca)x + (cb)y + (cc)z + \dots + (cl) &= (cu), \\ . &\end{aligned}\tag{4}$$

Такъ рѣшаются эмпирическія уравненія (1), когда вѣса наблюдаемыхъ величинъ одинаковы.

Въ дальнѣйшемъ изслѣдованіи намъ понадобится опредѣленіе величины x изъ уравненій (4) при помощи неопредѣленныхъ множителей. Опредѣлимъ A, B, C, \dots изъ уравненій:

$$\begin{aligned}(aa)A + (ab)B + (ac)C + \dots &= 1, \\ (ba)A + (bb)B + (bc)C + \dots &= 0, \\ (ca)A + (cb)B + (cc)C + \dots &= 0, \\ . &\end{aligned}\tag{5}$$

Умножимъ уравненія (4) соответственно на A, B, C, \dots и сложимъ; принявъ во вниманіе уравненія (5), получимъ:

$$\begin{aligned}x &= (au)A + (bu)B + (cu)C + \dots \\ &\quad - (al)A - (bl)B - (cl)C \dots\end{aligned}$$

10.

Рѣшеніе линейныхъ уравненій, когда вѣса наблюдаемыхъ величинъ различны.

Покажемъ, какъ рѣшаются линейныя уравненія:

$$\begin{aligned}ax + by + cz + \dots l &= u, \\ a'x + b'y + c'z + \dots l' &= u', \\ a''x + b''y + c''z + \dots l'' &= u'', \\ . &\end{aligned}\tag{1}$$

въ томъ случаѣ, когда вѣса наблюдаемыхъ величинъ u, u', u'', \dots различны: обозначимъ эти вѣса черезъ p, p', p'', \dots . Для этой цѣли введемъ новыя величины:

$$v = u\sqrt{p}, \quad v' = u'\sqrt{p'}, \quad v'' = u''\sqrt{p''}, \dots \quad (2)$$

Умножимъ уравненія (1) на квадратные корни изъ вѣсовъ; получимъ слѣдующія уравненія:

$$\begin{aligned} \sqrt{p} (ax + by + cz + \dots + l) &= v, \\ \sqrt{p'} (a'x + b'y + c'z + \dots + l') &= v', \\ \sqrt{p''} (a''x + b''y + c''z + \dots + l'') &= v'', \\ &\dots \end{aligned} \quad (3)$$

Вѣсъ каждой величины (2) равенъ единицѣ. Въ самомъ дѣлѣ, на основаніи формулы (3, § 5) вѣса этихъ величинъ будутъ:

$$\frac{1}{p} \left(\frac{\partial v}{\partial u} \right)^2 = 1, \quad \frac{1}{p'} \left(\frac{\partial v'}{\partial u'} \right)^2 = 1, \quad \frac{1}{p''} \left(\frac{\partial v''}{\partial u''} \right)^2 = 1, \dots$$

Величины, стоящія во вторыхъ частяхъ уравненій (3), мы можемъ принять за наблюдаемыя величины; вѣса этихъ величинъ, какъ показано, равны единицѣ. Поэтому уравненія (5) могутъ быть разрѣшены приемомъ, указаннымъ въ § 9. Умножимъ каждое изъ уравненій (3) на коэффициентъ при x и сложимъ; если вмѣсто v, v', v'', \dots подставимъ ихъ выраженія (2), то получимъ слѣдующее уравненіе:

$$\begin{aligned} ap(ax + by + cz + \dots + l - u) + a'p'(a'x + b'y + c'z + \dots + l' - u') + \\ + a''p''(a''x + b''y + c''z + \dots + l'' - u'') + \dots = 0. \end{aligned}$$

То же самое уравненіе получимъ, если мы умножимъ уравненія (1) соответственно на $ap, a'p', a''p'', \dots$ и сложимъ. Отсюда вытекаетъ слѣдующій результатъ:

Умножимъ каждое уравненіе (1) на коэффициентъ при одномъ и томъ же неизвестномъ u и на соответствующій вѣсъ u сложимъ, получимъ одно уравненіе; подобныхъ уравненій можно получить столько, сколько неизвестныхъ; изъ рѣшенія полученныхъ уравненій найдемъ наиболѣе вѣроятныя значенія для неизвестныхъ.

11.

Способъ Гаусса для рѣшенія эмпирическихъ уравненій и для опредѣленія вѣсовъ.

Гауссъ далъ дальнѣйшее и окончательное развитіе способа наименьшихъ квадратовъ. Покажемъ, въ чемъ заключается способъ Гаусса. Дана система эмпирическихъ уравненій:

$$\begin{aligned} ax + by + cz + \dots + l &= u, \\ a'x + b'y + c'z + \dots + l' &= u', \\ a''x + b''y + c''z + \dots + l'' &= u'', \\ &\dots \end{aligned} \quad (1)$$

Гауссъ предложилъ рѣшать эти уравненія при помощи неопредѣленныхъ множителей. Подберемъ множители h, h', h'', \dots такъ, чтобы удовлетворялись уравненія:

$$\begin{aligned} ah + a'h' + a''h'' + \dots &= 1, \\ bh + b'h' + b''h'' + \dots &= 0, \\ ch + c'h' + c''h'' + \dots &= 0, \\ &\dots \end{aligned} \quad (2)$$

Умножимъ уравненія (1) соотвѣтственно на h, h', h'', \dots и сложимъ; въ результатѣ, принявъ во вниманіе уравненія (2), получимъ:

$$x = h(u - l) + h'(u' - l') + h''(u'' - l'') + \dots \quad (3)$$

Число уравненій (2) менѣе числа искомыхъ множителей h, h', h'', \dots ; поэтому уравненія (2) даютъ неопредѣленное рѣшеніе. Для полученія опредѣленнаго рѣшенія Гауссъ ставитъ слѣдующую задачу: *опредѣлить изъ уравненій (2) h, h', h'', \dots подъ условіемъ, чтобы всѣ величины x , данной уравненіемъ (3), были наибольшіи*. Покажемъ, какъ рѣшается эта задача.

Обозначимъ вѣса величинъ u, u', u'', \dots черезъ p, p', p'', \dots ; обозначимъ вѣсъ величины x , данной уравненіемъ (3), черезъ q . По формулѣ (3. § 5) находимъ:

$$\begin{aligned} \frac{1}{q} &= \frac{1}{p} \left(\frac{\partial x}{\partial u} \right)^2 + \frac{1}{p'} \left(\frac{\partial x}{\partial u'} \right)^2 + \frac{1}{p''} \left(\frac{\partial x}{\partial u''} \right)^2 + \dots = \\ &= \frac{h^2}{p} + \frac{h'^2}{p'} + \frac{h''^2}{p''} + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

Задача Гаусса приводится къ нахожденію относительнаго мінімума: *нужно определить h, h', h'', \dots такъ, чтобы удовлетворялись уравненія (2) и выраженіе (4) приобрѣтало наименьшую величину.* Эта послѣдняя задача рѣшается по извѣстнымъ правиламъ дифференціального исчисленія.

Остается показать, что способъ Гаусса приводитъ къ тѣмъ же результатамъ, какъ и прежній способъ, изложенный въ §§ 9 и 10. При этомъ доказательствѣ мы можемъ ограничиться случаемъ, когда вѣса наблюдаемыхъ величинъ u, u', u'', \dots равны; такъ какъ болѣе общій случай, какъ показано въ § 10, приводится къ первому случаю. Итакъ предположимъ, что вѣса наблюдаемыхъ величинъ u, u', u'', \dots равны единицѣ; тогда равенство (4) приводится къ слѣдующему:

$$\frac{1}{q} = h^2 + h'^2 + h''^2 + \dots \quad (5)$$

Нужно найти наименьшую величину выраженія (5) подъ условіемъ, чтобы удовлетворялись уравненія (2). Для рѣшенія этой послѣдней задачи будетъ поступать по правиламъ, изложеннымъ въ дифференціальномъ исчисленіи.

Умножимъ первыя части уравненій (2) на неопредѣленные множители $2A, 2B, 2C, \dots$ сложимъ и ихъ сумму вычтемъ изъ выраженія (5); получимъ слѣдующее выраженіе:

$$\begin{aligned} & h^2 + h'^2 + h''^2 + \dots \\ & - 2A(ah + a'h' + a''h'' + \dots) - \\ & - 2B(bh + b'h' + b''h'' + \dots) - \\ & - 2C(ch + c'h' + c''h'' + \dots) - \\ & \dots \end{aligned}$$

По правиламъ, изложеннымъ въ дифференціальномъ исчисленіи, нужно производныя отъ этого выраженія по измѣняемости h, h', h'', \dots приравнять нулю; получимъ уравненія, изъ которыхъ найдемъ:

$$\begin{aligned} h &= Aa + Bb + Cc + \dots, \\ h' &= Aa' + Bb' + Cc' + \dots, \\ h'' &= Aa'' + Bb'' + Cc'' + \dots, \\ &\dots \end{aligned} \quad (6)$$

Уравненія (2) и (6) достаточны для опредѣленія всѣхъ неизвѣстныхъ величинъ $h, h', h'', \dots A, B, C, \dots$. Мы можемъ исключить изъ нашихъ уравненій h, h', h'', \dots . Подставимъ въ уравненія (2) вмѣсто h, h', h'', \dots ихъ выраженія (6); принявъ во вниманіе сокращенныя обозначенія (3. § 9).

получимъ слѣдующія уравненія:

$$\begin{aligned}(aa)A + (ab)B + (ac)C + \dots &= 1, \\ (ba)A + (bb)B + (bc)C + \dots &= 0, \\ (ca)A + (cb)B + (cc)C + \dots &= 0. \\ \dots &\dots\end{aligned}\tag{7}$$

Подставивъ вмѣсто h, h', h'', \dots ихъ выраженія (6) въ равенство (3), получимъ:

$$\begin{aligned}x &= (au)A + (bu)B + (cu)C + \dots \\ &\dots (al)A \dots (bl)B \dots (cl)C \dots\end{aligned}\tag{8}$$

Итакъ способъ Гаусса окончательно приводится къ слѣдующимъ дѣйствіямъ: нужно изъ уравненій (7) опредѣлить A, B, C, \dots и найденныя значенія подставить въ формулу (8). Но точно такой же результатъ найденъ былъ въ § 9. Этимъ доказано, что способъ Гаусса приводитъ къ тѣмъ же результатамъ, какъ и прежній способъ, изложенный въ §§ 9 и 10. Итакъ способъ Гаусса приводится къ слѣдующему:

Изъ эмпирическихъ уравненій при помощи неопредѣленныхъ множителей каждое неизвѣстное опредѣляется такъ, чтобы въсь его былъ наибольший

Способъ Гаусса окончательно подтверждаетъ, что приѣмами, наложенными въ §§ 9 и 10, неизвѣстныя величины изъ эмпирическихъ уравненій опредѣляются съ наибольшою точностью.

12.

Приведеніе общей задачи къ линейнымъ уравненіямъ.

До сихъ поръ мы ограничивали наше изслѣдованіе частнымъ случаемъ, когда въ каждомъ эмпирическомъ уравненіи входитъ только одна наблюдаемая величина. Покажемъ теперь, какъ рѣшается самый общій случай, который приводится къ уравненіямъ:

$$\begin{aligned}f_1(x, y, z, \dots, u_1, v_1, w_1, \dots) &= 0, \\ f_2(x, y, z, \dots, u_2, v_2, w_2, \dots) &= 0, \\ f_3(x, y, z, \dots, u_3, v_3, w_3, \dots) &= 0. \\ \dots &\dots\end{aligned}\tag{1}$$

Въ этихъ уравненіяхъ u, v, w, \dots суть значенія величинъ u, v, w, \dots , найденныя при одномъ изъ наблюденій. Прежде всего покажемъ, что эмпи-

рическія уравненія (1) могутъ быть приведены къ линейной формѣ относительно всѣхъ величинъ, входящихъ въ эти уравненія.

Изъ системы (1) выдѣлимъ столько уравненій, сколько неизвѣстныхъ x, y, z, \dots ; изъ рѣшенія этихъ уравненій найдемъ приближенные значенія a, b, c, \dots для неизвѣстныхъ. Положимъ

$$x = a + x', \quad y = b + y', \quad z = c + z', \dots \quad (2)$$

Обозначимъ черезъ g_i, h_i, k_i, \dots наблюденныя значенія величинъ u_i, v_i, w_i, \dots ; положимъ:

$$u_i = g_i + u_i', \quad v_i = h_i + v_i', \quad w_i = k_i + w_i', \dots \quad (3)$$

Величины u_i', v_i', w_i', \dots мы можемъ принять за наблюдаемыя величины: значенія этихъ величинъ, найденныя изъ наблюдений, равны нулю; но въ дѣйствительности эти величины не будутъ нулями, а лишь малыми величинами. Всѣ величины u_i', v_i', w_i', \dots равны всѣмъ соответствующимъ величинамъ u_i, v_i, w_i, \dots . Въ уравненія (1) вмѣсто x, y, z, \dots u_i, v_i, w_i, \dots подставимъ ихъ выраженія (2) и (3); разложимъ функціи по степенямъ $x', y', z', \dots u_i', v_i', w_i', \dots$. Принявъ во вниманіе, что мы имѣемъ дѣло съ малыми величинами, мы можемъ отбросить малыя величины выше перваго порядка: въ результатѣ уравненія (1) превратятся въ линейныя:

$$\begin{aligned} a_1 x' + b_1 y' + c_1 z' + \dots &= \alpha_1 u_1' + \beta_1 v_1' + \gamma_1 w_1' + \dots + \lambda_1, \\ a_2 x' + b_2 y' + c_2 z' + \dots &= \alpha_2 u_2' + \beta_2 v_2' + \gamma_2 w_2' + \dots + \lambda_2, \\ a_3 x' + b_3 y' + c_3 z' + \dots &= \alpha_3 u_3' + \beta_3 v_3' + \gamma_3 w_3' + \dots + \lambda_3, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

Изъ этихъ уравненій нужно найти наиболѣе точныя значенія для x', y', z', \dots

13.

Рѣшеніе общей задачи.

Мы привели общую задачу къ рѣшенію линейныхъ уравненій:

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y + c_1 z + \dots &= \alpha_1 u_1 + \beta_1 v_1 + \gamma_1 w_1 + \dots + \lambda_1, \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z + \dots &= \alpha_2 u_2 + \beta_2 v_2 + \gamma_2 w_2 + \dots + \lambda_2, \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z + \dots &= \alpha_3 u_3 + \beta_3 v_3 + \gamma_3 w_3 + \dots + \lambda_3, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \quad (1)$$

Наблюдаемыя величины u_1, u_2, u_3, \dots имѣютъ одинъ и тотъ же вѣсъ, обозначимъ его черезъ p_1 ; вѣсъ величинъ v_1, v_2, v_3, \dots обозначимъ черезъ p_2 ; вѣсъ величинъ w_1, w_2, w_3, \dots обозначимъ черезъ p_3 и т. д. Введемъ новыя величины, положимъ

$$\omega_i = \alpha_i u_i + \beta_i v_i + \gamma_i w_i + \dots + \lambda_i. \quad (2)$$

Уравненія (1) примутъ слѣдующую форму:

$$\begin{aligned} \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z + \dots &= \omega_1, \\ \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z + \dots &= \omega_2, \\ \alpha_3 x + \beta_3 y + \gamma_3 z + \dots &= \omega_3, \\ &\dots \end{aligned} \quad (3)$$

Обозначимъ вѣса величинъ $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ черезъ q_1, q_2, q_3, \dots . Покажемъ, какъ находятся эти вѣса. Изъ уравненія (2) на основаніи формулы (3, § 5) имѣемъ:

$$\begin{aligned} \frac{1}{q_i} &= \frac{1}{p_1} \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial u_i} \right)^2 + \frac{1}{p_2} \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial v_i} \right)^2 + \frac{1}{p_3} \left(\frac{\partial \omega_i}{\partial w_i} \right)^2 + \dots = \\ &= \frac{\alpha_i^2}{p_1} + \frac{\beta_i^2}{p_2} + \frac{\gamma_i^2}{p_3} + \dots \end{aligned}$$

Такимъ образомъ вѣса величинъ $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ опредѣляются изъ слѣдующихъ уравненій:

$$\begin{aligned} \frac{1}{q_1} &= \frac{\alpha_1^2}{p_1} + \frac{\beta_1^2}{p_2} + \frac{\gamma_1^2}{p_3} + \dots, \\ \frac{1}{q_2} &= \frac{\alpha_2^2}{p_1} + \frac{\beta_2^2}{p_2} + \frac{\gamma_2^2}{p_3} + \dots, \\ \frac{1}{q_3} &= \frac{\alpha_3^2}{p_1} + \frac{\beta_3^2}{p_2} + \frac{\gamma_3^2}{p_3} + \dots, \\ &\dots \end{aligned} \quad (4)$$

Мы можемъ теперь разсматривать $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$ какъ наблюдаемыя величины; вѣса этихъ величинъ опредѣляются изъ уравненій (4). Но уравненія (3) имѣютъ ту же форму, какъ и уравненія (1, § 10). Поэтому уравненія (3) рѣшаются по правиламъ, изложеннымъ въ § 10.

Заключеніе. Здѣсь изложено въ краткой формѣ все, что необходимо для обработки опытныхъ данныхъ. Способъ наименьшихъ квадратовъ на

самомъ дѣлѣ приводится къ сложнымъ ариметическимъ дѣйствіямъ. Въ нѣкоторыхъ сочиненіяхъ указаны практическія правила, облегчающія эти дѣйствія; сверхъ того указываются правила для отбрасыванія сомнительныхъ наблюденій. Читатель, желающій познакомиться съ подробностями способа наименьшихъ квадратовъ, можетъ обратиться къ болѣе полнымъ сочиненіямъ.

В. Ермаковъ.

СОДЕРЖАНІЕ.

§§	СТР.
Предисловіе	1
1. Законъ большихъ чиселъ.	1
2. Ошибки постоянныя и случайныя. Исключеніе постоянныхъ ошибокъ. ,	3
3. Средняя арифметическая величина ошибки; сумма квадратовъ ошибокъ.	4
4. Средняя ошибка; вѣсъ наблюдаемой величины	5
5. Вѣсъ функціи наблюдаемыхъ величинъ.	6
6. Частная задача для поясненія.	9
7. Составленіе эмпирической формулы	10
8. Приведеніе эмпирическихъ уравненій къ линейнымъ урав- неніямъ.	12
9. Рѣшеніе линейныхъ уравненій, когда вѣса наблюдаемыхъ ве- личинъ одинаковы	13
10. Рѣшеніе линейныхъ уравненій, когда вѣса наблюдаемыхъ ве- личинъ различны	15
11. Способъ Гаусса для рѣшенія эмпирическихъ уравненій и для опредѣленія вѣсовъ.	17
12. Приведеніе общей задачи къ линейнымъ уравненіямъ	19
13. Рѣшеніе общей задачи	20

Элементы математического анализа.

VIII.

Кратные интегралы, их преобразование по новымъ переменнымъ.

50. Пусть x_1, x_2, \dots, x_n будетъ система переменныхъ, подчиненныхъ тому условію, что всѣ значенія, которыя они могутъ принимать, заключаются только внутри извѣстныхъ границъ. Пространство, изъ котораго не выходятъ эти значенія переменныхъ, мы будемъ называть областью ихъ измѣняемости. При этомъ мы будемъ имѣть въ виду, что измѣняясь, эти величины удовлетворяютъ извѣстному уравненію или неравенству.

Чтобы пояснить это, рассмотримъ координаты x, y точки остающейся внутри круга, описаннаго около начала координатъ радіусомъ R . Тогда область измѣняемости величинъ x и y опредѣлится неравенствомъ

$$x^2 + y^2 < R^2.$$

Кратнымъ интеграломъ функціи $f(x, y, z)$, взятымъ относительно данной области, мы называемъ сумму величинъ, которую принимаетъ выраженіе

$$\sum f(x + \lambda \Delta x, y + \mu \Delta y, z + \nu \Delta z) \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \quad (1)$$

когда x, y, z измѣняются въ данной области. Подъ $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ мы разумѣемъ здѣсь величины, которыя стремятся къ нулю, а λ, μ, ν представляютъ собою произвольныя величины, заключающіяся между 0 и 1.

Принимая это опредѣленіе, необходимо убѣдиться, что выраженіе (1) всегда имѣетъ одинъ и тотъ же предѣлъ, какъ бы не измѣнялись между 0 и 1 величины λ, μ, ν .

Для этого мы докажемъ слѣдующую лемму.

Если ϵ стремится известнымъ образомъ къ нулю, то интегралъ

$$\int_a^b \epsilon \, dx$$

будетъ имѣть предѣломъ нуль.

Въ самомъ дѣлѣ, пусть E будетъ наибольшее абсолютное значеніе ϵ въ то время какъ x измѣняется между a и b . Мы знаемъ, что интегралъ

$$\int_a^b \epsilon \, dx$$

есть предѣлъ суммы

$$\sum E \Delta x,$$

но очевидно, что

$$\sum \epsilon \Delta x < \sum E \Delta x$$

или

$$\sum \epsilon \Delta x < E \sum \Delta x$$

при сдѣланныхъ означеніяхъ

$$\sum \Delta x = b - a,$$

слѣдовательно

$$\sum \epsilon \Delta x < E(b - a)$$

поэтому если ϵ стремится къ нулю, то также стремится къ нулю и E и рассматриваемый интегралъ имѣетъ предѣломъ нуль.

Имѣя это въ виду, дадимъ z и y опредѣленные значенія. По условію x , y , z остаются внутри известной области, а слѣдовательно x будетъ измѣняться въ предѣлахъ строго назначенныхъ. Пусть эти предѣлы x будутъ корни уравненія $\theta = 0$ (которое можетъ быть уравненіемъ области). Обозначимъ эти корни чрезъ $x_0 = \varphi_0(y, z)$, $x_1 = \varphi_1(y, z)$, тогда

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} f(x, y, z) \, dx = \lim \sum f(x + \lambda \Delta x, y, z) \Delta x;$$

это можемъ написать въ видѣ

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} f(x, y, z) dy = \sum f(x + \lambda \Delta x, y, z) \Delta y + \varepsilon, \quad (2)$$

гдѣ ε есть безконечно малая величина.

Помножимъ обѣ части послѣдняго уравненія на ∂y и будемъ интегрировать между предѣлами наибольшаго и наименьшаго значенія y , которое можетъ принимать это переменное, когда x остается постояннымъ въ неравенствѣ

$$\theta(x, y, z) > 0.$$

Предѣлы по y будутъ извѣстными функціями x . Означимъ эти функціи чрезъ ψ_0 и ψ_1 . Тогда предыдущее уравненіе, послѣ упомянутыхъ дѣйствій, приметъ видъ

$$\int_{\psi_0}^{\psi_1} \partial y \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} f(x, y, z) dx = \int_{\psi_0}^{\psi_1} \sum f(x + \lambda \Delta x, y, z) \partial y \Delta x + \int_{\psi_0}^{\psi_1} \varepsilon \cdot \partial y$$

но по опредѣленію интеграла

$$\int_{\psi_0}^{\psi_1} f(x + \lambda \Delta x, y, z) \partial y \Delta x = \lim \sum f(x + \lambda \Delta x, y + \mu \Delta y, z) \Delta x \cdot \Delta y$$

или

$$\int_{\psi_0}^{\psi_1} f(x + \lambda \Delta x, y, z) \partial y \Delta x = \sum f(x + \lambda \Delta x, y + \mu \Delta y, z) \Delta x \cdot \Delta y + \alpha, \quad (3)$$

гдѣ α есть безконечно малая величина, ибо на основаніи доказанной леммы

$$\int_{\psi_0}^{\psi_1} \varepsilon \cdot \partial y$$

есть безконечно малая величина.

Помножимъ выраженіе (3) на ∂z и будемъ интегрировать между предѣлами maximum и minimum z . Пусть эти предѣлы будутъ a и b .

Тогда уравненіе (3) принимаетъ видъ.

$$\int_a^b \int_{\phi_0}^{\phi_1} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} f(x, y, z) dx = \sum f(x + \lambda \Delta x, y + \mu \Delta y, z + \nu \Delta z) \Delta x \Delta y \Delta z$$

или разнится отъ этого на бесконечно малую величину.

Предѣлъ этой суммы пишется обыкновенно въ видѣ

$$\iiint f(x, y, z) dx dy dz$$

Понятно, что величина этого кратнаго интеграла можетъ имѣть разныя формы смотря по тому съ какого переменнаго начинаемъ интегрированіе. Но числовыя величины этихъ различныхъ формъ должны быть однѣ и тѣже.

Пояснимъ эти общія соображенія на частномъ примѣрѣ.

Опредѣлимъ объемъ шара представляемаго уравненіемъ

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

проведемъ черезъ этотъ шаръ рядъ плоскостей параллельныхъ плоскостямъ координатъ и бесконечно близкихъ между собой. Этими плоскостями весь шаръ разобьется на безчисленное множество бесконечно малыхъ параллелепипедовъ, объемъ каждаго изъ нихъ представится въ видѣ $dx dy dz$. Сумма объемовъ этихъ параллелепипедовъ, т. е. $\sum dx dy dz$ для величинъ x, y, z удовлетворяющихъ условію

$$x^2 + y^2 + z^2 < R^2$$

будемъ имѣть предѣломъ объемъ разсматриваемаго шара. По выше упомянутому опредѣленію

$$\sum dx dy dz = \iiint dx dy dz$$

Область интегрированія лежитъ внутри сферы

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

Первое суммованіе при постоянныхъ y и z будетъ произведено по x и предѣлы этого суммованія будутъ слѣдовательно

$$x = + \sqrt{R^2 - y^2 - z^2}; \quad x = - \sqrt{R^2 - y^2 - z^2}$$

Это приведется къ выполнению интеграла

$$\int_{-\sqrt{R^2-y^2-z^2}}^{+\sqrt{R^2-y^2-z^2}} dx = 2 \sqrt{R^2-y^2-z^2} \quad (4)$$

Помноживъ это на ∂y , будемъ интегрировать между предѣлами наибольшаго и наименьшаго значенія y указанными уравненіемъ

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

Принимая z за постоянную, изъ этого уравненія находимъ

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{x}{y}$$

и такъ какъ y не обращается въ бесконечность, то производная $\frac{\partial y}{\partial x}$ обращается въ нуль при $x=0$, т. е. maximum и minimum y имѣютъ мѣсто при $x=0$; поэтому предѣлы интегрированія по y опредѣляются изъ уравненія

$$y^2 + z^2 = R^2$$

и эти предѣлы сѣтъ

$$y = \pm \sqrt{R^2 - z^2}$$

Итакъ при второмъ интегрированіи выраженіе (4) принимаетъ видъ

$$\int_{-\sqrt{R^2-z^2}}^{+\sqrt{R^2-z^2}} \int_{-\sqrt{R^2-y^2-z^2}}^{+\sqrt{R^2-y^2-z^2}} dx = \int_{-\sqrt{R^2-z^2}}^{+\sqrt{R^2-z^2}} 2 \sqrt{R^2-y^2-z^2} dy \quad (5)$$

если положимъ для краткости

$$R^2 - z^2 = a^2$$

то этотъ интеграль приведется къ

$$2 \int_{-a}^{+a} \sqrt{a^2 - y^2} dy$$

но

$$\begin{aligned}\int \sqrt{a^2 - y^2} \, dy &= \int \frac{a^2 - y^2}{\sqrt{a^2 - y^2}} \, dy = \int \frac{a^2 \, dy}{\sqrt{a^2 - y^2}} - \int \frac{y^2 \, dy}{\sqrt{a^2 - y^2}} \\ &= a^2 \arcsin \left(\frac{y}{a} \right) - \int \frac{y^2 \, dy}{\sqrt{a^2 - y^2}}\end{aligned}$$

пусть

$$\frac{y \, dy}{\sqrt{a^2 - y^2}} = dv; \quad y = u; \quad v = -\sqrt{a^2 - y^2}; \quad dy = du$$

Слѣдовательно

$$\int \frac{y^2 \, dy}{\sqrt{a^2 - y^2}} = -y \sqrt{a^2 - y^2} + \int \sqrt{a^2 - y^2} \, dy$$

поэтому

$$2 \int \sqrt{a^2 - y^2} \, dy = a^2 \arcsin \left(\frac{y}{a} \right) + y \sqrt{a^2 - y^2}$$

что между предѣлами $-a$ и a обращается въ

$$2 \int_{-a}^{+a} \sqrt{a^2 - y^2} \, dy = a^2 \pi$$

Итакъ слѣдовательно по выраженію (5) имѣемъ

$$(6) \quad \begin{aligned} &+ \sqrt{R^2 - z^2} + \sqrt{R^2 - y^2 - z^2} \\ &\int \partial y \quad \int \partial x = \pi (R^2 - z^2). \\ &- \sqrt{R^2 - z^2} - \sqrt{R^2 - y^2 - z^2} \end{aligned}$$

Эта величина $\pi(R^2 - z^2)$ по умноженіи на dz должна быть интегрирована по z между предѣлами соотвѣтствующими наибольшему и наименьшему значенію z выводимымъ изъ выраженія

$$x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0$$

R есть постоянная величина, а потому для назначенія предѣловъ опредѣлимъ такое значеніе ξ (принимая $\xi^2 = x^2 + y^2$), при которомъ z вводимое

изъ этого выраженія будетъ maximum или minimum, изъ этого находимъ

$$\xi^2 + z^2 - R^2 = 0$$

откуда

$$\xi \cdot d\xi + z \, dz = 0$$

Слѣдовательно

$$\frac{\partial z}{\partial \xi} = -\frac{\xi}{z}$$

величина z въ безконечность не обращается, поэтому maximum и minimum значенія z , опредѣляемыя изъ уравненія

$$\xi^2 + z^2 - R^2 = 0$$

будутъ соответствовать $\xi = 0$, т. е. будутъ $z = \pm R$.

Такимъ образомъ интегрированіе по z выраженія (6) т. е. выполненіе интеграла

$$\int_{-R}^{+R} \pi (R^2 - z^2) \, dz$$

даетъ

$$\begin{aligned} \int_{-R}^{+R} \pi (R^2 - z^2) \, dz &= \left(R^2 z - \frac{z^3}{3} \right) \Big|_{-R}^{+R} \\ &= \left[\left(R^3 - \frac{R^3}{3} \right) + \left(R^3 - \frac{R^3}{3} \right) \right] \pi = \left(2R^3 - \frac{2R^3}{3} \right) \pi = \frac{4}{3} \pi R^3. \end{aligned}$$

Полученный результатъ представляетъ собою объемъ шара радіуса R .

Разсмотримъ еще одинъ частный случай интегрированія функціи многихъ переменныхъ. Возьмемъ тройной интегралъ

$$\iiint x^{m-1} y^{n-1} z^{p-1} \, dx \, dy \, dz$$

при условіи, что интегрированіе распространяется на такія положительныя значенія переменныхъ, которыя совокупно удовлетворяютъ неравенству

$$x + y + z < 1.$$

Чтобы согласно съ этимъ условіемъ назначить предѣлы интегрированія, замѣтимъ, что если будемъ интегрировать по z , принимая x и y за постоянныя, то z не должно превосходить по величинѣ $1 - x - y$. При второмъ интегрированіи по y принимаемъ за постоянную x и слѣдовательно переменное не должно превосходить $1 - x$; наконецъ, при интегрированіи по x переменное можетъ измѣняться между 0 и 1.

Такимъ образомъ согласно съ поставленнымъ условіемъ данный интегралъ имѣетъ видъ слѣдующаго опредѣленнаго

$$\int_0^1 x^{m-1} dx \int_0^{1-x} y^{n-1} dy \int_0^{1-x-y} z^{p-1} dz$$

Если между указанными предѣлами выполнимъ интегрированіе по z , то интегралъ обратится въ

$$\int_0^1 x^{m-1} dx \int_0^{1-x} \frac{y^{n-1} (1-x-y)^p}{p} dy$$

чтобы выполнить интегрированіе по y , введемъ новое переменное v подѣломъ

$$y = v(1-x)$$

тогда, принимая при интегрированіи по y за постоянную величину x , имѣемъ

$$dy = (1-x) dv$$

и кромѣ того видимъ, что при $y=0$ и $v=0$; при $y=1-x$, $v=1$ и слѣдовательно предѣлами интегрированія по v будутъ 0 и 1. Такимъ образомъ предыдущій интегралъ, будучи преобразованъ по v , принимаетъ видъ

$$(7) \quad \frac{1}{p} \int_0^1 x^{m-1} dx \int_0^1 v^{n-1} (1-x)^{n+p} (1-v)^p dv.$$

Такъ какъ при интегрированіи по v мы принимаемъ x за постоянную, то интегралъ по v представляется въ видѣ

$$(8) \quad (1-x)^{n+p} \int_0^1 v^{n-1} (1-v)^p dv$$

но входящий сюда интегралъ есть первый интегралъ Эйлера. Такимъ образомъ предыдущее имѣетъ видъ

$$(1-x)^{n+p} B(n, p+1)$$

Вообще

$$B(n, p) = \frac{\Gamma(n) \Gamma(p)}{\Gamma(n+p)}$$

слѣдовательно

$$B(n, p+1) = \frac{\Gamma(n) \Gamma(p+1)}{\Gamma(n+p+1)}$$

посредствомъ этого интегралъ (8) приведется къ виду

$$(1-x)^{n+p} \frac{\Gamma(n) \Gamma(p+1)}{\Gamma(n+p+1)}$$

а слѣдовательно интегралъ (7) принимаетъ видъ

$$\frac{\Gamma(n) \Gamma(p+1)}{p \Gamma(n+p+1)} \int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n+p} dx$$

Здѣсь опять имѣемъ первый Эйлеровъ интегралъ и подобно предыдущему данный интегралъ представляется въ видѣ

$$\frac{\Gamma(n) \Gamma(p+1)}{p \Gamma(n+p+1)} \frac{\Gamma(m) \Gamma(n+p+1)}{\Gamma(m+n+p+1)}$$

или

$$\frac{\Gamma(n) \Gamma(p+1) \Gamma(m)}{p \Gamma(m+n+p+1)}$$

но по свойству второго Эйлерова интеграла

$$\Gamma(p+1) = p \Gamma(p)$$

Слѣдовательно окончательно при условіи $x+y+p < 1$ имѣемъ

$$\iiint x^{m-1} y^{n-1} z^{p-1} dx dy dz = \frac{\Gamma(m) \Gamma(n) \Gamma(p)}{\Gamma(m+n+p+1)}$$

51. Выполняя кратный интегралъ, мы по большей части можемъ производить интегрированіе въ произвольномъ порядкѣ, можемъ не ограничивать никакимъ условіемъ выборъ переменнаго, съ котораго хотимъ начать интегрированіе, и если это дѣйствительно допустимо, то можемъ сказать, что результатъ, независитъ отъ того порядка, въ которомъ интегрированіе производится, и этотъ порядокъ можетъ быть тогда измѣняемъ.

Предположимъ, что одна и таже функція $f(x, y)$ двухъ переменныхъ представляетъ собою производную функція $\varphi(x, y)$ взятую по x и производную функція $\psi(x, y)$ взятую по y . Такимъ образомъ

$$(a) \quad f(x, y) = \frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x}$$

и въ то же время

$$(b) \quad f(x, y) = \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial y}$$

помноживъ послѣднее равенство на ∂y , возьмемъ интегралъ въ предѣлахъ y_0 и Y . Такимъ образомъ получимъ

$$\int_{y_0}^Y f(x, y) \partial y = \psi(x, Y) - \psi(x, y_0)$$

Затѣмъ, умноживъ на ∂x , будемъ это интегрировать по x въ предѣлахъ отъ x_0 до X , тогда найдемъ

$$(c) \quad \int_{x_0}^X \left[\int_{y_0}^Y f(x, y) \partial y \right] \partial x = \int_{x_0}^X \left[\psi(x, Y) - \psi(x, y_0) \right] \partial x.$$

Обратимся теперь къ выраженію (a) и произведемъ съ нимъ тѣже дѣйствія, но въ обратномъ порядкѣ. Умноживъ выраженіе (a) на ∂x , возьмемъ интегралъ во предѣлахъ x_0 и X , тогда найдемъ

$$\int_{x_0}^X f(x, y) \partial x = \varphi(X, y) - \varphi(x_0, y)$$

затѣмъ умноживъ это на ∂y , возьмемъ интегралъ въ предѣлахъ какъ

прежде отъ y_0 до Y , тогда будемъ имѣть

$$\int_{y_0}^Y \left[\int_{x_0}^X f(x, y) dx \right] dy = \int_{y_0}^Y \left[\varphi(X, y) - \varphi(x_0, y) \right] dy \quad (f)$$

Итакъ выраженіями (с) и (f) представляются интегралы одной и той же функции только взятые въ обратномъ порядкѣ. Если результаты этихъ интегрированій тождественны, т. е. если порядокъ интегрированія не вліяетъ на результатъ, то разность вторыхъ частей выраженій (с) и (f) должна равняться нулю, т. е. должно быть

$$\int_{x_0}^X \left[\psi(x, Y) - \psi(x, y_0) \right] dx - \int_{y_0}^Y \left[\varphi(X, y) - \varphi(x_0, y) \right] dy = 0 \quad (g)$$

но легко видѣть, что если $\varphi(x, y)$ и $\psi(x, y)$ претерпѣваютъ нарушеніе непрерывности между предѣлами интеграла,—для частныхъ значеній $x=a$, $y=b$ заключающихся между предѣлами интеграла, обращаются въ безконечность, то выше приведенная разность въ нуль не обращается.

Въ самомъ дѣлѣ, если между предѣлами интеграла, при частномъ значеніи $x=a$, функция $\psi(x, y)$ претерпѣваетъ нарушеніе непрерывности, то мы можемъ принять для безконечно малыхъ ε и ε' .

$$\int_{x_0}^X \left[\psi(x, Y) - \psi(x, y_0) \right] dx = \quad (h)$$

$$\lim \left[\int_{x_0}^{a-\varepsilon} \left[\psi(x, Y) - \psi(x, y_0) \right] dx + \int_{a+\varepsilon'}^X \left[\psi(x, Y) - \psi(x, y_0) \right] dx \right]$$

Въ интегралахъ второй части этого выраженія подынтегральные функции не претерпѣваютъ нарушенія непрерывности, ибо въ нихъ элементъ соотвѣтствующій $x=a$ исключенъ, а потому къ каждому изъ нихъ въ отдѣльности можно примѣнить равенство (g), и на основаніи этого равенства считать

$$\int_{x_0}^{a-\varepsilon} \left[\psi(x, Y) - \psi(x, y_0) \right] dx = \int_{y_0}^Y \left[\varphi(a-\varepsilon, y) - \varphi(x_0, y) \right] dy \quad (k)$$

(Это мы получаемъ непосредственно изъ уравненія (g), замѣняя въ немъ X чрезъ $a - \epsilon$).

Точно также для второго изъ упомянутыхъ интеграловъ по выраженію (g) имѣемъ

$$(l) \quad \int_{a+\epsilon'}^X [\psi(x, Y) - \psi(x, y_0)] dx = \int_{y_0}^Y [\varphi(X, y) - \varphi(a + \epsilon', y)] dy$$

а потому по этимъ двумъ выраженіямъ (k) и (l) представляемъ выраженіе (h) въ видѣ

$$\int_{x_0}^X [\psi(x, Y) - \psi(x, y_0)] dx = \lim \left[\int_{y_0}^Y [\varphi(a - \epsilon, y) - \varphi(x_0, y)] dy + \int_{y_0}^Y [\varphi(X, y) - \varphi(a + \epsilon', y)] dy \right]$$

или

$$\int_{x_0}^X [\psi(x, Y) - \psi(x, y_0)] dx = \lim \int_{y_0}^Y [\varphi(X, y) - \varphi(x_0, y) + \varphi(a - \epsilon, y) - \varphi(a + \epsilon', y)] dy$$

или

$$\int_{x_0}^X [\psi(x, Y) - \psi(x, y_0)] dx = \int_{y_0}^Y [\varphi(X, y) - \varphi(x_0, y)] dy + \lim \int_{y_0}^Y [\varphi(a - \epsilon, y) - \varphi(a + \epsilon', y)] dy$$

т. е.

$$\int_{x_0}^X \left[\psi(x, Y) - \psi(x, y) \right] dx - \int_{y_0}^Y \left[\varphi(X, y) - \varphi(x_0, y) \right] dy =$$

$$\lim_{\epsilon, \epsilon' \rightarrow 0} \int_{y_0}^Y \left[\varphi(a - \epsilon, y) - \varphi(a + \epsilon', y) \right] dy$$

Итакъ для того, чтобы можно было измѣнять порядокъ интегрированія, должно существовать выраженіе (g), а это послѣднее, какъ теперь видимъ, будетъ имѣть мѣсто только тогда, когда

$$\lim_{\epsilon, \epsilon' \rightarrow 0} \int_{y_0}^Y \left[\varphi(a - \epsilon, y) - \varphi(a + \epsilon', y) \right] dy = 0$$

но мы знаемъ, что для этого $\varphi(x, y)$ при $x = a$ должна быть непрерывна, ибо для непрерывности функціи $\varphi(x, y)$ при $x = a$ должно непремѣнно быть

$$\varphi(a - 0, y) = \varphi(a + 0, y).$$

Итакъ только тогда можно измѣнять порядокъ интегрированія въ кратномъ интегралѣ, не измѣняя результата, когда подынтегральная функція не претерпѣваетъ нарушенія непрерывности между предѣлами интеграла.

52. Гауссъ признаетъ справедливымъ и обратное заключеніе, онъ принимаетъ, что если при одномъ порядкѣ интегрированія одного и того же дифференціала получается одинъ результатъ, а при другомъ—другой, то подынтегральная функція между предѣлами интеграла претерпѣваетъ нарушеніе непрерывности, обращается въ безконечность.

Пользуясь такимъ заключеніемъ, Гауссъ даетъ весьма остроумное доказательство той теоремы, по которой всякое алгебраическое уравненіе имѣетъ корень.

Данное Гауссомъ доказательство основнаго положенія теоріи алгебраическихъ уравненій заключается въ слѣдующемъ.

Пусть $F(z)$ будетъ цѣлый многочленъ степени n . Такъ что

$$F(z) = A_n z^n + A_{n-1} z^{n-1} + \dots + A_1 z + A_0.$$

предположимъ, что z имѣетъ форму

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

Послѣ подстановки z въ разсматриваемую функцію $F(z)$ она приведетъ къ виду

$$F(z) = P + iQ.$$

гдѣ

$$P = A_0 + A_1 r \cos \theta + \dots + A_n r^n \cos(n\theta)$$

$$Q = A_1 r \sin \theta + \dots + A_n r^n \sin(n\theta)$$

Если докажемъ, что $P^2 + Q^2$, т. е. модуль функціи $F(z)$ для нѣкотораго значенія переменнаго обращается въ нуль, то тѣмъ самымъ докажемъ, что уравненіе $F(z) = 0$ имѣетъ корень.

Пусть

$$\frac{P}{Q} = \operatorname{tang} V \quad \text{или} \quad V = \arctan\left(\frac{P}{Q}\right)$$

и будемъ интегрировать дифференціалъ

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r \partial \theta}$$

За предѣлы этого интегрированія по θ примемъ 0 и 2π , а предѣлами по переменному r будемъ считать 0 и ∞ .

Изъ выраженія

$$\frac{P}{Q} = \operatorname{tang} V$$

выводимъ

$$\frac{\frac{\partial V}{\partial \theta}}{\cos^2 V} = \frac{Q \frac{\partial P}{\partial \theta} - P \frac{\partial Q}{\partial \theta}}{Q^2}$$

но

$$\cos^2 V = \frac{1}{\sec^2 V} = \frac{1}{1 + \operatorname{tang}^2 V}$$

или

$$\cos^2 V = \frac{Q^2}{P^2 + Q^2}$$

такимъ образомъ

$$(9) \quad \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{Q \frac{\partial P}{\partial \theta} - P \frac{\partial Q}{\partial \theta}}{P^2 + Q^2}$$

отсюда выводимъ

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \theta \partial r} = \frac{\left[(P^2 + Q^2) \left(\frac{\partial Q}{\partial r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + Q \frac{\partial^2 P}{\partial \theta \partial r} - \frac{\partial P}{\partial r} \frac{\partial Q}{\partial \theta} - P \frac{\partial^2 Q}{\partial \theta \partial r} \right) - 2 \left[Q \frac{\partial P}{\partial \theta} - P \frac{\partial Q}{\partial \theta} \right] \left(P \frac{\partial P}{\partial r} + Q \frac{\partial Q}{\partial r} \right) \right]}{(P^2 + Q^2)^2}$$

Для краткости представимъ это въ видѣ

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \theta \partial r} = \frac{M}{(P^2 + Q^2)^2}$$

гдѣ M означаетъ цѣлую функцію отъ z и синусовъ и косинусовъ кратныхъ дугъ отъ θ .

Мы можемъ показать, что если R достаточно большое число, или прямо $R = \infty$, то

$$\int_0^R \partial r \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta \partial r} \partial \theta \quad (10)$$

не равняется

$$\int_0^{2\pi} \partial \theta \int_0^R \frac{\partial^2 V}{\partial \theta \partial r} \partial r \quad (11)$$

т. е. что результатъ интегрированія зависитъ отъ порядка, въ которомъ производится интегрированіе этого второго дифференціала.

Выполнивъ въ выраженіи (10) интегрированіе по θ , получимъ

$$\int_0^R \partial r \left[\frac{\partial V}{\partial r} \right]_0^{2\pi}$$

но при $\theta = 2\pi$ и при $\theta = 0$ производная $\frac{\partial V}{\partial r}$ имѣемъ одну и ту же величину, поэтому

$$\int_0^R \partial r \left[\frac{\partial V}{\partial r} \right]_0^{2\pi} = 0.$$

Въ интегралѣ (11) выполнивъ интегрирование по r , найдемъ

$$(12) \quad \int_0^{2\pi} \partial \left[\frac{\partial V}{\partial \theta} \right]_0^R \partial \theta$$

но для $r=0$ имѣемъ $Q=0$; $\frac{\partial Q}{\partial \theta}=0$. Слѣдовательно при нисшемъ предѣлѣ производная $\frac{\partial V}{\partial \theta}=0$. [Это видно изъ выраженія (9)].

Мы приняли

$$P = \sum_{i=0}^{i=n} A_i r^i \cos(i\theta); \quad Q = \sum_{i=1}^{i=n} A_i r^i \sin(i\theta)$$

откуда

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = - \sum i A_i r^i \sin(i\theta)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = \sum i A_i r^i \cos(i\theta)$$

Слѣдовательно, если внесемъ это въ выраженіе (9), то найдемъ

$$\frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{-n A_n^2 r^{2n} + B}{A_n^2 r^{2n} + C}$$

гдѣ B и C суть многочлены расположенные по степенямъ r , и степени этихъ многочленовъ ниже $2n$. Слѣдовательно

$$\left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_0^R = \frac{-n A_n^2 R^{2n} + B'}{A_n^2 R^{2n} + C'}$$

или

$$\left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_0^R = \frac{-n + \frac{B'}{A_n^2 R^{2n}}}{1 + \frac{C'}{A_n^2 R^{2n}}}$$

если R большое число, или прямо бесконечно большая величина, то

$$\left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_0^R = -n + \varepsilon$$

гдѣ по мѣрѣ возрастанія R , ε стремится къ нулю, слѣдовательно инте-

гралъ (12) принимаетъ видъ

$$\int_0^{2\pi} (-n + \varepsilon) \partial \theta$$

или въ предѣлѣ при $R = \infty$

$$\int_0^{2\pi} -n \partial \theta = -2n \pi$$

что представляетъ конечную, отличную отъ нуля величину. Такимъ образомъ въ этомъ случаѣ величина интеграла зависитъ отъ порядка, въ которомъ производится интегрированіе по двумъ перемѣннымъ; изъ этого слѣдуетъ заключить, что производная

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r \partial \theta}$$

на площади интегрированія претерпѣваемъ нарушеніе непрерывности—обращается въ бесконечность; но

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r \partial \theta} = \frac{M}{(P^2 + Q^2)^2}$$

гдѣ M , P и Q суть непрерывныя функціи. Слѣдовательно эта производная обратится въ бесконечность только тогда, когда ея знаменатель обратится въ нуль. Для этого должны существовать такія величины r и θ , которыя одновременно обращаютъ въ нуль обѣ функціи P и Q , слѣдовательно существуетъ такая величина $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ перемѣнной z , которая обращаетъ въ нуль многочленъ

$$A_n z^n + A_{n-1} z^{n-1} + \dots + A_1 z + A_0$$

такая величина называется корнемъ уравненія

$$A_n z^n + A_{n-1} z^{n-1} + \dots + A_1 z + A_0 = 0,$$

а слѣдовательно всякое алгебраическое уравненіе имѣетъ корень.

53. Не останавливаясь болѣе на этомъ, перейдемъ къ вопросу о преобразованіи кратныхъ интеграловъ замѣной перемѣнныхъ.

Замѣна однихъ переменныхъ другими подъ знакомъ кратнаго интеграла представляется операціей деликатнаго свойства, требующей извѣстной осмотрительности. Что же касается важности ея въ анализѣ, то это мы уже знаемъ, мы уже много разъ видѣли, что замѣна переменныхъ не рѣдко приводитъ подынтегральныя функціи къ такому виду, при которомъ становится возможнымъ даже непосредственное интегрированіе.

Разсмотримъ тройной интегралъ

$$u = \iiint f(x, y, z) \, dx \, dy \, dz$$

чтобы выполнить этотъ интегралъ, мы должны произвести интегрированіе по какому либо изъ переменныхъ, принимая при этомъ два другія переменныя за постоянныя величины. Имѣя это въ виду, предположимъ, что мы хотимъ преобразовать данный интегралъ вводя новыя переменныя, находящіяся съ первоначальными въ зависимости вида

$$x = \varphi(\xi, \eta, \zeta); \quad y = \Phi(\xi, \eta, \zeta); \quad z = \psi(\xi, \eta, \zeta)$$

Если первоначально интегрируемъ по x и рассматриваемъ при этомъ два другія переменныя какъ постоянныя величины, то принимаемъ $dy = 0$ и $dz = 0$. Слѣдовательно преобразование должно быть сдѣлано при условіи

$$\partial x = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \partial \xi + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \partial \eta + \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \partial \zeta$$

$$0 = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \partial \xi + \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \partial \eta + \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \partial \zeta$$

$$0 = \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \partial \xi + \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \partial \eta + \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \partial \zeta.$$

Изъ послѣдняго уравненія имѣемъ

$$\partial \zeta = - \frac{\left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \partial \xi + \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \partial \eta \right)}{\frac{\partial \psi}{\partial \zeta}}$$

Внося это въ остальные два уравненія, находимъ

$$\begin{aligned} dx &= \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - \frac{\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta}}{\frac{\partial \psi}{\partial \zeta}} \right] d\xi + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} - \frac{\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta}}{\frac{\partial \psi}{\partial \zeta}} \right] d\eta \\ 0 &= \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}}{\frac{\partial \psi}{\partial \zeta}} \right] d\xi + \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} - \frac{\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}}{\frac{\partial \psi}{\partial \zeta}} \right] d\eta \end{aligned}$$

Исключая наконецъ посредствомъ второго $d\eta$ изъ перваго, имѣемъ

$$dx = \frac{\left[\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \right] \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \right] - \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \right] \left[\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \right]}{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \right)} d\xi$$

что легко представляется въ видѣ

$$dx = \frac{\left[\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right] \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} + \left[\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} - \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right] \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} - \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right] \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}}{\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}} d\xi$$

давая входящимъ сюда функциональнымъ детерминантамъ обыкновенныя означенія, представляемъ это въ видѣ

$$dx = \frac{\frac{\partial(\varphi, \Phi, \psi)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)}}{\frac{\partial(\Phi, \psi)}{\partial(\eta, \zeta)}} d\xi$$

Если внесемъ это въ данный интегралъ вмѣсто dx , то можемъ вообще вмѣсто x поставить тамъ его выраженіе по новымъ переменнымъ и потомъ выполнить интегрированіе по ξ . Такъ какъ въ функцію $f(x, y, z)$ мы вмѣсто x внесемъ его въ выраженіе по новымъ переменнымъ по соотношенію $x = \varphi(\xi, \eta, \zeta)$, то здѣсь η и ζ должны считаться выраженными по y и z . Такимъ образомъ послѣ этой подстановки будемъ имѣть

$$u = \int_{\xi_0}^{\xi_1} \int_{\eta_0}^{\eta_1} \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} f(y, z, \xi) \cdot \frac{\frac{\partial(\varphi, \Phi, \psi)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)}}{\frac{\partial(\Phi, \psi)}{\partial(\eta, \zeta)}} dy dz d\xi \quad (13)$$

выполнивъ интегрирование по ξ , будемъ дѣлать преобразование относительно y . При интегрировании по y мы должны будемъ считать теперь ξ и z за постоянныя величины. Слѣдовательно должны принимать $\partial z = 0$ и $\partial \xi = 0$, а при этомъ

$$\partial y = \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \partial \eta + \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \partial \zeta$$

$$0 = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \partial \eta + \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \partial \zeta$$

исключая посредствомъ второго $\partial \zeta$ изъ перваго, находимъ

$$\partial y = \frac{\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} - \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \frac{\partial \psi}{\partial \eta}}{\frac{\partial \psi}{\partial \zeta}} \partial \eta$$

или принимая для входящаго сюда Якобьена обыкновенное означеніе, представляемъ это въ видѣ

$$\partial y = \frac{\frac{\partial (\Phi, \psi)}{\partial (\eta, \zeta)}}{\frac{\partial \psi}{\partial \zeta}} \partial \eta$$

Внося это въ тройной интегралъ (13), представимъ его въ видѣ

$$(14) \quad \int_{\xi_0}^{\xi_1} \int_{\eta_0}^{\eta_1} \int_{z_0}^{z_1} f(z, \eta, \xi) \frac{\frac{\partial (\psi, \Phi, \psi)}{\partial (\xi, \eta, \zeta)}}{\frac{\partial \psi}{\partial \zeta}} \partial z \partial \xi \partial \eta$$

Предполагая, что интегрирование по η выполнено, сдѣлаемъ послѣднее преобразование относительно z . При интегрировании по z , переменныя ξ и η должны считаться постоянными и $\partial \xi = 0$, $\partial \eta = 0$, а потому выраженіе

$$z = \psi(\xi, \eta, \zeta)$$

при этомъ условіи даетъ

$$\partial z = \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} \partial \zeta$$

внося это въ выраженіе (14), окончательно преобразовываемъ его по по-

вымъ переменнымъ и приводимъ къ виду

$$u = \int_{\xi_0}^{\xi_1} \int_{\eta_0}^{\eta_1} \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} f(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial(\varphi, \Phi, \psi)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} d\xi d\eta d\zeta.$$

Итакъ, чтобы преобразовать переменныя въ кратномъ интегралѣ, нужно въ подынтегральной функціи замѣнить начальныя переменныя новыми по соотношеніямъ между тѣми и другими, и вмѣсто произведенія дифференціаловъ $dx dy dz$ поставить выраженіе

$$\frac{\partial(\varphi, \Phi, \psi)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} d\xi d\eta d\zeta$$

но такъ какъ

$$\varphi(\xi, \eta, \zeta) = x; \quad \Phi(\xi, \eta, \zeta) = y; \quad \psi(\xi, \eta, \zeta) = z$$

то предыдущее можемъ символически представить въ видѣ

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\xi, \eta, \zeta)} d\xi d\eta d\zeta$$

Это доказательство и правило на немъ основанное распространяются на всякое число переменныхъ.

54. Предположимъ для примѣра, что требуется въ интегралѣ

$$u = \iint \sqrt{1 + p^2 + q^2} dx dy \quad (15)$$

гдѣ p и q суть частныя производныя

$$p = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial z}{\partial y}$$

Декартовы координаты x, y, z замѣнить криволинейными u и v . Связь между тѣми и другими пусть представляется уравненіями

$$x = f(u, v); \quad y = f_1(u, v); \quad z = f_2(u, v)$$

По приведенному выше правилу для этого нужно выразить радикаль составляющій подынтегральную функцію по новымъ переменнымъ и замѣнить произведеніе дифференціаловъ $dx dy$ чрезъ $J du dv$, гдѣ J есть

Якобиентъ

$$J = \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial y}{\partial u}.$$

Предположимъ, что совместно съ уравненіемъ (15) существуетъ уравненіе

$$F(x, y, z) = 0$$

представляющее связь между переменными x, y, z . Это уравненіе вообще говоря представляетъ поверхность, и тогда данный интегралъ представляетъ нѣкоторую площадь на этой поверхности. Изъ уравненія

$$F(x, y, z) = 0$$

взявъ частныя производныя по x и y , выводимъ

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial z} p = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} q = 0,$$

откуда

$$p = - \frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial F}{\partial z}}; \quad q = - \frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$$

а потому

$$(16) \quad \sqrt{1 + p^2 + q^2} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2}}{\frac{\partial F}{\partial z}}$$

Такъ какъ между переменными x, y, z и переменными u и v существуетъ данная зависимость, то частныя производныя отъ уравненія $F=0$, взятая относительно переменныхъ u и v будутъ

$$\frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial v} = 0$$

Исключая изъ этихъ уравненій производную $\frac{\partial F}{\partial z}$, получимъ

$$\frac{\partial F}{\partial x} \left(\frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial z}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial z}{\partial u} \right) + \frac{\partial F}{\partial y} \left(\frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial z}{\partial v} - \frac{\partial y}{\partial v} \frac{\partial z}{\partial u} \right) = 0.$$

если исключимъ изъ тѣхъ же уравненій производную $\frac{\partial F}{\partial y}$, то составимъ подобное же уравненіе между производными $\frac{\partial F}{\partial x}$ и $\frac{\partial F}{\partial z}$, это новое уравненіе выѣстъ съ предыдущимъ обращается въ пропорцію

$$\frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{A} = \frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{B} = \frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{C} \quad (17)$$

гдѣ

$$A = \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial z}{\partial v} - \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v}$$

$$B = \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial z}{\partial v}$$

$$C = \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial v} = J$$

если поставимъ въ выраженіе (16) вмѣсто производныхъ

$$\frac{\partial F}{\partial x}, \quad \frac{\partial F}{\partial y}, \quad \frac{\partial F}{\partial z}$$

величины имъ пропорціональныя изъ (17), то представимъ подынтегральную функцію въ видѣ

$$\sqrt{1 + p^2 + q^2} = \frac{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}{J}$$

поэтому вполне преобразованное выраженіе разсматриваемаго интеграла будетъ

$$u = \iint \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \, du \, dv.$$

55. Говоря о преобразованіи кратныхъ интеграловъ по новымъ переменнымъ, мы должны замѣтить, что указанное для этого правило въ примѣненіи къ двойнымъ интеграламъ становится невозможнымъ если между новыми переменными u и v замѣняющими первоначальныя существуетъ функціональная зависимость. Въ самомъ дѣлѣ, если данъ интегралъ

$$\iint f(x, y) \, dx \, dy$$

и требуется его преобразовать по новымъ переменнымъ u и v , то по

указанному правилу замѣна дифференціаловъ приводитъ къ интегралу

$$\iint f(x, y) \left(\frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial y}{\partial u} \right) du dv$$

но если между x и y существуетъ функціональная зависимость, то какъ извѣстно

$$\frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial y}{\partial u} = 0$$

и тогда преобразованный интегралъ для всякой функціи $f(x, y)$ обращается въ нуль, что очевидно не имѣетъ смысла.

Въ виду сейчасъ сказаннаго, замѣняя переменныя въ двойномъ интегралѣ, выборъ новыхъ переменныхъ мы должны подчинить одному условію. Мы должны взять такъ новыя переменныя, чтобы черезъ нихъ отнюдь не устанавливалась функціональная связь между переменными первоначальными. Если это условіе не будетъ соблюдено, то и по существу и по формѣ преобразование будетъ неправильно. Если выборомъ установится упомянутая связь, то первоначальныя переменныя не могутъ уже считаться независимыми, и поэтому выведенное правило къ такому случаю не примѣнимо, оно само выведено при условіи независимости переменныхъ. По формѣ преобразование будетъ тогда также не вѣрно. Ибо, если между переменными будетъ установлена функціональная зависимость, то вводимый функціональный детерминантъ обратится въ нуль и интегралъ

$$\iint f(x, y) dx dy$$

въ преобразованной формѣ будетъ обращаться въ нуль для всякой функціи $f(x, y)$, что несообразно. Пояснимъ это на примѣрѣ, если данъ интегралъ

$$\iint e^{-y} f(x, y) dx dy$$

и желаемъ его преобразовать по новымъ переменнымъ u и v устанавливая между этими и первоначальными переменными зависимость въ видѣ

$$(18) \quad x = \frac{uv}{u^2 + v^2}; \quad y = \lg \frac{uv}{u^2 - v^2}.$$

тогда

$$\frac{\partial x}{\partial u} = \frac{v}{u^2 + v^2} - \frac{2uv}{(u^2 + v^2)^2}$$

$$\frac{\partial y}{\partial u} = \frac{1}{u} - \frac{2u}{u^2 - v^2}$$

$$\frac{\partial x}{\partial v} = \frac{u}{u^2 + v^2} - \frac{2vuv}{(u^2 + v^2)^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial v} = \frac{1}{v} + \frac{2v}{u^2 - v^2}$$

Такъ какъ преобразованный интегралъ содержитъ въ себѣ извѣстный функціональный детерминантъ

$$J = \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial y}{\partial u}$$

то составляя, его имѣемъ

$$J = \frac{2[(u^2 + v^2)^2 - (v^2 - u^2) - 4(v^2 u^2)]}{(u^2 + v^2)^2 (u^2 - v^2)}$$

числитель этого выраженія тождественно обращается въ нуль. Слѣдовательно $J = 0$.

Такимъ образомъ преобразованный интегралъ, который представился бы въ видѣ

$$2 \iint F(u, v) \frac{(u^2 + v^2)^2 - (v^2 - u^2) - 4u^2 v^2}{uv(u^2 + v^2)^2} du dv$$

также для всякой функціи $F(u, v)$, т. е. независимо отъ нея, обратился бы въ нуль. Здѣсь подъ $F(u, v)$ мы разумѣемъ ту функцію, въ которую обращается $f(x, y)$ послѣ замѣны въ ней переменныхъ x и y чрезъ u и v . Это обращеніе въ нуль функціональнаго детерминанта, приводящее къ несообразному результату, есть слѣдствіе функціональной зависимости между x и y , установленной новыми переменными u и v . Дѣйствительно легко обнаружить, что при этихъ переменныхъ u и v мы имѣемъ по уравненіямъ (1)

$$y = \lg \frac{x}{\sqrt{1 - 4x^2}}$$

Въ самомъ дѣлѣ пусть

$$x = \frac{uv}{u^2 + v^2}; \quad t = \frac{uv}{u^2 - v^2}$$

последнее безъ измѣненія представляется въ видѣ

$$t = \frac{uv}{\sqrt{(u^2 + v^2)^2 - 4u^2v^2}}$$

раздѣлимъ числителя и знаменателя на $u^2 + v^2$, тогда получимъ

$$t = \frac{\frac{uv}{u^2 + v^2}}{\sqrt{1 - \frac{4u^2v^2}{(u^2 + v^2)^2}}}$$

или

$$t = \frac{x}{\sqrt{1 - 4x^2}}$$

такъ какъ мы приняли

$$y = \lg \frac{uv}{u^2 + v^2}$$

а по сдѣланному теперь означенію

$$y = \lg t$$

то

$$y = \lg \frac{x}{\sqrt{1 - 4x^2}}$$

Такимъ образомъ при этомъ выборѣ переменныя не могутъ считаться независимыми и преобразование становится невозможнымъ.

IX.

Интегрирование полных дифференциаловъ.

56. Пусть дано выражение вида

$$P_1 \partial x_1 + P_2 \partial x_2 + \dots + P_n \partial x_n \quad (1)$$

гдѣ P_1, P_2, \dots, P_n суть функции переменныхъ x_1, x_2, \dots, x_n . Означимъ этотъ дифференціалъ чрезъ

$$\sum P_i \partial x_i$$

гдѣ суммирование распространяется на всѣ значенія i равныя цѣлымъ числамъ 1, 2, 3, ..., n .

Вообще нельзя сказать, что существуетъ такая функція переменныхъ x_1, x_2, \dots, x_n , для которой выраженіе (1) было бы точнымъ дифференціаломъ. Это можетъ быть только при извѣстныхъ условіяхъ, которымъ подчиняются функціи P_i .

Чтобы такая функція $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ существовала, необходимо, чтобы имѣло мѣсто тождество

$$\sum \frac{\partial F}{\partial x_i} \partial x_i = \sum P_i \partial x_i \quad (2)$$

гдѣ

$$\sum \frac{\partial F}{\partial x_i} \partial x_i = \frac{\partial F}{\partial x_1} \partial x_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} \partial x_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \partial x_n$$

Чрезъ сравненіе коэффициентовъ при одинаковыхъ дифференціалахъ въ равенствѣ (2) имѣемъ

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = P_i$$

Дифференцируя это относительно какого либо x_k отличнаго отъ x_i , находимъ

$$(3) \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_k} = \frac{\partial P_i}{\partial x_k}$$

Точно также дифференцируя равенство

$$\frac{\partial F}{\partial x_k} = P_k$$

относительно x_i находимъ

$$(4) \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x_k \partial x_i} = \frac{\partial P_k}{\partial x_i}$$

Такъ какъ вторая производная $\frac{\partial^2 F}{\partial x_k \partial x_i}$ не измѣняется отъ порядка, по которому берутся производныя по x_k и x_i (сначала по x_k , а потомъ по x_i , или наоборотъ), то по выраженіямъ (3) и (4) заключаемъ, что

$$(5) \quad \frac{\partial P_i}{\partial x_k} = \frac{\partial P_k}{\partial x_i}$$

Слѣдовательно для того, чтобы выраженіе (1) было точнымъ дифференціаломъ функции F , необходимо, чтобы выполнялось условіе (5). Это условіе должно удовлетворяться при всѣхъ значеніяхъ i и k отъ единицы до n включительно, а потому число подобныхъ условій будетъ равно числу сочетаній изъ n чиселъ 1, 2, ..., n по два, т. е. будетъ равно

$$\frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$$

Если условія (5) необходимы для существованія точнаго дифференціала, то легко показать, что они и достаточны. Другими словами, если условія точнаго дифференціала выполняются, то непремѣнно существуетъ функция F , дифференціалъ которой есть

$$\sum P_i \partial x_i$$

Первое условіе, которому подчиняется эта функция F есть

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = P_1$$

Взявъ отъ функций F полный дифференціалъ по всѣмъ переменнымъ, получимъ

$$\partial F = \frac{\partial F}{\partial x_1} \partial x_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} \partial x_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \partial x_n$$

но такъ какъ

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = P_1$$

то

$$\partial F = P_1 \partial x_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} \partial x_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \partial x_n$$

Если предположимъ, что выраженіе (1) есть точный дифференціалъ нѣкоторой функции z , то можемъ это выраженіе (1) написать въ видѣ

$$\partial z = P_1 \partial x_1 + P_2 \partial x_2 + \dots + P_n \partial x_n$$

вычитая отсюда предыдущее выраженіе, имѣемъ

$$\partial z - \partial F = \left(P_2 - \frac{\partial F}{\partial x_2} \right) \partial x_2 + \dots + \left(P_n - \frac{\partial F}{\partial x_n} \right) \partial x_n$$

положимъ вообще для краткости

$$P_i - \frac{\partial F}{\partial x_i} = q_i \quad (6)$$

тогда

$$\partial z - \partial F = q_2 \partial x_2 + q_3 \partial x_3 + \dots + q_n \partial x_n \quad (7)$$

Это выраженіе не содержитъ x_1 . Въ самомъ дѣлѣ, легко показать, что коэффициенты q_2, \dots, q_n не содержатъ переменнаго x_1 . Взявъ отъ выраженія (6) производныя по x_1 , получимъ

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_1} = \frac{\partial P_i}{\partial x_1} - \frac{\partial F}{\partial x_i \partial x_1}$$

но такъ какъ

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} = P_1$$

то

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_1} = \frac{\partial P_i}{\partial x_1} - \frac{\partial P_1}{\partial x_i}$$

Вторая часть этого уравненія по условію (5) точнаго дифференціала (которое по предположенію выполняется), обращается въ нуль и мы имѣемъ

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_1} = 0$$

отсюда заключаемъ, что коэффициенты q_i въ выраженіи (7) не содержатъ переменнаго x_1 .

Кромѣ того легко видѣть, что коэффициенты q_i въ выраженіи (7) удовлетворяютъ условію интегрируемости. Въ самомъ дѣлѣ изъ выраженія (6) находимъ

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_k} = \frac{\partial P_i}{\partial x_k} - \frac{\partial F}{\partial x_i \partial x_k}$$

$$\frac{\partial q_k}{\partial x_i} = \frac{\partial P_k}{\partial x_i} - \frac{\partial F}{\partial x_i \partial x_k}$$

на основаніи условій (5) вторыя части этихъ уравненій между собой равны, а слѣдовательно

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_k} = \frac{\partial q_k}{\partial x_i}$$

Этимъ и подтверждается то, что мы сказали.

57. Послѣ этихъ общихъ соображеній прослѣдимъ способъ, посредствомъ котораго можетъ быть найдена функція по данному ея полному дифференціалу, т. е. представимъ способъ интегрированія полныхъ дифференціаловъ.

Будемъ искать функцію F трехъ переменныхъ x, y, z , точный дифференціалъ которой представляется суммой

$$(8) \quad M \partial x + N \partial y + P \partial z$$

предположимъ, что для этого трехчлена условіе точнаго дифференціала удовлетворяется и функція дѣйствительно существуетъ. Слѣдовательно.

$$(9) \quad \partial F = M \partial x + N \partial y + P \partial z$$

это равносильно тому, что

$$(10) \quad \frac{\partial F}{\partial x} = M; \quad \frac{\partial F}{\partial y} = N; \quad \frac{\partial F}{\partial z} = P$$

ибо если это есть, то предыдущее можно написать въ видѣ

$$\partial F = \frac{\partial F}{\partial x} \partial x + \frac{\partial F}{\partial y} \partial y + \frac{\partial F}{\partial z} \partial z.$$

Такъ какъ въ общемъ случаѣ слѣдуетъ предположить, что M , N и P суть функціи каждая всѣхъ трехъ переменныхъ, то интегрируя первое изъ выраженій (10) и принимая за переменное одно только x , имѣемъ

$$F = \int_{x_0}^x M \partial x + \varphi(y, z) \quad (11)$$

гдѣ $\varphi(y, z)$ есть совершенно произвольная функція только двухъ переменныхъ y, z , которая исчезаетъ при дифференцированіи относительно x . Что касается до F , то въ выраженіи (11) подъ F мы разумѣемъ какую угодно функцію x, y, z лишь бы только производная этой функціи по x равнялась M .

Теперь, если возможно, слѣдуетъ опредѣлить функцію φ такъ, чтобы посредствомъ нея удовлетворялись уравненія (10) и (11). Слѣдовательно дифференцируя выраженіе (11) по y , а потомъ по z , мы должны имѣть

$$N = \frac{\partial F}{\partial y} = \int_{x_0}^x \frac{\partial M}{\partial y} \partial x + \frac{\partial \varphi}{\partial y}$$

$$P = \frac{\partial F}{\partial z} = \int_{x_0}^x \frac{\partial M}{\partial z} \partial x + \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

откуда

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = N - \int_{x_0}^x \frac{\partial M}{\partial y} \partial x \quad (12)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = P - \int_{x_0}^x \frac{\partial M}{\partial z} \partial x.$$

Условіе чтобы эти уравненія были совмѣстны, состоитъ въ томъ чтобы вторыя части не содержали x , а были функціями только y и z .

Для того, чтобы вторыя части были только функціи y и z и не содержали x , необходимо, чтобы ихъ производныя по x были равны нулю, т. е. чтобы

$$(13) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x} = 0$$

но дифференцируя выраженіе (12) по x находимъ

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x} = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y};$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial z}$$

Слѣдовательно уравненія (13) будутъ имѣть мѣсто, если

$$(14) \quad \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial y}; \quad \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial z}$$

но дифференцируя первое изъ этихъ уравненій (12) по z , а второе по y , имѣемъ

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z} = \frac{\partial N}{\partial z} - \int \frac{\partial^2 M}{\partial y \partial z} dx$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial y} = \frac{\partial P}{\partial y} - \int \frac{\partial^2 M}{\partial z \partial y} dx$$

Отсюда непосредственно выводимъ

$$(15) \quad \frac{\partial N}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial y}$$

эти уравненія (14) и (15) суть условія, при которыхъ данное выраженіе (8) есть точный дифференціалъ.

Умноживъ выраженія (14) на ∂x и интегрируя, имѣемъ

$$(16) \quad \int_{x_0}^x \frac{\partial M}{\partial y} dx = \int_{x_0}^x \frac{\partial N}{\partial x} dx = N - N_0$$

$$\int_{x_0}^x \frac{\partial M}{\partial z} dx = \int_{x_0}^x \frac{\partial P}{\partial x} dx = P - P_0$$

гдѣ подъ N_0 и P_0 разумѣемъ тѣ функціи, въ которыя обращаются N и P , если въ этихъ послѣднихъ поставимъ x_0 вмѣсто x .

Такимъ образомъ выраженіе (12) посредствомъ (16) приводятся къ

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = N_0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = P_0$$

Здѣсь N_0 и P_0 отъ x независятъ. Принимая въ первомъ изъ этихъ выраженій, т. е. въ

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = N_0$$

z за постоянную величину, найдемъ

$$\Phi(y, z) = \int_{y_0}^y N_0 dy + \psi(z) \quad (17)$$

гдѣ $\psi(z)$ не содержитъ перемѣнной y . Слѣдовательно, если примемъ въ выраженіи

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = P_0$$

y за постоянную величину и означимъ чрезъ $P_{0.0}$ ту функцію, въ которую обращается P_0 , если въ ней y замѣнимъ постоянной, напр., величиной y_0 , то $\psi(z)$ опредѣлится по выраженію

$$\psi(z) = \int_{z_0}^z P_{0.0} dz + C.$$

Такимъ образомъ по выраженію (17) имѣемъ

$$\Phi(y, z) = \int_{y_0}^y N_0 dy + \int_{z_0}^z P_{0.0} dz + C$$

и наконецъ по выраженію (11) находимъ искомую функцію F въ видѣ

$$F = \int_{x_0}^x M dx + \int_{y_0}^y N_0 dy + \int_{z_0}^z P_{0.0} dz + C.$$

Этотъ же приемъ распространяется на какое угодно число перемѣнныхъ.

Въ самомъ дѣлѣ, если дано выраженіе

$$(18) \quad \partial z = \frac{\partial z}{\partial x_1} \partial x_1 + \frac{\partial z}{\partial x_2} \partial x_2 + \dots + \frac{\partial z}{\partial x_n} \partial x_n$$

и если для него условія интегрируемости (5) удовлетворяются, то функція можетъ быть найдена. Принявъ всѣ переменныя за исключеніемъ перваго x_1 за постоянныя величины, будемъ интегрировать дифференціалъ $\frac{\partial z}{\partial x_1} \partial x_1$ и предположимъ, что въ результатѣ интегрированія мы найдемъ функцію

$$(19) \quad z_1 = \int \frac{\partial z}{\partial x_1} \partial x_1$$

Дифференцируя найденную теперь функцію z_1 имѣемъ

$$\partial z_1 = \frac{\partial z_1}{\partial x_1} \partial x_1 + \frac{\partial z_1}{\partial x_2} \partial x_2 + \dots + \frac{\partial z_1}{\partial x_n} \partial x_n$$

Вычитая это изъ выраженія (18), имѣемъ

$$(20) \quad \partial(z - z_1) = \left(\frac{\partial z}{\partial x_1} - \frac{\partial z_1}{\partial x_1} \right) \partial x_1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_2} - \frac{\partial z_1}{\partial x_2} \right) \partial x_2 + \dots + \left(\frac{\partial z}{\partial x_n} - \frac{\partial z_1}{\partial x_n} \right) \partial x_n$$

Если примемъ какъ прежде $\frac{\partial z}{\partial x_i} = p_i$, то всѣ коэффициенты при дифференціалахъ заключаются въ формѣ

$$(21) \quad p_i - \frac{\partial z_1}{\partial x_i} = q_i$$

что касается до коэффициента

$$\frac{\partial z}{\partial x_1} - \frac{\partial z_1}{\partial x_1}$$

то по выраженію (19) имѣемъ

$$\frac{\partial z_1}{\partial x_1} = \frac{\partial z}{\partial x_1}$$

т. е.

$$\frac{\partial z}{\partial x_1} - \frac{\partial z_1}{\partial x_1} = 0$$

Итакъ по означенію (21) остальное изъ выраженія (20) представляется

въ видѣ

$$\partial(z - z_1) = q_2 \partial x_2 + q_3 \partial x_3 + \dots + q_n \partial x_n \quad (22)$$

такимъ образомъ вмѣсто выраженія (18) мы получили выраженіе ему подобное, но независящее отъ x_1 , ибо, какъ мы показали

$$\frac{\partial q_i}{\partial x_1} = 0.$$

т. е. всѣ коэффициенты q_i не содержатъ x_1 . Поступимъ съ этимъ выраженіемъ (22) точно также, какъ поступили съ выраженіемъ (18). Пусть

$$z - z_1 = z_2$$

тогда предыдущее приметъ видъ

$$\partial z_2 = q_2 \partial x_2 + q_3 \partial x_3 + \dots + q_n \partial x_n$$

принимая $x_3, x_4 \dots x_n$ за постоянныя, находимъ

$$z_2 \doteq \int q_2 \partial x_2$$

откуда

$$\frac{\partial z_2}{\partial x_2} = q_2; \quad (23)$$

и полный дифференціалъ функціи z_2 , есть

$$\partial z_2 = \frac{\partial z_2}{\partial x_2} \partial x_2 + \frac{\partial z_2}{\partial x_3} \partial x_3 + \dots + \frac{\partial z_2}{\partial x_n} \partial x_n$$

вычитая это изъ (22), находимъ

$$\partial(z - z_1 - z_2) = \left(q_2 - \frac{\partial z_2}{\partial x_2}\right) \partial x_2 + \left(q_3 - \frac{\partial z_2}{\partial x_3}\right) \partial x_3 + \dots + \left(q_n - \frac{\partial z_2}{\partial x_n}\right) \partial x_n$$

но по выраженію (23) изъ этого остается только

$$\partial(z - z_1 - z_2) = \left(q_3 - \frac{\partial z_2}{\partial x_3}\right) \partial x_3 + \dots + \left(q_n - \frac{\partial z_2}{\partial x_n}\right) \partial x_n$$

Продолжая такъ, найдемъ

$$\partial(z - z_1 - z_2 - \dots - z_n) = 0$$

Слѣдовательно при $t = t_0$ коэффициенты при всѣхъ дифференціалахъ за исключеніемъ dt обращаются въ нули и остается

$$z = \int_{t_0}^t \left(p_1 \frac{\partial x_1}{\partial t} + p_2 \frac{\partial x_2}{\partial t} + \dots + p_n \frac{\partial x_n}{\partial t} \right) dt$$

а это есть квадратура, ибо предполагается, что всѣ x выражены въ функціи α и t . Послѣ интегрированія снова могутъ быть выведены переменныя x , другими словами z можетъ быть представлена функціей всѣхъ x , если посредствомъ уравненій (24) замѣнимъ $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, t$ ихъ величинами, выведенными изъ этихъ уравненій (24).

Пояснимъ эти теоретическія соображенія на частномъ примѣрѣ.

Найдемъ функцію u , полный дифференціалъ которой есть

$$\partial u = xy \partial z + yz \partial x + xz \partial y$$

убѣдимся прежде всего, что это есть точный дифференціалъ. Изъ даннаго выраженія видимъ, что

$$\frac{\partial u}{\partial z} = xy; \quad \frac{\partial u}{\partial x} = yz; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = xz$$

Слѣдовательно

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial x} = y; \quad \frac{\partial u}{\partial x \partial z} = y \quad \text{и т. д.}$$

Такимъ образомъ видимъ, что условіе точнаго дифференціала дѣйствительно удовлетворяется.

Мы видимъ по данному выраженію, что при $z = 0$ коэффициенты при ∂x и ∂y обращаются въ нули, а потому

$$u = \int_0^z xy \partial z = xyz + \text{пост.}$$

Это и есть искомаѣ функція.

Мы не вводили новыхъ переменныя потому, что и безъ того, при $z = 0$ исчезали два послѣдніе члена даннаго дифференціала.

Интегрируемъ еще дифференціалъ

$$\partial u = (2xy + z^2) \partial x + (2zy + x^2) \partial y + (2zx + y^2) \partial z$$

такъ какъ

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 2xy + z^2; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 2zy + x^2; \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 2zx + y^2$$

то отсюда видимъ, что

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 2x; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = 2x \quad \text{и т. д.}$$

Убѣдившись, что данное выраженіе есть точный дифференціалъ, будемъ его интегрировать. Для этого введемъ новыя переменныя α и β , полагая

$$y = \alpha x; \quad z = \beta x$$

слѣдовательно

$$dy = \alpha dx + x d\alpha; \quad dz = \beta dx + x d\beta$$

при этомъ данный дифференціалъ принимаетъ видъ

$$du = (2xy + z^2) dx + (2zy + x^2)(\alpha dx + x d\alpha) + (2zx + y^2)(\beta dx + x d\beta)$$

или выражая все по новымъ переменнымъ, имѣемъ

$$du = (2x^2\alpha + \beta^2 x^2) dx + (2\alpha\beta x^2 + x^2)(\alpha dx + x d\alpha) + (2\beta x^2 + \alpha^2 x^2)(\beta dx + x d\beta)$$

Это приводится къ виду

$$3(\alpha + \alpha^2\beta + \beta^2)x^2 dx + (2\beta\alpha + 1)x^3 d\alpha + (2\beta + \alpha^2)x^3 d\beta = du$$

при $x = 0$ два послѣдніе члена исчезаютъ и остается

$$u = 3 \int_0^x (\alpha + \alpha^2\beta + \beta^2)x^2 dx + \text{пост.}$$

или

$$u = (\alpha + \alpha^2\beta + \beta^2)x^3 + \text{пост.}$$

но

$$\alpha = \frac{y}{x}; \quad \beta = \frac{z}{x}$$

поэтому

$$u = \left(\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} \frac{z}{x} + \frac{z^2}{x^2} \right) x^3 + \text{пост.}$$

или

$$u = (yx^2 + y^2 z + z^2 x) + \text{пост.}$$

это и есть искомая функция.

Выполнимъ еще интегрирование, не вводя новаго переменнаго.

Разсмотримъ дифференціалъ

$$\left(\frac{1}{y} + z\right) \partial x - \frac{x}{y^2} \partial y + x \partial z = \partial u$$

условія точнаго дифференціала удовлетворяются и интегралъ даннаго выраженія есть

$$u = \int_{x_0}^x \left(\frac{1}{y} + z\right) \partial x - \int_{y_0}^y \frac{x_0}{y^2} \partial y + \int_{z_0}^z x_0 \partial z + \text{пост.}$$

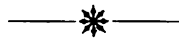
или

$$u = (x - x_0) \left(\frac{1}{y} + z\right) + \left(\frac{x_0}{y} - \frac{x_0}{y_0}\right) + x_0(z - z_0) + \text{пост.}$$

или по сокращеніи

$$x \left(\frac{1}{y} + z\right) + \text{пост.} = u.$$

Это и есть искомая функция.



ОПЕЧАТКИ.

На страницахъ 52, 58, 65 ошибочно указаны номера параграфовъ.
должны быть соответственно поставлены номера 12, 13, 14.

				НАПЕЧАТАНО:	ДОЛЖНО БЫТЬ:
Стран.	200,	строка	10 сверху	$+\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{3}$	$\frac{1}{2} \frac{x^3}{3}$
"	200	"	4 снизу	ряды	рядъ
"	217	"	15 "	$\sqrt{1 - \left(\frac{y}{x}\right)^2}$	$\sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2}$
"	226	"	2 "	$x \varphi(z) \dots$	$x \varphi(z)$
"	343	"	9 "	$a' m +$	$a' m^2 +$
"	373	"	6 "	$\frac{y_n \partial z}{z - y_n}$	$\frac{y_n \partial z}{z - y_n}$
"	466	"	9 сверху	$\int_0^{\infty} \frac{\sin bx}{x} dx$	$(c_1) \dots \int_0^{\infty} \frac{\sin bx}{x} dx.$
"	534	"	3 снизу	$= \frac{\pi}{2} F(0)$	$= 0$

Къ вопросу объ осложненіи рака матки беременностью.

(Изъ Кіевской акушерско-гинекологической клиники).

Д-ра С. В. Жевахова.

Мм. Гг.! Прежде чѣмъ перейти къ обсужденію интересующаго насъ вопроса, я позволю себѣ привести вкратцѣ исторію болѣзни беременной, пораженной ракомъ шейки матки, которую мы оперировали въ Кіевской акушерско-гинекологической клиникѣ въ весеннемъ семестрѣ 1902 года. Больная крестьянка Анастасія Р. 35-ти лѣтъ, происходитъ отъ здоровыхъ родителей. Въ дѣтствѣ перенесла: корь, оспу и брюшной тифъ. Менструировать начала съ 16 лѣтъ, по типу: черезъ 3 недѣли по 3—4 дня безъ болей и не обильно. Замужъ вышла 17 лѣтъ. Беременна была 10 разъ. Первые роды на 19 году, послѣдніе—8 мѣсяцевъ тому назадъ.

Роды эти, по словамъ больной, были труднѣе всѣхъ остальныхъ, а послѣродовой періодъ сопровождался повышеніемъ температуры, причемъ больная пролежала въ постели около двухъ недѣль. Роды кончились рожденіемъ живого доношеннаго ребенка. Черезъ шесть недѣль послѣ родовъ пришли регулы, причемъ типъ ихъ былъ прежній. Послѣднія регулы были въ десятыхъ числахъ января 1901 года, т. е. приблизительно за два мѣсяца до поступления больной въ клинику.

Считаетъ себя больной со времени послѣднихъ родовъ, отмѣчая боль внизу живота и въ поясницѣ. Въ началѣ января къ этимъ страданіямъ присоединились бѣли сначала сливкообразныя, а затѣмъ и съ примѣсью крови. Недѣли за 2 до поступления больной въ клинику у нея появилось кровотеченіе изъ половыхъ органовъ, длившееся около 15 минутъ.

Поступила больная въ клинику съ жалобой на боль внизу живота и кровянистыя отдѣленія изъ половыхъ органовъ.

Больная плохого питанія съ блѣдными наружными покровами. Со стороны сердца и легкихъ ничего ненормальнаго не отмѣчается. Грудныя железы не велики, отвислы; соски цилиндрической формы. Околососковые кружки слабо пигментированы.—При давленіи изъ груди ничего не выдавливается. Животъ умеренно вздутъ; стѣнки его дряблы. Область печени слегка болѣзненна. Linea alba слабо пигментирована. Наружные половые органы развиты правильно. Слизистая входа блѣдна. Внутреннее изслѣдованіе показало слѣдующее: влагалищная часть матки бугриста, плотна. Черезъ наружный зѣвъ палецъ проникаетъ въ кратерообразную полость съ бугристыми инфильтрированными стѣнками. Пораженіе занимаетъ главнымъ образомъ правую часть влагалищной части, гдѣ оно доходитъ до самаго свода.

Тѣло матки увеличено какъ при беременности приблизительно въ два мѣсяца.

Матка въ антефлексію, тѣстоватой консистенціи, подвижна. Своды болѣзненны, а въ правомъ, кромѣ того, отмѣчается небольшое напряженіе. Т° 37,5. Р. 96. Поставленъ діагнозъ беременности двухъ мѣсяцевъ, осложненной ракомъ. Діагнозъ рака подтвержденъ и микроскопическимъ изслѣдованіемъ, показавшимъ железистую его форму.

Моча при химическомъ и микроскопическомъ изслѣдованіи оказалась нормальной.

Послѣ обычныхъ приготовленій, черезъ 2 дня по поступленіи больной въ клинику, ей было произведено мною полное удаленіе матки черезъ влагалище.

Операція трудностей не представляла, ибо какъ пузырь такъ и рукавъ легко отдѣлялись отъ шейки за исключеніемъ правой стороны, гдѣ клѣтчатка оказалась инфильтрированной и поэтому приходилось работать ножницами, чтобы удалить подозрительныя участки клѣтчатки. Во время этихъ манипуляцій вѣроятно и былъ раненъ пузырь, но во время операціи это замѣчено небыло. Какъ правая такъ и лѣвая широкая связка перевязаны въ 5 пучковъ каждая.

Справа удаленъ вмѣстѣ съ маткой также и соотвѣтствующій яичникъ, выпавшій во время операціи въ рукавъ. Концы лигатуръ съ широкихъ связокъ выведены во влагалище.

Брюшная рана и влагалище рыхло затомпонированы іодоформной марлей. Особенной кровоточивости во время операціи не отмѣчалось. Продолжительность операціи 35'.

Т° въ послѣопераціонномъ періодѣ повысилась два раза до 38,3—38,4 на 13 и 14-й день. Первые 4 дня моча вся выдѣлялась черезъ свищъ, но съ четвертаго дня она начала выдѣляться и черезъ катетеръ, который былъ вставленъ à demeure. Встала больная на 16 день. Ко дню выписки на 30 день черезъ свищъ выдѣлялось лишь нѣсколько капель мочи. Остаться до полного закрытія свища больная отказалась, чувствуя себя хорошо. Въ послѣопераціонномъ періодѣ свищъ нѣсколько разъ прижигался *argento nitrico in substantia*. При изслѣдованіи больной передъ выпиской нигдѣ замѣтныхъ инфильтратовъ найдено не было. Единственная жалоба, которая осталась у больной, это болѣзненность въ области печени, но границы этой послѣдней найдены были нормальными.

Препаратъ представляетъ собою матку вмѣстѣ съ правой фаллопиевой трубой и правымъ яичникомъ, вскрытую по передней поверхности. Вся влагалищная часть поражена раковымъ процессомъ, —справа нѣсколько больше.

Цервикальный каналъ свободенъ лишь въ верхней своей четверти. Длина всей матки 13 см. Въ полости матки видно яйцо въ возрастѣ около 2½ mens., покрытое *dicidua reflexa*. Длина яйца 9 см., ширина 7 см. Толщина стѣнокъ матки 2 см.

При изслѣдованіи разрѣза, сдѣланнаго черезъ всю толщину стѣнки матки ничего ненормальнаго не найдено.

Сочетаніе рака съ беременностью, какъ извѣстно, встрѣчается весьма рѣдко. По статистикѣ, приведенной въ диссертациі д-ра Зеленскаго, на 53257 беременныхъ, наблюдавшихся въ заграничныхъ и русскихъ родовспомогательныхъ заведеніяхъ, осложненіе беременности ракомъ встрѣтилось лишь 28 разъ, что составляетъ 0,05%.

Литература по этому вопросу весьма обширна и даже послужила темою для нѣсколькихъ диссертаций какъ русскихъ, такъ и иностранныхъ авторовъ, что легко объясняется тѣмъ большимъ интересомъ, съ какимъ относились и относятся врачи къ этому серьезному страданію, гдѣ одновременно подвергаются опасности двѣ жизни—жизнь матери и жизнь плода.

Само собою разумѣется, что вопросъ о лѣченіи рака, осложненнаго беременностью, долженъ былъ идти рука объ руку съ вопросомъ о лѣченіи рака матки вообще и такъ какъ полное вырѣзываніе матки при пораженіи ея ракомъ считается въ настоящее время „радикальной операціей“, то тоже хирургическое виѣшатель-

ство примѣняется въ настоящее время и при интересующемъ насъ страданіи. Когда проф. Рейнъ въ 1894 году демонстрировать въ кievскомъ Акушерско-Гинекологическомъ Обществѣ препаратъ удаленной имъ *per vaginam* беременной матки 2-хъ мѣсяцевъ, онъ упомянулъ, что ему извѣстно въ литературѣ еще лишь 2 такихъ случая, а именно: случай Гофмейера и случай Отта. Проф. Оттъ, въ свою очередь, говоря о своемъ случаѣ въ томъ-же году заключилъ свой докладъ словами, что въ литературѣ имѣется еще лишь нѣсколько случаевъ полного удаленія ракомъ пораженной беременной матки. Въ настоящее время случаи эти насчитываются десятками, что легко объясняется тѣми громадными успѣхами, какіе сдѣлала оперативная гинекологія въ послѣдніе годы. Особенно усовершенствованіе влагалищнаго метода съ его ничтожнымъ % смертности, заставило гинекологовъ смотрѣть смѣлѣе на оперативное вмѣшательство при интересующемъ насъ страданіи. До четвертаго мѣсяца беременности всѣ авторы предлагаютъ удалять матку вмѣстѣ съ плодомъ черезъ влагалище. Но и болѣе поздніе сроки беременности не мѣшали примѣнить тотъ-же хирургическій методъ: такъ напр. Olshausen демонстрировалъ въ 1891 году въ берлинскомъ акушерско-гинекологическомъ обществѣ 2 беременныя ракомъ пораженныя матки изъ которыхъ одна соотвѣтствовала беременности въ 5, а другая въ 6 мѣсяцевъ и между тѣмъ влагалищное ихъ удаленіе не представило замѣтныхъ затрудненій. Во всѣхъ описанныхъ случаяхъ удаленія беременныхъ матокъ, пораженныхъ ракомъ, отмѣчается авторами чрезвычайная легкость операціи въ виду рыхлости тканей, свойственной беременности. Этотъ-же фактъ былъ уже выше отмѣченъ и въ нашемъ случаѣ; такъ что беременность не только затрудняетъ, но даже облегчаетъ операцію. Насколько мнѣнія всѣхъ авторовъ согласны по отношенію къ способу оперативнаго вмѣшательства въ ранніе мѣсяцы беременности, настолько-же они различны при выборѣ метода операціи въ болѣе поздніе сроки беременности. Всѣ эти способы можно въ общемъ раздѣлить на 3 группы: способъ влагалищный (съ предварительнымъ удаленіемъ плода), способъ надлобковый и способъ сочетанный. Всякій изъ этихъ способовъ имѣетъ еще свои модификаціи; такъ при влагалищномъ способѣ плодъ удаляется или черезъ естественные пути, т. е. черезъ расширенный тѣмъ или инымъ способомъ зѣвъ или-же посредствомъ влагалищнаго кесарскаго сѣченія. Послѣдующее вырѣзываніе опорожненной матки производится или непосредственно за ея опорожненіемъ или лишь въ послѣдовомъ періодѣ.

При надлобковомъ методѣ матка удаляется съ предшествующимъ кесарскимъ сѣченіемъ или безъ него.

При сочетанномъ способѣ предложены слѣдующія модификаціи: отсепаровка сводовъ со стороны влагалища съ послѣдующимъ брюшнымъ удаленіемъ матки или операція Рогго и затѣмъ удаленіе шейки черезъ влагалище.

Въ смыслѣ оцѣнки жизни двухъ существъ, подверженныхъ опасности, всѣ авторы согласны въ томъ, что слѣдуетъ заботиться о жизни плода лишь тогда, когда всякая надежда на спасеніе матери потеряна, т. е. другими словами выжидать жизнеспособности мы имѣемъ право лишь тогда, когда время для радикальной операціи для матери уже потеряно; но въ этомъ то опредѣленіи оперативности, въ смыслѣ будущаго исцѣленія, и кроется все наше безсиліе, ибо намъ еще неизвѣстны тѣ условія, при которыхъ въ одномъ случаѣ злокачественное новообразованіе остается долгое время только мѣстнымъ пораженіемъ, а въ другомъ случаѣ имѣетъ склонность быстро распространяться дальше, несмотря на кажущуюся ничтожноту видимаго пораженія. Беременность сопровождается разрыхленіемъ тканей, окружающихъ матку, создаетъ такія условія, при которыхъ нашъ діагнозъ становится еще болѣе затруднительнымъ, представляя намъ случай легче, чѣмъ онъ есть на самомъ дѣлѣ. Опириуя въ такомъ случаѣ, (при еще нежизнеспособномъ плодѣ), мы сознательно губимъ плодъ, не будучи въ большинствѣ случаевъ въ состояніи цѣною его жизни исцѣлить мать. Здѣсь врачъ поставленъ въ безвыходное положеніе, не имѣя ровно никакихъ научныхъ данныхъ, на которыя онъ бы могъ опираться, чтобы оправдать свое немедленное активное вмѣшательство или же свой выжидательный способъ, чтобы получить живого ребенка. Выжидательный методъ возможенъ не только въ болѣе позднихъ стадіяхъ беременности, но и въ самихъ раннихъ ея стадіяхъ, ибо какъ извѣстно ракъ шейки вовсе не такъ часто вызываетъ выкидышъ и по статистикѣ Cohnstein'a въ 68% наступаютъ срочные роды.

Бокманъ изъ сопоставленія статистическихъ данныхъ Theilhaber'a, обнимающихъ періодъ времени съ 1873—1893 г., приходитъ къ слѣдующему выводу. „Выкидышъ при ракѣ матки вовсе не чаще чѣмъ обыкновенно, даже рѣже, если помнить, что по изслѣдованію Negar'a, которое подтверждено въ послѣднее время Keyser'омъ, на 8 срочныхъ родовъ приходится 1 выкидышъ.

Наблюденіе это вполнѣ соотвѣтствуетъ патолого-анатомическимъ даннымъ, изъ которыхъ видно, что тѣло матки обыкновенно поражается значительно позже, чѣмъ параметральная клѣтчатка и

окружающіе матку органы мочевой пузырь и прямая кишка и нерѣдки случаи, когда при инфильтраціи ракомъ всей тазовой клетчатки, при разрушеніи пузыря и прямой кишки, тѣло матки остается нетронутымъ (Славянскій).

Эти данныя патологической анатоміи вмѣстѣ съ клиническимъ наблюденіемъ беременныхъ раковыхъ больныхъ не должны-бы пройти безслѣдно для рьяныхъ поклонниковъ тотальной экстирпаци при ракъ матки, дающей % выздоровленія не больше, чѣмъ менѣе опасная надвлагалищная ампутація. По статистикѣ Pfannenstiel'я эта послѣдняя даетъ 27,6% выздоровленія съ пятилѣтнимъ срокомъ. Насколько положеніе врача тяжело и неоредѣленно при наблюденіи раковой больной въ раннія стадіи беременности, настолько-же оно опредѣленно, разъ врачъ видитъ больную въ періодъ жизнеспособности плода, здѣсь долженъ быть спасенъ ребенокъ, а у матери, если это возможно, должна быть удалена матка; —можетъ быть это ее излѣчитъ отъ ея страданія.

Говорить о результатахъ тотальной экстирпаци при интересующемъ насъ заболѣваніи я думаю еще преждевременно, ибо въ литературѣ имѣется лишь около сотни такихъ случаевъ, а простѣженными изъ нихъ лишь около 40—50. Здѣсь можно высказывать лишь болѣе или менѣе вѣроятныя предположенія.

Мнѣ кажется, что предсказаніе при ракъ, осложненномъ беременностью, должно быть еще хуже чѣмъ при неосложненномъ ракъ, ибо ракъ при беременности обыкновенно растетъ очень быстро. Zweifel даже дѣлалъ въ этомъ направленіи такого рода опытъ: онъ проводилъ нитку на границѣ пораженной и здоровой ткани и черезъ 14 дней онъ замѣтилъ распространеніе процесса на 2 поперечныхъ пальца.

Принимая теперь во вниманіе, что беременность наступаетъ обыкновенно при уже существующемъ ракъ,—становится вполне понятно, что разъ мы наблюдаемъ беременную, пораженную ракомъ, можно предположить, что ракъ зашелъ уже далеко. Тотъ фактъ, что обыкновенно ракъ осложняется беременностью, а не беременность ракомъ признается всѣми авторами, ибо почти во всѣхъ описанныхъ случаяхъ можно заключить изъ аналогическихъ данныхъ, что ракъ уже существовалъ до зачатія—это-же относится и къ нашему случаю.

Противоположнаго мнѣнія держатся лишь 2 автора Gonner и Бокманъ, но они не приводятъ достаточныхъ обоснованныхъ мотивовъ въ защиту своего мнѣнія. Ихъ положенія можно-бы было доказать, если-бы намъ встрѣтился случай, гдѣ при далеко зашедшей

беременности можно-бы было констатировать ракъ въ самой ранней его стадіи, но такихъ случаевъ мнѣ не встрѣтилось.

Упомяну о весьма оригинальномъ мнѣніи Cohnstein'a по которому беременность не только возможна при ракѣ, но что ракъ даже способствуетъ беременности. Мнѣніе свое Cohnstein основываетъ на статистикѣ 58 случаевъ рака осложненнаго беременностью, гдѣ большинство больныхъ приходилось на возрастъ 38—49 лѣтъ гдѣ обыкновенно беременность уже составляетъ относительную, рѣдкость. На основаніи этихъ, я полагаю, случайныхъ фактовъ Cohnstein и строить свое мнѣніе, считая, что беременность якобы способствуетъ отдѣленію раковой опухоли, повышая жизнѣдѣтельность клѣтокъ и способствуя открытію зѣва. Въ противоположность мнѣнію Cohnstein'a о возрастѣ беременныхъ, пораженныхъ ракомъ всѣ авторы согласны въ томъ, что сочетаніе рака съ беременностью встрѣчается главнымъ образомъ, у женщинъ сравнительно молодыхъ и напрасно Холмогоровъ приписываетъ обратное мнѣніе Sargwey, ибо этотъ послѣдній говоритъ, что осложненія беременности ракомъ встрѣчаются въ болѣе пожиломъ возрастѣ, но все таки всѣ эти больныя обыкновенно моложе, чѣмъ не беременныя раковыя больныя и даже въ подтвержденіе своего этого взгляда онъ приводитъ таблицу, изъ которой видно, что $\%$ заболѣванія ракомъ для небеременныхъ выражается въ возрастѣ 31—40 л. цифрою 22,4, а для беременныхъ раковыхъ больныхъ въ томъ же возрастѣ цифрою 66,7, между тѣмъ какъ для небеременныхъ въ возрастѣ 41—50 $\%$ заболѣваемости рака=34 $\%$, а для беременныхъ всего 22,2.

Тотъ фактъ, что беременность можетъ существовать, какъ это само собою понятно, лишь для женщинъ, не находящихся въ климактерическомъ періодѣ, ухудшаетъ наше предсказаніе, ибо какъ это явствуетъ изъ работы Henze (Zeitschr f. G. и G. Bd. XLVI heft. I), ракъ въ климактерическомъ періодѣ даетъ гораздо лучшее предсказаніе, какъ по медленности своего распространенія, такъ и по стойкости результатовъ послѣ операціи (около 50 $\%$).

На основаніи всего вышесказаннаго мы приходимъ къ слѣдующимъ выводамъ:

1) Радикальная операція при ракѣ беременной матки даетъ весьма плохое предсказаніе, несмотря на легкость.

2) Беременное состояніе отнимаетъ у насъ и тѣ ничтожныя данныя, какія мы имѣемъ для опредѣленія такъ называемой оперативности случая.

3) И въ раннія стадіи беременности не слѣдуетъ совершенно игнорировать плодомъ, ибо жизнь матери въ большинствѣ случаевъ уже потеряна.

Интересующихся литературными подробностями по этому вопросу я отсылаю къ слѣдующимъ работамъ: Холмогоровъ. Къ вопросу о леченіи рака маточной шейки, осложняющаго беременность..

Ж. А. и ж. б. за іюнь 1901 года. Sarwey Handb. für Gynaek. Veit'a. Диссертація д-ра Зеленскаго 1891 года.

Neuze.: Zeitschrift f. G. und G. B. XLVI. I Heft.

Случай *placentae praeviae centralis*.

(Изъ Кіевской акушерско-гинекологической клиники).

Д-ра С. В. Жевахова.

Исторія сообщаемого мною случая вкратцѣ такова: 19-го октября 1902 г. въ 10 ч. 30 м. в. была приведена въ акуш. клинику роженица съ жалобой на то, что у нее въ продолженіи двухъ дней сильное кровотеченіе; кромѣ того, роженица заявила, что по ея вычисленіямъ до срока родовъ осталось двѣ недѣли и что она беременна въ 3-ій разъ. Болѣе подробнаго анамнеза собрать не удалось въ виду того, что роженица чрезвычайно апатична и неохотно отвѣчаетъ на всѣ вопросы. Больная анѣмична и съ трудомъ идетъ, поддерживаемая двумя сопровождающими ее женщинами; пульсъ 114 въ 1 м. плохого наполненія (*vacuus*); дыханіе учащено. Въ виду тяжелаго положенія больной наружное изслѣдованіе произведено не было, а внутреннее показало слѣдующее: влагалище выполнено старыми сгустками крови, шейка сглажена, зѣвъ открытъ на 1 палецъ, края его растяжимы; въ зѣвѣ по всей его периферіи ощущается ткань дѣтскаго мѣста; влагалище проспринцовано растворомъ 2% *acidi carbolici*, жидкость вытекаетъ неокрашенная кровью. Схватокъ нѣтъ. Больная снимается съ кресла, но въ это время съ ней дѣлается обморокъ. Пульсъ не сосчитывается. Осматривается нѣтъ ли изъ *genitalia* кровотеченія—его нѣтъ, матка не сокращена. Сознаніе затемнено. Больной впрыскивается подъ кожу два шприца эфэра и больная перевозится въ родильный покой, гдѣ ей введенъ

во влагалище кольпейринтеръ Брауна и сдѣлана аутоотрансфузія; голова помѣщена низко, къ области сердца и къ головѣ приложены пузыри съ горячей водой. Подъ кожу впрыснуто еще 2 шприца ээира съ камфорой, пульса нѣтъ, глаза полуоткрыты, корнеальные рефлексъ отсутствуют; вводится подъ кожу за періодъ времени около $1\frac{1}{2}$ часа 1500 к. физиологич. раствора повар. соли t^0 около 37^0 . Пульса нѣтъ. Дыханіе хрипящее. Извлекается кольпейринтеръ, за нимъ крови нѣтъ. Дѣлается поворотъ по Бракстонъ-Гиксу, при чемъ дѣтское мѣсто перфорируется въ зѣвѣ. Пальцы, проникшіе въ матку, натыкаются на не пульсирующую петлю пуповины.

Ножка захватывается довольно легко, но провести ее через мало-открытый зѣвъ не удастся, почему былъ сдѣланъ надрѣзъ зѣва и ножка выведена изъ половой щели; во время поворота абсолютно никакого кровотеченія не было. Черезъ $1\frac{1}{4}$ часа по окончаніи поворота больная скончалась. Плодъ былъ удаленъ путемъ извлеченія за ножки.

Описываемый случай еще лишній разъ подтверждаетъ, что *placenta praevia* нужно считать самымъ страшнымъ осложненіемъ родового акта, при которомъ во многихъ случаяхъ врачъ совершенно безсиленъ, въ особенности тогда, когда къ врачебной помощи, благодаря полной некультурности и безпечности окружающихъ больную, обращаются чуть ли не въ послѣднюю минуту жизни больной. Въ настоящемъ случаѣ я полагаю сдѣлать все, чѣмъ вообще можетъ располагать клиника, и все-таки въ концѣ концовъ, какъ и слѣдовало ожидать, погибло двѣ жизни. Хотя *placenta praevia*, вѣроятно, также стара какъ и человѣчество, тѣмъ не менѣе вопросъ о ея этиологій и терапіи до сихъ поръ представляетъ массу разногласій. Въ одномъ только пунктѣ терапіи сходятся всѣ авторы—не заботиться о жизни ребенка и Шредеръ даже говоритъ, что мы будемъ имѣть тѣмъ лучшіе результаты при *placenta praevia*, чѣмъ меньше мы будемъ заботиться о жизни ребенка. Неужели въ настоящее время подобный взглядъ можетъ выдерживать строгую критику. Разумѣется выше приведенный взглядъ могъ бы имѣть за собою права гражданства, если бы мы, жертвуя жизнью невѣстнаго намъ существа, спасали бы навѣрняка жизнь матери, но къ несчастью, процентъ смертности матерей очень великъ—разумѣется я говорю, главнымъ образомъ, о *placenta praevia centralis*. Если мы себѣ поставимъ цѣлью цѣнить одинаково жизнь матери и жизнь плода, то само собою понятно, что мы должны извлекать ребенка изъ утробы матери тогда, когда онъ живъ, а такъ какъ ребенокъ бываетъ навѣрное живъ при *placenta praevia (centralis)* въ

то время, когда естественные родовые пути еще не подготовлены, то логически вытекаетъ отсюда, что мы должны искать другой путь для извлеченія завѣдомо живого ребенка. Такой путь есть кесарское сѣченіе и въ послѣднее время раздаются уже голоса, подтвержденные фактами, за кесарское сѣченіе при placenta praevia, операцию, дающую въ настоящее время минимальный процентъ смертности. Если въ настоящее время дѣлаютъ кесарское сѣченіе при даже небольшихъ суженіяхъ таза для того, чтобы спасти лишь жизнь ребенка и подвергая въ то же самое время опасности мать, которая при перфорации осталась бы навѣрное жива, не имѣемъ ли гораздо больше права дѣлать кесарское сѣченіе при placenta praevia, когда жизнь матери находится въ такой же опасности какъ и жизнь плода. Говоря о кесарскомъ сѣченіи при placenta praevia, я вовсе не хочу сказать, что всякая placenta praevia требуетъ кесарскаго сѣченія. Здѣсь, какъ и при каждомъ другомъ страданіи, требуется строжайшая индивидуализація. Поэтому, само собою понятно, въ большинствѣ случаевъ кесарское сѣченіе не будетъ показано при placenta praevia lateralis и въ особенности marginalis, гдѣ и общепринятая терапія даетъ какъ для матери, такъ и для ребенка сравнительно хорошіе результаты. Но и въ этомъ случаѣ, я думаю, если мать заявитъ непремѣнное желаніе имѣть живого ребенка, одно лишь кесарское сѣченіе можетъ навѣрняка удовлетворить ея желанію.

Что касается времени производства кесарскаго сѣченія, то принимая во вниманіе вышесказанное, оно можетъ быть произведено тогда, когда мы можемъ приблизительно точно опредѣлить, съ какимъ видомъ placenta praeviae мы имѣемъ дѣло, а такъ какъ такой діагнозъ можетъ быть поставленъ съ увѣренностью лишь въ началѣ родовъ, то это время я полагаю и будетъ тѣмъ моментомъ, когда мы должны будемъ при этомъ заболѣваніи подумать о кесарскомъ сѣченіи. Если кесарское сѣченіе при placenta praevia завоюетъ себѣ больше правъ гражданства, чѣмъ оно имѣетъ въ настоящее время и, быть можетъ, поведетъ даже къ увлеченію въ этомъ направленіи, то такого увлеченія, мнѣ кажется, не слѣдовало бы ставить въ вину сторонникамъ этого взгляда, ибо цѣль спасти двѣ жизни слишкомъ заманчива.

Что касается техники операциі кесарскаго сѣченія при placenta praevia, то она безусловно легче кесарскаго сѣченія, принятаго при другихъ показаніяхъ, ибо самый опасный моментъ этой операциі исключается самъ собою;—разрѣзъ никогда не можетъ попасть на дѣтское мѣсто, тѣмъ болѣе, если мы будемъ дѣ-

латъ разрѣзъ по дну. Послѣдовательное кровотеченіе, которое обыкновенно наблюдается при placenta praevia послѣ родовъ, въ слѣдствіе дряблости нижняго сегмента матки тоже можетъ быть легко устранено тампонаціей по Dürsen'у, производимому къ тому же не черезъ грязное влагалище, а черезъ асептическую полость матки.

Нѣсколько словъ о Керчи, какъ лѣчебномъ курортѣ.

Прив.-доц. П. Г. Вондарева.

За послѣднія пять лѣтъ, проводя почти ежегодно лѣтніе каникулы въ г. Керчи, я имѣлъ возможность познакомиться съ ней ближе, какъ съ лѣчебнымъ курортомъ, о чемъ я хочу сказать нѣсколько словъ. Считаю это сдѣлать не лишнимъ, потому что курортъ Керчь, мало извѣстенъ, какъ среди лѣчащей, такъ и среди лѣчащейся публики. А между тѣмъ онъ обладаетъ однимъ изъ самыхъ цѣнныхъ и бросающихся въ глаза качествъ въ сравненіи съ другими крымскими курортами, это дешевизной, проще говоря, доступностью для большинства не зажиточнаго класса, что такъ важно и желательно въ особенности у насъ въ Россіи, гдѣ еще лѣчение на курортѣ почему то считается роскошью, а не необходимостью. По всѣмъ вѣроятіямъ каждому изъ Васъ приходилось побывать хоть разъ, на такъ называемыхъ Кавказскихъ минеральныхъ водахъ, такъ сказать нашей гордости, гдѣ тароватая природа, какъ бы нарочно приспособила свои минерально-цѣлебныя богатства для оказанія той или другой медицинской помощи, гдѣ сравнительно на незначительномъ районѣ, сгруппировались различнаго рода цѣлебные источники. Тамъ, почти рядомъ расположены сѣрные, углекислые, щелочные, желѣзные и т. п. источники. Но и по всѣмъ вѣроятіямъ Васъ поражала та ужасная дороговизна, которая царствуетъ на этихъ курортахъ. И эта дороговизна является послѣдствіемъ собственно не лѣченія, такъ какъ хвала Богу, всѣ источники въ послѣднее время находятся въ рукахъ казны, а послѣдствіемъ той отчаянной эксплуатаціи, которую проявляютъ туземцы,

къ прїѣзжему лѣчащемуся элементу. Не говорю уже о признаваемомъ горномъ берегу Крыма, объ этой чудной климатической станціи, онъ служитъ почти только достояніемъ людей, обладающихъ лишними средствами. И я не увлекусь, если скажу, что этотъ богатый уголокъ, къ сожалѣнію, далеко еще у насъ не является лѣчебнымъ пунктомъ для большинства, а скорѣй мѣстомъ жупрованія и прожиганія жизни сытаго желудка и пресыщенной фантазіи, что породило даже извѣстный видъ легкой извѣстной литературы, описывающей тѣ или другія похождения лѣчащейся публики далеко не безукоризненной нравственности. Поэтому керченскій курортъ не посящій такого характера, мнѣ кажется, заслуживаетъ своего вниманія. Правда онъ, какъ климатическая станція, не можетъ равняться южному берегу, но за то въ немъ есть свои преимущества, кромѣ моря, это—цѣлебныя грязи. Въ нѣсколькихъ словахъ опишу его. Керчь, древняя греческая колонія Пантикапея, расположена на полуостровѣ того же имени, который составляетъ восточную окраину Крыма. Городъ лежитъ на берегу Таврическаго или Керченскаго пролива, соединяющаго Азовское съ Чернымъ моремъ. Керчь пріютилась большей своей массой у подошвы горы Митридатъ на берегу естественной бухты, закрытой со всѣхъ сторонъ. Географическое ея положеніе подъ 45° 21' с. ш. и 54° 9' в. д.

Городъ производитъ очень пріятное впечатлѣніе своимъ мѣстоположеніемъ. Въ особенности прекрасный видъ на море, и вдаль виднѣющійся съ противоположной стороны пролива берегъ Тамани. Керчь довольно населенная около 40 съ лишнимъ тысячъ, чистая, вымощена удовлетворительно, на главныхъ улицахъ даже асфальтовая мостовая. Какъ и всѣ портовые города довольно живой, пестря своей разнохарактерностью и разноплеменностью народонаселенія. Большую живость ему придаетъ то обстоятельство, что онъ лежитъ между двумя такими важными бассейнами, какъ Черное и Азовское море, служащими, какъ извѣстно, мѣстомъ отправки хлѣбнаго зерна изъ Россіи за границу, поэтому Керчь часто посѣщаютъ заграничныя суда, которыя здѣсь должны завѣрить свои документы въ таможднѣ и взять проводника лопмана, такъ какъ фарватеръ Керч. пролива мѣстами не глубокий и измѣнчивый.

Въ городѣ существуетъ театр, публичная бібліотека, ежедневная газета Ю. К., 2 клуба, но главное это приморскій бульваръ, являющійся пріятнымъ мѣстомъ отдохновенія на берегу моря послѣ дневнаго зноя въ тихій южный вечеръ, каковыми гордится Крымъ и въ частности Керчь. Въ среднемъ t° по мѣсяцамъ въ маѣ 15°, іюнь 22°, іюль 25°, августъ 25°, въ особенности здѣсь бываетъ

чудный сентябрь и начало октября. Жители говорятъ: „у насъ нѣтъ весны, но есть осень, превосходящая весну“. Впрочемъ, про сегодняшнее лѣто я этого сказать не могу. Господствующіе здѣсь вѣтра юго и сѣверо-восточный, но послѣдній не является здѣсь такимъ сухимъ и разрушительнымъ, какъ, напр., на Кавказскомъ побережьи и въ особенности въ Новороссійскѣ, и эти вѣтра служатъ для Керчи прекрасными гигиенич. вентиляц. Жизнь въ городѣ, какъ я говорилъ, сравнительно дешева, напр., можно найти легко комнату со столомъ начиная съ 30 руб. Соединеніе города со стороны моря поддерживается чуть ли не ежедневно правильнымъ крейсерствомъ Р. О. М. и Т. Со стороны континента вѣткою ж. д., соединяющею Керчь съ Джанкое-Феодосс. Ж. Дор. За то Керчь не можетъ похвалиться зеленью, и представляетъ въ этомъ отношеніи пустыню, но господствующій здѣсь подчасъ очень тяжелый зной умѣряется близостью моря и пріятнымъ дующимъ здѣсь часто южнымъ вѣтромъ, насыщеннымъ морскими испареніями. Въ 12 верстахъ отъ города на сѣверъ, уже почти на самомъ берегу Азовскаго моря находится Чокракское озеро, служащее источникомъ грязелѣченія. Около этого озера есть лѣчебное заведеніе бывш. д-ра Добровольскаго, который его подробно описалъ въ своей брошюрѣ. Такіе же грязелѣчебныя заведенія частныя, числомъ 2, находятся и въ самомъ городѣ, куда по мѣрѣ надобности и доставляется грязь и ропа изъ Чокракскаго озера. Кромѣ того нѣсколько южнѣе отъ этого озера расположены такъ наз. Булганакскія сопки, выбрасывающія свою грязь, которая также утилизируется, какъ цѣлебны. матеріалъ. Мнѣ, благодаря любезности мѣстныхъ товарищей, представилась возможность познакомиться съ общимъ характеромъ лѣченія, какъ на самомъ берегу озера, такъ въ особенности и въ городѣ въ грязелѣчебницѣ д-ра Филимовича, а также д-ра Лемперта. Конечно, проводя каникулы въ Керчи и занимаясь практикой по своей специальности, я и обращалъ вниманіе на тѣ эффекты, которыя производило грязелѣченіе на половую сферу женщины. Мои наблюденія, оговорясь, не представляютъ строго клинической картины уже потому, что таковую провести въ амбулаторномъ пріемѣ нѣтъ возможности, а въ грязелѣчебницахъ я являлся случайнымъ гостемъ, гдѣ, во всякомъ случаѣ, активной роли играть я не могъ, что такъ важно, для выработки того или другого субъективнаго взгляда при извѣстныхъ клиническихъ наблюденіяхъ, направленныхъ по Вашему личному желанію. Поэтому я буду говорить о томъ впечатлѣніи, которое произвело на меня грязелѣченіе на то или другое страданіе половой сферы женщины. Да, наконецъ, у меня

въ настоящее время матеріаль еще настолько малъ и незначителенъ, что оферировать его, какъ что-то законченное, я не считаю себя вправѣ. Такъ какъ я думаю и слѣдующіе каникулы проводить въ Керчи, то слѣдовательно и думаю продолжать свои наблюденія, что по всѣмъ вѣроятіямъ и дастъ мнѣ возможность прійти къ тѣмъ или другимъ научнымъ выводамъ, о чемъ поспѣшу подѣлиться съ товарищами въ печати. Но прежде чѣмъ говорить о тѣхъ или другихъ эффектахъ, получаемыхъ при грязелѣченіи, я скажу нѣсколько словъ о самой грязи и о томъ, какъ производится здѣсь лѣченіе. Слой Чокракской грязи залегаетъ по всему озеру, около 15 верстъ въ окружности, на глубинѣ не больше аршина отъ поверхности. Она имѣетъ блестящій черный цвѣтъ, напоминающій скорѣй цвѣтъ ваксы, маслянистую, мягкую, густую консистенцію, впрочемъ, болѣе глубокіе слои имѣютъ и болѣе плотную консистенцію. Подъ вліяніемъ доступа воздуха, грязь мало вывѣтривается, поэтому не скоро теряетъ свою вязкость, а тѣмъ болѣе высыхаетъ. Я здѣсь нерѣдко видѣлъ, когда грязь долго лежитъ на открытомъ воздухѣ и консистенція ея почти не измѣняется. Что касается ея химическаго состава, то по изслѣдованію проф. Гисгагена, она заключаетъ въ себѣ слѣдующія составныя части: во 1) газы: сѣрнистый и углеродистый водороды, CO_2 . 2) Растворимыя вещества NaCl , KCl , MgCl , JN , MgBr , MgSO_4 , CaSO_4 , AmSO_4 .

Различныя растворимыя органическія вещества. Затѣмъ, нерастворимыя вещества слѣдующія: кремнистый песокъ, сѣрниокислая известь, углекислая известь, окись желѣза, сѣрнистое желѣзо, кремнеземъ, глиноземъ, органическія разныя остатки. Уже за одно скажу, что по изслѣдованію проф. Вериги, грязь булганакскихъ сопковъ содержитъ воду, іодъ, амміакъ и амминныя основанія, углекислый Na , сѣрную кислоту и хлоръ. Я уже сказалъ, что въ городѣ находится два грязелѣчебныхъ заведенія, устроены они болѣе или менѣе удовлетворительно, насколько можно обставить по частной инициативѣ врача, у котораго больше искренняго желанія дѣлать благое дѣло, чѣмъ денегъ. Собственно мѣсто или та площадь, гдѣ приготавливаются ванны, т. е. ваннй баракъ огороженъ деревянной стѣной, выкрашенной въ бѣлую краску, что имѣетъ большое практическое значеніе, такъ какъ ванны, помѣщаемыя у самой стѣны, нагрѣваются сильнѣе, благодаря отраженію солнечныхъ лучей отъ бѣлой поверхности изгороди. На землянномъ полу въ ванномъ баракѣ расположены деревянные четырехугольники подстилки для ваннъ, на нихъ готовятся такъ наз. медальоны, т. е. натуральныя или грунтовыя. Дѣлается это слѣдующимъ образомъ. Наканунѣ

къ каждой такой подстилкѣ сносится грязь въ количествѣ приблизительно 20 съ лишнимъ пудовъ, очищается отъ какихъ бы то ни было случайныхъ примѣсей, т. е. сора. Грязь эта лежитъ до утра слѣдующаго дня, когда она служителями раскладывается равномернымъ слоемъ на деревянномъ ложѣ. Причемъ стараются ее распластать такимъ образомъ, чтобы вездѣ по всему медальону она была одинаковой толщины, ну приблизительно 10—12 сант. И когда ванна, такимъ образомъ, готова, ее подвергаютъ дѣйствию солнечныхъ лучей, она нагрѣвается до желаемой t° , что отъ времени до времени контролируется термометромъ, t° обыкновенно доводится до 30 съ лишнимъ или до 40 съ лишнимъ градусовъ. Конечно, быстрота и степень нагрѣванія ванны зависитъ отъ толщины слоя грязи и погоды, поэтому не во всѣхъ слояхъ будетъ и одинаковая t° , впрочемъ, эта разница колеблется въ незначительныхъ цифрахъ, а главное здѣсь погода. Напр., это лѣто, благодаря сравнительно холодной погодѣ, бывали дни, когда нельзя въ ваннѣ было достигнуть желанной t° , а поэтому, значить, и лѣчение должно было приостанавливаться. Когда ванна готова, тогда укладываютъ въ нее больного или больную. Я забылъ сказать, что приготовляя медальонъ, предполагають головной конецъ, обращенный къ сѣверу, и это дѣлается вотъ почему: ванны, головной конецъ конхъ обращенный къ сѣверу и нѣсколько приподнятый, даютъ при всѣхъ измѣреніяхъ большія цифры сравнительно съ ваннами, расположенными совершенно горизонтально или даже имѣющими чуть чуть приподнятый южный конецъ, что, объясняютъ, зависитъ отъ угла паденія солнечныхъ лучей. Когда слѣдовательно, такимъ образомъ, приготовленная ванна готова, больной или больная становится на конецъ ее, затѣмъ его берутъ подъ руки и во избѣжаніе придавливанія ванны, кладутъ плашмя, послѣ чего быстро пригибають съ боковъ грязь и покрываютъ ею все тѣло больной, оставляя свободною только голову, надъ которой для защиты отъ солнечныхъ лучей помѣщается зонтикъ. Причемъ въ особенности тщательно слѣдится за тѣмъ, чтобы въ ваннѣ не было трещинъ, и, почему больной замуровывается, трещины замазываются. И онъ въ такомъ видѣ остается въ продолженіи нѣсколькихъ минутъ, наблюдающій врачъ отъ времени до времени справляется съ субъективными ощущеніями больного и съ состояніемъ прощупывая височную артерію. Когда наступаетъ время выниманія больного, служителя быстро сбрасываютъ съ него грязь, что удается тѣмъ легче, что подъ вліяніемъ обильнаго потѣнія она уже сама отстаетъ отъ тѣла, затѣмъ поднимають подъ руки, больной идетъ въ обмывательную комнату, гдѣ смы-

ваетъ грязь, на него набрасывается простыня и онъ закутанный переводится въ транспираціонное отдѣленіе. Потѣніе продолжается обыкновенно 2—3 ч. иногда по нѣсколько разъ при этомъ мѣняется простыня, а въ виду большей потери жидкости изъ организма для утоленія жажды обыкновенно дается чай.

Такой курсъ лѣченія продолжается приблизительно около четырехъ недѣль. Ванны обыкновенно принимаются ежедневно, но иногда смотря по состоянію организма, напр., слабость, головокруженіе, головныя боли и т. д. заставляютъ дѣлать перерывъ на день. два иногда на нѣсколько дней. Послѣ того, когда больной кончаетъ грунтовыя ванны, онъ беретъ нѣсколько 5—6 подогрѣтыхъ ваннъ, т. е. изъ маточнаго разсола, образующагося путемъ естественной концентраціи минеральной воды озера. Нѣкоторые больные на мѣсто натуральныхъ грунтовыхъ ваннъ въ особенности въ дурную погоду, принимаютъ такъ называемыя разводныя ванны; способъ ихъ приготовленія весьма простъ. Берется обыкновенно деревянная ванна, набрасывается туда грязь приблизительно около 8—10 пудовъ и затѣмъ размѣшиваютъ ее горячею ропю до желаемой температуры.

Больныя, лѣчащіяся грязью, которыхъ мнѣ пришлось наблюдать, были двухъ родовъ, это во 1) тѣ, которыя уже нѣкоторое время принимали ванны или уже кончили ихъ, а затѣмъ обратившіяся ко мнѣ и во 2) тѣ, которыя начали у меня лѣчиться, не принимая ваннъ, и которымъ я уже самъ назначалъ грязелѣченіе, конечно. таковыхъ больныхъ, я имѣлъ возможность, благодаря любезному разрѣшенію завѣдующаго лѣчебницей товарища наблюдать болѣе подробно, чѣмъ первыхъ. Больныя были въ большинствѣ случаевъ съ хроническими страданіями матки и ея придатковъ, всевозможнаго рода метриты, эндометриты, сальпингиты, сальпингоофориты, периметриты, а также и неправильныя положенія матки именно *retro-versio* и *flexio*. При чемъ въ большинствѣ случаевъ, больная, принимая грязевыя ванны продолжала амбулаторно лѣчиться у меня на дому. Понятно, относительно ваннаго лѣченія больная поступала подъ непосредственное вѣдѣніе завѣдующаго товарища, но это мнѣ не мѣшало провести на нѣкоторыхъ больныхъ болѣе или менѣе самостоятельное наблюденіе. Во-первыхъ, какой т° назначить ванну. Для этого я совѣтовалъ своимъ больнымъ прежде чѣмъ брать курсъ леченія, сдѣлать себѣ нѣсколько обыкновенныхъ ваннъ, повышая т° съ цѣлью постепенно пріучить свое тѣло къ высокой т° грязевыхъ ваннъ. Затѣмъ, если организмъ больной представлялся сравнительно крѣпкимъ, а главное, если не было никакихъ противопоказаній со стороны легкихъ и сердца, я обыкновенно назначалъ грязь-

зевую ванну въ 40 съ лишнимъ °. Поступая такъ, я исходилъ изъ того начала, что если искать эффектъ грязевыхъ ваннъ въ термическомъ раздраженіи, то грязь нагрѣваясь и остывая, въ силу своей меньшей теплопроводимости, почти вдвое медленнѣе воды, вдвое медленнѣе же отдаетъ свое тепло находящемуся въ ваннѣ субъекту. Кромѣ того, если принять во вниманіе, что въ грязевой ваннѣ, въ силу ея консистенціи, отсутствуютъ теченія, въ противоположность водяной ваннѣ, гдѣ вслѣдствіе непрерывнаго перемѣщенія водяныхъ частицъ, съ которыми приходятъ въ соприкосновеніе все новые и новые слои воды, то для насъ станетъ понятнымъ, что грязевая ванна, переносясь больнымъ лучше водяной ванны соотвѣтственной температуры, вмѣстѣ съ тѣмъ согрѣваетъ его меньше и держитъ все время подъ вліяніемъ болѣе постоянной теплоты. Затѣмъ, по изслѣдованіямъ Мочутковскаго, оказывается, чтобы достигнуть повышенія t° , какъ периферической, такъ и полостной, въ организмъ необходимо t° ванны доводить до 41,25°. Лежать въ ваннѣ своимъ больнымъ я не совѣтовалъ больше $\frac{1}{4}$ часа, а то и меньше если больная, что случалось на первыхъ порахъ, испытывала какія нибудь непріятныя ощущенія. Первое впечатлѣніе, испытываемое больной при помѣщеніи ее въ ванну, крайне непріятное и выражается ощущеніемъ также и мягкой тяжести во всѣхъ точкахъ поверхности тѣла, особливо въ лицѣ, стѣсненнымъ дыханіемъ, сердцебіеніемъ и т. д. По прошествіи минутъ 10, это чувство возбужденія укладывается, только лицо остается еще краснымъ. На ягодицахъ и бедрахъ замѣчается жженіе, распространяющееся вверхъ до спины и внизъ до конечностей. Мѣстами чувствуется зудъ. Нервное возбужденіе независимо отъ термическаго вліянія обусловливается несомнѣнно далеко не привлекательною картиною зарыванія въ ванну, чернымъ цвѣтомъ грязи и дурнымъ запахомъ ея. Но обыкновенно больныя скоро привыкаютъ къ ваннамъ, и очень часто просятъ продлить ихъ. Во время лежанія въ ваннѣ пульсъ немного учащается, иногда до 16—18 ударовъ, и это учащеніе часто продолжается еще послѣ ванны въ продолженіи часа или двухъ, т. е. во время транспираціи. То же самое могу отмѣтить относительно дыханія. Въсѣ тѣла въ большинствѣ случаевъ падаетъ, что сказывается чрезъ десятокъ, другой грязевыхъ ваннъ. Количество мочи также падало, напр., съ 2 съ лишнимъ к. с. до 1 тысячи съ лишнимъ, да оно и понятно, если принять во вниманіе то сильное потѣніе, которое продѣлываетъ больная. По изслѣдованіямъ Щербакова, количество теряемаго въ грязевой ваннѣ пота равняется обычно 4—5 фунт., въ иныхъ случаяхъ до 13 и не находится въ строгой зависимости отъ

высоты поднятія температуры послѣ ванны. Если не наблюдалось никакихъ осложнений, то обыкновенно больная принимала ванны ежедневно, но чаще всего я совѣтовалъ въ продолженіе курса леченія дѣлать передышку-отдыхъ раза 2—3 на день, на два.

Долженъ замѣтить, эффектъ ваннъ скоро сказывался въ самую благопріятную сторону. Обыкновенно послѣ 8—10 ванны больныя начинали себя чувствовать лучше, эти постоянныя спутники различныхъ сальпингитовъ, периметритовъ, боли въ поясницѣ, въ крестцѣ, въ ногахъ уменьшались. Я сказалъ, что кромѣ ваннъ больныя ходили ко мнѣ на домъ, гдѣ имъ производилось соотвѣтствующее мѣстное лѣченіе. Улучшеніе приписать исключительно ему, я не имѣю права, на томъ простомъ основаніи, что у меня всегда было на лицо сравненіе. Такъ, напр., больная, въ силу разныхъ причинъ не принимавшая ваннъ, а подвергавшаяся такому же мѣстному лѣченію, какъ и принимающая ванны, далеко не давала мнѣ такихъ отрадныхъ результатовъ, какъ первая. Въ особенности укажу на 2 случая *retroversio uteri fixata* вслѣдствіе слѣпчиваго процесса въ периметріи; долго я имъ примѣнялъ массажъ, почти безуспѣшно, наконецъ, я имъ назначилъ грязевыя ванны и вмѣстѣ съ тѣмъ продолжалъ массажъ.

Результатъ поразительный, во-первыхъ, больныя начали легко переносить массажъ, а во-вторыхъ, у одной на 12-омъ, а у другой на 15 сеансѣ, я достигъ полной подвижности матки, такъ что легко переводились въ *anteversio*, а главное всѣ симптомы со стороны мочевого пузыря и прямой кишки настолько ослабли, что только въ исключительныхъ случаяхъ давали себя чувствовать и то въ самой слабой степени. Но я лично грязевыми ваннами не заканчивалъ общее леченіе своихъ больныхъ, а назначалъ еще морскія купанья. Это я дѣлалъ съ двойной цѣлью, во-первыхъ, для возстановленія силъ больной, которая значительно падаетъ подъ вліяніемъ грунтовыхъ ваннъ, да еще такой высокой t° , а во-вторыхъ, съ профилактической цѣлью, въ виду предрасположенія къ простудѣ. Поступаю я слѣдующимъ образомъ. Больная послѣ того, какъ закончитъ грязелеченіе и если чувствуетъ себя хорошо, отдыхаетъ недѣлю или двѣ, конечно избѣгаетъ сырой погоды, одѣвается теплѣе въ особенности по вечерамъ, а затѣмъ я ей назначаю теплыя морскія ванны начиная съ 30° и чрезъ ванну понижать на 1 или 2° , т. е. по типу Цимсеновскихъ ваннъ, t° и, такимъ образомъ, дойти до 22 или 23° . а затѣмъ она переходитъ уже въ море и продолжаетъ купаться ежедневно по разу, конечно, если не бываетъ рѣзкихъ колебаній въ t° морской воды.

Такъ какъ обыкновенно это купанье начинается въ августѣ, когда поспѣваетъ виноградъ (изъ мѣстныхъ сортовъ укажу на два чудныхъ сорта, это шашла и мускатъ, вкусные, душистые, а главное дешева) то я еще назначаю при этомъ виноградъ и какъ можно больше. Однимъ словомъ сколько больная можетъ съѣсть. Силы больной скоро восстанавливаются, появляется здоровый загаръ лица отъ палящаго южнаго солнца, подъемъ духа улучшаетъ самочувствіе. Однимъ словомъ, въ такомъ заключительномъ леченіи мнѣ не приходилось раскаяваться, о чемъ я въ свое время заявилъ описывая Анапу, какъ купальный курортъ. Впрочемъ, справедливость требуетъ замѣтить, что морскія купанья въ Керчи, не могутъ быть причислены къ безупречнымъ и вотъ почему. Керченскій проливъ, какъ я уже упомянулъ, не особенно глубокий, на самомъ фарваторѣ онъ приблизительно имѣетъ около 30 футовъ и только, а въ бухтѣ и того меньше, дно же его рыхлое, состоитъ изъ илу и, кромѣ того, каменистое. Во время прибоя поэтому вода настолько взмучивается, что дѣлаетъ купанье весьма непріятнымъ, а это, къ сожалѣнію, повторяется сравнительно часто, когда начинаетъ работать сѣверо-восточный вѣтеръ, который здѣсь иногда дуетъ цѣлую недѣлю, а то и двѣ. Люди состоятельныя въ это время ѣздятъ купаться на берегъ Чернаго или Азовскаго моря; какъ то, такъ и другое расположено приблизительно отъ города Керчи въ 12—13 верстахъ. Затѣмъ въ проливѣ не всегда бываетъ вода одинаково соленая. Если теченіе работаетъ изъ Азовскаго моря, то она бываетъ менѣе соленая, чѣмъ въ томъ случаѣ, когда оно работаетъ съ Чернаго; такъ какъ вода послѣдняго солей содержитъ гораздо больше, чѣмъ Азовское море. t° воды здѣсь колеблется въ предѣлахъ 15—22 $^{\circ}$ R. Скажу, что этими недостатками мѣстнаго купанья, я не смущался въ назначеніи ихъ своимъ больнымъ, такъ какъ, если смотрѣть, что дѣйствіе морскихъ купаній складывается изъ вліянія трехъ основныхъ факторовъ: 1) температура воды, 2) движеніе ея и 3) содержащихся въ ней солей, т. е. дѣйствія термическаго, механическаго и химическаго, то всѣ эти данныя въ Керченскомъ проливѣ на лицо. Въ особенности послѣднее, такъ какъ воды Чернаго и Азовскаго морей, кромѣ NaCl содержатъ большое количество солей J и Br, въ видѣ различныхъ соединений BrNa, JNa, J₂Ca и т. д. Впрочемъ я далекъ отъ мысли считать Керчь, какъ безукоризненный купальный курортъ, а у меня, повторяю, скромная задача указать на нее, если и на не вполне удовлетворяющій всѣмъ требованіямъ гігіены лѣчебный пунктъ, но во всякомъ случаѣ заслуживающій должнаго вниманія.

Случай *extrophiae vesicae*.

Д-ра В. Ф. Недѣльскаго.

31-го октября 1901 года въ хирургическую клинику Универс. Св. Владиміра была доставлена больная мѣщанка Херсонской губ. Тираспольскаго у., одиннадцати мѣс. И. К. Послѣ врачебнаго осмотра и постановки діагноза „*ectopia vesicae urinariae*“, больная была принята въ клинику, но не для врачебнаго пособія, а для демонстраціи ея заболѣванія студентамъ. Пролежавъ въ клиникѣ нѣсколько менѣе сутокъ, больная умерла и трупъ ея былъ доставленъ въ Патолого-Анатомическій Институтъ съ запиской о нескрытіи и позволеніи оставаться матери больной при трупѣ. Осмотрѣвъ трупъ и найдя уклоненія въ мочеполовомъ аппаратѣ достойными научнаго изслѣдованія, я сказалъ матери, что такъ какъ больная пролежала въ клиникѣ менѣе сутокъ, то вскрытіе или нескрытіе зависить отъ полиціи, съ которой я вступлю въ переговоры, а за отвѣтомъ прошу прійти черезъ 2—3 часа. Пользуясь отсутствіемъ матери, я произвелъ тщательное вскрытіе, которое дало слѣдующіе результаты:

Тѣлосложеніе и питаніе удовлетворительныя, цвѣтъ кожи блѣдный, зрачки узки, слизистыя оболочки блѣдно-фіолетоваго цвѣта, грудная кѣтка правильно развита, животъ вздутъ, стѣпки его напряжены, область пупка, бѣлая линія и кольцо таза уклоненій отъ нормы не представляютъ. Тотчасъ подъ лонной дугой замѣчается шарообразная опухоль, величиной съ обыкновенный орѣхъ, довольно мягкой консистенціи розовато-фіолетоваго цвѣта; поверхность представляется какъ бы состоящей изъ различной

формы и величины нѣжно-бархатистыхъ складокъ, идущихъ въ различномъ направленіи. Въ нижней трети опухоли на растояніи нѣсколько менѣе ст. находятся два отверстія, черезъ которыя тонкій зондъ проникаетъ кверху и сзади; въ этомъ мѣстѣ замѣчаются частью фибринозно гнойныя наслойки, частью мелкозернистая масса (мочевныя соли). Опухоль, нависшая надъ окружающей кожей, образуетъ циркулярно идущую борозду; кожа *montis Veneris* спускаясь къ лонной дугѣ, образуетъ языкообразный нѣжный фартушекъ, нмѣющій у основанія 6 mm., а въ высоту 5 mm., задняя поверхность этого фартушка переходитъ въ поверхность опухоли. Въ области заднепроходнаго отверстія замѣчается колбасовидное тѣло, длиною 7 ст., идущее слѣва направо книзу и кзади, образуя своей средней частью выпуклость, обращенную вправо. Толщина этого тѣла у заднепроходнаго отверстія, т. е. у основанія, равняется 3 ст., а затѣмъ, постепенно уменьшаясь, на верхушкѣ достигаетъ нѣсколько менѣе $1\frac{1}{2}$ ст.; здѣсь замѣчается щелеобразное отверстіе, смотрящее влѣво и нѣсколько впередъ и ведущее въ каналъ, свободно пропускающій обыкновенный карандашъ. Все это тѣло скручено вокругъ продольной оси, на задне-лѣвой сторонѣ заключаются нѣсколько бороздъ, не переходящихъ на переднюю. Вся задняя и передняя поверхность этого тѣла на протяженіи 3 ст. покрыта слизистой оболочкой сѣровато-фіолетоваго цвѣта, а въ остальныхъ мѣстахъ замѣчаются частью обрывки подслизистой ткани, частью мышечная ткань; здѣсь замѣчаются фибринозно-гнойныя наслойки. Между этимъ тѣломъ и вышеописанной опухолью находится кожный мостикъ шириной въ $\frac{1}{2}$ ст., соотвѣтствующій промежности.

Попытки вправить это тѣло или нѣсколько болѣе его вытянуть наружу не увѣнчались успѣхомъ, въ то время какъ вправление опухоли подъ лонную дугу удалось сдѣлать легко, причемъ получилась полость, задняя, верхняя и боковыя стѣнки которой были образованы поверхностью вышеописанной опухоли, а края—сверху нѣжный фартушекъ, съ боковъ кожные валики—большія губы, переходящія въ верхней трети непосредственно въ стѣнку полости, а въ двухъ нижнихъ третяхъ образующія нѣжныя складки; малыя губы—блѣдно-фіолетоваго цвѣта, внутренняя поверхность которыхъ переходитъ въ стѣнки полости; эти складки посерединѣ раздѣлены неглубокой бороздой на равныя части на одинаковой высотѣ. Ни кожные валики, ни складки внизу не соединены между собою и

здѣсь образуютъ боковыя стѣнки борозды, дномъ которой служить кожный мостикъ—промежность; мостикъ этотъ, переходя въ полость, образуетъ нѣжную фіолетоваго цвѣта поперечную складку, которая своими концами сливается съ нижними концами малыхъ губъ, а основаніемъ переходитъ въ нижнюю стѣнку сплюснутой въ передне-заднемъ направленіи канала, въ который проникаетъ тонкій зондъ на незначительную глубину кверху и кзади; верхняя стѣнка этого канала образуется нижней стѣнкой вышеописанной полости. Нижняя часть кожныхъ валиковъ—большихъ губъ—представляетъ экскоріаціи; справа отъ нижняго конца большой губы идетъ борозда, почти въ перпендикулярномъ направленіи къ паховому сгибу, гдѣ и оканчивается. Отъ кожного мостика-промежности—къ основанію колбасовиднаго тѣла тянется нѣжная небольшая фіолетоваго цвѣта складка.

При вскрытіи брюшной и грудной полости уклоненій отъ нормы въ анатомическомъ расположеніи органовъ не замѣчается. Прямыя мышцы имѣютъ свое прикрѣпленіе на нормальномъ мѣстѣ, но нѣсколько толще, чѣмъ это обыкновенно наблюдаются; дефектовъ въ тазовыхъ костяхъ и въ лонномъ сращеніи нѣтъ; паріетальная и висцеральная брюшина инъекцирована, мутна, *lig. lat.* хорошо выражены, *lig. medium* тянется въ видѣ тонкаго фибрознаго тяжа къ верхушкѣ пузыря и на поперечныхъ разрѣзахъ нигдѣ не имѣетъ полости; кишки вздуты, причемъ нѣсколько петель тонкихъ помѣщаются въ тазу, гдѣ находится небольшое количество жидкаго гноя, къ которому въ заднемъ Дугласовомъ пространствѣ примѣшиваются клочки фибрина. Положеніе, форма и величина яичниковъ, трубъ, матки и пузыря, круглыхъ и широкихъ связокъ уклоненій отъ нормы не представляютъ. Высота діафрагмы—4-е ребро съ той и другой стороны. Селезенка нѣсколько увеличена въ объемѣ, капсула ея мутна, не морщится, перекладки не вполне ясны, мякоть рыхла, цвѣтъ ея сѣровато-фіолетовый. Печень приблизительно нормальной величины, дольки не вполне ясны, кровонаполненіе умѣренное, цвѣтъ сѣровато-красный. Желчный пузырь, поджелудочная желѣза и слизистая оболочка желудочно-кишечнаго тракта безъ измѣненій. Почки не увеличены въ объемѣ, причемъ правая нѣсколько больше лѣвой; капсула снимается легко, поверхность гладка и на ней ясно замѣтны звѣздчатыя вены, корка не широка, цвѣтъ ея сѣровато-фіолетовый, а пирамидъ—темно-фіолетовый. Ло-

ханка, тазъ и мочеточники безъ измѣненія. Легкія свободны отъ сращеній, въ плевральныхъ полостяхъ и около-сердечной сумкѣ ничтожное количество серозной жидкости; ткань легкихъ отечна. Сердце нормальной величины, слабо сокращено. Ни въ предсердіяхъ, ни въ желудочкахъ, ни въ сосудахъ измѣненій нѣтъ, мышца сѣровато-краснаго цвѣта, мутновата.

Патолого-анатомическій діагнозъ: *Inversio vesicae urinae et prolapsus recti et inflammatio eorum purulenta, peritonitis purulenta, degeneratio hepatis, renum et musculi cordis parénchymatosa, hyperplasia lienis et oedema pulmonum.* Тазъ съ мочеполовыми органами вырѣзанъ и сохраненъ въ консервирующей жидкости для дальнѣйшаго изслѣдованія, а трупъ тщательно и своеобразно на этотъ разъ зашитъ. Обстоятельное изслѣдованіе полученнаго препарата показало, что мы имѣемъ дѣло при правильно развитыхъ половыхъ органахъ съ патологіей мочеиспускательнаго канала, а именно съ полнымъ его отсутствіемъ. На первый разъ можетъ показаться, что діагностика „*ectopia vesicae urinae*“ правильна, на самомъ же дѣлѣ оказывается, что подъ *ectopiae* разумѣютъ выпячиваніе цѣлаго пузыря сквозь дефектъ, образованный несоединившимися между собою прямыхъ мышцъ. *Extrophia* также сюда не подходитъ, ибо для нея требуется дефектъ въ нижней части прямыхъ мышцъ иногда съ расщепленіемъ таза и выпаденіе задней стѣнки мочевого пузыря. Ни *epispadia*, ни *hypospadia* къ нашему случаю не подходятъ такъ какъ для того и другого требуется присутствіе хотя бы остатковъ мочеиспускательнаго канала. Нашъ случай представляется тѣмъ болѣе интереснымъ, что при нормальномъ состояніи половыхъ органовъ, уклоненія замѣчаются лишь со стороны мочеиспускательнаго канала. Просматривая литературу, относящуюся къ аномаліямъ мочевого аппарата, я нигдѣ не встрѣтилъ описанія подобнаго случая. а слѣдовательно и не могъ найти объясненія его. Какъ при всѣхъ аномаліяхъ развитія, такъ и въ нашемъ случаѣ, мы должны прибѣгнуть къ эмбриологіи.

Для точнаго опредѣленія отношенія тазовыхъ органовъ другъ къ другу и окружающихъ частяхъ, а, главнымъ образомъ, съ цѣлью опредѣленія, имѣется ли мочеиспускательный каналъ или какія-либо его части, я счелъ нужнымъ срисовать предварительно препаратъ въ 2-хъ видахъ (съ выворотомъ пузыря и послѣ выправленія). разрѣзать препаратъ въ продольномъ направленіи по плоскости, про-

ходящей черезъ середину лоннаго соединенія, средину матки, влагалище, толстой кишки и крестцовую кость, и получилъ слѣдующую вполне ясную картину: симфизисъ носить ясный лигаментозно-хрящеватый характеръ; *mons Veneris*, спустившись подъ лонную дугу, образуетъ нѣжную пластинку, задняя поверхность которой переходитъ въ небольшое тѣльце, сливающееся со слизистой оболочкой мочевого пузыря. Эта пластинка и тѣльце представляютъ собою атрофированные *praeputium* и клиторъ. Стѣнки пузыря, имѣя въ различныхъ мѣстахъ неодинаковую толщину, изъ подъ лонной дуги направляются кверху и къзади, и образуя нѣсколько выше лонной дуги выпуклость, направляются книзу и кпереди, гдѣ, не дойдя одного *cm.* до кожи промежности, дѣлаютъ уступъ, а затѣмъ переходятъ въ нѣжную пластинку длиною въ 4 *mm.*; эта пластинка составляетъ часть верхней стѣны уплощеннаго въ передне-заднемъ направленіи канала. Передъ входомъ въ этотъ послѣдній находится нѣжная поперечная складка, переходящая своими концами въ нижней части малыхъ губъ. Разсматривая этотъ каналъ, имѣющій протяженіе болѣе *cm.*, мы видимъ, что на внутренней поверхности его находятся хорошо выраженные поперечныя складки, а приблизительно на срединѣ его имѣется довольно глубоко-циркулярная борозда; каналъ, идя кверху и къзади, образуетъ какъ бы два слѣпыхъ мѣшка, раздѣленныхъ между собою коническимъ тѣломъ, которое, имѣя свой каналъ и полость, направляется сначала кверху и къзади, а затѣмъ кпереди. Описанный каналъ есть влагалище, складки передъ входомъ—*hymen*, а коническое тѣло, раздѣляющее влагалище, есть шейка матки. Матка прилегаетъ къ задней стѣнкѣ пузыря, длинна ея съ шейкой равняется 2,5 *cm.* Между брюшиной и внутренней поверхностью *symphysis* находится довольно значительный слой клетчатки, количество которой уменьшается въ направленіи къ верхушкѣ пузыря; здѣсь брюшина крѣпко спаяна со стѣнками, переходитъ на заднюю стѣнку, выстилаетъ переднее Дугласово пространство, а затѣмъ, покрывши заднюю стѣнку матки, спускается черезъ отверстіе *ani*, выстилая каналъ, въ которомъ находится *S. R.* Каналъ этотъ состоитъ изъ 2-хъ частей: одна длиною въ 6 *cm.* находится въ полости таза, другая въ 8 *cm.* снаружи. Первая часть выстилается брюшиной задняго Дугласова пространства, вторая—серозой прямой кишки. Помѣщающаяся въ этомъ каналѣ *S. R.* имѣетъ длинную брызжейку, при помощи которой она прикрѣплена

нѣсколько влѣво отъ средней линіи крестцовой кости. Между серозой S. R., брюшиной задняго Дугласова пространства и серозой гесті, покрытыхъ фибринозно-гнойными наслойками, находится узкое пространство, гдѣ замѣчается небольшое количество гноя. Стѣнка выпавшей гесті въ одномъ мѣстѣ состоитъ лишь изъ серозы. Полость S. R. представляется въ формѣ узкой щели; слизистая оболочка ея въ верхнемъ отдѣлѣ малокровна, въ нижнемъ набухша, рѣзко гиперемирована.

Изъ даннаго описанія видно, что имѣемъ дѣло, съ одной стороны, съ выпаденіемъ прямой кишки и S. R., съ другой, съ выпаденіемъ пузыря изъ подъ лонной дуги въ широкій *sinus urogenitalis*.

Теперь естественно возникаетъ вопросъ, имѣемъ ли мы дѣло съ аномаліей развитія мочеиспускательнаго канала, т. е. съ полнымъ необразованиемъ, или же съ патологическимъ процессомъ? Для аномаліи развитія я не нахожу данныхъ, ибо изъ эмбриологін мы знаемъ, что уретра образуется благодаря тому, что вмѣстѣ съ опущеніемъ полового канатика опускается также перегородка между нимъ и мочевымъ пузыремъ. По мѣрѣ роста этой перегородки книзу, оттягивается также внизъ отверстіе мочевого пузыря, т. е. устье аллантоиса—*s. urogenitalis*, пока оно не достигнетъ того мѣста преддверія, гдѣ мы находимъ его при нормальныхъ условіяхъ у зрѣлаго плода. Разъ этого нѣтъ, то не опусканіемъ этой перегородки должна была бы развиться аномалія и со стороны влагалища, чего въ нашемъ случаѣ не имѣемъ, ибо влагалищный каналъ вполне хорошо развитъ. Такъ какъ въ нашемъ случаѣ мы имѣемъ по краямъ отверстіе, черезъ которое выпалъ пузырь, въ верху *praerutium*, клиторъ по бокамъ малыя губы, а внизу верхнюю стѣнку влагалища и остатки *hymen*, то мы въ правѣ думать, что уретра была правильно образована, но широко и со слабо развитымъ сфинктеромъ, и выпавшій черезъ нее мочевой пузырь своимъ давленіемъ еще больше расширилъ это отверстіе и вызвалъ атрофію стѣнокъ мочеиспускательнаго канала. На слабое развитіе сфинктеровъ указываетъ выпаденіе толстыхъ кишекъ и слабо выраженный выворотъ влагалищнаго канала.

Обращаясь къ литературѣ аномалій развитія мочевого аппарата, т. е. къ описаннымъ случаямъ *ectopiae*, *extrophiae*, *epispadiae*, *hypospodiae* и отсутствія уретры, я нигдѣ не нашелъ не только та-

кого случая, но даже подобнаго. Всѣ эти естѣія мы исключаемъ, ибо для 1-й требуется выпаденіе закрытаго пузыря черезъ дефектъ въ брюшныхъ стѣнкахъ, образованныхъ не соединеніемъ ихъ. Для 2-й такой же дефектъ въ стѣнкѣ живота и расщепленія стѣнокъ пузыря; для *epispadii* и *hypospadii*—присутствіе хотя бы остатковъ стѣнокъ мочеиспускательнаго канала. Остается, такимъ образомъ, одна категорія заболѣванія, куда долженъ быть отнесенъ нашъ случай, т. е. категорія отсутствія уретры. Въ эту послѣднюю категорію должно относить какъ случаи аномаліи развитія, такъ и патологическое ея происхожденіе. Къ этому послѣднему я и отношу мой случай и считаю его за *unicum*.

Что касается причинъ, вызвавшихъ это выпаденіе, то онѣ скрываются въ внутрибрюшномъ давленіи внутриутробнаго младенца, и въ усиленномъ давленіи брюшнаго пресса, стѣнка котораго, какъ я указалъ при наружномъ осмотрѣ, гипертрофирована.

Случай беременности въ uterus septus при одной шейкѣ и нераздѣленномъ рукавѣ.

Д-ра С. В. Выховскаго.

14 января 1902 г. ко мнѣ была направлена больная, 18 лѣтъ (дѣвица), съ жалобами на то, что послѣ менорас'ы въ 2½ мѣсяца, крови снова появились 1½ мѣсяца тому назадъ, показываясь все это время понемногу, почти ежедневно; кромѣ того, она испытываетъ жестокиа боли внизу живота справа.

Съ 12 лѣтъ менструировала всегда черезъ каждые 4 недѣли по 7 дней, безъ боли, въ большомъ количествѣ крови. 2 года тому назадъ появились справа внизу живота боли, которыя усиливались „до“ и „во-время“ менструацій. Увеличеніе живота замѣтила около 2 мѣсяцевъ тому назадъ.

Изслѣдованіе: черезъ напряженные брюшные покровы прощупывается въ правой половинѣ живота опухоль, величиною почти въ голову взрослоаго человѣка, ясно кистозной консистенціи, исходящая изъ тазовой полости по направленію къ брюшной, гдѣ верхняя ея граница находится на 1½ пальца выше уровня пупочной линіи; справа опухоль можетъ быть сдвинута влѣво, но вслѣдъ за этимъ тотчасъ возвращается въ прежнее положеніе.

Цвѣтъ покрова влагалища нѣсколько ярче обыкновеннаго, гнойвидныа бѣли — въ большомъ количествѣ; шейка не представляетъ измѣненій ни по консистенціи, ни по величинѣ, ни по цвѣту, лишь зѣвъ окруженъ эрозіей, непосредственное продолженіе ея представляетъ ретровертированная матка, отклоненная влѣво, нормальной консистенціи, нѣсколько большихъ размѣровъ, чѣмъ въ нормѣ

(приблизительно—какъ въ 1 мѣсяцъ беременности); дно матки простирается непосредственно косо вправо и вверхъ; вещество указанной опухоли, имѣющей овальную форму, величиною въ человѣческую голову, ясно кистозной консистенціи; такимъ образомъ, эта опухоль виѣстѣ съ маткой представляетъ, какъ бы, одно цѣлое, никакихъ границъ при переходѣ одной въ другую не замѣчается. разница лишь въ консистенціи ихъ обѣихъ (при передвиженіи опухоли справа налѣво, матка движется, хотя и ограниченно, въ противоположную сторону); своды не изглажены, біенія сосудовъ не отмѣчается; черезъ своды нижній сегментъ опухоли не достигается. придатки не ощупываются; отхожденія правой круглой маточной связки опредѣлить было невозможно. Груды не измѣнены, лишь окраска около-сосковыхъ кружковъ болѣе интенсивна. При перкуссии. тупой звукъ соотвѣтствуетъ расположенію опухоли. Аускультация даетъ отрицательные результаты. Изслѣдованіе per rectum къ полученнымъ уже результатамъ ничего не прибавляетъ.

Въ виду обильныхъ бѣлей, назначены спринцеванія. Черезъ 3 дня у больной появилось кровоотдѣленіе изъ полового канала, длившееся съ промежутками 4 дня.

Изслѣдуя больную черезъ 2½ нед. послѣ того, я не нашелъ никакихъ перемѣнъ—ни относительно положенія опухоли, ни въ ея размѣрахъ, лишь бѣлы за это время исчезли.

Распознаваніе этого случая представлялось въ высшей степени затруднительнымъ. При изслѣдованіи, первой мыслью было, что описанная опухоль есть—киста. Но расположеніе ея, не соотвѣтствующее никакому анатомическому положенію, занимаемому обыкновенно разнаго рода кистами, и слишкомъ тѣсная связь съ маткой говорили противъ этого предположенія.

Подозрѣнія на беременность въ двурогой маткѣ здѣсь не могло быть потому, что обыкновенно въ этихъ случаяхъ замѣчается сѣдлообразное углубленіе въ днѣ, чего не было.

На внѣматочную (трубную) беременность это тоже не похоже: 1) въ силу описаннаго положенія опухоли, 2) неощупыванія въ ея полости какого-либо плотнаго тѣла (плода!), 3) въ случаѣ внѣматочной беременности—опухоль была бы нѣсколько подвижна относительно матки, замѣчался бы переходъ одной въ другую въ видѣ ножки, перехвата, углубленія, желоба и т. п.

Наконецъ, при срокѣ беременности (все равно маточной или трубной) болѣе 4 мѣсяцевъ, были бы уже какіе-либо признаки и явленія, свойственныя этому состоянію, чего также не замѣчалось. Да при томъ кровоотдѣленія, на которыя больная жало-

валась, а мы видѣли одинъ разъ въ теченіе 4 дней, тоже затемняло выясненіе вопроса.

Оставалось предположить, что въ данномъ случаѣ имѣется либо киста, тѣсно сросшаяся съ маткой, однако странно расположенная, либо, вѣрнѣе, интерстиціальная (маточно-трубная) беременность. Зондировать же считалъ, во всякомъ случаѣ, непозволительнымъ.

Тяжелое состояніе больной, въ виду испытываемыхъ ею сильныхъ болей, требовало, во всякомъ случаѣ, помощи, и потому 17-го февраля она была подвергнута операциі—чревосѣченію.

(Консультировавшій со мною мой братъ, докторъ Г. Б. Быховскій, считалъ эту опухоль не кистой, а какой-либо другою).

Операция. По вскрытіи брюшной полости разрѣзомъ по l. alba, начатомъ на 2 пальца выше пупка и недоведенномъ на 2 пальца до лобка, сальникъ отодвинуть и въ брюшной ранѣ показался сегментъ опухоли. Последняя имѣетъ гладкую поверхность темно-красно-фіолетоваго цвѣта съ сильно развитою сѣтью мелкихъ сосудовъ. Выведенная на половину черезъ рану наружу, она при осмотрѣ, представляла собою образованіе, исходящее справа изъ вещества самой матки, а именно: вся опухоль, величиною въ чело-вѣческую голову, лѣвой (меньшей) своей частью въ общемъ полу-грушевидна, тогда какъ правая, бѣльшая, овондообразна по направленію вправо и вверхъ. Консистенція этой послѣдней ясно кистозная, на ней замѣчается флюктуація и баллапсированіе какого-то тѣла, ясно напоминающаго собою 4-хъ-мѣсячнаго плода, свободно плавающаго въ окоплодной жидкости. Сразу казалось, что это плодово-мѣстилице представляетъ собою внѣматочную беременность, интерстиціально-трубную, правостороннюю; однако слишкомъ тѣсная связь опухоли съ маткой заставила отклонить это предположеніе; при болѣе тщательномъ осмотрѣ можно было тогда констатировать правую Фаллопиеву трубу, нормальною по длинѣ, отходящую около дна матки, лишь гиперемированной; отхожденія правой круглой связки не удалось прослѣдить. Лѣвая половина изъ описываемой опухоли представляетъ собою непосредственное продолженіе правой, безъ какихъ-либо, ясно выраженныхъ, границъ, переходитъ въ над-влагалищную часть и шейку, по консистенціи она мясиста, по величинѣ соответствуетъ маткѣ 4-хъ недѣль беременности; тутъ же видна и труба, отходящая изъ лѣваго угла матки.

Такимъ образомъ стало ясно, что намъ представился случай беременности при такомъ пороцѣ развитія матки, когда послѣдняя состоитъ изъ двухъ половинъ, имѣющихъ одну общую шейку.

Есть-ли это *uterus septus* или *bicornis unicorporeus*? Выяснить *sub operatione* было, конечно, невозможно. Беременность, очевидно, развилась въ правой половинѣ. Упомянутая въ исторіи болѣзни менструація, которую мы наблюдали у больной, происходила, нужно полагать, изъ лѣвой половины матки. Казалось вѣроятнымъ, что вмѣщающая въ себѣ плодъ правая половина матки не представляетъ собою замкнутого книзу мѣшка, а открывается въ общій каналъ шейки. Хотя этотъ вопросъ безъ зондированія не могъ быть рѣшенъ съ увѣренностью, но вскрыть тутъ-же плодовместилище, т. е. беременную половину матки и слѣдовательно, прервать беременность—не было (строгихъ) показаній. Въ виду этого, вся матка опущена обратно на свое мѣсто и брюшная полость закрыта швами.

Въ *послѣоперационномъ періодѣ* t^0 и пульсъ нормаленъ. На слѣдующій день появились боли въ животѣ, то усиливавшіяся, то ослабѣвавшія. Въ 1-й день была 4 раза рвота, затѣмъ повторялась отрыжка и икота. Со 2-го дня появились изъ влагалища обильныя гноевидныя отдѣленія. Въ слѣдующіе 3 дня боли ослабѣли. На 4-е сутки очищенъ кишечникъ. Швы сняты на 8-й день. Съ 6-го дня снова усилились боли въ животѣ, не уступая никакимъ наркотическимъ. Съ этого времени больная стала чувствовать изрѣдка слабыя движенія плода.

Повторныя вагинальныя изслѣдованія показали, что шейка постепенно разрыхляется, нижній сегментъ опухоли истончается, выпячивая правый сводъ, предлежитъ высоко-баллаксирующая головка. Повидимому готовится произвольный выкидышъ.

При нормальной t^0 съ 14-го дня послѣ операціи, пульсъ сталъ замѣтно учащаться и ослабѣвать до 100 ударовъ въ минуту. Боли очень сильны, временами схваткообразнаго характера. *Habitus* больной рѣзко измѣнился къ худшему.

Вопросъ о томъ, есть-ли здѣсь *uterus bicornis unicorporeus* или *septus*?—все же не могъ быть рѣшенъ, равно какъ, если это— „двураздѣльная“ матка (*uterus septus*), то гдѣ помѣщается перегородка, т. е., другими словами, имѣетъ ли беременная половина матки сообщеніе съ каналомъ общей шейки, или же ея полость сообщается съ полостью небеременной половины матки *сверху*—у дна, а перегородка раздѣляетъ ее вплоть до внутренняго устья, образуя, такимъ образомъ, замкнутый книзу мѣшокъ?—Въ первомъ случаѣ, если плодовместилище имѣетъ сообщеніе съ каналомъ шейки, роды могутъ быть предоставлены естественному теченію и закончиться *per vias naturales*. Если же этого сообщенія нѣтъ, то случай долженъ быть уподобленъ вѣматочной беременности и

пособіе должно быть подано путемъ чревосѣченія (gesp. Кесарское сѣченіе).

Я лично склонялся въ пользу перваго предположенія и потому считалъ нужнымъ относиться выжидательно, будучи на всякій случай готовымъ и къ производству вторичной laparotomi'i, если бы оказалось дѣйствительнымъ второе предположеніе. Все же было желательно поконсультировать, на что любезно изъяснилъ согласіе проф. А. А. Муратовъ (за что я приношу ему сердечную благодарность).

Проф. Муратовъ вполне согласился какъ съ нарисованными выше моими діагностическими соображеніями, такъ и относительно дальнѣйшей терапіи.

Съ 16-го дня послѣ операціи у больной начинается рвота, замѣчается развитіе геморрагическаго нефрита: при маломъ суточномъ количествѣ—около 200 к. с. моча кроваво-краснаго цвѣта, уд. в. 1015, бѣлокъ $\frac{1}{2}$ pro mille, въ осадкѣ—цилиндронды, красные кровянные шарики, кристаллы солей встрѣчаются рѣдко. При этомъ, при нормальной t^0 —пульсъ малого наполненія 110—120.—Назначена молочная діета, Coffein. Natro-berzoicum, inf. Digitalis, Tanninum съ жинниномъ.

Въ виду появившагося поноса по 8—10 разъ въ сутки, назначено: Magist. bismuth., opium, tannigen.

Боли очень сильны, временами схваткообразнаго характера. Пульсъ—все чаще, доходитъ до 130 при нормальной t^0 . Рвота повторяется—иногда съ примѣсью крови. Состояніе почекъ—по прежнему. Назначены горячіе влагаліищныя души и тампоція влагаліища стерилизованной марли; *(при чемъ больная сама вытаскивала тампоны и неоднократно проникала пальцемъ во влагаліище!)* Исслѣдованіе черезъ 3 дня показало, что нижній сегментъ матки истонченъ, растянутъ, рѣзко выпячиваетъ влагаліищный сводъ, предлежитъ баллазирующая головка, шейка сглаживается, размячена, каналъ съ трудомъ пропускаетъ палецъ, коимъ констатирована чрезвычайная плотность оболочекъ плоднаго пузыря, замѣчается отслоеніе ихъ отъ нижняго сегмента; въ виду этого пузырь вскрытъ, вышло много водъ, при чемъ высота дна матки справа опустилась до уровня пупочной линіи.

Спустя 14 часовъ, боли приняли потужной характеръ, выпала правая ручка, t^0 повысилась до 39,7 при пульсѣ 165, съ трудомъ сосчитываемомъ; въ виду этого отверстіе сглаженной шейки насильственно растянута до 4 пальцевъ, съ трудомъ захваченъ тазикъ, (ножки были вытянуты вдоль туловища), за который косо-лежа-

цій плодикъ и извлеченъ. Младенецъ соотвѣтствовалъ 5-ти мѣс. послѣ рожденія дышалъ нѣсколько минутъ. Послѣдъ выдѣлился произвольно черезъ 1½ часа. Кровотеченія не было. При хорошо сокращенной маткѣ, мѣста перехода дна одной половины матки въ другую *per abdomen* все же нельзя было опредѣлить.

Полость матки (правой! въ лѣвую проникнуть было невозможно!) промыта 1% растворомъ лизола. Подъ кожу влито 300 к. ц. физиологическаго раствора NaCl. Черезъ 10 мин. послѣ этого—потрясающій ознобъ. Т° въ тотъ же день понизилась до 36,4 пре пульсъ 110.

2-й д.—послѣ родовъ: т° 36—36,7 п. 108—120; поносъ участился.

3-й д.—т° 36,6—37,4 п. 110—120. Поносъ (подъ вліяніемъ терапіи) рѣже, мочи больше, примѣсь крови въ ней еще есть. С. стороны половой сферы ничего ненормальнаго не замѣчается.

4-й д. т° 37—37,1 п. 108—124. Боли въ животѣ, поноса нѣтъ.

5-й д.—т° 37,6—38,5 п. 120—124. Боли въ животѣ усилились. Съ лохіями выдѣлился небольшой кусочекъ децидуальной ткани. При внутреннемъ изслѣдованіи: шейка укорочена, отверстіе ея широко зіяетъ, изъ канала шейки тотчасъ за внутреннемъ устьемъ палецъ проникаетъ въ двѣ полости (правую—большую и лѣвую—меньшую!) раздѣленные плотной, значительно утолщающейся по направленію дну, перегородкой. Изъ лѣвой полости пальцемъ удаленъ децидуальный мѣшокъ, представляющій собою слѣпокъ этой полости съ однимъ (меньшимъ) отверстіемъ, соотвѣтственно отхожденію трубы, и другимъ—(большимъ)—каналу.—Обѣ полости промыты 1% растворомъ лизола.

6-й д.—т° 37,9—38,5 п. 136—120. Появились грязныя съ запахомъ отдѣленія, на стѣнкахъ влагалища и на шейкѣ—палеты. Назначено: тампонація влагалища стерилизов. ксероформ. марли съ предварительнымъ вливаніемъ іодоформъ-глицериновой эмульсіи 2 раза въ день.

7-й д.—т° 39,2—38° п. 120.

8-й д.—т° 39°—38,8 п. 120—110.

9-й д.—т° 38,4—39,5 п. 110—120. Тампонація влагалища отмѣнена образованіемъ свѣжихъ раневыхъ поверхностей. Взамѣнъ этого—спринцованія лизолемъ 4 раза въ день. Поносъ прекратился. Мочи достаточно.

10-й д.—т° 38,5—39,2 п. 100—120.

11-й д.—т° 37,4—39,4 п. 100—110. Запахъ въ отдѣленіяхъ исчезъ.

12-й д.—т° 37,8—39. п. 100—110.

13-й д.—t° 36,4—37 п. 84.

14-й и 15-й д.—t° нормальна, п. 76—84. Жалобъ никакихъ.

16-й д.—t° 37,2—37,9 п. около 90. Жалуется на боли въ брюшной стѣнки, гдѣ рубецъ.

17-й д.—t° 37,2—38,4 п. такой-же. Боли постоянны, въ нижней части рубца.

18-й д.—t° 37,1—37,9 Тоже самое.

19-й д.—t° 36,8—38,5. —

20-й д.—t° 37,5—38,5. --

21-й д.—t° 37,6—39,2, п. 84—120. Боли такъ же очень сильны.

Изслѣдованіе: брюшная стѣнка въ нижней $\frac{1}{2}$ рубца плотна, чувствительна; при двуручномъ изслѣдованіи: шейка переходитъ, какъ бы въ 2 тѣсно соединенныя между собою тѣла,—влѣво—ретровертированная матка, вправо,—не ясно контурируемая, другая половина ея съ рѣзкимъ угломъ антефлексіи. такъ что получается впечатлѣніе, точно дно загибается языкообразно. Консистенція вездѣ одинаковая. Чувствительности особенной нѣтъ.

22-й д.—t° 38,7—39,6 п. такой же, какъ и вчера.

23-й д.—t° 37,9—38,9 п. 120—104. Кожа внизу живота въ области рубца нѣсколько выпячена, здѣсь ясно чувствуется флюктуация: абсцессъ вскрытъ, выпущено стакана $1\frac{1}{2}$ зеленоватаго гноя, съ примѣсью 2—3 лигатуръ. При вставленіи дренажа въ полость гнойника, дренажъ направился глубоко внизъ. Повидимому, нагноились лигатуры, образовавъ „затечный абсцессъ“ въ области брюшной стѣнки.

Съ этихъ поръ больная стала поправляться.

По поводу этого случая я задаюсь вопросомъ: было-ли основаніе, въ виду неопредѣленности діагноза, прибѣгнуть къ чревосѣченію?

Я думаю, что въ виду тяжелаго состоянія больной и наличности какой-то кистозной опухоли, представляющей, возможно, и интерстиціальную беременность,—я имѣлъ на это полное основаніе. Хотя вскрытіе брюшной полости сопряжено съ большой опасностью для больной, но, при современной асептической обстановкѣ этой операціи, прежній страхъ предъ нею почти совершенно исчезъ,—и во всѣхъ руководствахъ мы находимъ главу о „пробномъ чревосѣченіи съ діагностическою цѣлью“.

На невозможность постановки діагноза даннаго случая я указалъ выше, при описаніи изслѣдованія и распознаванія. Зная уже теперь, что въ данномъ случаѣ мы имѣли предъ собой случай беременности на 5-мъ мѣсяцѣ при uterus septus въ правой ея поло-

винѣ, я этому не удивляюсь послѣ того, какъ поинтересовался ознакомиться съ относящейся сюда, доступной мнѣ, литературой. Такъ, Ahlfeld въ своемъ руководствѣ по акушерству на стр. 28 говоритъ по поводу аномалій *uterus septus* и *uterus bicornis* слѣдующее: „распознаваніе можетъ представлять большія затрудненія. Намъ скорѣе прійдетъ въ голову *graviditas tubaria*, нежели беременность въ рудиментарномъ рогѣ“... и далѣе: „такъ какъ въ этихъ случаяхъ исходъ предвидится почти тотъ же, что и при трубной беременности, а именно грозитъ разрывъ недостаточно развитой половины матки, то надо дѣйствовать, какъ при *graviditas tubaria* и своевременно удалить плодный мѣшокъ“.

Толочиновъ („Акушерство“), описывая возможности беременности при подобныхъ уродствахъ матки, о распознаваніи не говоритъ ничего. Лишь на стр. 479 онъ выражается довольно глухо: „незанятая беременностью половина двурогой матки иногда такъ разрастается во время беременности, что ее можно легко смѣшать съ опухолью, загромождающей тазовой каналъ“.

Славянскій („Частная патологія и терапія женскихъ болѣзней“) на стр. 372 говоритъ объ этомъ слѣдующее: „такъ какъ при наружно-внутреннемъ гинекологическомъ изслѣдованіи тѣло двуполостной матки ничѣмъ не отличается отъ слегка увеличеннаго тѣла вполне нормально развитой матки, то опредѣленіе даннаго порока развитія бываетъ большею частью случайное. *Sub graviditate* опредѣленіе двуполостности матки представляется весьма труднымъ, такъ какъ вторая полость, значительно растянутая въ своихъ размѣрахъ, плотно прилегаетъ къ увеличенной половинѣ, а введеніе зонда во время беременности—противопоказывается“.

Spiegelberg („Акушерство“) на стр. 287 выражается очень ясно: „наружное изслѣдованіе даетъ удовлетворительные результаты главнымъ образомъ только при удвоеніяхъ въ формѣ роговъ, для *uterus* же *septus* оно непригодно“.

Pozzi (въ своемъ „руководствѣ по гинекологіи“) въ отдѣлѣ „эктопическая беременность“ на стр. 910 говоритъ такъ: „иногда бываетъ трудно, даже при вскрытіи, разобрать въ трубѣ-ли (межуточная форма) развился плодный мѣшокъ, или въ рудиментарномъ рогѣ матки. Тѣмъ болѣе становится понятнымъ, что распознаваніе при жизни—невозможно“.

Какъ бы въ подтвержденіе этого, Снегиревъ („Маточныя кровотечения“ 3-е изд. стр. 738—742) описываетъ случай, гдѣ къ нему обратилась больная съ жалобами на 11-ти мѣсячное отсутствіе регуль и опухоль въ животѣ. На 5-мъ мѣсяцѣ ясно ощущались дви-

женія плода, и беременность протекла правильно до срока родовъ: съ началомъ родовыхъ болей она поступила въ родовспомогательное заведеніе, гдѣ схваткообразныя жестокия боли у нея длились 10 дней, а затѣмъ стихли совсѣмъ. Опухоль послѣ того немного уменьшилась. Въ такомъ состояніи больная была направлена въ Москву въ клинику.

Проф. Снегиревъ ставилъ дифференціальный діагнозъ между трубно-брюшной беременностью и маточной, осложненной какой-то опухолью. Больная была подвергнута пробному чревосѣченію. ... „и по вскрытіи брюшины, наша діагностика неподвинулась впередъ“, говоритъ проф. Снегиревъ: „была ли эта опухоль - беременная матка, или это была беременность, осложненная опухолью, или это была злокачественно - перерожденная фиброма, — оставалось невыясненнымъ“. Тогда Снегиревъ рѣшилъ удалить всю опухоль по Douen'у. „Даже послѣ вырѣзанія опухоли“, говоритъ дальше Снегиревъ, „послѣ осмотра ея на столѣ, діагностика оставалась сомнительной“. По вскрытіи опухоли, оказалось, что одна половина ея представляла матку, полость которой сообщалась съ каналомъ шейки, во второй же половинѣ опухоли оказалась замкнутая полость, не имѣвшая сообщенія ни съ полостью матки, ни съ влагалищемъ, и въ этомъ замкнутомъ мѣстѣ оказался доношенный младенецъ, вѣсомъ 2970 граммъ. „Такимъ образомъ“, говоритъ Снегиревъ, „мы имѣли дѣло съ беременностію въ зачаточномъ лѣвомъ рогѣ матки“.

Проф. Муратовъ въ своихъ „Очеркахъ клиническихъ наблюденій надъ внѣматочной беременностью“ на стр. 58, сообщаетъ о слѣдующемъ случаѣ. Онъ былъ приглашенъ докторомъ Якубовскимъ къ одной больной, у которой предполагалась внѣматочная беременность. Проф. Муратовъ былъ совершенно согласенъ во мнѣніи съ д-ромъ Якубовскимъ какъ относительно діагноза, такъ и хирургическаго вмѣшательства — чревосѣченія — для прекращенія внѣматочной беременности, — что ими и было высказано больной; но она отъ операціи отказалась и исчезла отъ наблюденія. Черезъ нѣсколько мѣсяцевъ докторъ Якубовскій былъ приглашенъ къ этой больной по поводу сильнаго кровотеченія, послѣдовавшимъ вслѣдъ за рожденіемъ доношеннаго ребенка черезъ естественные родовые пути. Произведя ручное удаленіе послѣда, онъ могъ убѣдиться, что имѣлъ дѣло съ беременностью двурогой матки, именно — въ правомъ ея рогѣ.

Нашъ случай, мнѣ кажется, наводитъ на мысль, что діагностика беременности при уродствахъ матки — *uterus bicornis*, а въ особенности — *uterus septus* — располагаетъ слишкомъ недостаточными

данными для распознаванія. Въ общемъ—такихъ аномалій описано не мало. Что касается, въ частности, *uterus septus*, то почти во всѣхъ описанныхъ случаяхъ имѣлось и раздѣленное перегородкой на двѣ половины влагалище и двѣ шейки. При наличности *этихъ* данныхъ, распознаваніе, конечно, значительно облегчается. (Такой случай описанъ и мною: *uterus didelphys et vagina septa*—въ 1894 г.). Вообще о беременности при этихъ аномаліяхъ узнавалось лишь случайно—во время родовъ, при абортѣ или на секціонномъ столѣ. Случаевъ же постановки діагноза на живой—беременности въ *uterus septus* при *одной* шейкѣ и *нераздѣленномъ* влагалищѣ—я въ доступной мнѣ литературѣ найти не могъ. Поэтому я и счелъ полезнымъ сообщить всѣ подробности, какія мы наблюдали въ данномъ случаѣ.

Правильно-ли я поступилъ, когда, по вскрытіи брюшной полости, я увидѣлъ ненормальную матку и не удалилъ ее?—Я поступилъ такъ совершенно сознательно, ибо, если обѣ полости имѣютъ сообщеніе съ каналомъ шейки, то всегда можно надѣяться въ случаѣ послѣдующихъ беременностей, что роды окончатся *per vias naturales*. Такой случай сообщенъ на 11-мъ международномъ Конгрессѣ въ Римѣ Eustache (Lille): у одной больной съ двойной (*septus*) маткой онъ наблюдалъ 5 беременностей, помѣщавшихся то въ правой, то въ лѣвой ея половинѣ, послѣ первыхъ двухъ родовъ больная перенесла *endometritis*, щадившій однако небеременную половину.

Въ нашемъ случаѣ, правда, *sub operatione* мы не были увѣрены въ существованіи сообщенія обѣихъ половинъ съ каналомъ шейки; но, если бы дальнѣйшее наблюденіе показало, что плодo-вмѣстилище оканчивается слѣпо, тогда была бы уместна *total*ная экстирпація матки, съ чѣмъ мы не опоздали бы.

Observations faites à l'Observatoire Météorologique de l'Université de Kiew,
publiées par I. KOSSONOGOFF.

JUILLET, AOUT, SEPTEMBRE 1904.

НАВЛЮДЕНІЯ

Метеорологической Обсерваторіи Университета Св. Владиміра въ Кіевѣ,
издаваемые І. І. КОСОНОВЫМЪ.

ІЮЛЬ, АВГУСТЪ, СЕНТЯБРЬ 1904 Г.

Широта сѣв. 50°27'.
Latitude nord.

Долгота вост. отъ Гринвича 30° 30' = 2^h2^m0^s.
Longitude á l'Est de Greenwich

Высота барометра надъ ур. моря. 183^m. 1.
Hauteur du baromètre au niveau de la mer

Высота термометровъ надъ ур. моря 178^m. 9.
Hauteur des thermomètres au niveau de la mer

Высота дождемѣра надъ псверхн. земли 2^m.0.
Élévation du pluviomètre au dessus du sol

Высота анемометра надъ пов. земли 31^m.6.
Élévation de l'anémomètre au dessus du sol

Высота воды въ эвапорометрѣ надъ поверхностью земли 3^m.5
Élévation de la surface de l'eau dans l'évapor. au dessus du sol

Сокращенныя обозначенія явленій:

● = Дождь.	∇ = Изморозь.	☾ = Сѣверное сіяніе.
* = Снѣгъ.	☄ = Гололедница.	☾ = Радуга.
△ = Крупа.	⚡ = Ледяныя иглы	⊕ = Кругъ около солнца
○ = Ледяной дождь.	⚡ = Мегель.	☉ = Вѣнецъ около солнца
▲ = Градъ.	⚡ = Сильный вѣтеръ.	⊥ = Столбы около солнца
☁ = Туманъ.	☁ = Гроза.	☾ = Кругъ около луны.
☁ = Роса.	⚡ = Молнія безъ грома,	☾ = Вѣнецъ около луны
☁ = Иней.	или зарница.	☾ = Сухой туманъ.
	☁ = Отдаленная гроза.	

Числа мѣсяца даны по новому стилю.

Toutes les dates sont données d'après le nouveau style.

Печатно по опредѣленію Совѣта университета Св. Владиміра.
Оттискъ изъ „Университетскихъ Извѣстій“.

Июль
Juillet

Кіевъ
Kiew

1904

Date. Число	Барометръ. Baromètre. 700 +				Температура воздуха. Température de l'air.						Абсол. влажность. Humid. absol.				
	7	1	9	Сред. Moyen	7	1	9	Сред. Moyen	Max.	Min.	7	1	9	Сред. Moyen	
1	42.5	42.2	43.3	42.7	12.4	18.5	12.6	14.5	19.4	9.4	9.3	10.7	9.7	9.9	
2	44.6	44.8	45.7	45.0	14.2	21.6	13.8	16.5	22.6	9.1	10.0	8.6	10.2	9.6	
3	46.2	46.5	46.6	46.4	16.9	25.1	19.7	20.6	27.5	12.0	10.1	10.3	12.2	10.9	
4	47.0	46.4	45.9	46.4	16.3	25.3	18.7	20.1	26.2	15.0	13.2	11.1	12.8	12.4	
5	46.0	45.9	46.3	46.1	18.2	23.7	18.9	20.3	27.3	15.7	12.3	12.0	13.1	12.5	
6	48.9	49.4	48.8	49.0	15.4	21.5	18.7	18.5	22.9	12.9	9.7	9.7	9.0	9.5	
7	49.1	49.7	49.9	49.6	16.8	17.8	16.6	17.1	22.4	14.0	9.4	11.1	9.5	10.0	
8	49.7	48.9	47.7	48.8	17.8	24.8	19.7	20.8	27.5	11.5	10.4	11.7	10.3	10.8	
9	45.7	43.6	42.9	44.1	18.7	28.3	19.0	22.0	29.2	14.8	11.6	16.7	10.5	12.9	
10	44.5	43.9	43.0	43.8	15.6	20.8	14.6	17.0	22.0	12.3	8.7	8.7	8.5	8.6	
11	42.7	42.8	43.2	42.9	13.4	12.8	11.3	12.5	20.2	9.3	8.2	9.1	8.0	8.4	
12	42.9	43.2	45.3	43.8	11.6	16.7	11.4	13.2	18.8	9.4	8.1	7.4	6.8	7.4	
13	47.1	49.8	51.0	49.4	12.9	16.5	13.4	14.3	19.8	8.2	9.4	8.1	7.7	8.4	
14	54.1	54.6	55.1	51.6	13.3	20.7	16.0	16.7	21.8	8.7	8.3	10.2	7.7	8.7	
15	56.7	55.6	53.8	55.4	15.8	24.8	19.0	19.9	26.8	10.4	8.5	13.3	9.6	10.5	
16	53.7	52.9	51.3	52.6	18.7	27.7	22.2	22.9	29.7	14.3	9.5	18.0	13.9	13.8	
17	50.5	48.6	45.5	48.2	20.8	31.3	24.0	25.4	32.8	16.3	11.1	21.9	16.5	16.5	
18	42.4	40.7	37.6	40.2	20.8	29.0	22.0	23.9	30.6	18.0	14.0	20.3	13.9	16.1	
19	36.5	35.8	37.9	36.7	13.0	17.3	11.5	13.9	22.3	11.5	10.1	9.8	8.4	9.4	
20	35.2	37.0	40.4	37.5	10.4	13.3	9.5	11.1	15.1	9.5	7.0	7.3	7.5	7.3	
21	42.3	43.0	44.0	43.1	10.5	15.0	12.0	12.5	19.2	7.0	7.3	9.4	7.4	8.0	
22	43.2	42.9	46.6	44.2	11.7	15.7	11.4	12.9	21.2	9.4	7.1	9.0	6.9	7.7	
23	48.8	49.0	48.5	48.8	11.1	18.8	15.7	15.2	22.0	5.8	7.4	10.5	8.3	8.7	
24	47.7	46.4	45.1	46.4	15.9	26.2	19.2	20.4	27.8	11.5	8.0	17.2	11.7	12.3	
25	46.2	45.8	44.4	45.5	14.6	24.8	20.8	20.1	27.4	12.9	10.2	15.5	12.2	12.6	
26	42.5	40.2	39.1	40.6	18.3	32.0	24.6	25.0	32.5	16.5	10.8	14.0	16.8	13.9	
27	39.6	40.5	40.3	40.1	18.7	21.2	18.7	19.5	24.7	17.1	12.8	14.0	11.5	12.8	
28	39.9	39.3	39.1	39.4	16.4	21.7	18.4	18.8	24.5	13.1	9.5	9.4	10.8	9.9	
29	40.0	41.1	43.4	41.5	13.7	21.4	13.9	16.3	22.2	12.0	9.3	12.7	9.2	10.4	
30	44.4	44.4	45.9	44.9	13.7	21.2	15.2	16.7	22.2	8.7	9.8	12.3	9.2	10.4	
31	46.6	46.9	48.4	47.3	12.7	14.6	11.5	12.9	21.0	10.3	9.0	10.9	9.7	9.9	
Средн. Moyen	45.4	45.2	45.4	45.3	15.2	21.6	16.6	17.8	24.2	11.8	9.6	12.0	10.3	10.6	

Ю.ль
Juillet

Кіевъ
Kiew

1904

Число Date	Относит. влажн. Humid. relat.				Напр. и сила в. Dir. et vitesse du vent			Нап. обл. Dir. des nuages.	Облачность. Nébulosité.		
	7	1	9	Средн. Moyen	7	1	9	1	7	1	9
1	88	68	90	82	O	WSW ₆	O	S(S ₁)/W	4ACu, 3Cu	9SCu, CS	7SCu
2	84	45	87	72	W ₁	W ₁	WNW ₃	W ((CS)	9°CS	5SCu	1SCu
3	71	43	71	62	W ₁	WNW ₄	S ₁	W	O	8SCu	6SCu
4	96	47	80	74	NW ₃	WSW ₃	O	?	9SCu	5SCu, Cu, Cu	5SCu
5	79	56	81	72	W ₁	NW ₄	WNW ₆	WSW	1SCu	8SCu, CuN	8SCu
6	75	51	57	61	NNE ₁	NNE ₂	NE ₂	S	9°CS	6S, CS	1SCu
7	66	73	68	69	NNE ₁	NNW ₅	N ₁	S	1ACu, CS	10SCu	0SCu
8	68	50	60	59	NNW ₄	N ₁	NW ₂	?	O	8Cu	0
9	72	59	64	65	WNW ₃	W ₁	NW ₅	?	1°CS	1Cu	0
10	65	48	69	61	N ₁	WNW ₆	W ₁	W	O	8Cu, SCu	3SCu
11	72	83	80	78	NW ₁	WNW ₆	NW ₁	WSW	3SCu, ACu, CCu	10N	1SCu, CS
12	80	52	67	66	W ₁	WNW ₇	NW ₁	?	10SCu	2Cu, SCu	1SCu
13	86	58	67	70	NW ₁	WNW ₆	NW ₁	W	9SCu	8SCu	1SCu
14	73	56	56	62	NNW ₃	N ₁	N ₁	NW	O	5Cu	0
15	64	57	58	60	N ₁	S ₁	WNW ₁	—	O	0	0
16	59	66	70	65	O	NW ₁	NNE ₃	?	O	0SCu	0SCu
17	61	64	75	67	SSE ₁	W ₁	NW ₁	?	O	0	0
18	77	68	71	72	NW ₁	NW ₁	NW ₂	W	O	9°CS, FrCu	1SCu
19	91	67	83	80	NW ₆	NW ₆	NW ₁	NW ₂	9FrCu	5FrCu	3SCu
20	74	64	84	74	NW ₇	NW ₁₂	WNW ₁	NW ₂	8SCu, FrCu	6Fr. u	3Cu, SCu
21	77	74	71	74	WNW ₁	WNW ₆	NW ₁	NW	O	9SCu	3SCu, ACu
22	69	67	69	68	WNW ₃	WNW ₇	NNW ₁	W	9SCu	3CCu, Cu	0
23	75	65	63	68	WNW ₆	NW ₁	O	NW	OS	9FrCu	1SCu, CS
24	59	68	71	66	WSW ₁	SW ₁	W ₁	?	1°CS	1FrCu	7ACu
25	83	67	67	72	NW ₁	WNW ₃	ENE ₁	WNW	O	6CS	1SCu
26	69	42	73	61	SSE ₁	SW ₁	SW ₁	WSW	O	8°CS, S	2SCu
27	80	75	71	75	N ₁	N ₁	NE ₁	N	1AS, CS	10SCu	9SCu, S
28	69	49	68	55	N ₁	NW ₁	NNE ₁	WNW	O	9SCu, Cu, CuN	10SCu, S
29	80	67	78	75	N ₁	NNW ₁	N ₁	?	0Cu	4FrCu	5FrCu
30	85	66	71	74	NNW ₁	N ₁	NNE ₁	N	1C, Cu	4Cu	0
31	83	88	97	89	N ₁	N ₁	NW ₁	?	0FrCu	10N	9SCu, FrCu
Средн. Moyen	74	61	72	69	3.4	4.8	2.7		2.7	6.0	2.8

Юль
JuilletКіевъ
Kiew

1904

число Date.	Осад. Précip. en mm	Кол. испар. Евар.	Актинометръ. Actinomètre.			Прод. солн. сіянь въ час.	Температура на пов. почвы. Temp. à la surface de la terre.					
			Черн. Noir.	Разн. Diff.	Солнце Soleil.		7	1	9	Средн. Moyen	Max.	Min.
1	0.5	1.0	40.8	10.6	1	4.8	15.1	29.0	15.2	19.8	31.8	11.3
2	0.2	1.3	45.6	11.4	2	1.2	16.5	37.1	16.5	23.4	37.5	10.6
3	0.3	1.8	45.7	10.3	1	8.5	23.2	39.1	19.2	27.2	43.3	12.8
4	—	1.4	46.5	10.4	2	3.2	18.4	36.5	18.8	24.6	37.5	15.3
5	0.0	1.9	27.7	2.3	2	7.4	24.3	30.0	19.3	24.5	42.2	15.7
6	—	3.0	37.3	7.6	2	13.4	24.7	40.4	17.0	27.4	42.4	13.0
7	0.1	2.1	23.4	2.7	0	5.6	24.0	27.3	14.8	22.0	37.3	14.3
8	—	2.2	36.9	6.2	0	12.8	24.7	41.3	17.2	27.7	48.8	11.6
9	—	2.3	47.3	9.1	2	9.4	22.4	47.7	17.4	29.2	49.1	14.0
10	—	2.0	34.9	7.1	2	11.3	27.2	33.3	14.0	24.8	37.6	12.4
11	2.3	1.3	12.8	0.6	0	7.1	23.9	14.8	11.9	16.8	42.1	9.8
12	0.5	1.4	40.5	11.0	2	5.4	14.4	33.0	11.0	19.5	33.6	10.3
13	—	1.5	26.4	4.8	2	2.5	16.2	25.7	12.1	18.0	39.0	8.7
14	-	2.5	37.2	8.2	1	13.8	22.7	39.9	14.8	25.8	44.7	8.6
15	-	2.2	47.2	10.0	2	13.7	24.1	52.9	17.0	31.3	52.9	10.6
16	—	3.3	51.4	10.9	2	13.4	26.9	55.8	19.0	33.9	55.8	13.1
17	—	3.1	53.2	9.8	2	12.7	28.9	57.8	20.5	35.7	62.2	14.8
18	3.1	2.8	49.0	9.6	2	12.5	28.2	49.8	19.3	32.4	53.2	16.8
19	0.0	1.4	28.5	5.4	2	4.2	19.8	23.4	13.0	20.4	40.9	12.2
20	0.0	1.7	21.5	5.2	2	4.4	16.2	20.9	11.0	16.0	39.9	10.1
21	—	1.7	21.1	3.0	0	6.1	21.4	24.8	11.9	19.4	38.6	7.4
22	3.8	1.6	23.4	4.1	2	6.9	14.3	22.7	10.8	15.9	46.3	9.0
23	—	1.8	27.1	4.2	0	7.9	19.7	28.4	12.7	20.3	43.3	6.2
24	—	2.7	48.4	10.3	2	10.2	23.2	48.4	17.5	29.7	49.1	6.3
25	—	2.7	41.4	7.8	2	12.0	25.1	42.7	17.5	28.4	50.0	12.6
26	—	3.7	46.6	10.2	2	8.2	26.6	45.4	21.5	31.2	53.3	15.3
27	0.4	1.5	26.1	2.3	0	3.0	27.6	28.7	18.8	25.0	44.6	16.5
28	0.6	2.2	25.7	2.1	0	7.1	24.0	29.1	18.7	23.9	45.8	13.5
29	—	1.5	46.2	11.2	2	10.1	22.2	47.9	14.7	28.3	50.4	12.6
30	—	2.7	47.7	11.8	2	9.2	24.8	50.4	14.4	29.9	56.6	10.2
31	2.4	1.2	16.6	0.9	0	5.9	23.6	21.0	13.5	19.4	49.3	11.1
Средн. Moyen	16.2 11	2.1	36.4	7.1	1.4	8.5	22.4	37.1	15.8	24.8	45.1	12.0

Июль
Juillet

Кіевъ
Kiew

1904

Число Date.	Температура почвы на глубинѣ: Température de la terre à la profondeur de:											
	0.00m				0.10m				0.20m			
	7	1	9	Средн. Moyen.	7	1	9	Средн. Moyen.	7	1	9	Средн. Moyen.
1	15.2	29.8	15.2	20.1	15.4	17.9	17.1	16.8	15.9	16.4	16.7	16.3
2	16.3	38.1	16.6	23.7	15.3	19.8	18.3	17.8	15.9	16.7	17.6	16.7
3	21.8	39.9	19.8	27.2	16.4	21.0	19.7	19.0	16.6	17.5	18.6	17.6
4	18.4	35.5	19.4	24.4	17.7	20.9	26.0	19.5	17.7	18.2	19.0	18.3
5	22.5	32.0	20.1	24.9	18.2	21.7	20.7	20.2	17.1	18.9	19.7	18.6
6	23.3	43.7	17.7	28.2	18.1	27.5	19.8	19.8	18.6	18.9	19.4	19.0
7	26.3	23.8	15.6	21.9	17.8	19.0	18.5	18.4	18.2	18.3	18.4	18.3
8	25.3	45.4	18.2	29.6	16.3	20.7	19.7	19.1	18.3	18.1	19.0	18.5
9	22.3	56.1	18.6	32.3	18.1	22.5	20.7	20.4	18.0	18.9	19.8	18.9
10	26.9	40.1	15.7	27.6	18.0	20.1	18.9	19.0	18.5	18.6	18.8	18.6
11	22.9	17.0	11.8	17.2	16.6	18.7	17.4	17.6	17.5	17.7	17.8	17.7
12	14.8	36.0	11.7	20.8	15.9	18.5	17.0	17.1	16.7	16.9	17.4	17.1
13	17.1	28.9	13.0	19.7	15.3	18.4	17.9	17.2	16.1	16.5	15.9	16.2
14	22.9	47.6	14.6	28.4	15.2	19.5	17.5	17.4	15.9	16.7	17.4	16.7
15	23.9	58.9	17.3	33.4	15.7	21.1	18.8	18.5	16.2	17.3	18.3	17.3
16	27.0	61.8	19.3	36.0	16.9	22.5	20.1	19.8	17.1	18.1	19.1	18.1
17	27.9	64.0	21.1	37.7	17.9	23.8	21.1	17.6	17.9	19.0	20.0	19.0
18	28.6	55.3	20.4	34.8	19.1	23.3	21.1	21.2	18.9	19.6	20.3	19.6
19	18.8	31.9	14.0	21.6	18.5	20.4	19.5	19.5	18.9	19.1	19.0	19.0
20	16.3	28.1	11.5	18.6	16.4	18.1	16.8	17.1	17.3	17.5	16.4	17.1
21	20.1	25.3	12.5	19.3	14.1	17.0	16.3	15.8	16.1	16.5	16.7	16.4
22	14.8	23.0	11.1	16.3	14.1	17.1	16.2	15.8	15.7	16.3	16.5	16.2
23	18.9	31.0	13.7	21.2	14.1	17.7	16.7	16.2	15.1	16.0	16.5	15.9
24	22.7	53.5	18.3	31.5	15.0	20.1	18.6	17.9	15.5	16.8	17.7	16.7
25	24.6	49.4	18.5	30.8	16.3	21.1	19.2	18.9	16.6	17.6	18.3	17.5
26	25.9	50.4	22.3	32.9	17.3	22.6	20.7	20.2	17.3	18.4	19.3	18.3
27	26.6	31.1	19.3	25.7	18.8	20.4	19.4	19.5	18.5	18.9	18.9	18.8
28	23.1	31.8	19.6	24.9	17.6	20.8	19.4	19.3	17.9	18.7	18.1	18.2
29	21.3	55.8	16.1	31.1	17.3	22.1	18.9	19.4	17.3	18.8	18.9	18.5
30	22.5	56.6	16.5	31.9	16.4	21.8	18.8	19.0	17.3	18.3	18.7	18.1
31	23.3	23.1	14.0	20.1	16.4	20.1	17.6	18.0	17.3	18.1	18.0	17.8
Средн. Moyen.	22.0	40.2	16.6	26.3	16.7	20.0	18.8	18.5	17.2	17.8	18.2	17.7

Июль
Juillet

Кіевъ
Kiew

1904

Число Date.	Температура почвы на глубинах. Températ. de la terre à la profondeur de:							Примѣчанія Remarques
	0.10m			0.80m 1.60m 3.20m				
	7	1	9	Сред. Moyen	1	1	1	
1	16.1	16.0	16.4	16.2	14.7	—	—	●n; Δ° p.3.
2	16.1	16.1	16.9	16.4	14.6	12.0	8.9	Δn,1
3	16.6	16.7	17.6	17.0	14.8	—	—	●n.
4	17.4	17.5	18.0	17.6	15.1	12.1	9.0	●n; Δp,3
5	17.8	17.9	18.6	18.1	15.4	—	—	Δn 1; ●° p.
6	18.3	18.2	18.6	18.4	15.6	12.5	9.1	—
7	18.2	18.0	18.1	18.1	15.8	—	—	Δn,1; Δ° p.3; ●° a
8	17.6	17.6	18.2	17.8	15.8	12.5	9.3	Δ²n,1; Δ° p.3.
9	18.0	18.1	18.8	18.3	15.9	—	—	Δn,1.
10	18.4	18.3	18.4	18.4	16.1	12.7	9.4	Δn,1.
11	17.8	17.8	17.7	17.8	16.1	—	—	●a,2,p.
12	17.1	16.9	17.3	17.1	15.9	12.9	9.5	●n,a.
13	16.6	16.5	16.8	16.6	15.6	—	—	Δn 1.
14	16.4	16.5	17.0	16.6	15.4	13.0	9.6	Δn,1.
15	16.6	16.8	17.5	17.0	15.4	—	—	Δn,1.
16	17.3	17.5	18.1	17.6	15.5	13.0	9.7	Δn,1.
17	17.9	18.0	18.8	18.2	15.8	—	—	Δn,1.
18	18.6	18.7	19.3	18.9	16.0	13.1	9.9	Δn,1.
19	18.9	18.6	18.7	18.7	16.5	—	—	●n; ●p.
20	17.9	17.6	17.6	17.7	16.3	13.4	10.0	●°n; ●°c p.3.
21	16.9	16.7	16.9	16.8	16.0	—	—	Δn,1.
22	16.3	16.3	16.6	16.4	15.6	13.3	10.1	●a,p; Δp.
23	16.0	15.9	17.3	16.4	15.6	—	—	Δ²n,1; Δp,3.
24	16.0	16.2	17.0	16.4	15.2	13.4	10.2	Δn,1.
25	16.7	17.0	17.5	17.1	15.3	—	—	Δn,1.
26	17.3	17.6	18.3	17.7	15.5	13.4	10.3	Δn,1.
27	18.1	18.0	18.3	18.1	16.0	—	—	Δn,1; ●° p.
28	18.0	18.0	18.1	18.0	15.9	13.3	10.4	●n.
29	17.9	18.0	18.3	18.1	16.0	—	—	●n.
30	17.7	17.8	18.2	17.9	16.0	13.4	10.5	Δ²n,1; Δp,3.
31	17.6	17.6	17.8	17.7	15.9	—	—	Δn,1; ●a,2,p.
Средн. Moyen	17.4	17.4	17.8	17.5	15.6	12.9	9.7	

Июль
juillet

Кіевъ
Kiew

1904

Вѣтры. Vents.	Число. Nombre.	Сумма скор. Somme des vit.	Средн. скор. Vitesse moyen.	Температура. Température.	Maximum.	32.8
					День. Date.	17
					Minimum.	7.0
					День. Date.	21
0	5	—	—		Maximum.	736.7
N	14	47	3.4	Барометръ. Baromètre.	День. Date.	15
NNE	6	20	3.3		Minimum.	736.2
NE	2	7	3.5		День. Date.	20
ENE	1	2	2.0	Отн. влажн. Humid. relat.	Minimum.	42
E	—	—	—		День. Date.	26
ESE	—	—	—	Осадки. Précipitation.	Maximum въ сутки.	3.8
SE	—	—	—		День. Date.	22
SSE	2	6	3.0		Осадки. Précipitation.	11
S	2	3	1.5		●	11
SSW	—	—	—		*	—
SW	3	16	5.3		▲ □	—
WSW	3	12	4.0		△ ▽	23
W	9	30	3.3		≡ ↘	—
WNW	16	73	4.6		∞ ∨	—
NW	24	101	4.2	Число дней съ: Nombre de jours avec:	⋈ ⊕	—
NNW	6	23	3.8		Ясное небо. Ciel clair.	6
					Пасм. небо. Ciel couvert.	—
					Темпер. возд. Max. $\angle 0^{\circ}$ Temp. de l'air	—
					Темпер. возд. Min. $\angle 0^{\circ}$ Temp. de l'air	—
					Темп. пов. почвы. Tem. de la surf. Max $\angle 0^{\circ}$ de la terre	—
					Темп. пов. почвы. Tem. de la surf. Min. $\angle 0^{\circ}$ de la terre	—

Августъ
Août

Кіевъ
Kiew

1904

Date. Число	Барометръ. Baromètre. 700 +				Температура воздуха. Température de l'air.						Абсол. влажность. Humid. absol.				
	7	1	9	Сред. Moyen	7	1	9	Сред. Moyen	Max.	Min.	7	1	9	Сред. Moyen	
1	49.2	48.9	48.9	49.0	11.4	15.0	14.6	13.7	18.5	10.0	8.9	9.3	8.7	9.0	
2	46.1	45.8	45.6	45.8	11.4	12.6	12.9	12.3	14.5	11.3	9.8	10.5	10.9	10.4	
3	45.7	45.9	46.4	46.0	13.2	16.2	13.6	14.3	19.8	12.3	10.9	11.0	11.1	11.0	
4	46.3	46.3	47.2	46.6	13.2	19.4	14.8	15.8	20.5	11.6	10.6	10.4	11.1	10.7	
5	47.9	47.8	48.5	48.1	14.5	23.4	18.3	18.7	26.0	11.6	11.3	11.1	10.0	10.8	
6	49.5	49.5	49.7	49.6	16.4	27.9	21.2	21.8	29.5	13.3	10.3	9.0	10.7	10.0	
7	50.6	50.2	47.6	49.5	19.1	28.9	22.3	23.8	30.8	16.0	11.1	10.4	9.0	10.2	
8	44.0	43.3	43.7	43.7	21.1	24.5	16.2	20.6	26.0	16.2	8.8	12.0	8.3	9.7	
9	42.8	41.5	42.7	42.3	13.4	21.9	16.1	13.8	23.5	11.0	8.0	7.3	7.7	7.7	
10	48.9	44.0	44.9	44.3	13.1	21.3	14.7	16.4	23.8	10.2	7.5	7.7	7.8	7.7	
11	46.7	47.4	47.6	47.2	14.7	23.7	19.5	19.3	25.5	10.9	8.4	9.2	7.3	8.3	
12	48.4	46.9	45.7	47.0	17.1	27.7	17.1	20.6	29.4	14.7	8.1	11.6	13.8	11.2	
13	43.9	44.9	45.4	44.7	15.5	18.9	15.7	16.7	21.0	15.4	12.7	9.8	8.5	10.3	
14	47.6	47.9	47.9	47.8	12.1	18.9	13.2	14.7	19.7	10.2	7.4	7.2	6.6	7.1	
15	47.8	46.8	44.3	46.3	11.8	21.5	18.0	17.1	24.1	9.2	7.5	10.3	8.4	8.7	
16	41.8	42.6	43.2	42.5	17.3	21.6	15.7	18.2	24.8	15.6	9.2	18.3	12.1	11.5	
17	45.4	45.4	45.5	45.4	13.8	19.8	13.9	15.8	21.7	12.0	8.6	9.9	9.2	9.2	
18	46.0	45.6	44.0	45.2	12.4	23.0	18.9	18.1	25.4	8.7	8.3	13.1	10.0	10.5	
19	42.8	43.0	45.3	43.7	16.2	20.6	18.9	18.6	30.7	14.2	8.4	14.9	11.8	11.7	
20	47.4	47.7	46.5	47.2	16.4	23.0	17.8	19.1	24.9	15.4	10.0	11.2	14.4	11.9	
21	45.9	46.3	46.5	46.2	17.7	27.4	20.7	21.9	29.3	16.5	13.7	11.6	11.9	12.4	
22	46.0	46.0	41.8	44.6	17.7	26.2	22.1	22.0	27.4	16.5	11.9	12.3	11.4	11.9	
23	38.3	37.2	35.5	37.0	18.7	30.5	22.0	23.7	30.7	17.6	12.0	6.2	9.1	9.1	
24	33.9	32.2	32.6	32.9	19.1	25.9	15.7	20.2	26.8	15.7	11.1	12.5	11.2	11.6	
25	36.2	40.1	43.3	39.9	13.3	17.9	14.3	15.2	20.2	12.7	8.6	7.6	7.7	8.0	
26	45.7	47.0	46.8	46.5	11.9	21.9	16.2	16.7	22.5	9.7	8.3	8.0	8.0	8.1	
27	46.0	44.5	42.0	44.2	14.1	21.8	17.1	17.7	22.5	13.7	7.7	8.1	8.7	8.2	
28	39.5	39.4	37.7	38.9	14.9	20.1	15.6	16.9	22.6	14.0	9.4	10.1	12.8	10.8	
29	37.6	38.3	38.8	38.2	14.3	16.5	13.6	14.8	18.4	12.4	12.0	11.1	11.2	11.4	
30	39.6	48.0	46.1	42.9	11.5	12.4	10.8	11.6	14.0	10.8	9.7	9.5	9.2	9.5	
31	46.6	46.4	46.2	46.4	9.4	17.9	12.7	13.3	19.5	7.8	8.3	7.3	9.1	8.2	
Средн Moyen	44.5	44.6	44.4	44.5	14.7	21.6	16.6	17.6	23.7	12.8	9.6	10.1	9.9	9.9	

Августъ
Août

Кіевъ
Kiew

1904

Число Date.	Относит. влажн. Humid. relat.				Напр. и сила в. Dir. et vitesse du vent			Нап. обл. Dir. des nuages.	Облачность. Nébulosité.		
	7	1	9	Средн. Moyen	7	1	9	1	7	1	9
1	89	73	71	78	N ₂	N ₄	NE ₄	?	10SCu	10SCu	10SCu
2	98	97	99	98	NNW ₄	N ₂	N ₂	Росн. обла	10N	10N	10N
3	97	80	96	91	O	NE ₂	NNW ₂	?	10SCu	8SCu, Cu	5AS ₂
4	95	62	89	82	N ₂	N ₂	NNW ₂	N ²	9AS	6Cu, FrCu	2SCu
5	93	52	63	69	NW ₂	NNW ₂	NW ₂	N	O	7Cu, FrCu	O
6	74	32	57	54	WNW ₂	NW ₂	O	?	O	2FrCu	O
7	67	35	45	49	O	WSW ₂	S ₂	?	1ACu	5FrCu	O
8	48	52	60	53	SSW ₂	N ₂	NW ₂	?	7°C, CS	2Cu	O
9	70	38	57	55	W ₄	WNW ₂	WNW ₂	WNW ²	0C, Cu	6FrCu	O
10	67	42	62	57	W ₄	W ₂	W ₂	W	O	8Cu	O
11	68	42	44	51	O	W ₂	NW ₂	W	2SCu, ACu	5FrCu	4S
12	56	41	95	64	ESE ₂	SSE ₂	NW ₂	—	7FrCu	O	10N
13	97	60	64	74	NW ₄	NW ₂	NW ₂	NW	10N	10S, SCu	O
14	71	45	59	58	NW ₂	NW ₂	NW ₂	NW	1°C	7C, FrCu	O
15	73	55	55	61	NW ₂	NNW ₂	SSE ₂	?	7C, SCu	20Cu, AS	1SCu
16	63	70	91	75	NW ₄	SW ₂	W ₂	WNW	9SCu	9SCu	O
17	73	57	78	69	NW ₂	NW ₂	NW ₂	W	O	7FrCu	O
18	78	63	61	67	W ₂	SE ₂	SE ₂	—	O	O	O
19	61	83	73	72	SSE ₂	SSW ₂	NW ₂	?	O	9N	5FrCu, CS
20	72	54	95	74	NNE ₂	N ₂	S ₂	SW	9SCu, CS	5°C, AS	7SCu
21	91	42	66	66	SE ₂	W ₂	NE ₂	W	1C, ACu	6ACu	4SCu, FrCu
22	79	49	58	62	SE ₂	SE ₂	SE ₂	W	O	7C, CS	7CS
23	75	19	47	47	SSE ₂	S ₂	SSE ₂	?	5SCu	8FrCu	2CS
24	67	50	84	67	SSE ₂	S ₂	SW ₂	SSW ²	7FrS, C	8FrCu, SCu	O
25	76	50	63	63	SW ₂	W ₁₀	SW ₂	W ²	9SCu	3FrCu	O
26	80	42	59	60	W ₂	W ₄	NNE ₂	W	9C, CS	1C, CS	9°C, CS
27	64	42	60	55	ENE ₂	E ₂	E ₂	S	9SCu	9SCu, AS	10AS
28	74	58	97	76	ENE ₂	NW ₂	SE ₂	?	9SCu, AS	10°S, AS	1S
29	99	79	97	92	SE ₂	S ₂	S ₂	?	10S	10N	10S
30	97	89	95	94	NW ₂	NNW ₂	NW ₂	W ²	10N	10SCu	10
31	95	48	85	76	W ₂	W ₂	W ₂	W	10SCu	6FrCu	4
Средн. Moyen	73	55	72	68	3.6	4.9	3.3		5.5	6.3	3.6

Августъ
Août

Кіевъ
Kiew

1904

Число Date.	Осад. Précip.	Кол. испар. Евар.	Актинометръ. Actinomètre.			Прод. солн. сія. въ час.	Температура на пов. почвы. Temp. à la surface de la terre.					
	en mm	7	Черн. Noir.	Разн. Diff.	Солнце Soleil.		7	1	9	Средн. Moyen	Max.	Min.
1	5.1	1.6	17.9	1.3	0	21	14.7	18.2	14.3	15.7	30.6	10.6
2	18.6	0.2	13.9	0.6	0	—	13.0	14.9	14.3	14.1	16.8	12.8
3	1.0	0.6	19.9	2.2	0	4.4	14.3	19.7	14.6	16.2	30.0	13.6
4	—	1.1	34.4	7.3	1	7.6	16.3	31.2	15.4	21.0	41.8	11.2
5	—	1.7	29.2	3.2	1	10.5	19.5	29.5	16.4	21.8	42.8	11.6
6	—	2.2	50.0	10.5	2	10.9	17.6	49.8	19.0	28.8	52.4	12.5
7	—	2.7	44.8	7.8	1	11.7	23.5	47.3	20.0	30.3	51.5	14.9
8	0.2	2.1	46.4	10.4	2	5.7	21.2	44.1	15.6	27.0	44.1	14.4
9	—	2.6	34.0	6.0	0	11.2	15.6	34.4	15.1	21.7	41.2	10.9
10	—	2.1	30.7	4.9	0	9.3	15.0	34.4	14.5	21.3	46.7	10.1
11	—	2.1	38.4	7.3	2	11.5	16.4	39.7	16.4	24.2	42.5	11.0
12	11.1	2.6	46.1	8.9	2	4.1	18.1	44.4	19.0	27.2	45.6	13.4
13	0.5	1.3	21.9	1.8	0	1.4	17.2	22.0	15.0	18.1	30.7	14.7
14	—	1.9	41.3	10.6	2	13.2	12.7	35.8	13.1	20.5	35.8	10.4
15	—	2.4	43.7	10.2	2	7.9	13.8	38.8	16.3	23.0	38.8	9.2
16	3.4	1.1	25.5	2.4	0	0.5	17.0	23.9	16.2	19.0	31.3	14.9
17	—	1.6	35.2	7.3	2	10.1	13.5	30.0	13.4	19.0	34.0	11.4
18	—	2.3	45.2	10.7	2	12.0	13.5	40.3	17.0	23.6	41.5	9.9
19	0.6	1.9	19.3	4.4	0	6.0	15.8	22.5	17.7	18.7	42.7	13.6
20	6.7	1.5	40.6	8.2	2	2.5	17.7	35.4	19.0	24.0	36.2	15.8
21	—	2.4	41.1	7.0	2	9.3	17.9	36.1	20.4	24.8	39.4	16.8
22	2.7	2.0	46.6	10.0	2	9.0	17.5	39.1	20.4	25.7	39.8	16.0
23	—	3.1	41.7	6.2	1	3.1	18.6	31.7	19.2	23.2	35.7	17.4
24	9.3	1.5	38.9	6.4	2	4.3	18.6	34.0	16.3	23.0	38.2	16.0
25	—	1.9	34.2	7.8	2	8.4	14.1	29.2	13.3	18.9	31.5	15.2
26	—	2.1	44.4	11.1	2	7.8	13.0	34.9	15.2	21.0	37.7	10.1
27	0.0	3.0	33.3	5.8	1	1.4	15.1	28.0	16.0	19.7	32.5	13.4
28	5.1	1.1	26.2	3.6	1	3.6	14.9	26.3	15.8	19.0	29.3	13.9
29	1.4	0.4	17.2	0.5	0	0.2	14.6	23.7	14.3	17.5	23.7	14.0
30	1.4	0.3	13.5	0.4	0	—	13.7	14.3	12.5	13.5	15.3	12.2
31	0.1	0.9	37.2	9.1	2	3.6	12.7	29.3	13.9	18.6	30.8	12.7
Средн. Moyen	67.2 15	1.8	33.9	6.3	1.2	6.2	16.0	31.7	16.1	21.3	36.5	12.9

АВГУСТЪ
AoûtКІЕВЪ
Kiew

1904

Число Date.	Температура почвы на глубинѣ: Température de la terre à la profondeur de:											
	0.00m				0.10m				0.20m			
	7	1	9	Средн. Moyen.	7	1	9	Средн. Moyen.	7	1	9	Средн. Moyen.
1	14.3	18.8	14.8	16.0	15.9	17.3	16.8	16.7	16.8	16.9	17.1	16.9
2	13.4	15.3	14.6	14.4	15.6	16.6	16.8	16.3	16.3	16.1	16.1	16.2
3	14.3	20.5	13.8	16.2	15.6	16.9	16.5	16.3	15.8	16.1	16.4	16.1
4	15.8	33.7	15.3	21.6	15.3	17.8	17.3	16.8	15.7	16.1	15.9	15.9
5	18.2	29.5	21.1	22.9	15.6	19.5	18.1	17.7	16.1	16.8	17.5	16.8
6	21.1	49.9	19.6	30.2	16.3	20.8	19.6	18.9	16.7	17.5	18.5	17.6
7	22.6	55.9	25.7	38.1	17.6	21.8	20.3	19.9	17.6	18.4	19.3	18.4
8	20.9	46.6	16.5	28.0	18.1	20.5	19.3	19.3	18.3	18.6	19.0	18.6
9	15.7	38.9	16.2	23.6	16.3	20.2	18.6	18.5	17.6	18.1	18.4	18.0
10	15.5	38.8	15.1	23.1	16.0	19.7	18.0	17.9	17.1	17.6	18.0	17.6
11	16.6	44.6	17.1	26.1	16.0	20.0	18.2	18.1	16.9	17.4	18.0	17.4
12	18.5	50.3	19.3	29.4	16.8	20.8	19.4	19.0	17.0	17.7	18.4	17.7
13	17.5	22.6	15.5	18.5	17.8	20.4	18.0	18.7	17.8	18.0	18.1	18.0
14	13.0	36.6	14.9	21.5	15.8	20.3	17.6	17.9	16.9	17.5	18.2	17.5
15	14.0	38.9	17.2	23.4	14.5	19.5	17.8	17.3	16.4	17.1	17.6	17.0
16	17.1	23.9	16.6	19.2	16.5	18.3	17.8	17.5	16.8	17.1	17.5	17.1
17	13.5	30.9	15.1	19.8	15.7	19.1	17.3	17.4	16.4	17.2	16.5	16.7
18	12.7	42.8	18.1	24.5	15.0	20.2	18.1	17.8	16.1	17.3	17.8	17.1
19	16.0	23.8	17.8	19.2	16.1	19.5	18.5	18.0	16.7	17.5	18.0	17.4
20	17.1	37.6	19.1	24.6	17.3	20.1	18.8	18.7	17.4	17.9	17.3	17.5
21	17.7	34.9	20.6	24.4	17.7	22.4	20.3	20.1	17.7	19.0	19.5	18.7
22	17.5	41.1	20.6	26.4	18.2	21.8	20.0	20.0	18.4	19.1	19.5	19.0
23	18.6	33.8	19.6	24.0	18.6	21.5	20.0	20.0	18.6	19.2	19.6	19.1
24	18.5	37.3	16.6	24.1	18.2	21.0	18.7	19.3	18.4	19.1	18.8	18.8
25	14.6	28.5	14.0	19.0	16.6	19.4	17.2	17.7	17.6	17.9	17.9	17.8
26	13.0	39.6	16.9	23.2	15.4	20.0	17.9	17.8	16.6	17.5	18.0	17.4
27	15.5	28.6	16.1	20.1	16.2	18.2	17.0	17.1	16.8	17.3	17.3	17.1
28	15.3	25.9	16.6	19.3	16.2	18.3	17.4	17.3	16.6	17.1	17.3	17.0
29	14.7	23.0	14.9	17.5	16.5	17.3	16.4	16.7	16.8	16.9	16.7	16.8
30	14.0	14.8	12.7	13.8	15.6	15.7	15.1	15.5	16.2	16.1	15.8	16.0
31	11.5	28.1	14.6	18.1	13.7	17.2	15.9	15.6	14.9	15.7	16.0	15.5
Средн. Moyen	16.1	33.4	16.9	22.2	16.4	19.4	18.0	17.9	16.6	17.5	17.8	17.4

Августъ
AoûtКіевъ.
Kiew

1904

Число Date.	Температура почвы на глубинах. Températ. de la terre à la profondeur de:							Примѣчанія. Remarques
	0.40m				0.80m	1.60m	3.20m	
	7	1	9	Сред. Moyen	1	1	1	
1	17.2	16.9	17.0	17.0	16.0	13.6	10.5	● ^o n,a.
2	16.7	16.4	16.3	16.5	15.7	—	—	● n 1,a,2,p,3.
3	16.1	16.1	16.3	16.3	15.5	13.8	10.6	●n,a
4	16.0	16.0	16.5	16.2	15.3	—	—	—
5	16.3	16.3	17.0	16.5	15.3	13.6	10.7	Δn,1; Δp,3.
6	16.7	16.9	17.7	17.1	15.4	—	—	Δn,1; Δp 3.
7	17.5	17.7	18.6	17.9	15.6	13.5	10.8	Δn,1.
8	18.1	18.0	18.4	18.2	15.9	—	—	●a.
9	17.8	17.8	18.2	17.9	16.0	13.6	10.9	Δn,1.
10	17.5	17.4	17.8	17.6	16.0	—	—	Δn,1.
11	17.2	17.2	17.6	17.3	15.9	13.7	10.9	Δn,1.
12	17.2	17.4	18.0	17.5	15.9	—	—	Κ, ● ² p,3.
13	17.8	17.7	17.8	17.8	15.9	13.7	10.9	●n,1,a.
14	17.3	17.3	17.6	17.4	16.0	—	—	Δn,1; Δ ^o p,3.
15	16.9	16.8	17.3	17.0	15.9	13.5	11.1	—
16	17.0	17.0	17.3	17.1	15.7	—	—	●a,p.
17	16.8	16.9	17.3	17.0	15.7	13.8	11.1	Δn,1; Δ ^o p,3.
18	16.6	16.7	17.3	16.9	15.6	—	—	—
19	15.9	17.0	17.5	16.8	15.6	13.8	11.1	Δn,1; ●a,2,p.
20	17.3	17.3	17.8	17.5	15.6	—	—	Δn,1; ●a; Κ, ● ² p.
21	17.6	17.9	18.6	18.0	15.8	13.8	11.2	●.Κn.
22	18.3	18.4	18.8	18.5	16.0	—	—	Δn,1.
23	18.4	18.5	18.8	18.6	16.4	13.9	11.3	Κ, ●n.
24	18.4	18.4	18.5	18.4	16.5	—	—	Κ, ● ² p.
25	17.8	17.7	17.8	17.8	16.4	14.0	11.3	Δp,3.
26	17.1	17.1	17.6	17.3	16.2	—	—	Δn,1; Δp,3.
27	17.1	17.0	17.2	17.1	16.1	14.0	11.4	● ^o p.
28	16.8	16.8	17.1	16.9	15.9	—	—	●n,1; ●a,p; Κu,1,a.
29	16.9	16.8	16.8	16.8	15.8	14.0	11.4	●a,2,p.
30	16.4	16.3	16.1	16.3	15.7	—	—	●n,a,p.
31	15.5	15.5	15.9	15.9	15.5	14.0	11.5	●p.
Средн. Moyen	17.4	17.1	17.5	17.2	16.1	13.8	11.0	

Августъ
Août

Кіевъ
Kiew

1904

Вѣтры. Vents.	Число. Nombre.	Сумма скор. Somme des vit.	Средн. скор. Vitesse moyen.	Температура. Température.	Maximum. День. Date.	30.8 7
					Minimum.	7.8
0	4	—	—		День. Date.	31
N	7	27	3.9	Барометръ. Baromètre.	Maximum.	750.6
NNE	2	7	3.5		День. Date.	7
NE	3	10	3.3		Minimum.	732.2
ENE	2	8	4.0		День. Date.	24
E	2	13	6.5	Отн. влажн. Humid. relat.	Minimum.	19
ESE	1	3	3.0		День. Date.	23
SE	7	28	4.0	Осадки. Précipitation.	Maximum въ сутки.	18.6
SSE	6	26	4.3		День. Date.	2
S	6	25	4.2		Осадки. Précipitation.	15
SSW	2	8	4.0		•	15
SW	4	21	5.2		*	—
WSW	1	3	3.0		▲ □	—
W	15	59	3.9		△ ▽	13
WNW	3	16	5.3		≡ ↗	—
NW	22	87	4.0		S V	—
NNW	6	23	3.9	Число дней съ: Nombre de jours avec:	⊞ ⊕	6
					Ясное небо. Ciel clair.	4
					Пасм. небо. Ciel couvert.	5
					Темпер. възд. Max. $\angle 0^{\circ}$ Temp. de l'air	—
					Темпер. възд. Min. $\angle 0^{\circ}$ Temp. de l'air	—
					Темп. пов. почвы. Tem. de la surf. Max $\angle 0^{\circ}$ de la terre	—
					Темп. пов. почвы. Tem. de la surf. Min. $\angle 0^{\circ}$ de la terre	—

Сентябрь
Septembre

Клевъ
Kiew

1904

Date. Число	Барометръ. Baromètre. 700 +				Температура воздуха. Température de l'air.						Абсол. влажность. Humid. absol.				
	7	1	9	Сред. Moyen	7	1	9	Сред. Moyen	Max.	Min.	7	1	9	Сред. Moyen	
1	45.9	45.2	45.3	45.5	12.0	21.0	14.2	15.7	22.2	9.2	7.6	8.6	10.6	8.9	
2	45.5	45.3	45.5	45.4	12.0	20.0	14.2	15.4	20.8	10.4	10.8	9.5	8.9	9.6	
3	45.4	46.2	46.1	45.9	11.6	13.0	13.0	12.5	15.5	11.3	9.9	9.5	9.2	9.5	
4	45.8	46.1	46.8	46.2	10.7	11.3	11.5	11.2	13.3	10.3	9.5	9.6	9.5	9.5	
5	48.4	49.2	50.6	49.4	10.5	18.0	13.9	14.1	20.4	10.0	8.6	9.1	8.9	8.9	
6	51.5	51.9	52.1	51.8	10.2	18.8	14.0	14.3	19.9	9.5	7.6	7.9	8.6	8.0	
7	52.0	52.1	51.6	51.9	11.2	19.7	14.8	15.2	20.3	10.0	7.6	7.6	8.9	8.0	
8	53.1	53.0	51.1	51.7	10.3	17.4	12.9	13.5	17.9	9.5	8.3	7.6	6.5	7.5	
9	51.7	52.2	52.5	52.1	9.1	17.1	11.7	12.6	17.6	6.7	6.5	5.4	5.1	5.7	
10	52.7	52.6	51.4	52.2	9.6	21.0	14.7	15.1	22.6	7.5	4.7	5.1	6.1	5.8	
11	51.3	50.7	48.9	50.3	11.9	23.6	16.1	17.2	24.8	10.3	6.4	6.5	6.3	6.4	
12	47.5	45.1	45.9	46.2	11.7	22.8	14.3	15.6	24.2	11.5	6.8	6.0	10.4	7.7	
13	46.6	47.8	49.4	47.9	8.0	14.0	7.3	9.8	15.9	7.3	8.0	6.9	6.3	7.1	
14	48.5	47.0	42.1	45.9	7.8	18.6	17.8	14.7	19.7	4.0	6.9	6.6	7.8	7.1	
15	40.5	40.8	42.7	41.3	14.1	15.9	10.8	13.6	18.1	10.7	9.3	12.0	9.5	10.3	
16	45.2	46.0	47.4	46.2	5.5	12.8	9.3	9.2	14.2	5.3	6.4	7.2	7.0	6.9	
17	48.4	49.3	50.8	49.5	6.0	8.9	7.6	7.5	9.6	5.8	6.7	6.2	5.8	6.2	
18	51.3	52.1	53.0	52.1	4.8	8.2	6.5	6.5	8.5	4.4	4.8	4.4	4.6	4.6	
19	53.5	53.2	53.4	53.4	3.2	6.8	4.8	4.9	6.8	2.7	4.9	5.5	6.0	5.5	
20	52.3	51.5	51.1	51.6	5.8	5.8	4.3	5.3	6.5	3.9	5.4	6.3	6.1	5.9	
21	48.6	49.4	49.8	49.3	5.8	6.5	6.9	6.4	7.0	4.1	6.5	6.9	7.4	6.9	
22	49.6	50.0	49.5	49.7	7.6	10.5	10.6	9.6	12.8	6.9	7.8	8.9	9.5	8.7	
23	48.2	49.2	50.2	49.2	11.7	11.1	12.3	11.7	12.8	10.5	10.0	9.4	8.4	9.3	
24	51.9	52.8	53.5	52.7	10.4	16.9	12.8	13.4	18.5	9.8	6.2	6.3	6.4	6.3	
25	56.0	57.4	58.1	57.2	8.4	16.9	11.1	12.1	17.4	7.9	6.4	6.3	5.1	5.9	
26	59.3	59.4	57.9	58.9	5.5	15.0	10.3	10.3	15.7	3.9	5.0	4.7	4.4	4.7	
27	56.9	57.7	57.0	57.2	4.9	13.8	7.9	8.8	14.4	3.5	5.0	4.3	4.6	4.6	
28	56.7	56.3	55.9	56.3	4.6	14.8	10.5	10.0	15.5	2.9	4.1	3.9	4.2	4.1	
29	56.2	55.9	55.4	55.8	5.8	17.0	12.3	11.7	18.0	4.0	4.6	5.2	7.1	5.6	
30	56.3	56.3	56.6	56.4	8.5	17.0	9.0	11.5	17.6	6.5	5.6	5.9	3.1	4.9	
Средн. Moyen	50.5	50.7	50.7	50.6	8.6	15.1	11.2	11.6	16.2	7.3	6.9	7.0	7.1	7.0	

Сентябрь
Septembre

Кіевъ
Kiew

1904

Число Date.	Относит. влажн. Humid. relat.				Напр. и сила в. Dir. et vitesse du vent			Нап. обл. Dir. des nuages.	Облачность. Nébulosité.		
	7	1	9	Средн. Moyen	7	1	9	1	7	1	9
1	78	47	88	69	SSE ₁	SW ₁	W ₁	SW	1SCu	8FrCu, ACu	10
2	99	55	74	76	O	SW ₁	NNE ₁	W	1SCu	9FrCu	10
3	98	86	83	89	NNE ₁	NE ₁	E ₁	?	10N	10SCu	10
4	99	97	95	97	NE ₁	NE ₁	NE ₁	?	10N	10N	10S
5	92	59	76	76	NE ₁	N ₁	NE ₁	S	6ACu	8°C, Cu	5S, AS
6	82	49	73	68	NE ₁	NE ₁	NE ₁	?	10SCu, AS, CS	8°C, CS	O
7	77	45	71	64	ENE ₁	ENE ₁	NE ₁	NE	1SCu, CS	9°C, CS	O
8	89	51	58	66	NE ₁	N ₁	N ₁	—	O	0Cu	O
9	75	37	50	54	N ₁	NE ₁	NE ₁	—	O	O	O
10	53	28	50	44	SSE ₁	S ₁	SSE ₁	?	O	6°C, CS	O
11	62	30	47	46	S ₁	SW ₁	S ₁	?	0CS	10°C	O
12	67	28	98	61	S ₁	SSW ₁	O	—	7°C, CS	O	10N
13	100	53	83	80	WNW ₁	NW ₁	NW ₁	W	O	7Cu, FrCu	O
14	88	42	52	61	S ₁	N ₁	SW ₁	WSW	9A'Cu	9\Cu	10S
15	78	89	99	89	O	NNE ₁	NNE ₁	По м. обла	10SCu	10N	10S, SCu
16	96	66	80	81	NE ₁	ENE ₁	NE ₁	NE	2CS, SCu	10SCu	10
17	96	73	74	81	NE ₁	ENE ₁	ENE ₁	?	10N	10SCu	10SCu
18	74	55	64	64	ENE ₁	ENE ₁	NE ₁	ENE	10S, SCu	10AS, S	9S, AS
19	85	74	91	84	ENE ₁	ENE ₁	NE ₁	NNE	10S	10SCu, S	10N
20	79	91	98	89	ENE ₁	ENE ₁	NE ₁	ENE	10SCu, S	10S, SCu	10N
21	94	96	100	97	ENE ₁	E ₁	E ₁	?	10N	10S, SCu	10N
22	100	94	100	98	O	ESE ₁	E ₁	?	10S	10S	10N
23	98	93	79	91	SE ₁	SE ₁	SE ₁	SSE	10N	10N	9SCu
24	72	45	58	58	SE ₁	SE ₁	ESE ₁	?	9Cu, SCu	9C, CS, SCu	O
25	78	45	52	58	SE ₁	SE ₁	ESE ₁	—	O	O	O
26	74	37	47	53	SE ₁	SSE ₁	ESE ₁	?	O	0C	O
27	76	37	58	57	SE ₁	SE ₁	SE ₁	—	O	O	O
28	65	31	44	47	ESE ₁	S ₁	E ₁	—	O	O	O
29	67	36	66	56	E ₁	ENE ₁	SE ₁	—	O	O	O
30	67	41	86	48	SSE ₁	SE ₁	SE ₁	—	O	O	O
Оредн. Moyen	82	57	72	70	3.1	4.6	3.4		4.9	6.4	5.1

Сентябрь
Septembre

Київ.
Kiew

1904

Число Date.	Осад. Précip.	Кол. испар. Evap.	Актинометр. Actinometre.			Прод. солн. сиян. въ час.	Температура на пов. почвы. Temp. à la surface de la terre.					
	en mm	7	Черн. Noir.	Разн. Diff.	Солнце Soleil.		7	1	9	Средн. Moyen	Max.	Min.
1	1.3	1.0	29.5	4.5	1	4.5	13.9	25.3	15.2	18.1	30.3	9.7
2	1.3	1.3	38.6	9.1	1	3.7	12.3	31.7	14.3	19.4	31.7	10.7
3	9.7	0.6	14.8	1.8	0	—	14.3	15.4	13.5	14.4	18.2	12.5
4	24.9	0.3	12.1	0.4	0	—	11.7	12.8	12.1	12.2	14.1	11.4
5	—	2.0	30.5	6.3	0	—	11.0	22.4	13.7	15.7	25.4	9.9
6	—	2.5	36.8	8.8	2	4.5	12.1	26.7	12.3	17.0	27.1	10.4
7	—	2.0	42.1	10.6	2	11.2	10.3	32.5	12.8	18.5	33.3	8.7
8	—	1.6	40.3	11.0	2	11.3	10.7	33.4	11.3	18.5	33.4	9.1
9	—	1.7	41.0	10.3	2	11.6	8.6	31.5	9.9	16.7	32.0	7.0
10	—	1.6	42.8	10.3	2	9.8	8.8	33.8	11.9	18.2	33.8	6.6
11	—	2.3	44.0	10.0	2	7.5	10.7	33.8	13.0	19.2	35.5	9.3
12	5.6	2.1	43.6	10.3	2	7.5	11.8	34.6	14.0	20.1	34.6	10.2
13	—	1.0	26.8	5.5	0	6.0	10.0	21.5	8.7	13.4	29.1	8.7
14	—	1.4	31.4	6.4	2	5.0	9.1	23.2	15.5	15.9	28.0	5.4
15	3.0	0.5	21.7	2.9	0	—	14.2	21.3	12.2	15.9	21.3	11.7
16	6.9	1.3	17.1	2.2	0	4.0	7.4	15.6	9.7	10.9	21.1	6.9
17	0.1	1.2	12.8	1.6	0	—	8.7	12.0	8.4	9.7	12.3	8.2
18	—	2.2	16.1	3.3	1	—	6.7	15.0	7.4	9.7	15.0	6.3
19	1.0	1.1	10.5	1.8	0	—	5.1	9.5	6.0	7.0	9.5	4.6
20	6.9	?	7.8	1.0	0	—	6.5	7.9	6.0	6.9	7.9	5.8
21	5.7	0.1	7.5	0.4	0	—	6.6	8.7	7.7	7.7	8.7	5.2
22	26.1	0.1	11.8	0.5	0	—	8.5	11.5	11.7	10.6	14.5	7.6
23	1.4	0.4	11.7	0.4	0	—	11.4	12.5	11.3	11.7	13.8	10.7
24	—	1.1	22.6	3.2	1	3.2	9.9	13.0	9.7	12.5	23.5	9.2
25	—	1.3	36.7	9.8	2	10.2	7.5	26.0	8.7	14.1	26.7	7.1
26	—	1.2	36.0	10.1	2	10.6	5.0	26.3	7.5	12.9	26.3	3.9
27	—	0.9	34.4	10.0	2	11.2	4.6	28.9	5.0	12.8	28.9	3.4
28	—	1.3	35.3	9.7	2	9.6	3.5	29.6	7.5	13.5	30.3	2.0
29	—	1.1	36.3	9.3	2	9.9	4.5	31.0	9.0	14.8	32.1	3.6
30	—	1.1	36.6	9.6	2	10.0	6.3	29.5	6.5	14.1	30.4	4.8
Средн. Moyen	93.9 13	1.2	27.6	6.0	1.0	5.0	9.1	22.7	10.4	14.1	24.1	7.7

Сентябрь
Septembre

Київ
Kiew

1904

Число Date.	Температура почвы на глубинѣ: Température de la terre à la profondeur de:											
	0.00m				0.10m				0.20m			
	7	1	9	Средн. Мoуен.	7	1	9	Средн. Мoуен.	7	1	9	Средн. Мoуен.
1	12.3	24.3	15.5	17.4	14.2	18.1	16.0	16.1	15.1	15.8	16.0	15.6
2	12.5	28.1	14.8	18.5	11.2	17.5	16.3	16.0	15.1	15.9	16.2	15.7
3	13.4	15.7	13.2	14.1	14.0	15.2	15.1	14.8	14.6	15.5	15.5	15.2
4	12.0	12.0	12.3	12.1	14.0	13.8	14.0	13.9	14.8	14.6	14.4	14.6
5	11.4	23.4	13.7	16.2	13.2	15.7	14.8	14.6	14.0	14.5	14.8	14.4
6	11.8	25.6	12.8	16.7	13.3	16.3	14.7	14.9	14.4	14.7	14.9	14.7
7	10.5	35.8	12.8	19.7	13.4	17.5	15.0	15.3	14.3	14.9	15.1	14.8
8	11.3	35.8	12.3	19.8	13.5	17.5	14.4	15.1	14.3	14.9	14.8	14.7
9	9.6	37.9	11.5	19.7	12.6	16.8	13.6	14.3	13.8	14.3	14.2	14.1
10	9.5	39.1	13.0	20.5	13.1	16.5	14.2	14.3	13.2	13.9	14.2	13.8
11	11.0	42.1	13.7	22.3	12.7	17.2	14.8	14.9	13.5	14.4	14.7	14.2
12	11.7	41.8	14.6	22.7	13.3	16.9	15.0	15.1	13.9	14.7	14.9	14.5
13	10.3	22.2	9.0	13.8	13.1	15.5	13.1	13.9	13.9	14.3	14.0	14.1
14	9.0	26.2	15.3	16.8	11.4	14.9	14.4	13.6	12.8	13.4	13.9	13.4
15	14.2	20.0	12.5	15.6	13.8	15.0	14.9	14.6	13.8	14.2	14.2	14.1
16	8.0	16.6	10.3	11.6	12.2	13.8	12.7	12.9	13.3	13.5	13.4	13.1
17	8.8	12.0	8.5	9.8	11.5	12.1	11.5	11.7	12.6	12.7	12.5	12.6
18	6.8	13.4	6.7	9.0	10.6	11.5	10.5	10.9	11.9	11.9	11.8	11.3
19	5.5	9.1	6.2	6.9	9.4	9.8	9.3	9.5	11.1	10.7	10.7	10.8
20	6.4	8.0	8.0	7.5	9.2	9.2	8.9	9.1	10.3	10.2	10.1	10.2
21	6.5	8.9	7.5	7.6	8.9	9.2	9.3	9.1	9.8	9.9	9.9	9.9
22	8.5	11.3	11.0	10.3	9.5	10.2	10.7	10.1	10.0	10.2	10.7	10.3
23	11.5	12.4	11.3	11.7	10.9	11.4	11.5	11.3	10.9	11.1	11.4	11.1
24	9.8	18.1	10.3	12.7	10.9	12.2	11.7	11.6	11.2	11.4	11.7	11.4
25	7.9	25.7	9.0	14.2	10.5	12.0	11.2	11.2	11.2	11.3	11.4	11.3
26	5.6	27.1	7.3	13.3	9.6	11.0	10.3	10.3	10.6	10.6	10.7	10.6
27	4.7	32.1	5.5	14.1	8.3	10.2	9.4	9.5	10.0	10.0	10.0	10.0
28	3.8	34.1	7.4	15.1	8.0	9.5	9.2	8.9	9.4	9.5	9.6	9.5
29	4.4	33.6	9.1	15.7	8.0	9.7	9.8	9.2	9.1	9.5	9.7	9.4
30	6.3	32.4	6.5	15.1	8.3	10.2	9.6	9.5	9.4	9.7	9.8	9.6
Оредн. Мoуен.	9.2	24.2	10.7	14.7	11.5	13.5	12.5	12.5	12.4	12.7	12.8	12.6

Сентябрь
Septembre

Київ
Kiew

1903

Число Date.	Температура почвы на глубинѣ. Températ. de la terre à la profondeur de:							Примѣчанія. Remarques.
	0.40m				0.80m	1.60m	3.20m	
	7	1	9	Сред. Moyen	1	1	1	
1	15.5	15.5	15.9	15.6	15.2	—	—	Δn,1; *p.
2	15.6	15.6	16.0	15.7	15.1	14.0	11.5	Δp,3. — (на гориз.) n,1; Δn,1.
3	15.8	15.7	15.6	15.7	15.0	—	—	●n,1,a, ●°p, Δn.
4	15.3	15.0	14.8	15.0	14.9	13.9	11.6	●n,1,a; ●°2,p.
5	14.6	14.5	14.8	14.6	14.7	—	—	—
6	14.7	14.7	15.0	14.8	14.5	13.8	11.6	Δp,3.
7	14.7	14.8	15.0	14.8	14.4	—	—	Δn,1; Δp,3.
8	14.7	14.6	14.8	14.7	14.4	13.7	11.7	Δn,1; Δ°a; Δp,3.
9	14.4	14.2	14.4	14.3	14.2	—	—	Δn,1; Δp,3.
10	14.0	13.8	14.2	14.0	14.0	13.6	11.7	Δn,1; Δ°a; Δp,3.
11	13.9	13.0	14.6	14.2	13.9	—	—	Δn,1; Δp,3.
12	14.1	14.1	14.4	14.2	14.0	13.4	11.7	●p,3.
13	14.3	14.1	14.2	14.2	13.8	—	—	●n; Δp,3.
14	13.6	13.4	13.8	13.6	13.7	13.5	11.7	—
15	13.8	13.9	14.1	13.9	13.5	—	—	●a,2 p.
16	13.9	13.7	13.7	13.8	13.5	13.1	11.7	●p.
17	13.4	13.1	13.0	13.2	13.4	—	—	●n,1; ●°a,p.
18	12.6	12.4	12.4	12.5	13.1	13.0	11.7	—
19	11.2	11.7	11.5	11.5	12.8	—	—	●p,3.
20	11.2	11.1	10.9	11.1	12.2	12.9	11.7	●n,a,p,3.
21	10.7	10.6	10.6	10.6	12.0	—	—	●n,1,a,r,3.
22	10.6	10.6	10.9	10.7	11.7	12.7	11.7	●n,a,r,3.
23	11.1	11.3	11.4	11.6	11.6	—	—	●n,1; ●a,2,p.
24	11.5	11.2	11.7	11.5	11.7	12.4	11.6	Δp,3.
25	11.6	11.5	11.6	11.6	11.7	—	—	Δn,1; Δa.
26	11.4	11.1	11.1	11.2	11.7	12.2	11.6	Δn,1.
27	10.8	10.6	10.6	10.7	11.4	—	—	Δn,1; Δp,3.
28	10.3	10.1	10.1	10.2	11.1	12.1	11.5	Δ°n,1.
29	9.9	9.8	10.0	9.9	10.8	—	—	Δn,1; Δp,3.
30	10.0	9.9	10.1	10.0	10.7	11.9	11.5	Δn,1; Δ°p,3.
Средн. Moyen	12.6	12.5	12.6	12.6	13.2	13.1	11.6	

Сентябрь
Septembre

Київъ
Kiew

1903

Вѣтръ. Vent.	Число Nomb.	Сумма скор. Somme des vit.	Средн. скор. Vitesse moyen	Температура Température.	Maximum.	24.3
					День. Date.	11
					Minimum.	27
0	4	—	—		День. Date.	19
N	4	14	3.5		Maximum.	759.4
NNE	4	12	3.0	Барометръ. Baromètre.	День. Date.	26
NE	19	69	3.6		Minimum.	740.5
ENE	13	68	5.2		День. Date.	16
E	6	18	3.0	Отн. влажн. Humid. relat.	Minimum.	28
ESE	5	5	3.0		День. Date.	10 и 12
SE	14	51	3.7	Осадки. Précipitation.	Maximum въ сутки.	26.1
SSE	5	11	2.2		День. Date.	22
S	7	23	3.6		Осадки. Précipitation.	13
SSW	1	7	7.0		☉	13
SW	4	22	5.5		*	—
WSW	—	—	—		▲ ▢	1
W	1	2	2.0		• △ ▽	14
WNW	1	6	6.0		↙ ↘	1
NW	2	10	5.0		S V	—
NNW	—	—	—	Число дней съ: Nombre de jours avec:	☼ ☽	—
					Ясное небо. Ciel clair.	9
					Пасм. небо. Ciel couvert.	11
					Темпер. възд. Max. $\angle 0^{\circ}$ Temp. de l'air	—
					Темпер. възд. Min. $\angle 0^{\circ}$ Temp. de l'air	—
					Темп. пов. почвы. Tem. de la surf. Max. $\angle 0^{\circ}$ de la terre	—
					Темп. пов. почвы. Tem. de la surf. Min. $\angle 0^{\circ}$ de la terre	—

Отклоненія среднихъ суточныхъ температуръ воздуха отъ таковыхъ же
многолѣтнихъ.

Іюль 1904.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
-5.0	-3.1	-0.1	-0.7	-0.8	-1.6	-2.6	+0.8	+1.5	-3.2	-7.3	-7.3	-6.1	-4.5	-1.9
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
+2.2	+5.1	+1.1	-6.7	-9.2	-7.5	-6.6	-4.3	+0.5	-0.1	+1.5	-1.6	-2.1	-4.0	-3.6

Отклоненіе средней мѣсячной отъ нормальной мѣсячной = -2.5

Августъ 1904.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
-7.0	-7.8	-6.5	-4.9	-1.4	+2.1	+1.2	+1.2	-5.3	-3.2	+0.0	+1.1	-2.4	-4.7	-1.3
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
-0.3	-2.9	-0.6	+0.3	+0.3	+3.0	+3.8	+5.7	+1.7	-2.9	-0.7	+0.4	-0.3	-2.1	-5.7
31														
-3.6														

Отклоненіе средней мѣсячной отъ нормальной мѣсячной = -1.2

Сентябрь 1904.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
-0.8	-0.8	-3.9	-5.6	-2.9	-2.7	-1.5	-3.6	-3.5	-0.5	+2.1	+1.3	-4.3	+0.8	-0.3
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
-5.0	+5.9	-6.2	-7.8	-6.6	-5.6	-3.1	+0.9	+3.0	+1.6	0.2	-1.7	-1.1	+0.1	-0.5

Отклоненіе средней мѣсячной отъ нормальной мѣсячной = -2.2

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS
CHICAGO, ILL.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS
CHICAGO, ILL.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS
CHICAGO, ILL.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS
CHICAGO, ILL.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS
CHICAGO, ILL.

Июль, 1904-

Temp

Число Date.	1 ^h	2 ^h	3 ^h
1	10.8	10.0	9.7
2	10.7	10.3	9.7
3	12.7	12.1	11.9
4	16.0	15.4	15.4
5	16.5	16.0	15.6
6	15.1	14.2	12.5
7	15.2	14.4	14.2
8	13.2	12.2	11.8
9	16.0	15.2	15.1
10	13.3	12.9	12.8
11	11.2	10.5	10.0
12	9.4	9.2	9.7
13	8.7	8.4	8.2
14	10.2	9.6	9.1
15	12.7	11.8	11.6
16	15.7	15.2	14.5
17	18.0	17.7	17.0
18	19.8	19.3	18.6
19	17.3	16.1	17.0
20	18.7	9.6	8.7
21	8.3	7.9	7.5
22	10.0	10.1	11.0
23	7.7	6.9	6.4
24	12.4	11.7	12.4
25	14.4	13.5	12.9
26	16.9	16.5	16.5
27	21.3	20.1	18.8
28	15.5	15.2	15.1
29	14.0	13.8	13.7
30	10.8	10.3	9.7
31	11.9	11.7	11.0
Средн. Моуен.	13.4	12.8	12.5

... ..

... ..

... ..

... ..

1
} **Июль, 1904-**

Temp

Число Date.	1 ^а	2 ^а	3 ^а
1	10.8	10.0	9.7
2	10.7	10.3	9.7
3	12.7	12.1	11.9
4	16.0	15.4	15.4
5	16.5	16.0	15.6
6	15.1	14.2	12.5
7	15.2	14.4	14.2
8	13.2	12.2	11.8
9	16.0	15.2	15.1
10	13.3	12.9	12.8
11	11.2	10.5	10.0
12	9.4	9.2	9.7
13	8.7	8.4	8.2
14	10.2	9.6	9.1
15	12.7	11.8	11.6
16	15.7	15.2	14.5
17	18.0	17.7	17.0
18	19.8	19.3	18.6
19	17.3	16.1	17.0
20	18.7	8.6	8.7
21	8.3	7.9	7.5
22	10.0	10.1	11.0
23	7.7	6.9	6.4
24	12.4	11.7	12.4
25	14.4	13.5	12.9
26	16.9	16.5	16.5
27	21.3	20.1	18.8
28	15.5	15.2	15.1
29	14.0	13.8	13.7
30	10.8	10.3	9.7
31	11.9	11.7	11.0
Средн. Мюен.	13.4	12.8	12.5

г. Київъ. Температура воздуха по термографу Ришара.

4 ^h	5 ^h	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h	11 ^h	Подд. Midi.	1 ^h	2 ^h	3 ^h	4 ^h	5 ^h
10.0	10.5	11.1	12.4	15.4	17.2	19.1	17.2	16.8	18.7	16.5	18.4	17.9	17.4
9.3	9.2	11.2	14.2	16.7	18.6	19.6	20.8	21.2	21.6	17.0	20.2	20.2	20.2
11.8	12.6	14.5	16.9	19.1	21.4	23.1	24.5	25.4	24.9	25.5	24.3	23.4	23.1
15.2	15.3	15.4	16.3	17.1	18.3	21.5	22.9	23.8	25.3	24.1	24.6	24.5	23.4
15.6	15.6	15.4	18.2	20.5	22.4	23.9	24.8	24.9	23.7	24.3	23.0	22.4	22.7
12.1	11.7	12.4	14.4	17.8	19.0	19.8	20.8	21.3	21.5	21.8	22.0	22.1	22.0
14.2	14.0	13.9	16.8	19.6	20.9	21.9	21.2	17.9	17.8	18.8	19.7	18.9	19.1
11.8	11.7	13.7	17.9	20.6	23.1	25.4	24.6	26.1	24.8	25.9	26.0	25.3	25.1
14.7	15.3	16.3	18.7	21.9	24.6	26.4	27.2	27.8	28.3	28.2	27.7	27.4	26.5
11.9	11.6	12.9	15.6	17.3	19.3	19.1	19.1	19.3	20.8	20.5	21.0	20.5	19.9
9.8	9.5	11.3	13.4	17.2	18.5	21.0	20.7	18.2	12.8	15.3	15.2	16.7	16.5
9.4	9.5	10.7	11.6	13.4	11.6	12.9	15.5	16.4	16.7	16.3	17.4	16.5	16.0
8.6	9.6	9.1	12.9	13.6	15.0	17.3	15.1	16.5	16.5	16.8	17.2	16.7	15.9
8.5	8.4	9.6	13.3	15.6	18.4	19.1	20.4	20.8	20.7	20.4	21.2	21.0	20.6
10.6	10.6	11.7	15.8	18.7	21.4	22.8	23.4	24.1	24.8	25.5	25.7	25.3	24.9
14.6	14.5	14.7	18.7	21.5	24.4	24.5	26.6	26.7	27.7	27.9	28.2	28.0	27.5
16.7	16.8	16.8	20.8	23.5	27.5	29.4	30.1	30.7	31.3	31.6	31.5	30.8	29.8
18.3	17.7	18.6	20.8	22.8	25.4	26.7	28.1	28.1	29.0	29.6	28.6	28.1	28.2
16.2	13.2	12.1	13.0	14.5	14.6	15.3	16.3	17.1	17.3	19.1	17.8	14.8	13.9
8.7	9.3	10.1	10.4	11.3	11.4	11.5	12.4	13.3	13.3	14.2	13.0	12.7	11.7
7.3	7.2	8.1	10.5	12.6	14.3	14.7	16.0	15.5	15.0	15.9	17.5	16.9	16.7
11.2	10.6	11.2	11.7	12.8	15.7	19.8	19.8	13.9	15.7	19.3	15.6	17.1	16.6
5.9	6.0	7.1	11.1	14.5	18.6	18.5	19.2	19.0	18.8	19.7	19.9	19.8	19.2
12.4	11.8	12.4	15.8	18.6	21.6	23.4	24.5	25.0	26.2	26.8	26.0	25.7	24.0
12.2	11.7	12.4	14.6	17.6	20.3	21.9	23.0	23.6	24.8	25.3	25.5	25.6	25.3
16.6	16.3	16.4	18.3	21.1	24.8	27.6	29.5	31.2	32.0	31.1	31.3	31.4	31.0
17.4	17.2	17.2	18.7	20.1	19.5	19.1	20.3	21.4	21.2	21.6	21.5	21.3	20.7
14.3	13.7	13.4	16.4	18.4	20.4	22.2	22.8	20.8	21.7	22.5	22.7	22.8	22.9
13.0	12.2	12.1	13.7	15.7	18.5	19.7	21.2	20.6	21.4	20.6	20.1	19.2	18.3
8.9	8.9	9.9	13.7	16.5	18.3	19.7	20.9	21.4	21.2	19.3	20.3	19.4	18.7
10.7	10.2	10.6	12.7	14.6	16.5	17.7	19.1	19.2	14.6	16.2	14.4	16.1	14.7
12.2	12.0	12.7	15.1	17.4	19.4	20.8	21.5	21.5	21.6	21.9	21.9	21.6	21.0

Inillet, 1

	8 ^h	9 ^h	10 ^h
5.2	13.8	12.6	1
5.6	14.7	13.8	1
2.5	21.0	19.7	1
7	20.2	18.7	1
9	20.2	18.9	1
0.7	19.4	18.7	1
0.0	17.7	16.6	1
2.4	20.9	19.7	1
3.8	21.0	19.0	1
7.8	16.0	14.6	1
5.7	13.4	11.3	1
4.0	13.2	11.4	1
5.6	15.1	13.4	1
8.9	17.3	16.0	1
1.9	20.1	19.0	1
5.8	24.8	22.7	2
7.1	26.3	24.0	2
5.4	23.6	22.0	2
2.7	11.8	11.5	1
1.0	10.0	9.5	
4.8	13.2	12.0	1
4.8	13.1	11.4	
7.6	16.5	15.7	1
2.1	20.5	19.2	1
3.5	21.9	20.8	1
7.4	26.0	24.6	1
0.1	19.5	18.7	1
0.2	19.4	18.4	1
6.7	15.0	13.9	1
7.9	16.5	15.3	1
2.1	11.8	11.5	1
9.2	17.9	16.6	1

Августъ, 190

Температ

Température

Вслѣдствіе по
Августа случились

Число Date.	1 ^h	2 ^h	3 ^h
1	11.0	10.2	10.1
2	12.5	12.4	12.1
3	12.5	12.5	12.4
4	11.6	11.1	10.9
5	13.3	12.7	12.3
6	15.7	14.9	14.2
7	18.9	17.8	17.7
8	20.0	19.9	19.3
9	13.3	13.1	12.7
10	12.6	12.1	11.7
11	13.0	13.9	13.0
12	14.2	15.9	15.4
13	16.5	16.1	15.8
14	15.3	12.7	12.2
15	11.3	10.7	10.6
16	17.2	17.8	18.4
17	13.8	13.0	13.0
18	10.7	11.2	10.6
19	16.1	15.8	15.6
20	17.8	16.8	16.4
21	17.8	17.5	17.3
22	18.4	18.2	18.2
23	—	—	—
24	20.4	21.0	20.4
25	13.2	13.2	12.8
26	12.2	11.9	11.6
27	—	—	—
28	16.7	16.7	15.5
29	—	—	—
30	13.0	12.7	12.2
31	—	—	—
Средн. Моем.	14.6	14.4	14.1

14 г. Київъ. Температура воздуха по термографу Гасслера.

4 ^h	5 ^h	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h	11 ^h	Полд. Midi.	1 ^h	2 ^h	3 ^h	4 ^h	5 ^h
10.1	10.0	10.2	11.4	12.3	12.4	13.8	16.5	15.5	15.0	16.1	16.9	17.8	17.9
11.8	11.4	11.5	11.4	11.6	11.7	11.9	12.4	12.7	12.9	13.2	12.9	13.3	13.9
12.3	12.3	12.7	12.8	13.3	14.0	14.6	14.7	16.0	16.1	16.8	18.5	17.7	17.7
11.4	11.9	12.6	13.1	14.3	14.2	14.8	16.7	18.8	19.1	18.6	18.9	18.8	19.0
12.0	11.8	12.1	13.4	16.1	19.4	21.4	23.0	23.0	24.1	23.8	21.4	23.3	23.4
13.9	13.7	14.2	16.4	19.9	22.9	25.4	26.8	26.8	27.6	27.7	27.7	27.2	26.6
17.2	16.1	16.7	17.8	20.7	24.2	28.9	28.4	29.4	30.0	29.0	28.9	29.4	28.9
19.3	18.8	18.3	19.6	23.3	24.0	24.4	21.5	21.8	24.0	24.4	23.4	22.9	22.7
12.1	11.5	12.2	18.1	16.4	18.9	20.4	21.3	21.9	22.5	22.5	22.0	21.8	21.5
10.9	10.5	11.2	12.9	15.4	18.0	19.9	21.4	22.2	22.2	20.7	22.7	21.9	21.7
11.9	11.6	11.9	13.8	16.6	19.9	21.6	23.0	23.7	23.9	23.6	23.8	24.1	24.4
14.9	15.3	14.9	17.0	18.6	20.7	22.9	25.0	27.0	27.7	28.2	29.0	28.1	27.1
16.3	16.4	16.1	15.1	15.1	15.4	16.4	18.3	19.8	19.4	19.3	19.4	19.9	20.1
11.9	11.1	10.8	11.9	13.6	15.5	16.5	17.3	18.5	18.9	18.8	18.8	18.8	18.4
10.2	10.2	10.6	10.8	14.4	15.6	18.7	20.0	21.7	21.5	22.3	22.5	22.8	22.9
18.3	18.0	17.2	17.5	18.3	20.3	16.7	17.2	20.9	21.0	22.2	23.2	23.3	19.2
13.3	12.7	12.4	13.6	15.7	17.6	18.8	19.2	19.1	19.4	21.1	19.8	19.8	19.4
10.0	9.5	9.6	11.4	14.9	18.3	20.5	21.6	22.8	23.2	23.8	23.8	23.8	23.5
15.1	14.7	14.5	15.5	17.8	22.3	26.1	27.5	29.4	22.8	22.7	22.8	23.7	22.8
15.9	15.1	16.1	16.2	16.9	17.7	19.4	18.9	20.6	23.1	23.4	23.3	23.6	23.8
16.9	16.1	16.1	16.9	18.9	21.8	24.2	26.1	27.2	27.7	27.4	27.1	26.8	21.7
17.2	16.7	16.1	16.9	18.6	21.0	22.8	23.6	25.3	25.3	25.6	25.8	26.1	25.9
—	—	—	18.7	20.3	20.9	22.6	27.0	30.1	29.9	29.6	29.6	29.0	28.4
19.2	18.5	17.7	18.6	20.3	22.3	23.3	23.7	24.4	25.9	22.4	18.1	17.5	17.7
13.0	13.0	13.1	13.3	14.2	14.7	15.4	16.7	17.9	18.6	19.6	20.0	20.0	19.6
11.1	10.2	10.0	11.6	13.3	16.0	18.3	19.6	20.7	21.5	21.8	20.7	20.4	20.5
—	—	—	14.1	15.3	16.1	18.9	20.0	20.6	21.9	22.2	21.8	20.8	20.8
14.8	14.4	14.4	14.5	15.5	16.9	18.1	19.8	19.8	20.3	21.4	20.1	19.2	18.1
—	—	—	—	—	—	—	—	—	17.2	15.5	14.7	15.1	14.7
11.6	11.4	11.4	11.6	11.6	11.9	11.9	12.3	12.4	12.5	12.1	11.7	11.5	11.6
—	—	—	—	—	—	—	—	—	18.9	18.9	17.8	17.3	17.7
13.8	13.5	13.6	14.5	16.5	18.3	19.7	20.7	21.8	22.0	22.1	22.0	22.0	21.5

Août, 1904.

	8 ^h	9 ^h	10 ^h
3.4	15.5	14.6	14.0
3.2	12.9	12.7	12.7
5.6	14.5	13.6	13.6
7.2	15.3	15.5	14.4
1.1	19.7	18.6	17.8
4.7	23.2	21.8	20.8
5.5	23.6	22.4	21.1
1.0	19.4	17.2	15.7
0.0	17.9	17.0	14.9
9.8	17.8	15.9	14.9
1.1	20.6	19.6	18.6
4.7	17.8	17.1	16.7
7.8	16.3	16.1	15.9
6.3	14.6	13.9	13.2
9.9	18.6	18.2	17.7
8.3	16.8	16.0	15.1
7.1	15.7	14.9	13.9
11.3	19.8	18.8	18.2
10.4	19.2	18.9	18.5
12.6	19.0	17.9	18.0
12.7	21.5	20.6	20.5
13.5	22.8	21.9	—
16.0	24.1	22.2	21.7
16.5	16.0	15.5	14.6
16.9	15.5	14.5	14.4
18.0	17.8	16.8	—
18.2	17.8	17.3	16.9
17.5	16.1	15.5	—
13.8	13.7	13.5	13.0
11.1	11.1	11.1	—
15.4	14.4	13.3	12.9
19.6	17.9	17.0	16.3

Сентябрь, 190

Тем
Tempé

Число Date.	1 ^a	2 ^a	3 ^a
1	10.8	11.1	10.3
2	12.1	11.6	11.0
3	12.5	12.1	12.2
4	11.0	10.4	10.2
5	10.2	10.2	9.9
6	12.1	11.6	11.6
7	12.1	12.1	11.9
8	11.9	11.4	10.6
9	9.9	9.7	9.0
10	9.8	9.3	8.8
11	14.3	12.5	11.6
12	13.8	13.3	13.7
13	12.1	11.8	11.5
14	5.6	5.3	4.8
15	16.3	16.0	15.6
16	9.5	8.9	8.1
17	7.7	7.7	7.4
18	7.1	7.0	7.1
19	5.2	4.8	4.5
20	6.5	6.5	6.4
21	4.9	5.0	5.2
22	7.1	7.1	7.1
23	10.3	10.3	10.4
24	11.8	11.5	11.3
25	11.0	10.4	10.1
26	8.5	7.8	7.3
27	7.0	6.9	6.1
28	5.2	4.5	4.3
29	6.5	5.9	5.8
30	9.7	8.7	8.4
Средн. Moyen.	9.7	9.4	9.1

14 г. Киевъ. Температура воздуха по термографу Гасслера.

4 ^h	5 ^h	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h	11 ^h	Полд. Midi.	1 ^h	2 ^h	3 ^h	4 ^h	5 ^h	6 ^h
9.9	11.0	12.1	11.6	13.3	17.1	16.7	19.0	19.7	21.2	20.7	20.6	17.6	17.8	17.8
10.8	10.3	10.0	10.9	13.3	16.2	17.5	17.5	19.1	19.8	19.4	17.8	18.1	17.8	17.8
11.6	11.0	10.7	11.6	11.8	12.0	12.2	12.3	12.7	13.0	13.0	13.0	13.0	13.1	13.1
10.1	9.9	9.9	9.8	9.8	9.7	10.2	10.0	10.8	10.4	10.7	11.0	11.3	11.0	11.0
9.9	9.9	9.4	10.5	10.8	11.4	12.7	14.4	15.4	18.0	18.2	17.9	17.5	17.1	16.8
11.0	10.1	9.5	9.7	11.4	13.3	14.6	15.7	16.3	18.4	18.9	18.5	18.8	17.8	17.8
10.9	10.4	10.3	12.2	12.7	14.8	17.0	18.0	18.8	19.9	19.6	19.2	18.8	18.5	18.5
10.4	9.4	9.0	9.4	11.0	12.7	14.3	15.6	16.5	16.8	17.2	17.3	17.1	16.7	16.7
8.7	7.6	6.9	9.1	10.4	11.8	13.4	14.4	15.6	17.1	16.7	16.3	15.8	15.4	15.4
8.3	8.2	7.8	9.2	11.3	14.6	17.1	18.9	20.1	21.0	21.7	21.3	21.5	19.8	18.8
12.3	11.6	10.4	11.9	13.3	15.7	17.8	19.7	20.8	23.0	23.3	23.4	23.3	22.4	20.1
13.6	12.3	12.1	11.8	18.2	17.7	18.4	20.9	21.9	22.9	23.2	23.4	22.8	21.9	20.2
11.0	10.4	8.7	8.0	8.3	10.0	10.8	11.6	12.4	14.0	14.0	15.4	14.2	14.7	12.1
4.5	4.2	5.0	6.6	8.8	12.1	14.7	16.7	17.8	18.9	18.3	18.6	18.3	17.1	16.3
15.2	14.9	14.7	14.1	14.2	15.1	15.2	15.3	15.4	15.9	14.4	13.1	12.1	11.6	11.1
7.1	6.2	5.6	5.4	6.4	8.8	10.5	11.6	13.1	12.8	12.3	12.1	11.5	10.4	10.1
7.1	6.7	6.2	6.0	6.5	6.9	7.4	8.0	8.4	8.9	8.8	8.2	8.2	8.1	7.3
6.5	5.9	5.4	5.1	4.9	5.5	6.4	8.1	8.8	8.7	8.2	8.7	8.6	8.3	7.1
4.0	3.7	3.5	3.2	3.5	3.8	4.1	5.2	6.3	6.8	6.7	6.6	5.9	5.3	5.1
6.5	6.0	5.9	5.9	5.3	4.6	4.6	4.7	5.2	5.5	5.6	5.6	5.4	5.0	4.1
5.4	5.5	5.6	5.8	5.7	5.8	5.9	5.9	6.0	6.5	6.5	6.6	6.6	6.7	6.1
7.0	7.0	7.1	7.6	7.9	8.5	9.0	9.5	9.8	10.5	10.5	11.1	11.0	10.9	10.1
10.9	10.9	10.9	10.8	10.9	10.8	11.6	11.8	12.0	11.1	11.2	11.3	11.5	11.5	11.1
10.8	10.7	10.6	10.4	10.7	11.2	12.5	13.9	15.6	16.9	16.8	16.5	16.1	15.7	15.1
9.8	9.2	8.9	8.2	8.7	10.7	13.2	14.9	16.2	16.7	16.7	16.7	16.2	15.2	13.4
6.6	6.6	5.6	5.5	7.8	9.7	11.5	12.8	13.8	15.0	15.0	14.9	14.7	13.6	12.1
6.1	5.8	5.4	4.9	6.5	8.4	10.2	12.0	12.9	13.6	13.6	13.6	13.5	12.8	10.1
4.3	4.3	3.7	4.1	6.0	5.8	11.0	13.2	14.5	15.2	15.5	15.1	14.7	13.7	12.1
5.1	5.1	4.8	5.3	7.6	11.0	13.3	14.9	15.8	17.0	16.2	17.3	17.2	16.3	14.1
8.8	7.4	6.7	7.1	8.2	10.4	12.4	14.1	15.5	16.6	17.0	16.7	16.2	15.2	13.1
8.8	8.4	8.1	8.4	9.4	10.9	12.4	13.4	14.2	15.1	15.0	14.9	14.6	14.0	13.1

Septembre. 18

7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h
16.0	15.0	14.4	13.7
15.6	14.9	14.2	13.8
13.1	13.0	12.7	12.7
11.0	10.9	10.7	10.6
15.5	14.8	13.8	13.3
16.0	15.5	13.9	12.9
16.9	15.9	14.1	13.3
13.9	12.7	12.5	11.5
13.7	12.6	11.7	11.6
16.7	15.5	14.6	13.9
17.9	17.0	16.1	16.1
16.0	13.2	12.1	12.4
10.5	8.9	7.9	7.4
15.8	16.0	17.8	17.6
10.5	10.3	10.3	10.1
9.3	9.2	9.3	9.0
7.9	7.9	7.9	7.8
7.3	7.1	6.8	6.3
5.1	5.0	4.8	5.6
4.3	4.2	3.9	4.5
6.8	6.8	6.5	6.5
10.8	10.7	9.9	9.9
12.0	12.1	12.3	12.2
14.0	13.2	12.8	12.4
12.7	12.1	11.6	10.7
11.3	11.1	10.3	9.6
9.5	8.8	8.0	7.6
11.2	11.3	10.9	10.4
13.6	14.0	13.1	11.2
11.6	11.0	10.4	8.2
12.2	11.7	11.2	10.4

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

CHICAGO, ILL. 60607

1994

1995

1996

1997

1998

1999

2000

2001

2002

2003

2004

2005

2006

2007

2008

2009

2010

2011

2012

2013

2014

2015

2016

2017

2018

2019

2020

2021

2022

2023

2024

2025

2026

2027

2028

2029

2030

2031

2032

2033

solvuntur, factum dixerint ^{a)}, hoc ^{b)} ad grafionem non requiratur ^{b)} unde ^{c)} ille ^{d)} securitatem fecerit ^{e)} ^{e)}.

LV. De corporibus expoliatis

§ 1. Si quis corpus occisi ^{f)} hominis antequam in terra mittatur expoliaverit ⁵⁷⁵) in furtum ^{g)} ⁵⁷⁶), MMD dinarios qui faciunt solidos LXIII ^{h)} culpabilis iudicetur.

Add. 1 ⁱ⁾. Si quis tumultum ^{k)} super hominem mortuum expoliaverit ^{l)}, solidos XV culpabilis iudicetur.

Add. 2 ^{m)}. Si ⁿ⁾ quis cheristoniam ^{o)} ⁵⁷⁹) super hominem mortuum capulaverit aut selave ^{p)} ⁵⁸⁰) que ^{q)} est ponticulus ^{r)} sequentem ^{s)}

a) вместо „aliqu... dix.“ разные варианты: „de quid de quod fortasse dixerit“—Wolf.; „aliquid id est quod eis solvitur factum dixerit“—Münch.; „aliquid de quod ei solvitur factum dixerit“—9653; „unde eis aliqu. solv. et sanum dixerint“—II; „aliqua ante illos aliqu. fact. fuerit“—одни изъ III; „aliqua ante illos legibus („secundum legem“—Em.) fuerit definita“—друг. изъ III, Em.; „illi aliquid sanum dixerint“—Her.

b) вместо: „hoc... requ.“. Wolf., 9653, II—„hoc ad graffione non removatur“; нѣкот. изъ III—„penitus grafionem remove non possit“; друг. изъ III, Em.—„ante grafionem eam remove non licet“; Her.—„penitus gravio nullam habeat licentiam removendi“.

c) „unde... fec.“—нѣтъ III, Her., Em.

d) „illi“—Wolf., 9653, II.

e) „fecerunt“—Wolf.; „fecerint“—9653, II.

f) „mortui“—II, Em.

g) „in f.“—нѣтъ Münch., Her.; „per furtum“—Em.

h) „LXII“—Münch., 9653; „sol. LXII cum dimid.“—II, III, Her., Em.

i) § даютъ—II, Her., Em.

k) „tombam“—Her.

l) „vel dissipaverit“—приб. одна изъ II, Em.

m) § даютъ—II, Her., Em. -

n) Em. даетъ: „Si quis aristatotem, hoc est stapplus ⁵⁷⁷) super mortuum missus, capulaverit aut mandualem ⁵⁷⁸) quod est ea structura sive selave qui est ponticulus sicut mos antiquorum faciendum fuit, qui hoc distruxerit aut mortuum exinde expol.“...

o) „cheristadona“—одна изъ II, Her.

p) „silave“—Her.; „si lavave“—одна изъ II.

q) „quod“—одна изъ II, Her.

r) „porticulus“—Her.

s) вместо „sequ.“, Her. даетъ—„super hominem“.

mortuum expoliaverit ^{a)}). de unaquaque de istis solidos XV culpabilis iudicetur.

§ 2 ^{b)}). Si ^{c)} corpus iam sepultum effuderit ^{d)} et ^{e)} expoliaverit, et ei fuerit adprobatum, wargus ⁵⁸¹⁾ sit ^{f)} usque in die illa quam ille cum parentibus ⁵⁸²⁾ ipsius defuncti conveniat, et ^{g)} ipsi pro eum rogare debent ut ille inter homines ^{h)} liceat accedere ⁱ⁾. Et qui ei antequam parentibus conponat aut panem dederit aut hospitalitatem dederit, seu ^{k)} parentes seu uxor proxima ^{l)}, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

§ 3 ^{j)}). Ipse ^{m)} vero ⁿ⁾ qui hoc admisisse probatur ^{o)} ^{p)}, VIII M. dinarios qui faciunt solidos CC culpabilis iudicetur.

§ 4 ⁵⁸⁴⁾). Si quis hominem mortuum super alterum in nauco ^{q)} aut in poteo ^{r)} miserit, et ei fuerit adprobatum, MDCCC dinarios ^{s)} qui faciunt solidos XLV culpabilis iudicetur.

Add. 3 ^{t)} ⁵⁸⁵⁾). Si quis basilicas ^{u)} ⁵⁸⁶⁾ expoliaverit desuper hominem mortuum, solidos XXX culpabilis iudicetur ^{v)}).

^{a)} „deiecerit”—Her.

^{b)} § нѣтъ—III.

^{c)} „Et antiqua lege si”—дасть Her., соединяя §§ 1, 2.

^{d)} „eff.”—нѣтъ Wolf., Münch.

^{e)} „aut”—Em.

^{f)} „hoc est expulsus de eodem pago”—приб. Em.

^{g)} „ut”—9653, II, Em.

^{h)} „inter omnes”—9653; „infra patriam”—Em.

ⁱ⁾ „esse”—Em.

^{k)} „seu.... prox.”—нѣтъ Wolf., Münch., 9653; „sive uxor sua propria”—II. Her.; „sive uxor eius hoc fecerit”—Em.

^{j)} § нѣтъ—III.

^{m)} вмѣсто „Ipse.... prob.” Em. даетъ: „Auctor vero sceleris huius, si ipse hoc fecit, et conprobatus fuerit, vel alium ademptum faciendi locaverit ⁵⁸³⁾“...

ⁿ⁾ вмѣсто „Ip. v.”, остальн. Codd. даютъ (присоединяя § къ § 2)—„tamen auctor sceleris“...

^{o)} вмѣсто „adm. prob.” Wolf.,—„admisisset aut expodisset”; Münch., Her.—„(ad)misisse probatus est;“ 9653, II—„adm. prob. aut fodisse“.

^{p)} „nachao”—Münch.; „naupfo”—II; „naufu”—Her., Em.

^{q)} „petro”—всѣ остальн. Codd.

^{r)} „sol. XXXV”—II, Her., Em.

^{s)} § даютъ—II, III, Her., Em.

^{t)} „domum in modum basilicae factum”—Em.

^{u)} „excepto cap. et dil.”—приб. одна изъ II, нѣкот. изъ III, Her., Em.

Add. 4 *). Si ^{b)} quis ^{c)} basilica ubi ^{d)} requiescunt ^{e)} insertas aut ipsa basilica est sanctificata ^{f)} incenderit, solidos CC culpabilis iudicetur.

Add. 5 †) ⁵⁸⁷). Si quis presbiterum interfecerit, XXIV M. denarios qui faciunt solidos DC culpabilis iudicetur.

Add. 6 *). Si quis diaconum interfecerit, XII M. dinarios qui faciunt solidos CCC culpabilis iudicetur.

Add. 7 †). Si quis episcopum interfecit, DCCCC solidos culpabilis iudicetur.

LVI. De ⁱ⁾ eum qui ad mallum venire contemnit.

Add. 1 †) ⁵⁸⁸). Si quis ad mallum alterum per lege coniunxerit ⁱ⁾ ad ^{m)} fidem facire ⁵⁸⁹) dispexerit aut precium solvere, tunc racineburgiis ⁵⁹⁰) de ⁿ⁾ eum ante audire ^{o)} secundum legem, qualis causa est, et illi ^{p)} qui eum mallavit ad casa ^{q)} sua ei nunciare debet precium antedictum ^{r)}, et ^{s)} tunc ei solvere ^{t)} noluerit, tunc per legem debet attendere, et postea grafionem ad casa sua invitare ⁵⁹¹), aut ^{u)} quod lex est de ^{v)} ipsa causa de res suas secundum legem debeat revestire ^{w)}).

a) § даютъ—II, III, Her., Em.

b) Em. даеть: „Si quis ecclesiam sanctificatam vel ubi reliquiae sanctorum reconditae sunt incenderit vel infra ipsa ecclesia aliquam expoliationem de altare aut de infra illa ecclesia aliquid tulerit“...

c) „voluntario ordine aut fortasse per negligentiam“—приб. Her.

d) „ubi... sanct“.—нѣтъ III, Her.

e) „reliquiae sunt“—одна изъ II.

f) § даютъ—III, Em.

g) § даютъ—III, Em.

h) § даеть—одна изъ Em.

i) „De dispeccionibus“—даютъ Wolf., II, Her.

k) § даютъ—Wolf., Her.

l) „vicerit“—Her.

m) „et is“—Her.

n) вмѣсто „de... aud.“ Her. даеть—„eum debent attendere“.

o) „ille“—Her.

p) „causa“—Her.

q) „aut debitum“—приб. Her.

r) „si“—приб. Her.

s) „satisfacere“—Her.

t) „ut“—Her.

u) Her. кончаеть: „is de caussa et rebus suis sec. leg. referat.“

§ 1. Si quis ad mallum venire contempserit aut ⁵⁹²⁾ quod ^{a)} ei a rachineburgiis fuerit iudicatum ^{e)} adimplere distulerit, si ^{b)} nec de compositione nec hinc ^{c)} ⁵⁹³⁾ nec de ulla legem ^{d)} ⁵⁹⁴⁾ fidem facere voluerit ^{e)}, tunc ad regis praesentia ⁵⁹⁵⁾ ipso manire debet. Et ibi dudicem testes ⁵⁹⁶⁾ erunt ^{e)} qui per singulos vices ^{f)} tres ^{e)} iurati dicant, quod ibi fuerunt ubi rachineburgius ^{h)} indicavit, ut ⁱ⁾ aut ad hinc ambularet aut fidem de compositione faceret ⁱ⁾, et ille dispexerit. Iterum ^{k)} alii tres iurare debent ut ubi fuisset ^{j)} [post ^{m)} illa] ⁿ⁾ die quando rachineburgii iudicaverunt ut aut per hinc ^{e)} aut per compositione se deducerit ^{e)}, hoc est de illa die in XL noctis ⁵⁹⁷⁾ in mallobergo ^{o)} ⁵⁹⁸⁾ iterum ei solem collocare ⁵⁹⁹⁾ et nullatenus legem voluerit adimplere. Tunc eum debet manire ante regem, hoc est in noctes XIV, et tria testimonia iurare ^{r)} debent ^{e)} quod ibi ⁱ⁾ fuerunt ubi eum manibit et solem collocavit ⁱ⁾. Si nec tunc venit, ista ^{s)} nove testimonia ^{r)} iurati ^{e)} ^{t)} sicut superius diximus dicant. Similiter illi ^{e)} die si ^{u)} non venerit, collocet

a) вмѣсто „quod.... iud.“, нѣкот. изъ III даютъ—„iudicium legibus datum quod racinburgi ei iudicaverunt“.

b) „si.... vol.“—нѣтъ въ нѣкот. изъ III.

c) „nec hin.“—нѣтъ Em.

d) „rem“—Wolf.

e) „cum XII test. ire debet“—II. Her.

f) „placita“—II. Her., Em.

g) „tr.“—нѣтъ II. Her., Em.

h) всѣ остальн. Codd. даютъ „множ. ч.“

i) „ut.... fac.“—нѣтъ Em. и нѣкот. изъ III.

k) „It.... vol.“—нѣтъ въ нѣкот. изъ III.

l) „fuiesses“ (!)—4404.

m) „post“—нѣтъ 9653.

n) „p. ill.“—нѣтъ 4404.

o) вмѣсто „p. hin.“, 9653 даетъ—„de lege“.

p) „educerit“—Wolf., Münch., Her., Em.

q) „mallo“—Wolf., 9653, Em.

r) „iur.... test.“—нѣтъ Wolf.

s) „iurando dicant“—Her., Em.

t) вмѣсто „ubi.... coll.“, всѣ остальн. Codd.—„eum manisset“.

u) „omnia“—приб. всѣ остальн. Codd.

v) „iur.... test.“—нѣтъ 9653.

w) вмѣсто „iur.... admall.“, Em. даетъ—„coniurando quae superius diximus vera esse dixerint, simil. ei item solem culcet et illos tres testes ibidem habeat ubi culcav. sol., et ista omnia complever. qui eum admallat“.

x) „illa“—всѣ остальн. Codd.

y) „si.... tria“—нѣтъ Wolf.

ei solem et illa tria *) testimonia ^{b)} [ibidem habeat] ^{c)}, [qui ibi fuerunt] ^{d)}, ubi collocavit solem. Tunc si ille qui admallat ^{e)} ista omnia [impleverit] ^{f)}, et qui admallatus est ad nullum placitum ^{g)} venire voluerit ^{h)}, tunc [rex] ⁱ⁾ ad que maunitus est extra sermonem suum ^{k)} ponat ^{l)} eum ^{m)}. Tunc ipse culpabilis ⁿ⁾ et omnes res suas erunt ^{o)}. Et ^{p)} quicumque eum aut paverit ^{q)} aut hospitalem dederit, etiam si uxor sua proxima ^{r)}, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur, donec ^{s)} omnia que inpotatur ^{t)} componat ^{u)}.

LVII. De rachineburgiis ⁶⁰⁴⁾.

§ 1. Si quis ^{v)} rachineburgii in mallobergo ^{w)} ⁶⁰⁵⁾ sedentes ⁶⁰⁶⁾ dum causam inter duos discutiunt et ^{x)} legem dicere noluerint ^{y)}, debet ei dicere ⁶⁰⁸⁾ ab illo qui causa prosequitur ⁶⁰⁹⁾: hic ego vos tancono ⁶¹⁰⁾ ut

a) „si.... tria“—нѣтъ Wolf.

b) „iur.... test.“—нѣтъ 9653.

c) „ib. hab.“—даётъ только Em.

d) „qui.... fuer.“—нѣтъ 4404. III, Em.

e) вмѣсто „iur.... admall.“, Em. даётъ—„coniurando quae superius diximus vera esse dixerint, simil. ei item solem culcet et illos tres testes ibidem habeat ubi culcav. sol., et ista omnia complever. qui eum admallat“.

f) „impl.“—нѣтъ 4404.

g) „It.... vol.“—нѣтъ въ нѣкот. изъ III.

h) „et per legem se educere voluerit (noluerit)“—приб. II, III, Her., Em.

i) „rex“—нѣтъ 4404.

k) „dominicum“—Münch.

l) вмѣсто „pon. eum“, Em. даётъ—„esse diiudicet“.

m) „is fisco aut cui fiscus dare voluerit“—приб. II, Her., Em.

n) „panem dederit“—II, Her., Em.

o) „propria“—Wolf., Münch., 9653, Em.; „aut proxima“—Her.

p) „don.... comp.“—нѣтъ Wolf.

q) „ei legibus imputantur“—даютъ Münch., II, III, Her., Em.

r) „quis.“—нѣтъ Münch., 9653. III; „qui“—Her.; „quidem“—Em.

s) „in bergo in mallo“—Münch.; „in mallo“—9653.

t) „et“—нѣтъ въ остальн. Codd.

u) дальше разн. продолж.: II—„debent eis dicere, qui causam requirunt: dicite nobis legem Salica. Si vero legem noluerint dicere, ille qui causam prosequitur“... III—„debet eis dicere qui causam querit: dic. nobis l. Sal.; si illi nol. dic., tunc iterum ipse deb. dic.: ego vos rogo ut mihi et isto gasationem⁶⁰⁷⁾ quo legem dicatis; bis aut tres hoc deb. dicere: ego vos tancono“... Her.—„deb. eis qui requ. dic.: dicite nobis leg. Sal... Si illi tunc nol. dicere, tunc iterum qui caus. requ. dicit: vos tang. ut mihi et isto legem dicatis. Bis aut tertio hoc deb. facere. Si vero illi nol. dic., tunc qui caus. repetit deb. dic.: ego vobis tang.“

legem dicatis secundum legem Salegam. Quod ^{a)} si ille ^{b)} dicere noluerint, septem ^{c11)} de illos rachineburgios, CXX dinarios qui faciunt solidos III ante ^{c)} solem collocatum ^{c)} ^{c12)} culpabiles iudicentur ^{c)}).

§ 2 ^{c13)}. Quod si ^{c)} nec legem dicere noluerint, nec de ternos solidos fidem facerent ^{c)}, solem illis collocatum ^{f)}, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicentur.

§ 3 ^{d)} ^{c14)}. Si ^{a)} vero illi rachineburgii ^{d)} sunt et non secundum legem iudicaverint, is ^{a)} contra quem sententiam dederint causa ^{e)} sua agat et ^{m)} potuerit adprobare quod non secundum legem iudicassent ^{e)} ⁿ⁾, DC dinarios qui faciunt solidos XV quisque illorum ^{e)} culpabilis iudicetur.

Ald. 1 ^{d)}. Si vero rachinburgiae legem dixerint et ille contra quem legem dicunt eos ^{e)} contradixerit, quod legem non iudicant, simili modo ^{e)} ^{e)} contra unumquemque ^{e)} solidos XV culpabilis iudicetur.

usque quo mihi leg. dic. Sal. "... Em.—, tunc ab eo qui caus. requ. sint iterum [ammoniti ut l. Sal. dicant] usque tertia vice. Quod si dic. nol., tunc dicat ille qui caus. requ.: ego vos tang., usque dum vos inter me et contra causatorem meum legem iudicatis"...

^{a)} „Quod.... iud.“—нѣтъ Münch.

^{b)} „illi“—остальн. Codd.

^{c)} вмѣсто „ante.... coll.“, Wolf., 9653, II, III, Her., Em. даютъ—„collegato sole“.

^{d)} Em. даетъ—„Et si adhuc rachinb. despexerint“...

^{e)} „facere“—Münch., 9653, II, III; „nec solvere nec fid. facere“—Her.; „necque de tern. sol. compositionem facere“—Em.

^{f)} „unusquisque“—приб. II, III, Her., Em.

^{g)} § нѣтъ—III.

^{h)} „Si vero rathineburgii non sec. leg. iudic. Sal. his contra quos sententiam dederunt sol. XV solvant“—даютъ Wolf., Her.; „Similiter, si conprobatifuerint legem non iudicasse, septem ex eis unusquisque DC din. q. f. sol. XV culp. iud.“—Em.

ⁱ⁾ „qui“—приб. II.

^{j)} „his“—4404.

^{k)} „causa... iud.“—нѣтъ Wolf.

^{m)} „si“—приб. 9653, II.

ⁿ⁾ „illi septem singillatim“—приб. II.

^{o)} „qu. ill.“—нѣтъ Wolf., Münch., 9653, II.

^{p)} § даютъ—II, III, Her., Em.

^{q)} вмѣсто „eos.... modo“, Her. даетъ—„eis contradicat et hoc sustinere noluer.; eos enim contra legem iudicasse sibi putat et id comprobare non poterit“. Em. даетъ—„hic sust. nol. et dicit contra legem iudicasse sibi, et hoc comprobare non potuerit“.

^{r)} „sim. m.“—нѣтъ III.

^{s)} „de septem rathin“.—приб. Her., Em.

LVIII. De chrenecruda ⁶¹⁵⁾ *).

§ 1. Si quis hominem occiderit et totam facultatem ^{b)} ⁶¹⁷⁾ data ^{c)} non habuerit unde ^{d)} tota lege ⁶¹⁸⁾ conpleat *), XII iuratores ⁶¹⁹⁾ donare debet [quod] ^{f)} nec super terram nec subtus terram plus facultatem non habeat quam iam donavit. Et postea debet in casa sua introire et de quattuor angulos ⁶²⁰⁾ terre ^{g)} in pugno collegere et sic postea in durupullo ⁶²¹⁾, hoc est in ^{h)} limitare ⁱ⁾, stare debet intus in casa respiciens et sic de sinistra manum de illa terra trans scapulas suas iactare ⁶²²⁾ super illum quem proximiozem parentem habet. Quod ^{k)} si iam pater ⁶²³⁾ et ^{l)} fratres solserunt, tunc super suos ^{m)} debet illa terra iactare, id est ⁿ⁾ super tres de generatione matris ⁶²⁴⁾ et super tres ^{o)} de generatione patris qui proximiores sunt ^{k)}. Et sic postea in camisia ⁶²⁵⁾, dis-

^{a)} ⁶¹⁶⁾ „lege quae paganorum tempore observabant deinceps numquam valeat, quia per ipsam cecidit multorum potestas“—даютъ нѣкот. изъ III, опускающая *весь* остальной текстъ главы; „quod paganorum tempore observabant“—приб. друг. изъ III; „id est terra mala“—приб. три (odd. изъ Em.

^{b)} „in tota facultate“—II, Her., Em.

^{c)} „data“—нѣтъ 9653, II, III, Her., Em.

^{d)} „componat ut“—приб. Münch.

^{e)} „componat“—II.

^{f)} „quod“—нѣтъ 4404, Wolf.

^{g)} „terra“—Wolf; „terram“—Münch.; „de terra illa“—II, Em.; „terrae pulverem“—Her.

^{h)} вмѣсто: „h. e. in“, Münch. даетъ—„quod dicitur“.

ⁱ⁾ „liminare“—Em.

^{k)} вмѣсто: „Quod... [sunt]“: разные варианты. Münch. „Quod si proximior illo et mater et frater solserint, tunc superiorem sororem et matrem aut suos filios deb. illa terra iact., id est super tres de gener. patris qui proxim. sunt“.—9653: „Quod si tam pro illo et mater et frater persolv., tunc super sororem matris aut super suos filios deb. illa terra iact.; quod si ille non fuerit de illa terra iactata id est super tr. de gen. patris qui prox. s.“—II: „Quod si iam mater et frater solserit, tunc super sororem matris aut super suos filios deb. de i. t. iact., idem super tr. de gen. matris qui prox. s.“—Нѣкот. изъ III, Em.: „Quod si iam pater aut mater vel fratres solv., tunc... (датель—чтение II)“.—Her.: „Quod si iam pater aut mater seu frater pro ipso solv., super sororem tunc matris aut super eius filios de i. t. iact.; quod si isti non fuerunt, super tr. de gen. patr. et matr. qui prox. s.“

^{l)} „aut“—Wolf.

^{m)} „filius“—приб. Wolf.

ⁿ⁾ „i. e.“—нѣтъ Wolf.

^{o)} „sup. tr.“—нѣтъ Wolf.

cinctus, discalcius, palo in manu, sepe ⁶²⁶) sallire debet, ut pro medietate ⁶²⁷) quantum de compositione diger est aut quantum lex addicat, illi tres solvant, hoc est ^{a)}) illi alii qui de paterno ^{b)}) generatione venerunt ^{c)}) facere debent. Si ^{d)}) vero de illis quicumque ^{e)}) ^{f)}) proximior ^{g)}) fuerit, ut non habeat unde integrum debitum solvat, quicumque de illis ^{f)}) plus ^{h)}) habet ⁱ⁾) iterum ^{d)}) super illum chrenecruda ille qui pauperior est iactet, ut ille tota lege solvat. Quam ^{k)}) ^{l)}) si vero nec ipse habuerit unde ^{m)}) tota ⁿ⁾) persolvat ^{l)}) ^{m)}), tunc illum qui homicidium fecit, qui eum sub ^{o)}) ^{p)}) fidem habuit ^{q)}) ⁶²⁹) in ^{r)}) mallo praesentare debent ^{s)}), et sic postea ^{r)}) eum per quattuor ^{t)}) mallos ad ^{u)}) suam fidem tollant ^{t)}) ^{u)}). Et si eum in ^{v)}) compositione nullus ad fidem tulerunt, hoc ^{v)}) est ut redimant ^{z)}) de [quo non] ^{y)}) persolvit ^{v)}), tunc de sua vita componat ⁶³⁰).

Add. 1 ^{j)}). At praesentibus temporibus si de suis propriis rebus non habuerit unde transolvere aut se de lege defensare possit, omnis caussa superius comprehensa ad caput suum pertinet observare.

^{a)}) במקו "h. e.", 9653—et: II—h. e. et: Her.—hoc et: Em.—idem.

^{b)}) здѣсь обрывается 9653.

^{c)}) „similiter“—приб. II.

^{d)}) „Si.... iter.“—нѣтъ Wolf.

^{e)}) „aliquis“—Her., Em.

^{f)}) „quic.... illis“—нѣтъ Münch.

^{g)}) „pauperior“ ⁶²⁸)—II. нѣкот. изъ III, Her., Em.

^{h)}) „illo“—приб. Her.

ⁱ⁾) „exsolvat et“—приб. Her.

^{k)}) „quod“—II, нѣкот. изъ III, Her., Em.

^{l)}) „Quam.... pers.“—нѣтъ Münch.

^{m)}) „unde.... pers.“—нѣтъ II.

ⁿ⁾) „legem“—приб. Wolf., нѣкот. изъ III, Her., Em.

^{o)}) „in“—Her., Em.

^{p)}) „sua“—приб. II, нѣкот. изъ III, Her., Em.

^{q)}) „habent“—II.

^{r)}) „in.... post.“—нѣтъ II, Her., Em.

^{s)}) „debet“—Wolf., Münch., нѣкот. изъ III.

^{t)}) „III“—Wolf.

^{u)}) במקו „ad.... toll.“. Her., Em. даютъ—„praesentem faciat“.

^{v)}) „tollat“—Wolf.

^{w)}) „per“—Her.

^{x)}) „hoc.... pers.“—нѣтъ II, Em.

^{y)}) „redimat“—Wolf., Münch., Her.

^{z)}) „quodno“ (= „quo domine“) —4404.

^{j)}) § даетъ только Her.

LIX. De a l o d i s ⁶³¹).

§ 1. Si quis mortuus fuerit et filios ⁶³²) non demiserit, si ^a) ^b) mater ⁶³³) sua superfuerit, ipsa ^b) in hereditatem succedat ^c).

§ 2. Si ^c) mater non fuerit et fratrem aut sororem ^d) ⁶³⁴) dimiserit ^e), ipsi in hereditatem succedant.

§ 3. Tunc si ipsi non fuerint, soror ^e) matris ^f) ⁶³⁵) in hereditatem succedat ^g).

Add. 1 ^h). Si vero sorores ⁱ) matris ^k) non fuerint, sorores ⁱ) patris ^m) accedant in hereditate.

§ 4. Et ⁿ) inde ^o) de illis generationibus ⁶³⁶) quicumque proximior fuerit ^o) ^p), ille in hereditatem succedat ^q) ^r).

§ 5. De terra vero ^s) nulla in muliere hereditas ^t) non pertine-

a) вмѣсто „si succ.“ нѣкот. изъ III даютъ—„pater aut mater in eius hereditatem succedat“.

b) „si pater. si mater superf., ipsi“—даютъ II.

c) вмѣсто „Si... dim.“ II, III, Her., Em. даютъ—„Si pater aut („et“—Her., Em.) mater non fuerint et fratres aut sorores („fratrem aut sororem“—Her.) habuerit („remanserint“—одна изъ II; „reliquerit“—Em)“.

d) „aut sor.“—нѣтъ Wolf.; „et sor.“—Münch.

e) „sororis“—Wolf., III, Em.

f) „patris“—одна изъ III, Em.

g) „accidant“—Wolf.; „succedant“—III, Em.

h) § даютъ—Wolf., II, III, Her., Em.

i) „soror“—II, Her.

k) „patris“—одна изъ III, Em.

l) „soror“—II, Her.

m) „matris“—одна изъ III, Em.

n) вмѣсто „Et... fuer.“, II даетъ: „Et si patris soror non fuerit. sic de illis gener. qui prox. sunt...“; Em.—„Si autem nulli horum fuerint, quicumque proxim. fuerint...“

o) „si“—Münch., 9653.

p) „de paterna generatione“—приб. Em.

q) „succedant“—II, III, Her., Em.

r) „qui ex paterno genere veniunt“—приб. II, III, Her.

s) „salica“ ⁶³⁷)—приб. II, III, Her., Em.

t) „portio aut hered.“—Münch.; „portio hereditas“—9653; „portio“—II; „hereditatis portio“—III, Her., Em.

bit ^{a)}), sed ^{b)} ad virilem sexum ^{c)}, qui fratres fuerint ⁶³³⁾, tota terra ^{d)} perteneat ^{e)}).

LX. De eum qui se de parentilla ^{f)} ⁶⁴⁰⁾ tollere vult.

§ 1. In ^{g)} mallo ante thunginum ^{h)} ⁶⁴¹⁾ ambulare ⁱ⁾ debet et ibi tres ^{j)} fustis alinus super caput suum frangere debet ^{k)}. Et illos per ^{l)}) quattuor partes ^{m)} ⁶⁴²⁾ in mallo ⁿ⁾ iactare debet et ibi dicere debet quod [se] ^{o)} iuramento ⁶⁴³⁾ et de hereditatem et totam rationem ⁶⁴⁴⁾ illorum tollat. Et sic ^{p)} postea aliquis de suis parentibus aut occidatur aut moriatur, nulla ad eum nec ^{q)} hereditas nec compositio ^{r)} perteneat). Sed ^{s)} hereditatem ipsius ⁶⁴⁵⁾ fiscus adquirat ^{t)}).

^{a)} „est“—Wolf., Münch., 9653; „pertinet“—II; „transeat“—III; „transit“—Her.; „veniat“—Em.

^{b)} Her. кончасть: „Sed ⁶³⁸⁾ hoc virilis sexus acquirat. hoc est filii in ipsa hereditate succedunt. Sed ubi inter nepotes aut pronepotes post longum tempus de alode terrae contentio suscitatur, non per stirpes sed per capita dividantur“.

^{c)} „secum“ (!)—4404.

^{d)} „proprietas“—III; „terrae hereditas“—Em.

^{e)} „perteneunt“ (!)—4404; „perveniat“—III, Em.

^{f)} „parentibus“—Münch.

^{g)} „Si „quis de parentilla („parentibus“—III) tollere se voluerit, in“...—начинають III, Her., Em.

^{h)} „aut centenarium“—приб. III, Em.

ⁱ⁾ „admallare“—Her.

^{j)} „quattuor“—все остальные. Codd.

^{k)} „in quattuor partes“—приб. Her.

^{l)} „per“—нѣтъ Wolf., Em.; „in“—Münch., 9653.

^{m)} „per... part.“—нѣтъ Her.; вмѣсто: „per... part“, II—„in quattuor pecias per quattuor angulos“; одна изъ Em.—„quattuor partes per angulos coram omnibus“.

ⁿ⁾ „in mallo“—нѣтъ II, III.

^{o)} „se“—нѣтъ 4404, Wolf.

^{p)} „si“—II, Em.

^{q)} вмѣсто: „nec... comp.“, Her.—„compositio hereditatis“.

^{r)} „perveniat“—III, Her.

^{s)} „Sed... adq.“—нѣтъ Münch.; вмѣсто „Sed... adq.“,—разныя окончания. Wolf.—„Si vero solo moriatur aut occidatur compositio aut hereditas ad eis permaniat“; 9653, III—„Si vero illi mor. aut occid., compos. ad fiscum perveniat“; II, Em.—„Si vero ille aut occ. aut mor. compos. aut her. suis parentibus non pertinet causa („causa“—нѣтъ Em.), sed ad fisco pertineat aut cui fiscus dare voluerit“; Her.—чтение испорчено.

LXI. De charena ⁶⁴⁶).

§ 1. Si quis alteri de manum suam ^{a)} desuper alterum ^{b)} aliquid ^{c)} rapuerit ^{d)} ⁶⁴⁷), rem ^{e)} in caput ^{f)} ⁶⁴⁸) reddat et insuper ^{e)} MCC dinarios qui faciunt solidos XXX culpabilis iudicetur.

§ 2 ^{g)} ⁶⁴⁹). Si quis vero hominem mortuum expoliaverit violenter, MMD dinarios qui faciunt solidos LXIII culpabilis iudicetur. Similiter et super hominem vivo aliqua expolia tulerit violenter, solidos LXIII culpabilis iudicetur.

§ 3 ⁶⁵⁰). Si ^{h)} vero quicumque homo quamlibet rem desuper hominem [in tertia] ⁱ⁾ manum mittere voluerit ^{h)}, sed ^{j)} si haec manum violenter tulerit ^{j)}, MCC dinarios ^{m)} qui faciunt solidos XXX culpabilis iudicetur.

Add. 1 ⁿ⁾ ⁶⁵¹). Si quis hominem dormientem ^{e)} expoliaverit, solidos C ^{p)} culpabilis.

a) „per virtutem“—приб. Münch., 9653, II; „ad ira (per iracundiam) aut per virt.“—III; „per vin“—Her., Em.

b) „des. alt.“—нѣтъ III, Her., Em.; „des. illum“—II; „de super illam“—Münch., 9658.

c) „tulerit vel (aut)“—приб. остальн. Codd.

d) „aut rap. („raubaverit“—Her.) „vel expoliaverit“—III, Her.

e) „rem.... ins.“—нѣтъ III.

f) „capitalem“—Münch., II, Her., Em.

g) § даетъ только 4404.

h) „Si quis homini aliquid quod ei in tertia manu missum fuerit per vin tulisse convincitur“...—дастъ Em.

i) „mortuum in terra“ (!)—дастъ 4404.

j) вмѣсто: „mitt. vol.“, всѣ остальн. Codd.—„miserit“.

j) вмѣсто: „sed.... tul.“. II—„et ei quod si agnoscere dicitur (dicit) per virtutem tulisse convincitur“; Münch., 9653, III, Her.—„et ei per virtutem tulerit“.

m) „MCCCC den.... sol. XXXV“—III.

n) § даютъ—Wolf., Münch., II.

o) „in furtum“—приб. II.

p) „CC“—Wolf.

LXII. De compositione homicidii ^{a)}.

§ 1. Si cuiuscumque pater occisus fuerit, medietate ⁶⁵²⁾ compositionis filii ^{b)} collegant ^{c)} et alia medietate parentes quae ^{d)} proximiores sunt tam ^{e)} de patre quam de matre ^{f)} inter se ^{g)} dividant ⁶⁵³⁾.

§ 2 ^{h)} ⁶⁵⁴⁾. Quod si de nulla ⁱ⁾ ^{k)} paterna seu materna nullus parens ^{l)} non ^{m)} fuerit, illa ⁿ⁾ portio in fisco colligatur.

LXIII. De homine ingenuo qui in hoste ⁶⁵⁵⁾ occiditur.

§ 1. Si ^{o)} quis hominem ingenuum in oste ^{p)} occiserit et ^{q)} in truste dominica ⁶⁵⁷⁾ non fuit ille qui occisus est ^{r)}, Malb. *leude* ⁶⁵⁸⁾ hoc est, XXIV M. dinarios ^{s)} qui faciunt solidos DC culpabilis iudicetur.

§ 2 ^{t)}. Si vero in truste dominica ^{u)} fuerit ille qui occisus est, cui fuerit adprobatum, Malb. *mother* ⁶⁵⁹⁾ hoc est, MDCCC solidos ^{v)} culpabilis iudicetur.

a) „patrum, qualiter parentes inter se dividat“—приб. Münch.

b) „ad se“—приб. Wolf.

c) „et recipiant“—приб. нѣкот. изъ III.

d) „qui“—всѣ остальные. Codd.

e) „tam... matre“—нѣтъ 9653; „tam de paterna quam de materna generatione“—Münch., Her., Em.

f) „ad se recolligant vel“—приб. 9653.

g) „int. se“—нѣтъ Münch., II, III, Her., Em; Wolf. даетъ—„et“.

h) § нѣтъ—9653.

i) „una“—Wolf., Münch., II, III, Em.

k) „parte“—приб. всѣ остальные. Codd.

l) „proximus“—Her., Em.

m) „non“—нѣтъ во всѣхъ остальных. Codd.

n) „illo“ (?)—4404; „illius“—Wolf.

o) „Si quis hominem („ingenuum“—приб. III, Her.) qui lege Salica vivit ⁶⁶⁰⁾, dum est in oste“....—даютъ Wolf., III, Her.

p) „in companio de conpagenses „companiones“—одна изъ II; „companiei“—Her.) suos“—приб. II, Her.

q) „et... est“—нѣтъ Wolf., Münch., 9653, II, III, Her.; Em. даетъ—excepto si ex truste regale non fuerit ille homo“.

r) „sol. CC“—III; „secundum quod in patria si ipso occidisset componere debuisset, in triplo componat“—даютъ II, Her., Em.

s) § нѣтъ—Wolf., II, III.

t) „ex truste regale“—Em.

u) „sol. DCCC“—Münch.; „eandem compositionem quam infra patriam debuit culpabilis iudicetur, hoc sunt den. LXXII M. q. fac. sol. MDCCC“—даетъ Em.

LXIV. De herburgium.

§ 1. Si quis alterum herburgium ⁶⁶⁰) clamaverit, hoc est strio-
porcium aut illum ^{a)} qui lineo portare dicitur ^{b)} ubi strias coccinant ^{c)},
MMD dinarios ^{d)} qui faciunt solidos LXIII culpabilis iudicetur.

§ 2 ^{e)}. Si quis mulierem ingenuam stria ^{f)} clamaverit et ^{g)} pro-
bare non potuerit ^{h)}, MMD dinarios ⁱ⁾ ⁶⁶²) qui faciunt in triplum soli-
dos LXXXIX ^{j)} culpabilis iudicetur.

Add. 1 ^{k)} ⁶⁶³) Si stria hominem commæderit, et ei fuerit adpro-
batum, denarios VIII M. qui faciunt solidos CC culpabilis iudicetur.

LXV^{l)}. De caballo mortuo ^{m)} extra consilium domini sui ⁿ⁾ decotato ^{o)} ⁶³⁰).

§ 1. Si quis caballum alicuius ^{p)} ^{q)} extra consilium domini sui ^{r)}
decotaverit ^{s)} et ^{t)} interrogatus confessus ⁶⁶⁵) fuerit, caballum in capite ^{u)}
reddat.

a) „illud“ (!)—4404.

b) вмѣсто: „port. d.“, Münch., 9653—„portat“.

c) „et non potuerit adprobare“—приб. Münch., 9653, II, III; „et eum con-
vincere non pot.“—Her., Em.

d) „MCC din.... sol. XXX“—9653.

e) § нѣтъ III.

f) „aut meretricem“ ⁶⁶¹)—приб. II, Her., Em.

g) „et.... pot.“—нѣтъ Wolf.

h) „XXXV sol.“—Münch.; „MCC din.... sol. XXX“—9653.

i) „hoxtoaginta et semis sol.“—Wolf; „CLXXXVIII“—Her.; „CLXXXVI“—
Em. (другія изъ Em. даютъ—„CLXXXVIII“; „CLXXXVI cum dim.“; „CLXXXII
et semis“; вѣрную сумму только двѣ рукоп.—„CLXXXVII cum dim.“).

j) § даютъ—II, Em.

k) всей главы нѣтъ—III.

m) „mort.“—нѣтъ 9653; „mort.... sui“—нѣтъ Münch., Her., Em.

n) „extra.... sui“—нѣтъ Wolf.

o) „excorticato“—Wolf, Münch., Her., Em.; „decortic.“—II.

p) „al.“—нѣтъ Wolf, Münch., Her.; „alienum“—II, Em.

q) „mortuum“—приб. 9653.

r) „sine consensu possessoris“—Em.

s) „excorticav.“—Wolf, II; „decorticav.“—Münch., Her., Em.

t) „sol. XXX componat exsc. cap. et dil.“—кончатъ Wolf; „DC din. q. f.
sol. XV culp. iud. exc. cap. et del., et si confessus fuerit capitale tantum resti-
tuat“—Her.

u) „simblum“—Münch., 9653.

§ 2 *). Si vero negare voluerit et ei fuerit adprobatum, excepto capitale et dilatura, MCC dinarios^{b)} qui faciunt solidos XXX culpabilis indicetur.

*) § HETB—Wolf.

b) „MCCCC“ (!)—4404; „sol. XV“—II, Her., Em.

Capitularia.

Capitulare I. ^{a) 666)}

1. *D e m i t t i o* ⁶⁶⁷⁾ *f r i s t i t o*.

§ 1. Si quis truste ⁶⁶⁸⁾ dnm vestigio minant detenere aut battere praesumpserit, MMD dinarios qui faciunt solidos LXIII culpabilis iudicetur.

2 ⁶⁶⁹⁾. Si quis hominem ^{b)} de furcas ⁶⁷⁰⁾ abaterit ⁶⁷¹⁾ extra ^{c)} consilium domini sui ^{d)} iudicis ^{e)}.

§ 1. Si quis hominem extra consilium ^{e)} iudicis de ^{f)} furcas abaterit aut de ramum ⁶⁷²⁾ ubi increatur aut reponere ^{g)} praesumpserit, MCC dinarios qui faciunt solidos XXX culpabilis iudicetur.

^{a)} *вся* главы дасть—4404; гл. 9-11—Wolf; гл. 2, 3—Her.; гл. 2, 3, 5-12—одна изъ Em (Лейденский Cod.), гл. 2, 3—*вся* Em.

^{b)} „de bargo vel”—приб. Em.

^{c)} „extra.... iud.”—только 4404.

^{d)} „dom. sui”—нѣтъ въ *сводкѣ оглавленій* 4404.

^{e)} вмѣсто: „extra cons.”, Her., Em.—„sine consensu”.

^{f)} „de bargo vel”—приб. Her., Em.

^{g)} вмѣсто „aut rep.”, Her., Em.—„deponere”.

3. *De eum qui hominem vivo ⁶⁷³) de furca furaverit.*

§ 1. Si quis hominem vivo de ^{a)} furca tollere ^{b)} aut demittere praesumpserit ^{c)}, IV M. dinarios qui faciunt solidos C culpabilis iudicetur.

4. *De eum qui infantem alienum tundere praesumpserit ⁶⁷⁴).*

§ 1. Si quis puerum crinitum ⁶⁷⁵) extra consilium parentum tundere praesumpserit, MDCCC dinarios qui faciunt solidos XLV culpabilis iudicetur.

§ 2. Si vero puella tunderit, hoc est extra concilio parentum, IV M. dinarios qui faciunt solidos C culpabilis iudicetur.

5. *De muliere qui se cum servo copulat.*

§ 1. Si quis mulier qui cum servo suo ⁶⁷⁶) in coniugio copulaverit, omnes res suas fiscus adquirat et illa aspellis faciat. ⁶⁷⁷).

§ 2. Si quis de parentibus ^{e)} eam ^{d)} occiderit, nullus mortem illius, nec parentes nec fiscus ^{e)}, nullatenus requiratur. Servus ille pessima truciatur ^{f)} ponatur, hoc est in rota mittatur ⁶⁷⁸). Et vero muliere ipsius de parentibus aut quaelibet panem aut hospitalem dederit, solidos XV culpabilis iudicetur.

6. *De conciliatoribus ^{g)} ⁶⁷⁹).*

§ 1. Si quis filium aut filiam alienam extra consilio parentum in coniugio copulandum consiliaverit ^{h)}, et ei fuerit adprobatum, et pa-

^{a)} „bargo vel de“—упрѣ. Her.

^{b)} вѣрѣто: „toll... praes.“, Her. дастъ—„dimiser. sine voluntate iudicis“; Em.—„dimiserit“.

^{c)} „de par.“—нѣтъ Em. (Гейд. Cod.).

^{d)} „eum“ (!)—4404.

^{e)} „filius“—Em. (Гейд. Cod.).

^{f)} „poena“—Em. (Гейд. Cod.).

^{g)} „De consiliatoribus“—Em. (Гейд. Cod.).

^{h)} „conciliav.“—Em. (Гейд. Cod.).

rentes *) exinde aliquid damnati fuerint aut certe raptores *) vel convivae conciliatores fuerint, morte damnentur et res ipsorum fiscus adquirat.

§ 2. 680) Raptores vero, quod in anteriorem legem *) scriptum est, amplius non *) damnentur.

7. *De muliere vidua qui se ad alium maritum donare *) voluerit.*

§ 1. Si quis mulier vidua *) post mortem mariti sui ad alterum marito [se] *) dare voluerit, prius qui eam accipere voluerit reibus *) 681) secundum legem donet; et postea mulier, si de anteriore marito filios *) habet, parentes infantum *) suorum [debent] *) consiliare. Et si in dotis 682) XXV solidos accepit, III solidos achasium *) 683) parentibus qui proximiores sunt 684) marito defuncto donet; hoc est *) si pater aut mater desunt, frater defuncti aut certe nepus, fratris senioris filius, ipsis achasius debetur *). Et si isti non fuerint, tunc in mallo iudici, hoc est comite aut grafione, roget de eam, in verbum regis mittat 685) et achasium *) quem parentibus mortui mariti dare debuerant parti fisci adquirat *). Si vero LXIII solidos in dotis accipiat, solidi VI *) in achasium *) dentur, hoc est [ut] *) per decinus solidos singuli in achasium debentur *). Sic tamen ut dotem quem anterior maritus dedit,

a) „probatis“ (!)—Em. (Лейд. Cod.).

b) „rapta res“ (!)—Em. (Лейд. Cod.).

c) „leg.“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

d) „non“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

e) „dare“—Em. (Лейд. Cod.).

f) „vid.“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

g) „se“—нѣтъ—4404.

h) „rebus“ (!)—Em. (Лейд. Cod.).

i) „infantem“—Em. (Лейд. Cod.).

k) „infantes“ (!)—4404.

l) „debent“ („debet“?)—нѣтъ 4404.

m) „adesium“—Em. (Лейд. Cod.).

n) „h. e.“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

o) „adesium debet“—Em. (Лейд. Cod.).

p) „hacesium“—Em. (Лейд. Cod.).

q) „adquiratur“—Em. (Лейд. Cod.).

r) „tres“ (!)—Em. (Лейд. Cod.).

s) „de adesium“—Em. (Лейд. Cod.).

t) „v“ (!)—дастъ 4404; „quinque“ (!)—Em. (Лейд. Cod.).

u) „sing. adesium debet“—Em. (Лейд. Cod.).

filiis suis post obitum matris sine ullum consorcium sibi vendicent ac defendant. De qua dotem mater nec vendere nec donare praesummat. Certe si mulier de anteriore marito filios non habuerit et cum dote sua ad alias nuptias ambulare voluerit, [sicut] ^{a)} superius diximus achasium donet. Et sic postea scamno cooperiat et lecto cum lectaria ornet ⁶⁸⁶⁾, et ante IX testes perentibus defuncti ^{b)} invitat et dicat: omnis mihi testes scitis ^{c)} quia et achasium ^{d)} dedi ut pacem habeam parentum et lectum stratum et lectaria condigna et scamno coperto et cathedras quae de casa patris mei exhibui hic dimitto. Et hoc liceat cum duas partes dotis sui alio se dare marito. Si vero istud non fecerit, duas partes dotis perdat et insuper fisco solidos LXIII culpabilis iudicetur. De ^{e)} ⁶⁸⁷⁾ puellas militurias vel litas haec lex medietate servetur ^{e)}.

8. De viris qui alias ducunt uxores.

§ 1. Si quis uxorem amiserit et aliam habere voluerit, dotem quem primarie uxorem dedit ^{f)} secunda ei donare ^{g)} non licet. Sic tamen adhuc filii parvoli sunt usque ad perfectam aetatem res ^{h)} uxores anteriores vel dotis caute ⁱ⁾ liceat iudicare, sic vero de has nec vendere nec donare praesummat.

§ 2. Si vero de anteriorem uxorem filios non habuerit, parentes qui proximiores sunt mulieris defuncti duas partes dotis recoligant et duos lectaria demittant, dua scamna coperta, duo cathedras. Quod si istud non fecerint ^{k)}, tertia sola de dote recoligant, tamen si per adfactimus ⁶⁸⁸⁾ antea non cromaverint ⁶⁸⁹⁾.

^{a)} „sic.“—нѣтъ 4404.

^{b)} „marito“—приб. Em. (Лейд. Cod.).

^{c)} „sitis“—Em. (Лейд. Cod.).

^{d)} „que adhesium“ (!)—Em. (Лейд. Cod.).

^{e)} „De.... serv.“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

^{f)} „quem primaria uxor ei dedit“—даётъ Em. (Лейд. Cod.).

^{g)} „dotare“—Em. (Лейд. Cod.).

^{h)} „rex“ (!)—4404.

ⁱ⁾ „causa“—Em. (Лейд. Cod.).

^{k)} „fecerit“—Em. (Лейд. Cod.).

9. *De hominem inter duas villas occisum.*

§ 1. Sicut adsolet ⁶⁹⁰) ^{a)} homo iuxta villa ⁶⁹¹) ^{b)} aut inter duas villas proximas sibi ^{c)} vicinas fuerit interfectus, ut homicida illa non appareat, sic debet iudex, hoc est comis aut grafio, ad loco accedere et ibi cornu sonare debet. Et ^{d)} si non venerit qui corpus cognoscat ^{e)}, tunc vicini ⁶⁹²) illi in quorum campo vel exitum ⁶⁹³) corpus inventum est debet ^{f)} facere bargo ⁶⁹⁴) V pedes in altum et presentia iudicis levare ⁶⁹⁵) corpus. Et debet iudex nuntiare et dicere: homo iste in vestro agro vel in vestibulum est occisus; contestor ^{g)} ut usque septem noctes non reponatur ^{h)}, et de homicidium istud vos admallo ⁱ⁾ ut in mallo proximo veniatis et vobis de lege dicatur quod observare debeatis. Tunc vicini illi quibus nunciatur a iudice ^{k)} ante XL noctes qui meliores ⁶⁹⁶) sunt cum sexaginos quinos ^{l)} se exuant ^{m)} quod nec occidissent nec sciant ⁶⁹⁷) qui occidissent. Minoflidis vero ⁿ⁾ quinos dinos iuratores donent ^{o)}, qui, ut superius diximus, id est qui iurant. Si istud ante XL noctes non fecerint, [noverint ^{p)} se personam mortui requirenti legibus satisfacere] ^{q)}. Si vero iurant quod superius diximus et se per ^{r)} sacramentum idoniaverint, nulla conpositio eis requiratur.

^{a)} „Sicut adsalit“ (поправка: „Si quis ad saltitus“)—Em. (Лейд.)

^{b)} „strada“ ⁶⁹²)—Wolf.

^{c)} „sive“—Wolf.

^{d)} „si vinerit qui corpus cognoscit occisi, sic parentibus in noticia ponatur“...—приб. Wolf.

^{e)} „agnoscat“—Em. (Лейд. Cod.).

^{f)} „debent“—Em. (Лейд. Cod.).

^{g)} „vos“—приб. Em. (Лейд. Cod.).

^{h)} „reponatis“—Em. (Лейд. Cod.).

ⁱ⁾ „ad mallum manneo“—Em. (Лейд. Cod.).

^{k)} „a iud.“—нѣтъ Wolf.; „ad iud.“—Em. (Лейд. Cod.).

^{l)} „iuratoris“ ⁶⁹⁶)—приб. Wolf.

^{m)} „excusent“—Em. (Лейд. Cod.).

ⁿ⁾ „vicini“—приб. Wolf.

^{o)} „singuli“—приб. Wolf.

^{p)} такъ—Wolf.; 4404, Em. (Лейд. Cod.) даютъ—„sed persona mortui satisfacere“ (!).

^{q)} вмѣсто: „se per“, 4404 даетъ: „semper“ (!); Em. (Лейд. Cod.)—„rem“.

10. *De pignori bus* ⁷⁰⁰⁾.

§ 1. Si quis debitorem suum per ignorantiam ^{a)} sine iudice pignoraverit, antequam ei nesti canthe chigio ⁷⁰¹⁾, hoc ^{b)} est accusante ^{c)}. et debitum perdat ^{d)} et insuper ^{e)}, si male pignoravit, cum lege ^{e)} conponat, hoc est capitale ^{e)} reddat et solidos XV culpabilis iudicetur.

11. *De muliere cesa vel excapilata* ⁷⁰²⁾.

§ 1. Si quis [mulierem] ^{f)} excapillaverit ut ei abonnis ^{g)} ad terra cadat, solidos XV culpabilis iudicetur.

§ 2. Si vero vittam ^{h)} suam solverit ut capilli in scapulam suam tangant, XXX solidos culpabilis iudicetur.

§ 3. ⁷⁰³⁾ Si servus mulierem ingenuam percusserit aut excapillaverit, aut manum perdat aut solidos V reddat.

§ 4. Si quis mulierem ingenuam prignantem in ventre aut in renis percusserit pugno aut calcem et ei pecus non excuciat, et illa propter hoc gravata fuerit quasi usque ad mortem, CC ⁷⁰⁴⁾ solidos culpabilis iudicetur.

§ 5. ⁷⁰⁵⁾ Si quis vero pecus mortuum excusserit, et ipsa evaserit, DC solidos culpabilis iudicetur.

§ 6. Si vero ipsa mulier propterea mortua fuerit, DCCCC ⁷⁰⁶⁾ solidos culpabilis iudicetur.

§ 7. Si vero mulier ⁱ⁾ qui mortua est pro aliqua causa in verbum regis ⁷⁰⁷⁾ missa est, MCC solidos culpabilis iudicetur.

§ 8. Si vero infans puella est qui excutetur, MMCCCC ^{k)} ⁷⁰⁸⁾ solidos conponat.

a) вѣсто: „p. ign.“, Wolf. даєть: „pignorancia“.

b) „hoc.... acc.“—нѣтъ Wolf.

c) „perdat..... lege“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

d) „similiter“—Wolf.

e) „capud“—Em. (Лейд. Cod.).

f) „mulierem“—нѣтъ 4404.

g) „obbonis“—Wolf.; „obelinis“—Em. (Лейд. Cod.).

h) „vitam“ (!)—4404.

i) „mulieri“ (!)—4404.

k) „MCCCC“—Wolf.

§ 9. Haec lex de militunias ⁷⁰⁹) vel letas [sive] ^e) Romanas in medietate convenit observare.

§ 10. Si quis ancilla pecus mortuum excusserit, si pulicella ^b) ⁷¹⁰) fuerit, LXIII solidos componat similiter et ^e) denarium unum ^c) ⁷¹¹).

§ 11. Si vero ancilla ipsa celararia ^d) aut genicium ⁷¹²) domini sui tenuerit, C solidos ^e) et dinarium pro ipsa componatur.

12. De eum qui causa ^f) aliena dicere praesumpserit ⁷¹³).

§ 1. Cui ^e) nec demandata nec laevespita ^h) ⁷¹⁴) fuerit et non ⁱ) potuit vindicare, solidos XV culpabilis iudicetur. De postea ei cui causa est liceat legibus causam suam mallare.

Capitulare II. ^k)

1. (De rebus in alode ⁷¹⁵) patres) ^l).

§ 1. ⁷¹⁶) Si quis super alterum de rebus in alode patris inventas ^m) intertiaverit, debet ille super ⁿ) quem intertiavit ⁿ) tres testimonia mittere quod in alode patris hoc invenisset, et altera trea testimonia, qualiter pater suus res ipsas invenisset. Si hoc facere potuerit, [potest] ^o) rem intertiata vindicare. Si istum non fecerit, mittat tres iu-

a) „sive“—нѣтъ 4404.

b) „spulicella“ (!)—4404; „si puella“—Em. (Лейд. Cod.).

c) „et M. et dinarium unum“—дастъ Wolf; „adinarium unum“ (!)—Em. (Лейд. Cod.).

d) „cellarium“—Wolf; „cellaria“—Em. (Лейд. Cod.).

e) „et M.“—приб. Wolf.

f) „casa“ (!)—4404.

g) „Si qui cuique“—начинаетъ Em. (Лейд. Cod.).

h) „lever pita“—Em. (Лейд. Cod.).

i) „non“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

k) *всѣ* главы дасть—4404; гл. 1—6 § 1, 9, 10—Wolf; гл. 4, 5, 8, 10—Her.; гл. 4, 6—9—одна изъ Em. (Лейденскій Cod.).

l) такъ—Wolf; 4404 не дасть заглавія.

m) „et“ (!)—приб. 4404.

n) *въ*сто: „super int.“ Wolf. дасть: „qui intertiatur“.

o) „potest“—нѣтъ 4404.

rare quod in alodis patris hoc invenisset. Si hoc fecerit, se ^{a)} de damno [causae liberat] ^{b)}. Si nec istud fecerit, ille qui eas intertaviit, suo feltroctum ^{c)} ⁷¹⁷), sic ^{d)} postea quod lex [inde] docet ^{e)} apud quem eas invenit, solidos XXXV ^{f)} culpabilis iudicetur ⁷¹⁸).

2. De chane creudo ⁷¹⁹).

§ 1. Si quis pater aut parentella ^{g)} quando filia sua ad [marito donat] ^{h)}, quantum ei in nocte illa quamlibet rem donavit ⁷²⁰), totam extra partem incontra fratres suos vindicet. [Similiter quando filius suus ad] ⁱ⁾ capillaturias ⁷²¹) facit, quicquid ei donavit ^{k)} fuerit, extra parte hoc teniat ^{l)}, et reliquas ^{m)} res equale ordine inter se dividant.

3. De homine ingenuo occiso ⁿ⁾).

§ 1. ⁷²²) Si quis hominem ingenuum occiderit et ille ^{o)} qui occiderit probatum fuerit ^{p)}, ad parentibus debeat secundum legem componere. Media compositione ⁷²³) filius habere debet. [De] ^{q)} alia medietate exinde [matri] ^{r)} debet ut ad quarta de leude ⁷²⁴) illa adveniat. Alia quarta pars parentibus propinquis debet ^{s)}, id est ^{t)} tres de generatione patris et tres de generatione matris. Si mater viva non fuerit, media

^{a)} „si“ (!)—4404.

^{b)} „causa eliberat“—дасть 4404; „se de hoc causa liberans“—дасть Wolf.

^{c)} вмѣсто: „s. feltr.“, Wolf. дасть—„filitorto“

^{d)} „et si“—Wolf.

^{e)} „inter (!) docet“—4404; „interdocuit“ (!)—Wolf.

) „sol. XXXV“—нѣтъ Wolf.

^{g)} „parentis“—Wolf.

^{h)} такъ—Wolf; 4404 дасть: „mater domo“ (!).

) „Similiter..... ad“—нѣтъ 4404.

^{k)} „donato“—Wolf.

^{l)} „temptat“ (!)—4404.

^{m)} „aliquas“—Wolf.

ⁿ⁾ „quomodo parentis sui comprehendit vitam suam“—приб. Wolf.

^{o)} вмѣсто: „ille..... fuer.“, Wolf. дасть: „et ei fuerit adprobatum“.

^{q)} „De“—нѣтъ 4404, Wolf.

^{r)} „ei“ (!)—4404; „eis“ (!)—Wolf.

^{s)} „debent“ (!)—4404.

^{t)} „i. e.“—нѣтъ Wolf.

parte de leude illi *) parentes inter se dividant, hoc est tres de patre proximiores et tres de matre, ita tamen ⁷²⁵): qui proximiores fuerit parentes de praedictis [duas partes] ^{b)} prendant et ^{c)} [tertia parte] ^{d)} illis duabus dividendam dimittat; et nam et illis duabus ille qui proximior fuerit illa ^{e)} tertia parte duas partes prendant et tertia parte [parenti] ^{f)} suo demittat.

4. In quantas causas electi ⁷²⁶) debeant iurare ^{f)}).

§ 1. De ^{g)} dote ⁷²³) et [de res] ^{h)} qui in hoste ⁷³⁴) praedata ⁱ⁾ sunt et de homine qui in servicio revocatur ^{j)} ⁷³⁵). Si amplius iurarent ^{k)} quam tres causas ⁷²⁶), rem illa in capite reddat ^{l)} et quantum lex de causa illa habet culpabilis. De illis qui iuraverunt ⁷³⁷) tres qui seniores fuerant solidos XV culpabiles iudicentur, et reliqui iuratores quinos ^{m)} solidos solvant ⁿ⁾).

a) „illa“—Wolf.

b) „conditionibus“ (!?)—4404; „condicionis“ (!?)—Wolf.

c) „et.... illa“—н' тѣ Wolf.

d) „tres partes“ (!) —4404.

e) „patre“ (!)—4404; „atri“ (!)—Wolf.

f) „Quantas causas iurare licet“—Wolf.; „In quantas causas Thalaptas ⁷²⁷) deb. iur.“—Her.

Em. (Тейл. Cod.) даетъ с. 4. д. текстъ ⁷²⁸): „De iuratores de quantas causas thalaptus debet iurare. In quantas causas talentas iuratores sunt XII; in reliquo in dextera et arma ⁷²⁹) talenta; causas sunt talentas tres: unam de ducem (!) et alias de res qui in hoste perdidit, tertiam de homine qui revocatur; et causa est, sed non misticis suammala barginam non te respondo ⁷³⁰). Propterea non est sacramentum in Francos; quando illi legem composuerunt non erant christiani ⁷³¹). Propterea in eorum dextera et arma eorum sacramenta adfirmant. Sed post ad christianitatem fuerunt reversi, propterea in eorum arbitrio ad sacramento revocaverunt, nam non per arma eorum; et in eorum arbitrio in eorum sacramento resederint ut sic iurant super nispatio ⁷³²): vide, ille tu auditor, vobis arbitriorum per istum arbitrium de illas res unde tu me mallasti ego de illas te mallare non redebeo nisi isto idoneo sacramento orbens iuro per isto arbitrio“.

g) „De.... rev.“—нѣтъ Her. (но см. разночт. n).

h) „tres“ (!)—4404.

i) „perditas“—Wolf.

k) „iuraverit“—Her.

l) „reddant“—Wolf.; „perdat“—Her.

m) „qui non“ (!)—4404.

n) „Possunt autem iurare de dote, de re in hoste perdita et de homine qui in servitium revocatur“.—приб. Her.

5. *De creu beba* ⁷³⁸).

§ 1. ⁷³⁹) Si quis hominem ingenuum sive ^{a)} in silva aut in quodlibet locum occiderit et eum ad celandum ⁷⁴⁰) conbuserit, DC solidos [conponat] ^{b)}).

§ 2. Si antruscione ⁷⁴¹) vel feminam talem ordine ^{c)} ⁷⁴²) interfecit aut talare ⁷⁴³) voluerit ^{d)} vel igne concremaverit et ei fuerit adprobatum, DCCC solidos ^{e)} culpabilis.

6. *(De anstrutione* ⁷⁴⁴) *si anstrutionem [castraverit]* ^{f)}).

§ 1 ⁷⁴⁵). Si Salicus Salicum ^{g)} castraverit et ei fuerit adprobatum, CC solidos culpabilis iudicetur, excepto medicaturas ^{h)} ⁷⁴⁶) [solidos] ⁱ⁾ IX.

§ 2. Si quis ^{k)} antrustione castraverit et ei fuerit adprobatum, DC solidos culpabilis iudicetur, excepto ^{l)} medicaturas IX.

7. *(De eo qui femina ingenua a contubernio* ⁷⁴⁷) *vel puella in itinere inferre praesumpserit* ^{m)}).

1. Si quis ingenuam feminam a contubernio facto aut puellam in itinere aut quodlibet locum [adsalierit et vim illi inferre] ⁿ⁾ praesumpserit, quam unus tam plurimi qui ipsum scelus admisisse fuerit probatus, CC solidos culpabilis iudicetur. De illo contubernio si adhuc

a) „sibi“ (!)—4404.

b) „conp.“—нѣтъ 4404.

c) вмѣсто: „talem ord.“, Her.: „taliter“.

d) вмѣсто: „talare vol.“, Her.: „celaverit“.

e) „MDCCCC din.“—Wolf; „MDCCC sol.“—Her.

f) такъ—Em. (Лейд. Cod.), гдѣ лишь испорченное: „crastinaverit“ (!); заглавія нѣтъ—4404, Wolf.

g) „violenter“—приб. Wolf.

h) „medicamenturas“—Em. (Лейд. Cod.).

i) „sol.“—нѣтъ 4404.

k) „andrustio“—приб. Em. (Лейд. Cod.).

l) „excepta medicamenturas sol. IX conponat“—кончаетъ Em. (Лейд. Cod.);

m) такъ—Em. (Лейд. Cod.); заглавія нѣтъ—4404.

n) „adsalierit.... inf.“—нѣтъ 4404; „adsalieri.... illi“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.) текстъ приходится восстановить по чтенію Her. (см. tit. 13, Add. 5).

remanserit qui ipsum scelus non admiserit et ibi ^{a)} fuisse noscuntur, [si plures aut minore numero fuerint quam tres] ^{b)}, et ipsi quadragenus ^{c)} solidos solvant.

8. De antrusione ⁷⁴⁸⁾ ^{d)}.

1. Si antrusione antruscio de quacumque causa admallare voluerit, ubicumque invenire potuerit ⁷⁵⁰⁾ super noctes VII eum ^{e)} cum testibus ⁷⁵¹⁾ rogare ⁷⁵²⁾ debet, ut ante iudicem ad malebergo ^{f)} de causa que imputatur ex hoc responso dare debeat vel convenire. Et [is] ^{g)} si ibidem non conveniret aut certe si ^{h)} venire distulerit, qui ipsum admallavit ibi eum solsatire ⁱ⁾ ⁷⁵³⁾ debet et inde postea iterata vice ^{k)} ad noctes XIV eum rogare debet, ut in illo malebergo respondere aut convenire ubi ^{l)} antrusione si mithio ⁷⁵⁴⁾ reddant ^{m)}. Et qui mallatur ⁿ⁾ si ibidem venerit ^{o)}, tunc qui eum admallavit, si causa minor ⁷⁵⁵⁾ fuerit unde minus quam XXXV solidos compositione habeat ^{p)}, debet sibi sextus ^{q)} iurare; et ille ^{r)} postea qui rogatus fuerat ^{s)}, [si se] ^{t)} ex hoc idoneo esse cognoscet, cum ^{u)} XII ad ^{v)} sacramentum absolvere se de-

a) „ei“ (!)—4404.

b) „si pl. admiserit numerum fuerit tres“ (!)—4404; „si plurimis a minore numero fuerit tertio“ (!)—Em. (Лейд. Cod.); текстъ возстановляется чтениемъ Her. (см. tit. 13, Add. 5).

c) „quadragenus quinos“—Em. (Лейд. Cod.).

d) „ghalmalta“ ⁷⁴⁸⁾—приб. Em. (Лейд. Cod.).

e) „ante iudice“—приб. Em. (Лейд. Cod.).

f) такъ—Her., Em. (Лейд. Cod.); 4404 даетъ: „admallare debet ego“ (!).

g) „eis“—даютъ 4404, Her., Em. (Лейд. Cod.).

h) „se“ (!)—4404.

i) такъ—Her.; „sofe latere“ (!)—4404; „solisacire“—Em. (Лейд. Cod.).

k) такъ—Her., Em. (Лейд. Cod.); 4404 даетъ: „iteratam tres vices“ (!).

l) ubi.... redd.“—нѣтъ Her.; Em. (Лейд. Cod.) даетъ: „ubi antrusiones mitti iure debent“.

m) „mallantur“—4404.

n) „venerint“—4404.

o) такъ—Em. (Лейд. Cod.); 4404—„habere“ („debet“ (?), пропущенное изъ за слѣдующаго „debet“).

p) „vuedredo“ ⁷⁵⁵⁾—приб. Her.; „videredum“—приб. Em. (Лейд. Cod.).

q) „illi“—4404.

r) „rogati fuerunt“—4404.

s) „si se“—нѣтъ 4404.

t) „eum cum“—даетъ 4404.

u) „per“—Her.

bet. Si ^{a)} vero maior fuerit causa unde XXXV solidos culpabilis iudicetur, si ^{b)} invenire possit ^{b)}, si maior numerus est unde minus XLV solidos iudicare poterant ^{c)}, ipse [qui ^{d)}] eum roget sibi ^{e)} nonus ^{f)} iurare debet; et ille qui ^{g)} rogatus est, si se idoneo esse cognoscet, sibi ^{h)} octavus et ⁱ⁾ decimus ⁱ⁾ datis sacramentis ⁱ⁾ absolvere debet. Si certe talis fuerit causa unde XLV ^{m)} solidos aut certe amplius usque ad leudem ⁷⁵⁷⁾ componere debet, ipse [qui ⁿ⁾] eum rogavit, sibi duodecimus viderendum iurare debet, et ipse qui per] ⁿ⁾ eum rogatus est, si se idoneum ^{o)} esse cognoscet, se vicissimus quintus datus sacramentus absolvi potest. Si vero leudem eum rogatum habet, qui eum rogavit ^{p)} cum XII viros idoneos ^{o)} iurare et ipsas in XIV noctes ignem ^{q)} calefacere ⁷⁵⁸⁾ [debet ^{o)}]. Et si ad ipso placito ⁷⁵⁹⁾ venire] ^{o)} dispexerit, aut manum suam [ad aeneum] ^{t)} mittere noluerit, quicumque antruscus ille de causa superius conpraehensa per sacramenta absolveret non ^{u)} potuerunt ^{u)}, [aut] ^{v)} manum suam ad igneum ^{v)} pro leude mittere dispexerit, [aut ^{z)} in placito venire distulerit] ^{z)}, tunc ille qui eum roga-

^{a)} „Qui“—4404.

^{b)} „si.... poss.“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

^{c)} вмѣсто „iud. pot.“, Her. даетъ: „non iudicentur“.

^{d)} „qui“—нѣтъ 4404.

^{e)} „sive“ (!)—4404.

^{f)} „vuedredo“—приб. Her.; „videredum“—приб. Em. (Лейд. Cod.).

^{g)} „eum“ (!)—приб. 4404.

^{h)} „secum“—Her.

ⁱ⁾ „sive octo aut decimus“ (!)—дастъ Em. (Лейд. Cod.).

^{k)} „aut“ (!)—4404.

^{l)} „dictus sacramentus“—дастъ 4404.

^{m)} „XL“ (!)—дастъ 4404.

ⁿ⁾ „qui.... per“—нѣтъ 4404, Em. (Лейд. Cod.).

^{o)} „innocentem“—Her.

^{p)} „rogatur“ (!)—4404.

^{q)} вмѣсто: „vir. id.“. Her. даетъ: „vuedredo“, Em. (Лейд. Cod.); „virido“.

^{r)} „aeneum“—Em. (Лейд. Cod.).

^{s)} такъ—Em. (Лейд. Cod.); 4404 опускаетъ: „debet.... venire“.

^{t)} „ardent eum“ (!)—4404.

^{u)} „non“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

^{v)} „potuerit“—Her., Em. (Лейд. Cod.).

^{w)} „aut“—нѣтъ 4404.

^{x)} „aeneum“—Em. (Лейд. Cod.).

^{z)} такъ—Her., Em. (Лейд. Cod.); „aut.... dist.“—нѣтъ 4404.

tum ^{a)}) habet solem illi colliget ^{b)}) ad ipso die in mallobergo illo in XL noctes. [Si nec ibi] ^{c)}) se non duxerit ^{d)}), tunc ipse qui eum rogatum habet, solem illi collocet ^{e)}). Postea illum in praesentia rege ad noctes XIV rogare ^{f)}) debet et ibi XII ^{g)}) ponat: per singulas vices ^{h)}) iurati dicant quod ibi fuerint ubi mitthio ⁱ⁾) ad noctes XIV solem collocasset [et] ^{j)}) ille nec sacramentum ^{k)}) nec manum suam pro leude ^{l)}) posuit; et alii tres erunt qui dicant quod in XL ^{m)}) noctes ei solem collocasset et ille ⁿ⁾) nullatenus de andrustione chamalta ^{o)}) se legibus duxisset; tres testimonia dare debet qui dicant qualiter eum [ad] ^{p)}) presentia regis venire rogasset. Si nec tunc veniret, istas nove testimonia iurati sicut superius diximus dicant. Similiter illa die si non venerit collocet ^{q)}) ei solem et illa trea testimonia qui ibi fuerunt ubi ^{r)}) colcatum ei sol ^{s)}). Tunc [si] ^{t)}) ista omnia impleverit qui eum admallavit et ille qui ^{u)}) admallatur ad nullum placitum venire volueret et ^{v)}) per legem se non duxerit ^{w)}) ^{x)}), tunc [rex ad quem mannitus est] ^{y)}) extra sermonem suum ponat ^{z)}) ⁷⁶⁰); tunc ^{aa)}) ipse culpabilis iudicetur et omnes res ^{ab)}) erunt

a) „rogat“—4404.

b) „ille collectum“—4404.

c) „Nec sibi“ („Nec si ibi“ ?)—даєть 4404.

d) „dixerit“ (!)—4404.

e) „ille collectum“—4404.

f) „rogare.... XII“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

g) „tres“—приб. Her.

h) „illi amonitio“—Her.; „ad mitte“—Em. (Лейд. Cod.).

i) „et“—нѣтъ 4404.

k) вмѣсто: „nec sacr.“, Her. даєть: „de sacramento se non absolvat“.

l) „in aeneum“—приб. Her.

m) „XIV“ (!)—4404.

n) „illi“—4404, Em. (Лейд. Cod.).

o) „gavialto“—Her.; „gamalta“—Em. (Лейд. Cod.).

p) „ad“—нѣтъ 4404, Em. (Лейд. Cod.).

q) „collocatum“—4404.

r) „quando“—Her.

s) „et illa trea“ (!)—приб. 4404.

t) „si“—нѣтъ 4404, Em. (Лейд. Cod.).

u) „eum“—приб. 4404.

v) „et.... dux.“—нѣтъ Her.

w) „dixerit“—4404.

x) такъ—Her.; вмѣсто: „rex.... est“, 4404 даєть: „admanitis“; Em. (Лейд. Cod.): „rex admannitus est“ (!).

y) „poene“ (!)—4404.

z) „tunc.... suas“—нѣтъ Her.

aa) „eorum“—приб. 4404.

suas ^{a)} 761), et qui eum paverit aut hospitem ^{b)} collegat ^{c)}, etiam uxor sua propria, solidos XV culpabilis iudicetur, donec omnia quae ei legibus impotatur componat.

§ 2. Si antruscio antruscione pro qualibet causa maniret aut [fideiussorem ⁷⁶²⁾ quaesierit] ^{d)} et eum secundum legem [non rogaverit, solidos XV culpabilis iudicetur, excepto quod legem] ^{e)} propter causam ^{f)} illius anno integro ^{g)} nullatenus tenentur ⁷⁶³⁾.

§ 3. Si antrustio [contra] ^{h)} antruscione ⁱ⁾ iuraverit ⁷⁶⁴⁾, XV solidos culpabilis iudicetur.

9. [De eo qui domum alienum destruxerit] ^{k)}.

§ 1. Si quis cumque domum ^{l)} violenter distruxerit ^{m)}, domum si pro firmamentum ebrius ⁿ⁾ ⁷⁶⁵⁾ habuisse probatur ^{o)}, qui hoc facere praesumpserit et ei fuerit adprobatum, XLV solidos culpabilis iudicetur ^{p)}.

10. [De eum qui hominem vivum de furca tulerit] ^{q)}.

§ 1. ⁷⁶⁷⁾ Si quis hominem vivum ^{r)} de furca tollere praesumpserit ^{s)}, qui eum tulisset, [cui] ^{t)} fuerit probatum, aut vita pro ipso amittat ^{u)} aut CC solidos solvat.

^{a)} „tunc... suas“—нѣтъ Her.

^{b)} „hospitales“ (!)—4404.

^{c)} вмѣсто: „hosp. coll.“, Her. дасть: „hospitium dederit“.

^{d)} такъ—Her.; Em. (Лейд. Cod): „fideiussores quaes.“; 4404 дасть: „ibidem fideiusserit qui fierit“ (!).

^{e)} такъ—Her., Em. (Лейд. Cod.); „non.... leg.“—нѣтъ 4404.

^{f)} „praetermittit caussa“—Her.; „prae causa“—Em. (Лейд. Cod.).

^{g)} „interito“ (!)—4404.

^{h)} „contra“—нѣтъ 4404.

ⁱ⁾ „testimonium“—приб. Em. (Лейд. Cod.).

^{k)} такъ—Em. (Лейд. Cod.); заглавія нѣтъ—4404, Wolf.

^{l)} „domum“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.). „aliena“—приб. Wolf.

^{m)} вмѣсто: „viol.... distr.“, Wolf. дасть: „violare. praesumpserit“.

ⁿ⁾ „superius“—Wolf.; „Iberus“ (!)—Her.

^{o)} „probatum“ (!)—4404.

^{p)} „Et si de ipsa domo proinde cum carro ⁷⁶⁶⁾ aliquid trahere praesumpserit, excepto superiore numero MCC den. q. fac. sol. XXX culp. iud., exc. cap. et del.“—приб. Her.

^{q)} такъ—Her.; заглавія нѣтъ—4404, Wolf.

^{r)} „vivum“—нѣтъ Wolf.

^{s)} „et fuga lapsus fuerit“ приб. Her.

^{t)} „cui“—нѣтъ въ Codd.

^{u)} „admittat“ (!)—4404, Wolf.

§ 2. Si quis vero de furca iam mortuo sine consilio iudicis aut voluntate ipsius cuius causa est tulerit, pro culpa qua suspensus est quicquid exinde lex Salica ^{a)} docuerit ⁷⁶⁹), ille qui eum tollere praesumpserit culpabilis iudicetur. Secundum ^{b)} legem Salicam hoc convenit observari ^{c)} ⁷⁶⁹).

Capitulare III. ^{e)}

1. [*De ags on i i s*] ^{d)} ⁷⁷⁰)

§ 1. ^{e)} Ut cuicumque domus arserit et res ^{f)} quas liberaverit ubi reponat non habet ⁷⁷¹), similiter si eum infirmitas detenuerit, aut certe de proximis aliquem ^{g)} mortuo in domo sua habet, vel in dominica ambassia fuerit detricatus, per ista sunnis se homo, si probatione ^{h)} dederit ⁷⁷²), excusare se [potuit] ⁱ⁾).

2. [*De eo qui lapidem super domum alienum iactaverit*] ^{k)}.

§ 1. Si quis [super ingenuum] ^{l)}, dum in domum suam resedit, alius ingenuus [quilibet homo de supra tecto, voluntate sua nec casu], ^{m)} lapede miserit ⁿ⁾ et ei fuerit adprobatum, pro illius contumelia ⁷⁷³) aut aliorum ingenuorum, si cum ^{o)} ipso alii fuerint, per unaqueque persona

a) „Sal.“—нѣтъ Her.

b) такъ—4404, Wolf.; „Secundum.... obs.“—нѣтъ Her.

c) всѣ главы даютъ—4404, Em. (Лейд. Cod.); гл. 2 даютъ—Wolf., Her.

d) такъ—Em. (Лейд. Cod.); заглавія нѣтъ.—4404.

e) см. примѣч. 769.

f) „suas“—приб. Em. (Лейд. Cod.).

g) „aliquid“ (!)—4404.

h) „provasione“ (!)—4404.

i) „potuit“—нѣтъ 4404.

k) такъ—Em. (Лейд. Cod.); „De eo qui in aliena domo resedit“—Her.; заглавія нѣтъ—4404, Wolf.

l) такъ—Her.; „ingenuus“ (!)—4404; „super aliena domum“—Wolf.; „superius ingenuum“—Em. (Лейд. Cod.).

m) 4404 даетъ: „quamlibet de supra tecto voluntate sua hominem casu (!)“. Em. (Лейд. Cod.): „qualibet de supra tecto voluntate homo casu“. (!).

n) „iactaverit“—Her.

o) вмѣсто: „si cum“, 4404, Em. (Лейд. Cod.) даютъ: „sicut“ (!)

XV solidos culpabilis iudicetur. Si vero letus ⁷⁷⁴⁾ fuerit qui hoc facere praesumpserit, solidos [VII] ^{a)} culpabilis iudicetur.

3. [De eo qui alterum in periculo inpigserit ⁷⁷⁵⁾ et vivus evaserit] ^{b)}.

§ 1. ⁷⁷⁶⁾ Si quis ingenuus alio ^{c)} hominem in poteum iactaverit aut in vopida ^{d)} et ibi eum ad interficiendum miserit, si ibidem inventus fuerit ita ut evadere non possit, qui ipsum scelus admisisse et fuerit adprobatum, solidos CC culpabilis iudicetur.

Capitulare IV. ^{e)}

[Pactus ⁷⁷⁷⁾ pro tenore pacis domnorum Childeberti et Chlotarii ⁷⁷⁸⁾ regum Francorum] ^{f)}.

[Decretio Childeberti regis] ^{g)}.

§ 1. ^{h)} [Et quia] ⁱ⁾ [malorum] ^{k)} ⁷⁷⁹⁾ insania [convaluerit] ^{l)}, malis ^{m)} per ⁿ⁾ [inmanitatem scelerum] ^{o)} digna reddantur. Id ergo decretum est ^{p)}, ut apud quemcumque post ^{q)} interdictum latrociniis ^{r)} conprobatur, vitae incurrat periculum.

^{a)} такъ—Wolf, Her.; 4404: „XV“; Em. (Лейд. Cod.): „septimae semis“.

^{b)} такъ—Em. (Лейд. Cod.); заглавія нѣтъ—4404.

^{c)} „ingenuum“—Em. (Лейд. Cod.).

^{d)} „fovea“—Em. (Лейд. Cod.).

^{e)} всѣ главы даютъ—4404, Wolf, Münch., одна изъ II и нѣкот. изъ Em. (между ними Лейденскій Cod.).

^{f)} такъ—Münch.; друг. Codd. фрагментарны; 4404 даетъ: „pro itinere pacis ad omnes reges Childebertu et Chlothariae missum“; Wolf: „Pactus Childeberti regis de retinore pacis“.

^{g)} Это необходимос подзаглавіе даетъ только одна изъ Em.

^{h)} § нѣтъ—Wolf.

ⁱ⁾ вмѣсто: „Et quia“, 4404 даетъ: „Ibique“.

^{k)} такъ—Em. (Лейд. Cod.); 4404: „ad mallorum“; остальн. Codd.—„multorum“.

^{l)} 4404: „cumvaluerit“.

^{m)} „magis“—въ нѣкот. изъ Em.

ⁿ⁾ „pro“—остальн. Codd.

^{o)} такъ—остальн. Codd.; 4404 даетъ—„inmanitatis celaverit“.

^{p)} „apud nos maioresque natus Francorum palatii procerum“—приб. Münch.

^{q)} „post se“—4404; „posse“—Em. (Лейд. Cod.); вѣроятное чтеніе: „post ist“.

^{r)} „latrocinium quicumque“—одна изъ Em.; „latronicus“ („latrocinus“)—II.

§ 2. Si ^{a)} quis ingenuus de furtum appellatus ^{b)} et negaverit ^{c)}, [XII] ^{c)} iuratores medios electos ^{d)} ⁷⁸¹⁾ [dare debet] ^{e)}, quod furtum quod [obiecit] ^{f)} verum ^{g)} sit; et sic latro redemptus est ^{h)}, si facultatem habet, et si facultas deest, tribus mallis ⁱ⁾ parentibus offeratur ⁷⁸²⁾, et [si non] ^{k)} redemitur, vita charebit ^{l)} ⁷⁸³⁾.

§ 3 ^{m)}. Si quis furtum invenerit ⁿ⁾ [et] ^{o)} occultae sine iudice ^{p)} compositione acceperit ^{q)} ⁷⁸⁴⁾, latroni similis est ^{r)}.

§ 4. *Cuius manum ad ignem incendit* ^{s)}. Si quis ingenuus in furtum inculpatus ⁷⁸⁵⁾ et ad ignem ^{t)} ⁷⁸⁶⁾ provocatus manum suam incendit, de quantum inculpatus [fuerit] ^{u)} ^{v)} componat.

§ 5. *Ut servus ad [sortem] ^{w)} ⁷⁸⁷⁾ ambulaverit* ^{x)}. Si servus fuerit inculpatus in furtum ^{y)}, requiratur dominus, ut ad XX ^{z)} noctes ipsum ad mallum praesentet et si dubietas est ad sorte ponatur. Quod

^{a)} вмѣсто: „Si.... negaverit.“ Münch., II и многія Em. даютъ: „Si quis ingenuam personam per furtum ligaverit et negator exstitit.“ ⁷⁸⁰⁾.

^{b)} „appellaverit“—Wolf., Em. (Лейд. Cod.).

^{c)} „XII“—нѣтъ 4404, Wolf., Em. (Лейд. Cod.).

^{d)} такъ—Münch.; 4404. даетъ: „medium licthus“.

^{e)} „d. deb.“—нѣтъ 4404, Wolf., Em. (Лейд. Cod.).

^{f)} такъ—Münch.; „abiecit“—4404, Em. (Лейд. Cod.).

^{g)} „viro“—4404.

^{h)} „redimendus est“—Em. (Лейд. Cod.).

ⁱ⁾ „malos“—4404, Em. (Лейд. Cod.).

^{k)} „non sic“—4404.

^{l)} вмѣсто: „vita char.“, II и Em. даютъ: „de vita componat“.

^{m)} Münch. даетъ заглавіе: „De furtu celato“.

ⁿ⁾ „vult celare“—даютъ Münch., II, Em.

^{o)} „et“—нѣтъ 4404.

^{p)} „sine iudice“—нѣтъ Münch.

^{q)} вмѣсто: „comp. accep.“, Münch. даетъ: „compos. fecerit et qui acceperit“.

^{r)} „illi“—приб. Münch.

^{s)} Wolf.: „Si hominem ingenuo in furto appellaviret“; Münch.: „De manu ad aeneum incensam“.

^{t)} „aeneum“—друг. Codd.

^{u)} „fuer.“—нѣтъ 4404.

^{v)} „furtum“—приб. II, Em.; „tantum“—приб. Münch.

^{w)} такъ—Em. (Лейд. Cod.); 4404 даетъ: „furtum“.

^{x)} „exeat“—Em. (Лейд. Cod.).

^{y)} „et“—приб. 4404.

^{z)} „XV“—Wolf.

si in placitum ⁷⁸⁸⁾ sunnis detricat ⁷⁸⁹⁾, ad alias XX ^{•)} noctes ita fiat ^{•)}. Et [prosecutor causae de suos] ^{•)} consimilis tres et de electos ⁷⁹⁰⁾ alios tres ^{•)} [dabit] ^{•)} qui sacramenta firment per ^{f)} placita, quod lex Salica habet fuisse completo. Et [si] ^{•)} dominus servum non praesentaverit ^{•)} ⁷⁹¹⁾, legem unde inculpatur ^{•)} conponat et cessionem [de servo] ^{•)} faciat.

§ 6. ⁷⁹²⁾ Si ^{•)} servus manum miserit ^{•)}, sortem mala priserit, dominus servi solidos III reddat ^{•)} et servus ille CCC lectus accipiat.

§ 7. Si quis mancipia aliena ^{•)} tenuerit [et infra] ^{•)} dies XL ⁷⁹⁴⁾ [non] ^{•)} redderet ^{•)}, latro mancipiorum teneatur obnoxius.

§ 8. Si letus ^{•)} de hunc ^{•)} quod inculpatur ad ^{•)} sorte ^{•)} iaceret ^{•)} et mala sorte priserit, medietate ingenui ^{•)} lex ⁷⁹⁵⁾ conponat et VI ^{•)} iuratores medius ^{•)} donare debet electus ^{•)} ⁷⁹⁶⁾.

a) „XV“—Wolf.

b) „placitum faciat“—Münch.

c) такъ—Wolf., Münch., II, Em.; 4404 даєть: „praesentetur caude servus“.

d) „testes“—приб. Em. (Лейд. Cod.).

e) „debet“—4404, Münch.; „debent“—Em. (Лейд. Cod.).

f) „pro“—остальн. Codd.

g) „si“—нѣтъ 4404, II, Em.

h) „praesentetur“—4404.

i) „inulpatus“—4404.

k) такъ—остальн. Codd.; 4404 даєть: „servum“.

l) „Si similiter servus minus tremisse involaverit ⁷⁹⁷⁾, de quo inculpatur legibus conponat et de servo cessionem faciat“—Münch.

m) вмѣсто: „man. mis.“, II, Em. дають:—„minus tremisse involaverit et“; Wolf.: „minus tremisse“.

n) „solvat“—Wolf., II, Em.

o) „iniuste“—приб. всѣ ост. Codd.

p) такъ—Wolf., Münch.; „aut infra“—Em. (Лейд. Cod.).

q) „non“ нѣтъ только 4404.

r) „ut“ приб. II, Em.

s) „lex“—4404, Em. (Лейд. Cod.).

t) „hoc“—остальн. Codd.

u) „in culpa a“—4404.

v) „ambulaverit“—приб. Münch., II, Em.

w) „adiacirit“—Wolf.; „ias.“—нѣтъ Münch., II, Em., кромѣ Лейд. Cod., который даєть: „et iecerit“.

x) „ingenuae“—4404.

y) „VII“—Wolf., Em. (Лейд. Cod.).

z) „med.“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

aa) „electus“—нѣтъ Em. (Лейд. Cod.).

Decretio Chlotario.

§ 9. Decretum est ^{a)}, ut quia ^{b)} [ad] ^{c)} vigilias ^{d)} constitutas ^{e)} nocturnas ^{f)} furis ^{h)} non caperent, eo quod per diversa intercedente ^{g)} conludio ⁷⁹⁸⁾ scelera sua praetermissa custodias exercerent, centenas ⁱ⁾ [fieri ⁷⁹⁹⁾. In cuius centena ^{k)}] ^{l)} aliquid perierit ^{m)}, capitalem ⁿ⁾ qui eum perdiderat recipiat ⁸⁰⁰⁾. Et latro ^{o)}, vel si in alterius centena ^{p)} apparet, deduxerit ^{q)} et pro hoc admonitus si neglexerit ^{r)} quinos XV ^{s)} solidos ⁸⁰¹⁾ condempnetur ^{t)}. Capitalem tamen [qui perdiderat] ^{u)} hac ^{v)} centena illa accipiat absque dubio, hoc est [de secunda vel tertia] ^{w)} ⁸⁰²⁾, si vestigio conprobatur latronis tamen praesentia ^{x)} aut ^{y)} longe mul-tandus ⁸⁰³⁾. Et ^{z)} [si persequendo] ^{j)} latronem suum ⁸⁰⁴⁾ conpraehende-

- a) „Deinde Chlot. rex posuit decreta“—начинаетъ Wolf.
b) „quia“—нѣтъ Münch., II, Em.; „qui“—остальн. Codd.
c) „ad“—нѣтъ 4404, Münch., II, Em. (нѣкот. списки даютъ: „in“).
d) „hoc est ad qua et“ ⁷⁹⁷⁾ приб. Wolf.
e) „constituti“—нѣкот. изъ Em.
f) „nocturnis“—Em. (Лейд. Cod.).
g) „nocturnas.... interc.“—нѣтъ Münch.
h) „foras“—4404.
i) „catenas“—нѣкот. изъ Em.; „cent. fieri“—нѣтъ Münch.
j) „catena“—нѣкот. изъ Em.
k) такъ—Em. (Лейд. Cod.), II; „fieri.... centena“.—нѣтъ 4404.
l) такъ—Em. (Лейд. Cod.), Münch., II; „perierunt“—4404.
m) вмѣсто: „capitalem.... dedux.“, Wolf. даетъ: „caput trustes restituat vel in alterius centenam vestigium proponat aut deduxerent.“
n) „insequatur (consequatur)“—приб. II, Em. (кромя Лейд. Cod.).
o) „catena“—нѣкот. изъ Em.; „parte“—одна изъ Em.
p) „deduxerint“—II, Em.
q) „neglexerint“—Wolf., II, Em.
r) „XV“—нѣтъ во всѣхъ остальн. Codd.
s) „condempnentur“—Em.
t) „qui perd.“—нѣтъ 4404; „quod perdiderat“—II, Em. (кромя Лейд. Cod.); „qui prodederat“—Wolf.
u) „a“—Wolf., II, Em.
v) такъ—въ остальн. Codd.; 4404 даетъ: „de sede vel de teracia“.
w) такъ—въ ост. Codd.; 4404—„praesentiae“.
x) „nihil“—приб. II и нѣкот. изъ Em.
y) „dominus“—Münch.
z) такъ—Münch.; 4404, Em. (Лейд. Cod.) даютъ: „sequens“.

rit °), integram sibi conpositione recipiat; quod si [per] °) truste invenitur, medietate conpositionis °) trustis °) adquirat et capitale exigant ad latrone.

§ 10. Si quis in domo [alterius] °) ubi [clavis est] °) furtum [invenit] °), dominus °) [domus] °) de vita componat. Si quis cum furtus °) invenitur °), antedictae subiaceat legem. Si °) de suspicionem °) inculpatur °), ad sorte veniat °), et si male °) sorte priserit, [latro] °) °); tamen de utraque partes °) sint ternas personas electas, ut non concludius fieri possit.

§ 11. De servis °) ecclesiae aut fiscalinis °) vel cuiuslibet °) si [a quocunque inculpatur] °), ad sorte °) et ad plibium °) °) promovatur, ut °) ipse precias °) dominus °) reformetur; nam probatus °) periculum subiacebit.

а) такъ—всѣ остальн. Codd.; 4404: „conpraehenderunt“.

б) такъ—Wolf., Münch., Em.; 4404 даетъ: „post“.

в) 4404: „conpositione“.

г) „truste“—4404.

д) такъ—Wolf., II, Em.; 4404 даетъ: „fuerit“.

е) такъ—всѣ остальн. Codd.; 4404: „clausum“.

ж) такъ—Wolf., II, Em. (кромѣ Лейд. Cod.: „invenitur“); 4404 даетъ „conventus“.

з) „domino“—Em. (Лейд. Cod.); „dominum“—II.

и) такъ—II, Em.; Wolf.: „domi“; 4404: „damno“.

к) „ubicumque“—приб. Wolf.

л) „capitur“—остальн. Codd.

м) „id est“—Münch.

н) „suscceptione“—Em. (Лейд. Cod.).

о) такъ—всѣ остальн. Codd.; 4404: „inculpatus“.

п) такъ—всѣ остальн. Codd.; 4404: „inveniat“.

р) „mala“—всѣ остальн. Codd.

с) такъ—Münch., II, Em.; „latro“—нѣтъ 4404. Wolf., Em. (Лейд. Cod.).

т) „est“—приб. одна изъ Em.

у) „de una parte“—Em. (Лейд. Cod.).

ф) „servum“—4404.

х) „fisci“—Münch., II, Em.

ц) такъ—Münch.; Wolf.: „ad quencunque inculpantur“; II, Em.: „alicumque inculpatur“.

ч) „veniat“—приб. II и нѣкот. изъ Em.

ш) „plebeium“—Münch.

щ) вмѣсто: „ut.... prec“, Wolf., даетъ: „aut ipse aut precium“; II и нѣкот. изъ Em.: „aut ipse pretius“.

з) такъ—Münch.; „dominum“—4404; „domini“—II и нѣкот. изъ Em.; „dominis“—Em. (Лейд. Cod.).

аа) „probus“—4404.

§ 12. Si cuiuslibet de potentibus *) servus qui per diversa possedent ⁸⁰⁷) de crimine habere ⁸⁰⁸) suspectus ^{b)}), domino ^{c)} secrecius ⁸⁰⁹) cum testibus condicatur, ut intra XX ^{d)} noctes ipsum ante iudicem debet praesentare. Quod si [in statutum] ^{e)} tempus intercedente [concludio] ^{f)} ⁸¹⁰) non fuerit praesentatus, ipse dominus statum ^{g)} sui [iuxta] ^{h)} ⁸¹¹) modum culpe inter freto et fedo ⁸¹²) compensetur. Si servus ante admonitus dominum defuerit, [capitale] ⁱ⁾ dominus ^{k)} restituat et de servo faciat cessione ^{l)}, ut ^{m)} cum inventus fuerit [detur vindictae] ⁿ⁾.

§ 13. Si ^{o)} quis occulte de res [sibi] ^{p)} furatas a quolibet ^{q)} latrone [compositionem ^{r)} acceperit, utrique latronis culpa subiaceant] ^{r)}.

§ 14. ⁸¹³) [Nullus latronem] ^{s)} vel quemlibet culpabilem ^{t)} sicut cum episcopis ^{u)} convenit ⁸¹⁴) de atrio ⁸¹⁵) ecclesiae [extrahere praesumat. Quod si sunt ecclesiae] ^{v)}, quibus atriae clausae non sunt, utraque ^{w)} partibus parietum terrae spacium pro atriae observetur aripen-

*) „potentioribus”—нѣкот. изъ Em.

b) „susceptus”—Wolf., Münch.

c) „dominus”—4404.

d) „XV”—Wolf.

e) „institutum”—4404, Münch., нѣкот. изъ Em.

f) такъ—Münch., II, Em.; 4404 даеъ: „convidio“.

g) „status”—II, Em.

h) „iusta”—4404, Wolf.

i) такъ—Wolf., Münch. Em.; 4404 даеъ: „culpa“.

k) „dominum”—4404; „domino”—Em. (Лейд. Cod.).

l) „concessione”—дають нѣкот. изъ Em.

m) „et”—Wolf.

n) такъ—Münch., Em. (Лейд. Cod.); „detur vindicta (vindictam)”—Wolf. и нѣкот. изъ Em.; 4404 даеъ: „vindicta facta“.

o) Wolf. даеъ: „Si quis occ. rem sine compositionem aut quemlibet latronem acciperet ut res quam latronis culpam subiaceat; fures tamen iudicibus presententur; nullus latronis aut quem libet culpabilem occultare presumat. Cui si ficerit, similis illi subiaceat culpa“.

p) „ibi”—4404.

q) „aut quodlibet”—4404.

r) „compositionem..... subiac”—нѣтъ 4404, Münch., Em. (Лейд. Cod.).

s) „null. latr.”—нѣтъ 4404, Münch.; „latr. vel.”—нѣтъ—Wolf.

t) „culpa”—4404.

u) вмѣсто: „cum ep.”, 4404 даеъ: „episcopo“.

v) такъ—Wolf., II, нѣкот. изъ Em.; „extrahere..... eccl.”—нѣтъ 4404, Münch., Em. (Лейд. Cod.).

w) „ab utrasque”—Wolf.; „utrasque”—Münch., II; „utriusque”—Em. (Лейд. Cod.).

nis *). Nullus confugiens foris antedicta loca pro operum cupiditatis ⁸¹⁶) se ducat *). Quod si fecerit et capti fuerunt, ad digne sibi supplicio condempnentur.

§ 15. ⁸¹⁷) Quod si cuiuslibet servus deserens domino suo ad ecclesiae confugerit *), ubi primum dominus eius [advenerit] *), continuo *) excusatus reddatur *).

§ 16. *) De fiscalibus et *) omnium [domibus] *) censuemus. Pro [tenore] *) pacis iubemus ut in truste electi centenarii *) ponantur per quorum fide atque sollicitudine pax praedicta servetur *). [Et *) quia, propiciante domino, inter nos germanos ⁸¹⁹) fratres caritas indisrupto vinculo custoditur] *), ut centenarii *) *) inter communes provintias ⁸²⁰) licentiam habeant latrones sequi vel vestigia adsignata minare ⁸²¹) aut *) in truste qua defecerit *) ⁸²²), sicut dictum est, causa remaneat,

*) „arpennis“—II; „aripenne“—Em. (Jeñd. Cod.); „arripens“—4404.

*) такъ—II; вмѣсто: „se ducat“, 4404, Münch., Em. (Jeñd. Cod.) даютъ: „educat“.

*) „confugiens“—4404; „confugium fecerit“—Wolf.

*) такъ—все остальн. Codd.; „ad imperii“—4404.

*) „cito“—Wolf; „contentio“—нѣкот. изъ Em.; вмѣсто: „continuo“—II и одна изъ Em.: „omnium rerum“.

*) Далѣе разныя продолженія ⁸²³)—Wolf.: „futurum ut si de precium cumvenerit, precium reddatur; tamen si ad municionem perientes reddere noluerit, precium solvat; futurum cum invenitur si placit receptum precium servis dominum reformetur“.—Münch.: „futurum se de precium cumvenerit, non negetur; quod si repetent domino datus non fuerint, sed fugerint, precium reddat; postmodum si invenitur et placuerit, receptum precium domino reformetur“.—II: „futurum aut si de pretio domino reformetur“. Нѣкот. изъ Em.: „furtum ut se de pretium (precio) redimat“.

*) Münch. даетъ заглавіе: „I't fiscales in trustem eant“.

*) „ut“—4404, II; „ut ad“—Em. (Jeñd. Cod.).

*) такъ—Wolf; „dominum“—4404; „domos“—Münch.; „dominus“—II: „domus“—Em. (Jeñd. Cod.).

*) такъ—Münch., Em. (Jeñd. Cod.); „itinere“—4404; „timore“—Wolf, II.

*) такъ—Münch., II, Em. (Jeñd. Cod.); „centenariae“—4404; „centenarius“—Wolf.

*) „severitas“—4404.

*) такъ—Münch.; 4404 даетъ: „ut centenariae latro licet prae esse caritatis indisrupta vinculum“.

*) „centenariae“—4404; „centenarius“—Wolf.

*) „vel qui in troste dicuntur“—приб. Wolf.

*) „et“—Wolf, II.

*) „defeceret“—4404.

ita ut continuo capitaleм ei qui ^{a)} perdiderat reformare festinet et latronem perquirat. Quem si in ^{b)} truste [invenerit] ^{c)}, medietate sibi vindicet vel dilatura ⁸²³⁾, si fuerit, de facultate latronis ei qui damno pertulerit sartiatur. Nam qui [per se] ^{d)} latronem coeperit ^{e)}, integra sibi compositione simul et solutione vel quicquid de dispendii fuit, [revocavit] ^{f)}; fretus ⁸²⁴⁾ tamen iudici ^{g)} in cuius provincia latro es requiratur ^{h)}).

§ 17. ⁸²⁵⁾ Si quis ad vestigio ⁱ⁾ vel latrones persequendo admonitus penitus ^{k)} venire noluerit ^{l)}, solidos V ^{m)} [a] ⁿ⁾ iudice condemnetur.

§ 18. Et quia ^{o)} in dei nomen [nos] ^{p)} pro pacis tenore ^{q)} constituimus, in perpetuo volumus custodire, hoc statuentes, ut si quis ex iudicibus hunc decretum violare praesumpserit, vitae ^{r)} periculum se subiacere cognoscet ^{s)}).

a) „quem“—4404.

b) вмѣсто: „si in“, 4404 даетъ: „sine“.

c) такъ—Münch.; „perinvenerit“—Em.; „per se invenerent“—Wolf.; „pervenit“—II.

d) такъ—Wolf.; „per se“—нѣтъ 4404; „persequi“—Münch., Em. (Лейд. Cod.); „persequens“—ост. Codd.

e) „caeperit“—Em.

f) „revocaverit“—Em. (Лейд. Cod.); „remeavit“—4404.

g) „iudicii“—4404.

h) „reservetur“—Münch., Em.

i) „minandum“—приб. II и нѣкот. изъ Em.

k) „penitus“—нѣтъ въ ост. Codd.

l) „et si eos sunnis non detenuerit“—приб. Wolf.

m) „XV“—Wolf.

n) „a“—нѣтъ 4404.

o) такъ—Münch.; „qui“—4404, Em. (Лейд. Cod.).

p) 4404 даетъ: „non“; въ ост. Codd. опускаютъ: „nos“.

q) „timore“—Wolf.

r) „vitae incurrat periculum et sta omnia ante dicta nostra sicut priora stare iubemus“—кончатъ Wolf.

s) „pertimescat“—Münch.

Capitulare V.^o)

Edictus domni Chilperici regis^{b)}.

§ 1. Petractantes in dei nomine cum viris magnificentissimis obtinuit vel antrustionibus⁸²⁶⁾ et omni populo nostro convenit,⁸²⁷⁾ quia fluvium Caronna hereditas non transiebat,⁸²⁸⁾ ubi et ubi in regione nostra hereditas detur, sicut et reliqua loca ut et Turrovaninsis⁸²⁹⁾ hereditatem dare debent et accipere.

§ 2. Similiter convenit ut rebus⁸³⁰⁾ concederemus omnibus leodibus⁸³¹⁾ nostris, ut per modicam rem scandalum non generetur in regione nostra.

§ 3.⁸³²⁾ Simili modo placuit atque convenit, ut [quicumque]^{c)} vicinos habens aut filios aut filias post obitum suum superstitus fuerit, quamdiu filii advixerint, terra habeant sicut et lex Salica habet. Et si subito filii defuncti fuerint, filia simili modo accipiat terras ipsas sicut et filii si vivi fuissent aut habuissent. Et si moritur frater, alter superstitus fuerit, frater terras accipiat, non vicini. Et subito frater moriens frater non derelinquerit superstitem, tunc soror ad terra ipsa accedat possidenda. Det illi vero et convenit singula de terras istas qui si adveniunt, ut leodis qui patri nostro fuerunt consuetudinem quam habuerunt de hac re intra se debeant (conservare).^{d)}

§ 4.⁸³³⁾ Idemque convenit, ut quicumque uxorem acceperit et infantes inter se non habuerint, vir uxorem suam superstitem mortuus fuerit, tunc mulier illa dimidiam dotem accipiat et dimidiam [parentis]^{e)} defuncti marito ad se recolligant; et [si mulier]^{f)} sub tali [condictione]^{g)} mortua fuerit, media maritus simili modo ad se revocet et mediaetatem parentibus ipsius mulieris ad se recollegant.

^{a)} Cap. сохранился только въ одной рукописи—Лейденскій Cod. Em.; 4404 даетъ лишь заглавіе.—Скобками: [] обозначены конъектуры (чтеніе рукописи дается въ примѣчаніяхъ), скобками: () пропуски въ рукописи.

^{b)} такъ—4404; Em. (Лейд. Cod.) даетъ: „De dictis domni Hilperichi regis pro tenore pacis“.

^{c)} „si cumque“.

^{d)} „conservare“—нѣтъ въ рукоп.

^{e)} „partis“.

^{f)} „similiter“.

^{g)} „maledictione“.

§ 5. [Quale] ^{a)} conditione placuit atque convenit, ut si servus hominem ingenuum occiderit, tunc dominus servi cum VI iuramento, quod pura sit conscientia sua nec suum consilium factum sit nec voluntatem eius et servum ipsum det ad vindictam ⁸³⁴⁾. Et si servum dare non potuerit, in ipso iuramento fide data donet (quod) ^{b)} nec ibi sit ubi eum sensit nec scit nec eum adtingere possit: [indulgat] ^{c)} servum hoc est [det] ^{d)} licentia parentibus coram parentes qui occisus est; et de ipso quod voluerint faciant, et ille sit exolutus.

§ 6. Similiter convenit ut quicumque [admallatus] ^{e)} fuerit et in veritate testimonia ⁸³⁵⁾ non habuerit unde se aeducat et necesse est [ut] ^{f)} initium ⁸³⁶⁾ fidem faciant ⁸³⁷⁾ et non habuerit simili modo qui pro eum fidem faciat; et ipse in sinistra manu fistucam ⁸³⁸⁾ teneat et dextera manu auferat ⁸³⁹⁾.

§ 7. Quale convenit modo, ut si servum [sors] ^{g)} ⁸⁴⁰⁾ nunciata fuerit de furtum, tunc dominus servi inter X ⁸⁴¹⁾ noctes mittat servum ad sortem. Si ibi illum in illas X noctes non miserit in presente, tunc in XL et duas noctes eum mittat et [tum] ^{h)} ibi servus ad sortem venire debet et illi [cui] ⁱ⁾ furtum pertulit ius sit cum sex videre ⁸⁴²⁾. Et si ad XL et duas noctis non venerit nec sunnia ⁸⁴³⁾ adnuntiaverit, tunc servus culpabilis iudicetur, et causa super domino magis non ascendant ⁸⁴⁴⁾ nisi quantum de servo lex est: aut ipsi servus [cedatur] ^{k)} aut dominus pro servo componat, hoc est solidos XII et capitale et delatura. Et si in XL et duas noctes legibus sunnia nuntiaverit, in octuaginta et quatuor noctis postea placitum ⁸⁴⁵⁾ intendatur. Et si ibi se non eduxerit ⁸⁴⁶⁾, sicut supra scriptum est culpabilis iudicetur. Nam (si) ^{l)} ad XL et II noctes sunnia adnuntiaverit, [iectus] ^{m)} ⁸⁴⁷⁾ XV so-

^{a)} „quare“.

^{b)} „quod“—НѢТЬ ВЪ РУКОП.

^{c)} „dulgat“.

^{d)} „de“.

^{e)} „ad mallum“.

^{f)} „aut“.

^{g)} „soros“.

^{h)} „eum“.

ⁱ⁾ „qui“.

^{k)} „decidat“.

^{l)} „si“—НѢТЬ ВЪ РУКОП.

^{m)} „lectus“.

lidos componat. Et si inter ipsas XL et II noctes nec fidem facere ⁸⁴⁸) nec componere voluerit, tunc rogat ille qui consecutus est, ut de lege inter XIV (noctes) ^{a)} solvat quod antea dictum est; et si adhuc inter ipsas XIV noctes noluerit solvere, roget inter VII noctes. (Et ^{b)} si adhuc inter ipsas VII noctes) ^{b)} nec fidem facere nec componere voluerit, tunc in proximo mallo ⁸⁴⁹) ante rachymburgiis sedentes ⁸⁵⁰) et dicentes quod ipsi illum ante [audierint] ^{c)}, sic invitetur graphio, cum fistuco ⁸⁵¹) mittat super se, ad res suas ambulet et prenda quantum rachymburgii antea [odierint]. ^{d)} Et graphio cum VII rachymburgiis ⁸⁵²) antrutionis ⁸⁵³) bonis credentibus ⁸⁵⁴) aut [qui] ^{e)} sciant accionis ⁸⁵⁵) [ad] ^{f)} casa illius ambulent et pretium faciant et quod graphio tollere debet. Et si graphio ante rachymburgiis sedentes non fuerit invitatus, non ibi presummat ambulare. Et si invitatus fuerit et ibidem noluerit ambulare ⁸⁵⁶), de vita sit culpabilis. Et si graphio super pretium aut extra legem ⁸⁵⁷) aliquid tollere praesumpserit, noverit se vitae suae periret dispendium ⁸⁵⁸). Et si dixerit [ille] ^{g)} cui res tolluntur, quod male eum destruat ⁸⁵⁹) et contra legem et iustitia, tunc [maniat] ^{h)} ⁸⁶⁰) graphio eum inter noctes quadraginta et duo et ille et suo contractorem qui eum invitavit similiter [maneat] ⁱ⁾. Et si non negaverit ille qui invitavit, adducat VII rachymburgiis ferebannitus qui antea audissent causam illam; nobis presentibus erit. Et si VII venire non potuerint et eos certa sonia detrigaverit ⁸⁶¹), et toti venire non possint, tunc veniant III de ipsis qui [pro fide] ^{k)} sua dicant et pro pares suos sunia nuntiant. Et si rachymburgiis nec VII nec III dare potuerit nec dat, graphio et ille qui accepit res illius quem contra legem et iustitiam extruderit (reddat) ^{l)}, et ille qui male invitavit solvat cui res fuerunt. Et ⁸⁶²) quicumque ingenuus de actione et vi reiecte mallaverit de qua-

a) „noctes“—нѣтъ въ рукоп.

b) „Et.... noct.“—нѣтъ въ рукоп.

c) „audierit“.

d) „odierit“.

e) „quis“.

f) „a“.

g) „illi“.

h) „muniat“.

i) „muniat“.

k) „prae Side“.

l) „reddat“—нѣтъ въ рукоп.

libet causa, simili modo ubi habet lege directa sic facere debet. Et si homo malus ⁸⁶³⁾ fuerat qui male facit et si res non habet unde sua mala facta componat, legibus consecutus super illum nihilominus graphio ad legem que antea auditus est [invitetur] ^{a)} et auferat ⁸⁶⁴⁾ per III mallus ante rachymburgiis ut [eum, si] ^{b)} voluerint, parentes aut de suis rebus redimant ⁸⁶⁵⁾, aut se sciant, si noluerint, in quarto mallo nobis presentibus veniant: nos ordinamus cui malum fecit tradatur in manu et faciant exinde quod voluerint. Nam agens ⁸⁶⁶⁾ et qui mallat ipsum ad nos adducant et adtrutionis secundum legem consecutus habuerit inter octuaginta et IV noctes (de) ^{c)} ipsa invitatio et lex faciat sicut superius scriptum est.

§ 8. Illas et marias ⁸⁶⁷⁾ qui nuntiabantur ecclesias, nuntientur consistentes ubi admallat.

§ 9. Si quis ⁸⁶⁸⁾ causam mallare debet et sic ante vicinas causam suam notam fatiat et sic ante rachymburgiis videredum donet: et si ipsi hoc dubitant ⁸⁶⁹⁾, ut malletur causam. Nam antea mallare non presummat; et si ante mallare presumpserit, causam perdat. Nam si certe fuerit malus homo qui male in pago faciat et non habeat ubi consistat nec res unde componat et per silvas vadit ⁸⁷⁰⁾ et in presentia nec agens ⁸⁷¹⁾ nec parentes ipsum adducere possunt, tunc agens ille et cui male fecit nobiscum acusent et ipsum mittemus foras nostro sermone ⁸⁷²⁾, ut quicumque eum invenerit quomodo sic ante pavidō ⁸⁷³⁾ interficiat.

§ 10. De troinia ^{d)} ⁸⁷⁴⁾ vero [sic] ^{e)} convenit observare ut, sicut antea consuetudo fuit sub temporibus patri vel genitoris nostri, sic sequatur et mali homines reprimantur.

a) „invita elegetur“.

b) „ea nisi“.

c) „de“—нѣтъ въ рукоп.

d) первоначальное: „tronia“ переправлено въ рукописи въ: „troinia“.

e) „si“.

Capitulare VI^a) 875).

1. [*Si quis puerum regis aut libertum occiderunt*].

§ 1. Si quis puerum regis aut libertum 876) occiderit, solidos C culpabilis iudicetur. § 2. Aut Romanum ingenuum 877) vel tributarium 878), aut militem 879), solidos C culpabilis iudicetur.

2. [*Si quis stadalem vaidaris cervum 880) aut bovem cervi atributaria 881) salierit 882)*].

§ 1. Si quis stadalem vaidaris cervum aut bovum cervi atributaria saliverit, MDCCC dinarios qui faciunt [XLV]^b) solidos culpabilis iudicetur.

3. [*De furtis de venationibus vel piscationibus*].

§ 1. Si quis pedicam 883) embolaverit 884) aut retem aut nassam 885) de nave tulerit 886), dinarios MCC qui faciunt solidos XXX culpabilis iudicetur.

§ 2. Si quis 887) de nave furaverit piscem aut de retem, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

§ 3. Si quis 888) pedicam cum feramen aut sagitatum detoxitum invenerit et eum calcare voluerit quem canes minaverunt [adque]^c) venationem in bargo 889) involaverit aut de mausionem 890) furaverit, MCC dinarios qui faciunt solidos XXX culpabilis iudicetur.

§ 4 Si quis 891) porcellum lactantem de rane furaverit, CCCC dinarios qui faciunt solidos XII culpabilis iudicetur.

4. [*De eo qui alterum ad calidam provocaverunt*]⁸⁹²⁾.

§ 1. Si quis alterum ad calidam provocaverit preter evisionem dominicam 893) DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

а) Сар. сохранился только въ одной рукописи—Лейденскій Cod. Em.—Заглавія взяты изъ „Сводки Оглавленій“.

б) „LXV“—рукоп.

в) „ad quem“—рукоп.

5. [*De servo si alienam occiserit ancillam*].

§ 1. Si quis cuius servus aliquid inputatum fuerit [ut] *) occiderit ⁸⁹⁴⁾ ancillam alienam, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur et pretium ⁸⁹⁵⁾ quod mancipius valuerit. Certe si abatonia ⁸⁹⁶⁾ vel porcarios sive artificis fuerit inputatum, simili modo nobis convenit observare. [Si] †) autem de operariis et minoribus mancipiis aliquid fuerit inputatum, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

6. [*De eo qui porcina* ⁸⁹⁷⁾ *aliena de via ostaverit* ⁸⁹⁸⁾].

§ 1. Si quis porcina de via sua ostaverit vel matriamen ⁸⁹⁹⁾ de silva involaverit aut lignarium ⁹⁰⁰⁾ quem alter capulaverit vel in carro carrcaverit ⁹⁰¹⁾, pro utraque causa DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

7. [*Si quis navem alienam per vim tulerit*].

§ 1. Si quis ⁹⁰²⁾ navem per vim tulerit, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

8. [*De eo qui cum servo alieno negotiaverit*].

§ 1. Si quis ⁹⁰³⁾ ingenuus (cum servo) †) alieno nestiente domino negotiaverit aut cum liberto in villa ⁹⁰⁴⁾ nestiente domino negotiaverit, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

9. [*De eo qui servo alieno sine causa ligaverit*].

§ 1. Si quis sine causa ⁹⁰⁵⁾ eos ligaverit et ei fuerit adprobatum, CC dinarios qui faciunt solidos VII culpabilis iudicetur.

a) „aut“—рукоп.

b) „sive“—рукоп.

c) „cum servo“—нѣтъ въ рукоп.

10. [*Si quis messe* ⁹⁰⁶) *aliena glennare* ⁹⁰⁷) *presumserit*].

§ 1. Si quis in messem alienam sine consilio glenaverit, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

11. [*De eo qui alienam mansionem* ⁹⁰⁸) *expoliaverit*].

§ 1. Si quis mansionem expoliaverit vel in mansionem aliquid comederit ⁹⁰⁹), DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

§ 2. Et qui in ipsam mansionem aut sortem ⁹¹⁰) aliquid petrio ratro ⁹¹¹) fuerit factum, cui adprobatum fuerit, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

12. [*De eo qui res alienas furtivaverit* ⁹¹²)].

§ 1. Si quis res alienas furtivaverit et suas fuisset ⁹¹³) et non potuerit adprobare, cui furtivaverit solidos XV culpabilis iudicetur.

13. [*De eo qui alienum ortum aut nabinam effregerit*].

§ 1. Si quis ⁹¹⁴) ortum aut nabinam effregerit, DC dinarios qui faciunt solidos XV culpabilis iudicetur.

14. [*De liberto qui aliena liberta rapuerit*].

§ 1. Si quis ⁹¹⁵) libertus libertam alienam rapuerit, DCCC dinarios qui faciunt solidos XX culpabilis iudicetur.

§ 2. Preter graphioni solidos X solvat et mulier ad potestatem domini sui revertatur.

§ 3. Si ⁹¹⁶) ingenuam rapuerit, de vita sua componat.

15. [*De eo qui alterum inputaverit periurasse*].

§ 1. Si quis ⁹¹⁷) inculpaverit periurasse et ei potuerit adprobare, XV solidos componat qui periurat.

§ 2. Si ⁹¹⁸) tamen non potuerit adprobare qui crimen dixerit, solidos XV solvat et postea si ausus fuerit pugnet.

16. [*De eo qui de falso testimonio fuerit adprobatu*s].

§ 1. Si qui ⁹¹⁹⁾ falsi testes fuerit adprobatu, quinos denos solidos multa sustineat; si vero eis inculpaverit quod falsum testimonium dedissent manum suam [in ineum] ^{a)} mittat ⁹²⁰⁾ et [si] ^{b)} sana tulerit sicut superius diximus simili multa sustineant: si certe manum conburet XV solidos damnum sustineat.

17. [*De eo qui alienam mulierem vivo marito tulerit*].

§ 1. Si quis ⁹²¹⁾ uxorem alienam tulerit vivo marito, dinarios VIII M. qui faciunt solidos CC culpabilis iudicetur.

Capitulare VII ^{c)} ⁹²²⁾.

In nomine Dei. Incipiunt capitula legis Salicae.

1. *De capitulo primo legis Salicae, id est de mannire.*

De hoc capitulo iudicatum est ⁹²³⁾, ut ille qui mannitur spatium mannitionis suae per XL noctes habeat; et si comes infra supradictarum noctium numerum mallum suum non habuerit, ipsum spatium usque ad mallum comitis extendatur; et deinde detur ei spatium ^{d)} ad VII noctes. Inde non noctium spatia, sed proximus mallus comitis ei concedatur.

2. *De XII^e) ⁹²⁴⁾ capitulo legis Salicae.*

Si quis servum alienum occiserit vel vendiderit vel ingenuum dimiserit, MCCCC denarios qui faciunt solidos XXXV culpabilis iudicetur, excepto capitale et dilatura. De hoc capitulo iudicatum est ab

a) „in eum“—рукоп.

b) „sicut“—рукоп.

c) Cap. сохранился лишь въ *трехъ* рукоп. Ем.

d) „ad respectum“—приб. одна рукоп.

e) „XI“—одна рукоп.

omnibus, ut si ille servus ^{a)} iniuste venditus vel ingenuus dimissus apparet, non alter pro eo in loco illius restituatur; quia dixerunt aliqui, quod idem servus, qui ingenuus dimissus fuerat, denuo ad servitium redire ^{b)} non debeat ⁹²⁵⁾. Sed pristino domino et servitio restitutus fiat iudicaverunt.

3. De XIV ⁹²⁶⁾ capitulo legis Salicae.

Si quis ingenuus ancillam alienam in coniugium acceperit, ipse cum ea in servitium implicetur. De hoc capitulo iudicatum est ab omnibus, ut si ingenua femina quemlibet servum in coniugium sumpserit, non solum cum ipso servo in servitio permaneat, sed etiam omnes res quas habet, si eas cum parentibus suis divisas tenet, ad dominum cuius servum in coniugium accepit, perveniant; et si cum parentibus suis res paternas vel maternas non divisit, nec alicui quaerenti respondere nec cum suis heredibus in rerum paternarum hereditate ultra divisa ^{c)} accedere possit. Similiter et si Francus homo alterius ancillam in coniugium sumpserit, sic faciendum esse iudicaverunt.

. 4. Item de eodem ⁹²⁷⁾ capitulo.

Si quis uxorem alienam vivo marito tulerit, VIII M. denarios qui faciunt solidos CC culpabilis iudicetur. De hoc capitulo iudicatum est, ut vivo marito cui ^{d)} eadem uxor contra legem subtracta fuerat, ab illo qui eam ei iniuste tulerat cum lege superscripta id est CC solidos reddita fiat.

5. De XXVI ^{e)} ⁹²⁸⁾ capitulo.

Si quis puer infra XII annos aliquam culpam commiserit, fredus ei non requiratur. De hoc capitulo iudicatum est, ut si infans infra

^{a)} „qui“—приб. одна рукоп.

^{b)} „reddere“—двѣ рукоп.

^{c)} „divisor“—одна изъ рукоп.

^{d)} „qui“—одна рукоп.

^{e)} „XXXVI“—двѣ рукоп.

XII annos res ⁹²⁹⁾ alterius iniuste sibi usurpaverit, eas excepto fredo cum lege sua componat et item manietur sicut ille maniri [potest] ^{a)} cui contra legem fecit, et ita a comite ad mallum suum adducatur sicut ille adduci potest cui contra legem fecit. De hereditate vero paterna vel materna si aliquis eum interpellare voluerit, usque ad spatium XII annorum expectare indicatus est.

6.

Indicatum est ab omnibus, ut si Francus ⁹³⁰⁾ homo vel ingenua femina in servitio sponte sua ⁹³¹⁾ implicaverit se, ut si res suas, dum in libertate sua permanebat, ad ecclesiam Dei aut cuilibet legibus tradidit, ipse cui tradite fuerint eas habere et tenere possit; et si filios et filias, dum in sua fuit libertate, generavit, ipsi liberi permaneant.

7. De XXXVI^{b)} capitulo

Si quis servus hominem ingenuum occiserit, ipse homicida pro medietate compositionis parentibus hominis occisi traditur, et aliam medietatem dominus servi se noverit solviturum, aut si legem intellexerit, poterit se obmalare, ut leodem non solvat. Quia nullam de ecclesiastico aut beneficiario vel alterius persona servo discretionem lex fecit, si ita ecclesiastici aut beneficiarii servi sicut liberorum tradi aut dimitti possunt, ad ^{c)} interrogationem domni imperatoris reservare voluerunt ^{e)}).

8. De XLVI⁹³³⁾ capitulo,

id est, qui viduam in coniugium accipere vult, iudicaverunt omnes ^{d)}), ut non ita sicut in lege Salica scriptum est eam accipiat, sed cum parentorum consensu et voluntate, velut usque nunc antecessores eorum fecerunt, in coniugium sibi eamumat.

a) „potest“—*нѣтъ* нѣ рукоп.

b) „XXXVII“—одна рукоп.

c) „ad... voluer.“—*нѣтъ* въ двухъ рукоп.

d) „homines“ (вмѣсто „omnes“)—двѣ рукоп.

9. De XLVII⁹³⁴⁾ capitulo,

de eo qui villam alterius occupaverit. De hoc capitulo iudicaverunt, ut nullus villam aut res alterius migrandi gratia per annos tenere vel possidere possit; sed in quacumque die invasor illarum rerum interpellatus fuerit, aut easdem res querenti reddat aut eas si potest iuxta legem se defendendo sibi vindicet.

10. De affatomie⁹³⁵⁾ dixerunt quod traditio fuisset.

De hoc capitulo indicatum est, ut sicut per longam consuetudinem antecessores eorum facientes habuerunt, ita et omnes qui legē Salica vivunt, inantea habeant et faciant.

11.

Et hoc iudicaverunt, ut si servus cartam ingenuitatis adtulerit, si servus eiusdem carte auctorem legitimum habere non potuerit, domino⁹³⁶⁾ servi ipsam cartam falsare liceat.

12.

Et hoc iudicaverunt, ut omnis qui alteri aliquid querit licentiam habeat prius sua testimonia producere contra eum. Et si ille cui queritur dixerit, quod legibus teneat ea que tenet et talia sunt testimonia que hoc veraciter adfirmare possit, iudicaverunt, ut huius rei veritas secundum capitula *) domni imperatoris, que prius pro lege tenenda constituit, rei veritas conprobetur.

*) „capitulo“—двѣ рукоп.

- Rv. Антонинъ въ тогѣ стоитъ направо, держитъ чашу надъ пылающимъ жертвенникомъ. Leg: COS. III.
Ar. 4. Coh. II, 293, № 123. Годъ 149.
1949. Av. Подобный № 1945.
Rv. Двѣ соединенныя руки держать кадудей и два колоса. Leg: COS. III.
Ar. 4. Coh. II, 294, № 135. Годъ 145.
1950. Av. Подобный № 1945.
Rv. Молнія, лежащая на тронѣ. Leg: COS. III.
Ar. 4. Coh. II, 295, № 136. Годъ 145.
1951. Подобная № 1950. Ar. 4.
1952. Av. Голова Антонина направо. Leg: DIVVS. ANTONINVS.
Rv. Антонинъ сидитъ налѣво, держитъ вѣтку и жезлъ. Leg: DIVO. PIO.
Ar. 4. Coh. II, 295, № 137.
1953. Подобная № 1952. Ar. 4.
1954. Av. Подобный № 1952.
Rv. На широкомъ пьедесталѣ—колонна; на ней статуя Антонина стоитъ налѣво, держитъ шаръ и жезлъ. Leg: DIVO. PIO.
Ar. 4. Coh. II, 295, № 138.
1955. Av. Подобный № 1952.
Rv. Алтарь, украшенный двумя пальмами. Leg: DIVO. PIO.
Ar. 4. Coh. II, 295, № 139.
1956. Подобная № 1955. Ar. 4.
1957. Av. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XXIII.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ шаръ и рогъ изобилія. Leg: FELICITATI. AVG. COS. III.
Ar. 4. Coh. II, 295, № 141. Годъ 160.
1958. Подобная № 1957. Ar. 4.
1959. Av. Подобный № 1957.
Rv. Женщина стоитъ направо, опираясь на колонну и поднимая правую руку. Leg: FELIC. SAEC. COS. III.
Ar. 4. Coh. II, 295, № 142. Годъ 160.
1960. Av. Подобный № 1957.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, опираясь на колонну, держитъ кадудей. Leg: FELIC. SAEC. COS. III.

- Ag. 4. Coh. II, 295, № 143. Годъ 160.
1961. Подобная № 1960. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XXIII.
Ag. 4. Coh. II, 296, № 144. Годъ 161.
1962. Ав. Подобный № 1957.
Rv. Женщина стоитъ направо, держать руль и рогъ изобиліа.
Leg: FORTVNA. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 296, № 145.
1963. Подобная № 1962. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XXIII.
Ag. 4. Coh. II, 296, № 146. Годъ 161.
1964. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: AN-
TONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XX.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать руль и рогъ изобиліа.
Leg: FORTVNA. OBSEQVENS. Внизу: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 296, № 150. Годъ 159.
1965. Ав. Подобный № 1964. Въ концѣ легенды: TR. P. COS. III.
Rv. Антонинъ въ тогѣ стоитъ налѣво, держать вѣтку и жезл.
Leg: GENIO. SENATVS.
Ag. 4. Coh. II, 297, № 151. Годъ 140—143.
1966. Подобная № 1965. Ag. 4.
1967. Ав. Подобный № 1965.
Rv. Юноша стоитъ направо, держать жезлъ и рогъ изобиліа.
Leg: GENIVS. POP. ROMANI.
Ag. 4. Coh. II, 297, № 152. Годъ 140—143.
1968. Ав. Подобный № 1965.
Rv. Кадущей среди двухъ роговъ изобиліа. Leg: IMP. II.
Ag. 4. Coh. II, 297, № 154. Годъ 140—143.
1969. Ав. Подобный № 1965.
Rv. Побѣда стоитъ налѣво, держать вѣнецъ и пальму. Leg:
IMPERATOR. II.
Ag. 4. Coh. II, 298, № 163. Годъ 140—143.
1970. Подобная № 1969. Ag. 4.
1971. Подобная № 1968. На Rv. Leg: IMPERATOR. II.
Ag. 4. Coh. II, 298, № 166. Годъ 140—143.
1972. Ав. Подобный № 1965.
Rv. Женщина сидитъ на шарѣ налѣво; держать рогъ изобиліа
и жезлъ. Leg: ITALIA.
Ag. 4. Coh. II, 299, № 168. Годъ 140—143.
1973. Подобная № 1972. Ag. 4.

1974. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
Rv. Подобный № 1972. Внизу: ITALIA. Leg: TR. POT. COS. III.
Аг. 4. Coh. II, 299, № 169. Годъ 140—143.
1975. Ав. Подобный № 1974. Въ концѣ легенды: P. P. TR. P. XVI.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, высыпая рогъ изобилія. Leg: LIBERALITAS. VII. COS. III.
Аг. 4. Coh. II, 300, № 178. var. Годъ 153.
1976. Ав. Подобный № 1975. Въ концѣ легенды: TR. P. XVII.
Rv. Антонинъ въ тогѣ стоитъ налѣво, держитъ тессеру. Leg: LIBERALITAS. VII. COS. III.
Аг. 4. Coh. II, 301, № 184. Годъ 154.
1977. Подобная № 1976. На Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ тессеру и рогъ изобилія.
Аг. 4. Coh. II, 301, № 187. Годъ 154.
1978. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ тессеру и рогъ изобилія. Внизу: LIB. III. Leg: TR. POT. COS. III.
Аг. 4. Coh. II, 302, № 192. Годъ 145.
1979. Подобная № 1978. На Rv. LIB. III. не внизу, а въ полѣ.
Аг. 4. Coh. II, 302, № 193. Годъ 145.
1980. Подобная № 1979. Аг. 4.
1981. Подобная № 1979. На Rv. въ полѣ: LIB. V. Leg: COS. III.
Аг. 4^{1/2}. Coh. II, 302, № 195. Годъ 148.
1982. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣсы и рогъ изобилія. Leg: MONETA. AVG.
Аг. 4. Coh. II, 303, № 200. Годъ 140—143.
1983. Ав. Подобный № 1982.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, облачиваясь на кресло, держитъ жезлъ. Leg: OPI. AVG.
Аг. 4. Coh. II, 303, № 201.
1984. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XXIII.

- Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и жезлъ. Leg: PACI. AVG. COS. III.
 Ag. 4. Coh. II, 303, № 202. Годъ 160.
1985. Подобная № 1984. Ag. 4.
1986. Подобная № 1984. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. COS. III.
 На Rv. Leg: PAX. AVG.
 Ag. 4. Coh. II, 303, № 203. Годъ 140—143.
1987. Подобная № 1986. Ag. 4.
1988. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. T. AEL. HADR. ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и жезлъ. Внизу: PAX. Leg: TR. POT. XIII. COS. III.
 Ag. 4. Coh. II, 304, № 206. Годъ 151.
1989. Подобная № 1988. На Rv. въ легендѣ: TR. POT. XV.
 Ag. 4. Coh. II, 304, № 210. Годъ 152.
1990. Подобная № 1989. Ag. 4.
1991. Ав. Подобный № 1988.
 Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ козу и корзину съ плодами; у ногъ ея жертвенникъ. Внизу: PIETAS. Leg: TR. POT. XIII. COS. III.
 Ag. 4. Coh. II, 305, № 216. Годъ 151.
1992. Ав. Подобный № 1984; въ концѣ легенды: TR. P. XXIII.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ на рукахъ двое дѣтей и другихъ двое стоятъ у ея ногъ. Leg: PIETATI. AVG. COS. III.
 Ag. 4. Coh. II, 305, № 221. Годъ 161.
1993. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XI.
 Rv. Среди вѣнка: PRIMI.—DECEN.—COS. III.
 Ag. 4. Coh. II, 306, № 227.
1994. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.
 Rv. Крылатая молнія. Leg: PROVIDENTIAE. DEORVM.
 Ag. 4. Coh. II, 307, № 232. Годъ 140—143.
1995. Ав. Подобный № 1994. Въ концѣ легенды: TR. P. XXIII.
 Rv. Рома сидитъ направо, держитъ статую победы и копьё. Leg: ROMA. COS. III.

Ag. 4. Coh. II, 307, № 235. Годъ 161.

1996. Подобная № 1995. Ag. 4.

1997. Ав. Подобный № 1994.

Rv. Женщина сидитъ налѣво, кормитъ змѣю, обвитую вокругъ жертвенника. Leg: SALVS. AVG.

Ag. 4. Coh. II, 307, № 237. Годъ 140—143.

1998. Ав. Подобный № 1993. Въ концѣ легенды: TR. P. XXII.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, кормитъ змѣю, обвитую вокругъ жертвенника и держитъ жезлъ. Leg: SALVS. AVG. COS. III.

Ag. 4. Coh. II, 308, № 238. Годъ 159.

1999. Подобная № 1998. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XXIII.

На Rv. Leg: SALVTI. AVG. COS. III.

Ag. 4. Coh. II, 308, № 241. Годъ 160.

2000. Подобная № 1999. Ag. 4.

2001. Ав. Подобный № 1999.

Rv. Храмъ на восьми колоннахъ; внутри его двѣ статуи; на вершинѣ фронтона—квадрига, по сторонамъ ея двѣ статуи. Leg: TEMPLVM. DIV. AVG. REST. COS. III.

Ag. 4. Coh. II, 308, № 244. Годъ 159.

2002. Подобная № 2001. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XXII.

Ag. 4. Coh. II, 309, № 246. Годъ 159.

2003. Ав. Подобный № 1994.

Rv. Женщина въ коронѣ изъ зубцовъ стоитъ направо, держитъ руль и колосья. Leg: TRANQVILLITAS. AVG.

Ag. 4. Coh. II, 309, № 252. Годъ 140—143.

2004. Ав. Голова Антонина нъ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. T. AEL. HADR. ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.

Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ руль и колосья. Внизу: TRANQ. Leg: TR. POT. XIII. COS. III.

Ag. 4. Coh. II, 309, № 253. Годъ 151.

2005. Подобная № 2004. Ag. 4.

2006. Подобная № 2004. На Rv. въ легендѣ: TR. POT. XV.

Ag. 4. Coh. II, 310, № 254. Годъ 152.

2007. Ав. Голова Антонина направо. Leg: IMP. T. AEL. CAES. ANTONINVS.

- Rv. Минерва въ шлемѣ стоитъ налѣво, держитъ статую побѣды и щитъ съ копьемъ. Leg: TRIP. POT. COS.
Ag. 4. Coh. II, 310, № 255. Годъ 138.
2008. Подобная № 2007. На Rv. женщина стоитъ направо, держитъ лукъ и стрѣлу.
Ag. 4. Coh. II, 310, № 256. Годъ 138.
2009. Подобная № 2007. На Rv. женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и двойной рогъ изобилія.
Ag. 4½. Coh. II, 310, № 258. Годъ 138.
2010. Подобная № 2007. На Rv. женщина стоитъ налѣво, приподнявъ руку, у ногъ ея жертвенникъ.
Ag. 4. Coh. II, 310, № 259. Годъ 138.
2011. Подобная № 2010. Ag. 4½.
2012. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и рогъ изобилія.
Leg: TR. P. COS. II.
Ag. 4. Coh. II, 311, № 265. Годъ 139.
2013. Подобная № 2012. На Rv. Двѣ соединенныя руки держатъ кадуцей и два колоса.
Ag. 4. Coh. II, 311, № 266. Годъ 139.
2014. Подобная № 2012. На Rv. Модіусъ съ четырьмя колосьями.
Ag. 4. Coh. II, 311, № 267.
2015. Подобная № 2014. Ag. 4.
2016. Ав. Подобный № 2012.
Rv. Кропило, сосудъ, посохъ и чаша. Leg: TR. POT. COS. II.
Ag. 4. Coh. II, 311, № 268. Годъ 139.
2017. Ав. Подобный № 2012.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія.
Leg: TR. POT. COS. II.
Ag. 4. Coh. II, 312, № 275. Годъ 139.
2018. Ав. Подобный № 2012.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ шапку и жезлъ. Leg: TR. POT. COS. II.
Ag. 4. Coh. II, 312, № 276. Годъ 139.
2019. Подобная № 2018. Ag. 4.
2020. Ав. Подобный № 2012.

- Rv. Двѣ соединенныя руки держать крылатый кадуцей и два колоса. Leg: TR. POT. COS. II.
Ag. 4. Coh. II, 313, № 279. Годъ 139.
2021. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держать чашу и жезлъ. Leg: TR. POT. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 313, № 283. Годъ 140—143.
2022. Ав. Подобный № 2021.
Rv. Въ гротѣ волчица стоитъ направо, кормя близнецовъ. Leg: TR. POT. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 313, № 292. Годъ 140—143.
2023. Подобная № 2020. На Rv. въ концѣ легенды: COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 313, № 294. Годъ 140—143.
2024. Ав. Подобный № 2021.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать знамя и рогъ изобилія. Leg: TR. POT. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 316, № 301. Годъ 145.
2025. Подобная № 2024. Ag. 4.
2026. Подобная № 2024. На Rv. вмѣсто знамени—вѣтка. Ag. 4. Coh. II, 316, № 302. Годъ 145.
2027. Ав. Подобный № 2021.
Rv. Воинъ стоитъ налѣво, держать копье и паразоніумъ. Leg: TR. POT. COS. III.
Ag. 4. Coh. II, 316, № 304. Годъ 145.
2028. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. T. AEL. HADR. ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать ковшъ и палладіумъ. Leg: TR. POT. XV. COS. II.
Ag. 4. Coh. II, 317, № 307. Годъ 152.
2029. Подобная № 2028. Ag. 4^{1/2}.
2030. Подобная № 2028. На Rv. женщина стоитъ направо, держать руль и рогъ изобилія. Ag. 4. Coh. II, 317, № 308. Годъ 152.
2031. Ав. Подобный № 2028.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держать колосъ и модіусъ, стоящій, на кораблѣ. Leg: TR. POT. XV. COS. II.

Аг. 4. Coh. II, 317, № 309. Годъ 152.

2032. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: AN-
TONINVS. AVG. PIVS. P. P. IMP. II.

Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ пылающій факель. Leg.
TR. POT. XIX. COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 318, № 314. Годъ 156.

2033. Подобная № 2032. Аг. 4^{1/2}.

2034. Подобная № 2032. На Rv. женщина стоитъ налѣво, держитъ
вѣтку и рогъ изобилія.

Аг. 4^{1/2}. Coh. II, 318, № 316. Годъ 156.

2035. Подобная № 2032 На Rv. женщина сидитъ налѣво, кормитъ
змѣю, обвитую вокругъ жертвенника.

Аг. 4. Coh. II, 318, № 317. Годъ 156.

2036. Ав. Подобный № 2032.

Rv. Подобный № 2031. Leg: TR. POT. XIX. COS. III.

Аг. 4^{1/2}. Coh. II, 318, № 318. Годъ 156.

2037. Подобная № 2036. Аг. 4.

2038. Подобная № 2032. На Rv. женщина сидитъ направо, дер-
житъ рогъ изобилія. У ногъ ея модіусъ съ колосьями.

Аг. 4. Coh. II, 318, № 319. Годъ 156.

2039. Подобная № 2032. На Rv. женщина стоитъ en face, смотритъ
направо, держитъ руль и рогъ изобилія.

Аг. 4. Coh. II, 318, № 320. Годъ 156.

2040. Ав. Подобный № 2032.

Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ руль и рогъ изобилія.
Leg: TR. POT. XX. COS. III.

Аг. 4.

2041. Ав. Подобный № 2032.

Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ факель. Leg: TR. POT.
XX. COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 319, № 326. Годъ 157.

2042. Ав. Подобный № 2032.

Rv. Побѣда идетъ налѣво, держитъ вѣнецъ и пальму. Leg:
TR. POT. XX. COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 319, № 327. Годъ 157.

2043. Ав. Подобный № 2032.

Rv. Женщина стоитъ направо, наступая на корабль, держитъ
руль и модіусъ. Leg: TR. POT. XX. COS. III.

Аг. 4. Coh. II, 320, № 330. Годъ 157.

2044. Подобная № 2043.

2045. Подобная № 2043. На Rv. женщина сидитъ направо, держать рогъ изобилія; у ногъ ея модіусъ.

Аг. 4. Coh. II, 320, № 332. Годъ 157.

2046. Подобная № 2043. На Rv. женщина сидитъ налѣво, кормить змѣю, обвитую вокругъ жертвенника.

Аг. 4^{1/2}. Coh. II, 320, № 334. Годъ 157.

2047. Ав. Подобный № 2032.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣсы и рогъ изобилія.
Leg: TR. POT. XXI. COS. III.

Аг. 3^{1/2}. Coh. II, 321, № 340. Годъ 158.

2048. Подобная № 2047. На Rv. женщина стоитъ en face, держитъ руль и рогъ изобилія.

Аг. 4. Coh. II, 321, № 341. Годъ 158.

2049. Подобная № 2047. На Rv. женщина стоитъ налѣво, держитъ волосъ и жезлъ; у ногъ ея модіусъ и корабль.

Аг. 4^{1/2}. Coh. II, 321, № 343. var. Годъ 158.

2050. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.

Rv. Женщина въ шлемѣ стоитъ налѣво, держитъ копье остриемъ внизъ и паразоніумъ. Leg: VIRTVS. AVG.

Аг. 4^{1/2}. Coh. II, 322, № 350. Годъ 140—143.

2051. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.

Rv. Антонинъ въ тогѣ стоитъ налѣво, держитъ чашу надъ треножникомъ, у котораго лежитъ жертва. Внизу: COS. III.
Leg: VOTA. SOL. DEC. II.

Аг. 4. Coh. II, 323, № 353. var. Годъ 159.

2052. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XX.

Rv. Подобный № 2051. Въ концѣ легенды: DECENN. II.

Аг. 4. Coh. II, 323, № 355. var. Годъ 157.

2053. Подобная № 2052. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XXI.
Аг. 4. Годъ 158.

2054. Подобная № 2052. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XXII.

Аг. 4. Coh. II, 323, № 358. Годъ 159.

2055. Ав. Подобный № 2054.

Rv. Антонинъ въ тогѣ стоитъ направо, держитъ чашу надъ жертвенникомъ. Внизу: COS. III. Leg: VOTA. SVSCEPTA. DEC. III.

Ан. 4¹/₂. Coh. II, 323, № 359. Годъ 159.

2056. Подобная № 2055. Ар. 4¹/₂. Coh. II, 324, № 360.

2057. Подобная № 2055. На Ав. въ легендѣ нѣтъ: TR. P. XXII.

Ар. 4. Coh. II, 324, № 362. Годъ 160.

2058. Подобная № 2055. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XXIII.

Ар. 4. Coh. II, 324, № 364. Годъ 160.

2059. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.

Rv. Рома въ шлемѣ сидитъ налѣво, держитъ палладіумъ и копьё; за нею щитъ съ головою медузы. Легенды нѣтъ.

Ан. 4¹/₂. Coh. II, 324, № 367. Годъ 145.

2060. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. COS. III.

Rv. Воинъ стоитъ направо, наступая на шаръ, держитъ копьё и паразоніумъ. Легенды нѣтъ.

Ар. 4. Coh. II, 325, № 371. Годъ 140—143.

2061. Подобная № 2060. Ар. 4.

2062. Ав. Бюстъ Антонина въ панцырѣ и плащѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XXI.

Rv. Антонинъ сидитъ на панцырѣ, налѣво, его вѣнчаетъ стоящая за нимъ побѣда; стоящій передъ нимъ воинъ подаетъ ему цвѣтокъ. Внизу: COS. III.

Ае. 10¹/₂. Медаль. Imitatio Paduana.

2063. Ав. Подобный № 2060. Въ концѣ легенды: P. P. TR. P. COS. III.

Rv. Два овальные щита, лежащіе каждый на двухъ круглыхъ щитахъ. S. C. Leg: ANCILIA.—IMPERATOR. II.

Ае. 7. Coh. II, 344, № 467. Годъ 140—143.

2064. Подобная № 2063. Ае. 7—8.

2065. Ав. Подобный № 2063.

Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ колосья и рогъ изобилія. У ногъ ея модіусъ съ колосьями и корабль. S. C. Leg: ANNONA. AVG.

Ае. 9. Coh. II, 345, № 470. Годъ 140—143.

2066. Подобная № 2065. Ае. 9.

2067. Подобная № 2065. Ae. 7. Coh. II, 345, № 472. Годъ 140—143.

2068. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XI.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ два колоса и якорь; у ногъ ея модіусъ съ колосьями. S. C. Внизу: COS. III. Leg: ANNONA. AVG.

Ae. 9. Coh. II, 345, № 474.

2069. Подобная № 2068. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XVII.

На Rv: женщина сидитъ en face, не держитъ якоря.

Ae. 8. Coh. II, 346, № 477. Годъ 154.

2070. Ав. Подобный № 2069.

Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ модіусъ, поставленный на столбикъ и вѣтку; у ногъ ея корзина съ плодами. S. C. Leg: ANNONA. AVG. COS. III.

Ae. 8. Coh. II, 346, № 479. Годъ 154.

2071. Подобная № 2070. Ae. 7.

2072. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS.....

Rv. Женщина сидитъ направо, держитъ колосья и рогъ изобилія. У ногъ ея модіусъ съ колосьями. S. C. Внизу: ANNONA. AVG. Leg: TR. POT.....

Ae. 9. Coh. II, 346, № 481. Годъ 151.

2073. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. T. AEL. HADR. ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.

Rv. Подобный № 2072. Leg: TR. POT. XIII. COS. III.

Ae. 7. Coh. II, 346, № 482. Годъ 151.

2074. Подобная № 2073. Ae. 7.

2075. Подобная № 2073. На Rv. въ легендѣ: TR. P. XV.

Ae. 9. Coh. II, 346, № 483. Годъ 152.

2076. Ав. Бюстъ Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ и плащѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.

Rv. Аполлонъ стоитъ налѣво, держитъ чашу и лиру. S. C. Leg: APOLLINI. AVGVSTO.

Ae. 9½. Coh. II, 347, № 488. Годъ 140—143.

2077. Ав. Подобный № 2076.

- Rv. Обнаженный человекъ стоитъ налѣво передъ жертвенникомъ, держитъ чашу и колосья. S. C. Leg: BONO EVENTVI.
 Ae. 8. Coh. II, 347, № 491. Годъ 140—143.
2078. Подобная № 2077. На Av: голова въ лавровомъ вѣнкѣ направо.
 Ae. 8. Coh. II, 348, № 493. Годъ 140—143.
2079. Av. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.
 Rv. Антонинъ и Фаустина стоятъ на Эстрадахъ, другъ противъ друга, подавая себѣ руки и поддерживая статуетку. Между ними двое дѣтей стоятъ у жертвенника, подавая другъ другу руки. Leg: CONCORDIA.
 Ae. 9¹/₂. Coh. II, 349, № 502. Годъ 140—143.
2080. Av. Подобный № 2079.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ статую побѣды и знамя. S. C. Leg: CONCORDIAE. EXERCITVVM.
 Ae. 9. Coh. II, 350, № 504. Годъ 140—143.
2081. Подобная № 2080. Ae. 7. Coh. II, 350, № 506.
2082. Av. Бюстъ Антонина направо. Leg: DIVVS. ANTONINVS.
 Rv. Четырехэтажный костеръ, украшенный колоннами и статуями. На вершинѣ его квадрига. S. C. Leg: CONSECRATIO.
 Ae. 9¹/₂. Coh. II, 352, № 517.
2083. Подобная № 2082. Ae. 9¹/₂.
2084. Av. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
 Rv. Рядомъ стоятъ: сова en face, орелъ, смотрящій налѣво, и павлинъ съ распущеннымъ хвостомъ, смотрящій направо. Внизу: S. C. Leg: COS. III.
 Ae. 4. Coh. II, 353, № 526. Годъ 140—143.
2085. Av. Подобный № 2084.
 Rv. Крылатый кадуцей. S. C. Leg: COS. III.
 Ae. 4. Coh. II, 353, № 529. Годъ 140—143.
2086. Av. Подобный № 2084. Въ концѣ легенды: P. P. TR. P.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, кормитъ змѣю, обвитую вокругъ жертвенника и держитъ руль; за нею лежитъ шаръ. S. C. Leg: COS. III.

- Ае. 9. Coh. II, 355, № 545. Годъ 145.
2087. Ав. Подобный № 2086. Въ концѣ легенды: TR. P. XII.
 Рv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣсы и рогъ изобилія.
 S. C. Leg: COS. III.
 Ае. 10. Coh. II, 357, № 555. Годъ 149.
2088. Подобная № 2087. Ае. 9¹/₂.
2089. Подобная № 2087. На Ав. Голова въ лучистой коронѣ.
 Ае. 7. Coh. II, 357, № 556. Годъ 149.
2090. Ав. Подобный № 2086.
 Рv. Антонинъ въ одеждѣ воина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку
 и копье. S. C. Leg: COS. III.
 Ае. 9. Coh. II, 357, № 559. Годъ 145.
2091. Ав. Подобный № 2086.
 Рv. Антонинъ въ квадригѣ ѣдетъ налѣво, держитъ жезлъ. S. C.
 Внизу: COS. III.
 Ае. 9. Coh. II, 357, № 561. Годъ 145.
2092. Ав. Голова Антонина въ лучистой коронѣ направо. Leg: AN-
 TONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XI.
 Рv. Антонинъ въ тогѣ стоитъ налѣво, приноситъ жертву на
 треножникѣ. S. C. Leg: COS. III.
 Ае. 7. Coh. II, 357, № 562. Годъ 148.
2093. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: AN-
 TONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P.....
 Рv. Внутри храма на четырехъ колоннахъ—статуя Антонина
 на пьедесталѣ. Leg: COS. III. S. C.
 Ае. 7. Coh. II, 358, № 564. Годъ 154.
2094. Подобная № 2093. На Ав: голова въ лучистой коронѣ; въ концѣ
 легенды: TR. P. XXI.
 Ае. 7. Coh. II, 358, № 565. Годъ 158.
2095. Подобная № 2094. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XVIII.
 Ае. 7. Coh. II, 358, № 571. Годъ 155.
2096. Ав. Голова Антонина направо. Leg: DIVVS. ANTONINVS.
 Рv. Алтарь. Leg: DIVO. PIO.—S. C.
 Ае. 9. Coh. II, 360, № 580.
2097. Ав. Подобный № 2096.
 Рv. На широкомъ пьедесталѣ колонна; на ней статуя Антонина.
 S. C. Leg: DIVO. PIO.
 Ае. 9. Coh. II, 360, № 581.

2098. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнчѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ козерога и кадудей. S. C. Leg: FELICITAS. AVG.
 Ae. 9. Coh. II, 360, № 583. Годъ 145.
2099. Подобная № 2098. На Rv: женщина держитъ кадудей и вѣтку.
 Ae. 7½. Coh. II, 360, № 586.
2100. Ав. Подобный № 2098. Въ концѣ легенды: TR. P. XII.
 Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ кадудей и два колоса. Въ полѣ: COS. III. Leg: FELICITAS. AVG.
 Ae. 7½. Coh. II, 361, № 588. Годъ 149.
2101. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнчѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XXI.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ руль, опирающійся на корабль и рогъ изобилія. S. C. Leg: FORTVNA. OPSE-
 QVENS. (sic.). COS. III.
 Ae. 7. Coh. II, 363, № 600. Годъ 158.
2102. Подобная № 2101. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XXII.
 Ae. 7. Coh. II, 363, № 602. Годъ 159.
2103. Ав. Подобный № 2101. Въ концѣ легенды: TR. P. COS. III.
 Rv. Человѣкъ въ тогѣ стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и жезлъ. S. C. Leg: GENIO. SENATVS.
 Ae. 10. Coh. II, 363, № 603. Годъ 140—143.
2104. Ав. Подобный № 2103.
 Rv. Человѣкъ стоитъ направо, держитъ жезлъ и рогъ изобилія. S. C. Leg: GENIO. POPVLI. ROMANI.
 Ae. 7½, 363, № 607. var. Годъ 140—143.
- 2104 а. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнчѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
 Rv. Человѣкъ стоитъ налѣво, держитъ чашу надъ жертвенникомъ и рогъ изобилія. Внизу: G. P. R. Leg: TR. POT. COS. II.
 Ae. 7½. Coh. II, 364, № 609. Годъ 139.
2105. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнчѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P.
 Rv. Человѣкъ въ тогѣ стоитъ направо, держитъ вѣтку и рогъ изобилія. S. C. Leg: HONORI. AVG. COS. III.

- Ае. 9. Coh. II, 364, № 613. Годъ 145.
2106. Ав. Подобный № 2105. Въ концѣ легенды: TR. P. COS. III.
Рv. Женщина стоитъ направо, держитъ колосья и корзину съ плодами. S. C. Leg: IMPERATOR. II.
Ае. 9. Coh. II, 365, № 617. Годъ 140—143.
2107. Ав. Подобный № 2106.
Рv. Побѣда идетъ направо, держитъ трофей. S. C. Leg: IMPERATOR. II.
Ае. 9. Coh. II, 365, № 619. Годъ 140—143.
2108. Подобная № 2107. На Рv. побѣда держитъ вѣнецъ и пальму.
Ае. 8. Coh. II, 365, № 622.
2109. Ав. Подобный № 2106.
Рv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ шапку и жезлъ. S. C. Leg: IMPERATOR. II.
Ае. 7. Coh. VII, 149, № 73.
2110. Ав. Подобный № 2106.
Рv. Волчица, кормящая близнецовъ, стоитъ направо. Внизу: лодка и S. C. Leg: IMPERATOR. II.
Ае. 9. Coh. II, 366, № 628. Годъ 140—143.
2111. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XVI.
Рv. Рv. Женщина сидитъ налѣво, протягиваетъ руку и держитъ жезлъ. Leg: INDVLGENTIA. AVG. COS. III.— S. C.
Ае. 9¹/₂. Coh. II, 367, № 633. Годъ 153.
2112. Подобная № 2111. Ае. 10.
2113. Подобная № 2111. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XVII.
Ае. 9¹/₂. Coh. II, 367, № 635. Годъ 154.
2114. Подобная № 2113.
Ае. 4. Coh. II, 367, № 636. Годъ 154.
2115. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.
Рv. Юпитеръ безъ одежды стоитъ en face, держитъ жезлъ и молнію. S. C. Leg: IOVI. STATORI.
Ае. 10¹/₂. Coh. II, 367, № 639. Годъ 145.
2116. Ав. Подобный № 2115.
Рv. Женщина сидитъ на шарѣ налѣво, держитъ рогъ изобилія и жезлъ. S. C. Внизу: ITALIA.

- Ае. 9. Coh. II, 367, № 641. Годъ 140—143.
2117. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
 Rv. Подобный № 2116. Прибавлена легенда: TR. P. COS. III.
 Ае. 9. Coh. II, 368, № 643. Годъ 140—143.
2118. Ав. Подобный № 2117.
 Rv. Антонинъ сидитъ на эстрадѣ налѣво; впереди него сидитъ человекъ, подающій дары лицу, поднимающемуся по ступенькамъ; передъ эстрадою женщина стоитъ налѣво. S. C. Leg: COS. II.
 Ае. 9. Coh. VII, 149, № 77.
2119. Ав. Подобный № 2115. Въ концѣ легенды: COS. III.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ тессеру и рогъ изобилія. S. C. Leg: LIBERALITAS. AVG.
 Ае. 9. Coh. II, 370, № 655. Годъ 148.
2120. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XXIII.
 Rv. Антонинъ сидитъ на эстрадѣ налѣво; за нимъ стоитъ мужчина налѣво, и передъ нимъ женщина, также налѣво; она держитъ тессеру. На ступенькахъ эстрады человекъ стоитъ направо, протягивая руки. Leg: LIBERALITAS. AVG. VIII. COS. III.—S. C.
 Ае. 10. Coh. II, 370, № 658. Годъ 161.
2121. Подобная № 2120. На Ав. въ концѣ легенды нѣтъ цифры. На Rv: S. C. въ полѣ. Внизу: LIBERALIT. Leg: COS....
 Ае. 9.
2122. Ав. Подобный № 2119.
 Rv. Антонинъ сидитъ на эстрадѣ налѣво; передъ нимъ стоитъ налѣво женщина, держитъ рогъ изобилія; на ступенькахъ эстрады стоитъ направо человекъ, протягивающій руки. Leg: LIBERALITAS. III.
 Ае. 7. Coh. II, 370, № 661. Годъ 145.
2123. Ав. Подобный № 2120. Въ концѣ легенды: TR. P. XVII.
 Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ шапку и протягиваетъ лѣвую руку. S. C. Leg: LIBERTAS. COS. III.
 Ае. 9. Coh. II, 372, № 673. Годъ 154.
2124. Подобная № 2123. На Ав. Голова въ лучистой коронѣ. Ае. 6¹/₂. Coh. II, 372, № 674. Годъ 154.

2125. Подобная № 2123. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XVIII.
Ае. 9. Coh. II, 373, № 680. Годъ 155.
2126. Подобная № 2125. Ае. 9.
2127. Ав. Подобный № 2117.
Рв. Женщина стоитъ налѣво, держитъ корзину и копье. S. C.
Внизу: COS. II. Leg: MAVRETANIA.
Ае. 9½. Coh. II, 373, № 681. Годъ 139.
2128. Ав. Подобный № 2119.
Рв. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣсы и рогъ изобилія.
S. C. Leg: MONETA. AVG.
Ае. 9. Coh. II, 374, № 690. Годъ 140—143.
2129. Подобная № 2128. Ае. 9.
2130. Ав. Подобный № 2120. Въ концѣ легенды: TR. P. XII.
Рв. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣнецъ и жезлъ; у
ногъ ея—левъ. S. C. Внизу: COS. III. Leg: MVNIFICEN-
TIA. AVG.
Ае. 8. Coh. II, 374, № 694. Годъ 149.
2131. Ав. Подобный № 2130.
Рв. Слонъ идетъ направо. Внизу: COS. III. S. C. Leg: MV-
NIFICENTIA. AVG.
Ае. 7½. Coh. II, 375, № 696. Годъ 149.
2132. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: AN-
TONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.
Рв. Женщина сидитъ, облокотившись, налѣво, держитъ жезлъ;
на перекладинѣ кресла лежитъ цвѣтокъ. Внизу: S. C.
ORI. AVG.
Ае. 9. Coh. II, 375, № 699. Годъ 140—143.
2133. Подобная № 2132. На Ав. голова обращена налѣво.
Ае. 10. Coh. II, 375, № 700.
2134. Ав. Подобный № 2132.
Рв. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣтку и рогъ изобилія.
S. C. Leg: PAX. AVG.
Ае. 9. Coh. II, 376, № 702. Годъ 140—143.
2135. Ав. Подобный № 2132. Въ концѣ легенды нѣтъ COS. III.
Рв. Женщина стоитъ налѣво, поджигаетъ факеломъ кучу ору-
жія и держитъ рогъ изобилія. Въ полѣ: PAX. AVG. Leg:
COS. III.
Ае. 9. Coh. II, 376, № 704. Годъ 145.

2136. Подобная № 2135. На Rv. Leg: COS. II. Ae 8½.
2137. Ав. Бюстъ Антонина направо. Leg: IMP. T. AELIVS. CAESAR. ANTONINVS.
- Rv. Женщина стоит налѣво, подымаетъ руку надъ пылающимъ жертвенникомъ и держитъ коробку. Въ полѣ: PIE—TAS—S. C. Leg: TRIB. POT. COS.
- Ae. 9. Coh. II, 377, № 711. Годъ 138.
2138. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XXII.
- Rv: Женщина стоит налѣво, держитъ шаръ и дитя; у ногъ ея двое дѣтей. S. C. Leg: PIETATI. AVG. COS. III.
- Ae. 9. Coh. II, 379, № 726. Годъ 159.
2139. Подобная № 2138. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XXIII.
- Ae. 9. Coh. II, 379, № 727. Годъ 160.
2140. Подобная № 2139. На Ав. Голова въ лучистой коронѣ.
- Ae. 7. Coh. II, 379, № 728. Годъ 160.
2141. Подобная № 2139. На Rv. женщина держитъ въ каждой рукѣ ребенка.
- Ae. 9½. Coh. II, 379, № 729. Годъ 160.
2142. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. T. AEL. CAES. HADR. ANTONINVS. AVG. PIVS.
- Rv. Женщина стоит налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія.
- S. C. Leg: P. M. TR. POT. COS. II.
- Ae. 7. Coh. II, 381, № 744. Годъ 139.
2143. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. AELIVS. ANTONINVS. AVG.
- Rv. Женщина стоит налѣво, держитъ вѣтку и рогъ изобилія.
- S. C. Leg: PONT. MAX. TR. POT. COS.
- Ae. 9. Coh. II, 382, № 749. Годъ 138.
2144. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg:.... NINVS.... TR. P. XI.
- Rv. Среди вѣнка: PRIMI.—DECEN—NALES.—COS. III.—S. C.
- Ae. 7½. Coh. II, 382, № 753. Годъ 138.
2145. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.
- Rv. Крылатая молнія. S. C. Leg: PROVIDENTIAE. DEORVM.
- Ae. 9. Coh. II, 382, № 755. Годъ 140—143.

2146. Подобная № 2145. На Ав. Голова въ лучистой коронѣ.
Ае. 8. Coh. II, 383, № 757. Годъ 140—143.
2147. Ав. Подобный № 2145.
Рв. Антонинъ въ тогѣ стоитъ налѣво, вѣнчая стоящаго передъ нимъ человека. Leg: REX. ARMENIIS. DATVS.
Ае. 9. Coh. II, 383, № 758. Годъ 140—143.
2148. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. CAES. T. AEL. HADR. ANTONINVS. PIVS. P. P.
Рв. Рома въ племѣ сидитъ налѣво, держитъ статую побѣды и паразоніумъ; за нею щитъ. S. C. Внизу: ROMA. Leg: TR. POT. XIII. COS. III.
Ае. 10. Coh. II, 383, № 763. Годъ 151.
2149. Ав. Подобный № 2145.
Рв. Храмъ на десяти колоннахъ, украшенный статуями. Leg: изглажена.
Ае. 10. Coh. II, 384, № 768. Годъ 140—143.
2150. Подобная № 2149. На Рв. Leg: ROMAE. AETERNAE.
Ае. 9. Coh. II, 385, № 769. Годъ 140—143.
2151. Ав. Подобный № 2145. Голова обращена налѣво.
Рв. Женщина стоитъ налѣво, кормитъ змѣю, обвитую вокругъ жертвенника и держитъ жезлъ. S. C. Leg: SALVS. AVG.
Ае. 9^{1/2}. Coh. II, 385, № 778. Годъ 140—143.
2152. Подобная № 2151. На Ав. Голова обращена направо.
Ае. 9^{1/2}. Coh. II, 385, № 779. Годъ 140—143.
2153. Подобная № 2152. На Ав. въ концѣ легенды: COS. III.
Ае. 9. Coh. II, 386, № 781. Годъ 145.
2154. Подобная № 2152. Ае. 9.
2155. Подобная № 2152. Ае. 8. Coh. II, 386, № 785. Годъ 140—143.
2156. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XV.
Рв. Подобный № 2151. Leg: SALVS. AVG. COS. III.—S. C.
Ае. 9. Coh. II, 386, № 787. Годъ 152.
2157. Подобная № 2156. На Ав. Голова въ лучистой коронѣ.
Ае. 7. Coh. II, 386, № 788. Годъ 152.
2158. Подобная № 2156. На Ав. въ концѣ легенды: TR. P. XVI.
Ае. 9. Coh. II, 386, № 690. Годъ 153.

2159. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: AN-
TONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.
Рv. Минерва въ шлемѣ стоитъ направо, метаетъ дротикъ и
держитъ щитъ. S. C. (Нѣтъ легенды).
Ае. 8. Coh. II, 387, № 798. Годъ 145.
2160. Ав. Подобный № 2159.
Рv. Аполлонъ стоитъ налѣво, держитъ чашу и лиру. S. C.
(нѣтъ легенды).
Ае. 7. Coh. II, 388, № 801. Годъ 145.
2161. Подобная № 2160. Ае. 7.
2162. Ав. Подобный № 2160.
Рv. Марсъ въ шлемѣ идетъ направо, держитъ копьё и трофей.
S. C. (нѣтъ легенды).
Ае. 9. Coh. II, 388, № 802. Годъ 145.
2163. Подобная № 2162. На Ав. Голова въ лучистой коронѣ.
Ае. 7. Coh. II, 388, № 803.
2164. Ав. Подобный № 2159.
Рv. Рома въ шлемѣ сидитъ налѣво, опираясь на щитъ, дер-
житъ статую побѣды и копьё. S. C. (легенды нѣтъ).
Ае. 9. Coh. II, 388, № 804. Годъ 145.
2165. Ав. Подобный № 2159.
Рv. Женщина идетъ налѣво, держитъ цвѣтокъ и приподымаетъ
платье. S. C.
Ае. 9. Coh. II, 388, № 805. Годъ 140—143.
2166. Подобная № 2159. На Ав. голова въ лучистой коронѣ.
Ае. 8. Coh. II, 388, № 806. Годъ 140—143.
2167. Ав. Подобный № 2159.
Рv. Женщина сидитъ налѣво, облокотившись на лѣвую руку.
S. C.
Ае. 9. Coh. II, 388, № 807. Годъ 145.
2168. Ав. Подобный № 2159. Въ концѣ легенды: COS. III.
Рv. Женщина стоитъ налѣво, опираясь на колонну. S. C. Leg:
(secur) ITAS. AVG.
Ае. 9. Coh. II, 391, № 828. Годъ 140—143.
2169. Подобная № 2168. На Рv. женщина держитъ жезлъ. S. C.
Leg: SECVRITAS. PVBLICA.
Ае. 10. Coh. II, 391, № 830. Годъ 140—143.
2170. Подобная № 2169. Ае. 7. Coh. II, 391, № 831.

2171. Ав. Подобный № 2168.
 Rv. Среди вѣнка: S. P. Q. R.—OPTIMO—PRINCIPI—S. C.
 Ae. 8. Coh. II, 392, № 835. Годъ 145.
2172. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XII.
 Rv. Храмъ на восьми колоннахъ; фронтоны украшены статуями и квадригою; внутри храма двѣ сидячія статуи. S. C. Внизу: COS. III. Leg: TEMPL. DIV. AVG. REST.
 Ae. 9½. Coh. II, 392, № 839. Годъ 159.
2173. Ав. Подобный № 2172.
 Rv. Два рога изобилия, изъ которыхъ до пояса высунуты двое дѣтей. S. C. Leg: TEMPORVM. FELICITAS. COS. III.
 Ae. 9. Coh. II, 393, № 846. Годъ 159.
2174. Ав. Подобный № 2168.
 Rv. Человѣкъ лежитъ налѣво, облокотившись на скалу; опираетъ руку на корабль и держитъ тростникъ. Leg: TIBERIS.—S. C.
 Ae. 9½. Coh. II, 393, № 850. Годъ 140—143.
2175. Подобная № 2174. На Ав. Бюстъ въ плащѣ. На Rv. лежащій человѣкъ облачивается на урну, изъ которой вытекаетъ вода.
 Ae. 9½. Coh. II, 394, № 852. Годъ 140—143.
2176. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
 Rv. Подобный № 2174. Прибавлена. Leg: TR. POT. COS. III.
 Ae. 7. Coh. II, 394, № 854.
2177. Ав. Голова Антонина направо. Leg: IMP. T. AELIVS. CAESAR. ANTONINVS.
 Rv. Двѣ соединенныя руки держатъ кадуцей и два колоса. S. C. Leg: TRIB. POT. COS.
 Ae. 8. Coh. II, 394, № 856. Годъ 138.
2178. Ав. Подобный № 2177.
 Rv. Женщина стоитъ налѣво, поднимая руку надъ жертвенникомъ, и держитъ коробку. S. C. Leg: TRIB. POT. COS.
 Ae. 4.
2179. Подобная № 2178. Ae. 4.
2180. Ав. Подобный № 2176.

- Rv. Женщина стоит направо, держитъ два колоса и корзину.
S. C. Leg: TR. POT. COS. II.
Ае. 9. Coh. II, 395, № 861. Годъ 139.
2181. Подобная № 2180. Ае. 7. Coh. II, 395, № 862. var. Годъ 139.
2182. Ав. Подобный № 2176.
Rv. Женщина стоит налѣво, держитъ кадудей и рогъ изобилія.
S. C. Leg: TR. POT. COS. II.
Ае. 7. Coh. II, 396, № 864. Годъ 139.
2183. Ав. Подобный № 2176.
Rv. Перекрещенные: кадудей и палица. Leg: TR. POT. COS. II.
Ае. 4. Coh. II, 397, № 873. Годъ 139.
2184. Ав. Подобный № 2176.
Rv. Женщина стоит направо, держитъ два колоса и корзину съ плодами. S. C. Leg: TR. POT. COS. III.
Ае. 9 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 398, № 881. Годъ 140—143.
2185. Ав. Подобный № 2176.
Rv. Женщина стоит налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія.
S. C. Leg: TR. POT. COS. III.
Ае. 7 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 398, № 883. Годъ 140—143.
2186. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. S. C. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
Rv. Женщина стоит налѣво, держитъ цѣтокъ и приподымаетъ платье. S. C. Leg: TR. POT. COS. III.
Ае. 7 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 398, № 885. Годъ 140—143.
2187. Подобная № 2186. На Ав. Голова обращена налѣво.
Ае. 8. Coh. II, 398, № 886.
2188. Ав. Подобный № 2186.
Rv. Женщина стоит налѣво, держитъ чашу и жезлъ. S. C. Leg: TR. POT. COS. III.
Ае. 7. Coh. II, 398, № 887. Годъ 140—143.
2189. Ав. Подобный № 2186.
Rv. Волчица стоит направо, кормя близнецовъ. Внизу: S. C. Leg: TR. POT. COS. III.
Ае. 9. Coh. II, 399, № 892. Годъ 140—143.
2190. Ав. Подобный № 2186.
Rv. Жертвенный ножъ, кропило, сосудъ, авгурскій посохъ и ковшъ. Внизу: S. C. Leg: TR. POT. COS. III.

Ае. 8. Coh. II, 399, № 893. Годъ 140—143.

2191. Ав. Подобный № 2186.

Рв. Два рога изобилія, между ними крылатый кадуцей. Leg: TR. POT. COS. III.—S. C.

Ае. 8. Coh. II, 399, № 895. Годъ 140—143.

2192. Ав. Подобный № 2186.

Рв. Минерва въ шлемъ стоитъ направо, метаетъ дротикъ и держитъ щитъ. S. C. Leg: TR. POT. COS. III.

Ае. 7. Coh. II, 400, № 900. Годъ 145.

2193. Ав. Подобный № 2186.

Рв. Женщина стоитъ налѣво, держитъ жезлъ. S. C. Leg: TR. POT. COS. III.

Ае. 7. Coh. II, 400, № 901. Годъ 145.

2194. Ав. Подобный № 2186.

Рв. Женщина стоитъ налѣво, приподнявъ правую руку. S. C. Leg: TR. POT. COS. III.

Ае. 7. Coh. II, 400, № 902. Годъ 145.

2195. Ав. Голова Антопина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: IMP. T. AEL. CAES. HADR. ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.

Рв. Женщина стоитъ налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія. S. C. Leg: TR. POT. XV. COS. III.

Ае. 8½. Coh. II, 401, № 908. Годъ 152.

2196. Ав. Подобный № 2195.

Рв. Антонинъ сидитъ налѣво, держитъ шаръ; его вѣнчаетъ летящая за нимъ побѣда. S. C. Leg: TR. POT. XV. COS. III.

Ае. 9½. Coh. II, 402, № 913. Годъ 152.

2197. Ав. Подобный № 2195.

Рв. Женщина сидитъ налѣво на пандырѣ, держитъ шаръ и копье; за нею лежатъ нѣсколько щитовъ. Leg: TR. POT. XIX. COS. III.—S. C.

Ае. 9. Coh. II, 402, № 917.

2198. Ав. Подобный № 2195.

Рв. Женщина стоитъ налѣво, указываетъ на лежащій у ея ногъ шаръ и держитъ копье. S. C. Leg: TR. POT. XIX. COS. III.

Ае. 9. Coh. II, 403, № 918. Годъ 156.

2199. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣякѣ направо. Leg: AN-
TONINVS. AVG. PIVS. P. P. IMP. II.
Рv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ въ каждой рукѣ по
знамени. S. C. Leg: TR. POT. XIX. COS. III.
Ае. 9. Coh. II, 403, № 924. Годъ 156.
2200. Подобная № 2199. Ае. 9.
2201. Ав. Подобный № 2195.
Рv. Юпитеръ стоитъ налѣво, держитъ молнію и жезлъ. S. C.
Leg: TR. P. XX. COS. III.
Ае. 9. Coh. II, 404, № 929. Годъ 157.
2202. Ав. Подобный № 2195.
Рv. Юпитеръ сидитъ налѣво, держитъ молнію и облакачива-
ется на спинку кресла. Leg: TR. POT. XX. COS. III.—
S. C.
Ае. 9. Годъ 157.
2203. Ав. Подобный № 2195. Голова въ лучистой коронѣ.
Рv. Юпитеръ стоитъ налѣво, держитъ молнію и жезлъ. S. C.
Leg: TR. POT. XX. COS. III.
Ае. 7. Coh. II, 404, № 931. Годъ 157.
2204. Ав. Подобный № 2195.
Рv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ жезлъ и облакачивается
на спинку кресла, состоящую изъ рога изобилія. Leg: TR.
POT. COS. III.—S. C.
Ае. 8½. Coh. II, 404, № 933. Годъ 157.
2205. Подобная № 2204. Ае. 10.
2206. Ав. Подобный № 2195.
Рv. Женщина стоитъ направо на кораблѣ, держитъ руль и
модіусъ. S. C. Leg: TR. POT. XX. COS. III.
Ае. 9. Coh. II, 405, № 937. Годъ 157.
2207. Ав. Подобный № 2203.
Рv. Подобный № 2206.
Ае. 7. Coh. II, 405, № 939. Годъ 157.
2208. Ав. Подобный № 2203.
Рv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ два колоса и рогъ изо-
билія; у ногъ ея—модіусъ. S. C. Leg: TR. POT. XX.
COS. III.
Ае. 7.
2209. Ав. Подобный № 2195. На головѣ нѣтъ вѣнка.

Rv. Рома въ шлемѣ сидитъ налѣво на панцырѣ, держитъ статую побѣды и паразоніумъ. S. C. Leg: TR. POT. XXI. COS. III.

Ае. 9. Coh. II, 405, № 941. Годъ 158.

2210. Ав. Подобный № 2203.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ два колоса и руль; у ногъ ея модіусъ и корабль. S. C. Leg: TR. POT. XXI. COS. III.

Ае. 7. Coh. II, 406, № 947. Годъ 158.

2211. Ав. Подобный № 2195.

Rv. Женщина стоитъ направо, наступая на корабль, держитъ руль, поставленный на шаръ, и модіусъ на колѣнѣ. S. C. Leg: TR. POT. XXI. COS. III.

Ае. 8½. Coh. II, 406, № 948. Годъ 158.

2212. Подобная № 2211. Ае. 9.

2213. Ав. Подобный № 2195.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ руль и рогъ изобилія. S. C. Leg: TR. POT. XXI. COS. III.

Ае. 10. Coh. II, 406, № 950. Годъ 158.

2214. Ав. Подобный № 2203.

Rv. Храмъ на восьми колоннахъ. Внутри его двѣ статуи. S. C. Leg: изглажена.

Ае. 7.

2215. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.

Rv. Юноша стоитъ налѣво, держитъ чашу и копьѣ; у ногъ его жертвенникъ. S. C. Leg: TR. POT. XXIII. COS. III.

Ае. 7. Coh. II, 407, № 957. Годъ 161.

2216. Ав. Подобный № 2215.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ на рукахъ двухъ младенцевъ; у ногъ ея двое дѣтей. S. C. Leg: TR. POT. XXIII. COS. III.

Ае. 7. Coh. II, 408, № 960. Годъ 161.

2217. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.

Rv. Побѣда скачетъ въ квадригѣ направо. S. C. Leg: изглажена.

Ае. 9½. Coh. II, 409, № 965. Годъ 140--143.

2218. Ав. Подобный № 2217.
Rv. Побѣда стоитъ налѣво, держитъ діадему. S. C. Leg: VICTORIA. AVGVSTI.
Ае. 9. Coh. II, 409, № 970. Годъ 140—143.
2219. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XI.
Rv. Антонинъ въ тогѣ стоитъ направо, держитъ чашу надъ треножникомъ. S. C. Внизу: VOTA. Leg: COS. III.
Ае. 9¹/₂. Coh. II, 409, № 972. Годъ 148.
2220. Подобная № 2219. Ае. 8. Coh. II, 410, № 973. Годъ 148.
2221. Ав. Подобный № 2215.
Rv. Подобный № 2219. S. C. Внизу: COS. III. Leg: VOTA. SOL.....
Ае. 9. Coh. II, 410, № 975. Годъ 145.
2222. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XXII.
Rv. Подобный № 2221. Leg: VOTA. SOL. DEC. II.
Ае. 9. Coh. II, 410, № 977. Годъ 159.
2223. Ав. Подобный № 2215.
Rv. Подобный № 2219. S. C. Внизу: COS. III Leg: VOTA. SVSCEPTA. DEC. III.
Ае. 9. Coh. II, 410, № 980. Годъ 160.
2224. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. XXII.
Rv. Подобный № 2223.
Ае. 9¹/₂. Coh. II, 411, № 984. var. Годъ 159.
2225. Ав. Бюстъ Антонина въ лучистой коронѣ направо. Leg: DIVO. PIO.
Rv. Орелъ сидитъ на жезлѣ направо, смотритъ налѣво. Leg: CONSECRATIO.
Bil. 5¹/₂. Coh. II, 411, № 987. Restitutio Gallieni.
2226. Ав. Подобный № 2225.
Rv. Алтарь, на которомъ пылаетъ огонь. Leg: CONSECRATIO.
Bil. 5¹/₂. Coh. II, 411, № 988. Restitutio Gallieni.
2227. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG.
Rv. Женщина стоитъ налѣво. S. C. Нѣтъ легенды.
Ае. 8. Contorniat.

а) Антонинъ и Фаустина старшая.

2228. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.
Rv. Бюстъ Фаустины старшей направо. Leg: DIVA. AVGVSTA. FAVSTINA.
Ае. 9. Coh. II, 415, № 3. Imitatio Paduana.

б) Антонинъ и Маркъ Аврелій.

2229. Ав. Голова Антонина направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
Rv. Голова Марка Аврелія налѣво. Leg: AVRELIVS. CAES. AVG. PII. F. COS. DES.
Аг. 3 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 416, № 4. Годъ 139.
2230. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P. TR. P. COS. III.
Rv. Голова М. Аврелія направо. Leg: AVRELIVS. CAESAR. AVG. PII. F. CAES.
Аг. 4. Coh. II, 418, № 12. Годъ 140.
2231. Подобная № 2230. На Rv. Бюстъ (а не голова). М. Аврелія.
Аг. 3 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 418, № 13. Годъ 140.
2232. Ав. Подобный № 2230. Голова безъ вѣнка.
Rv. Бюстъ М. Аврелія въ плащѣ направо. Leg: AVRELIVS. CAES. AVG. PII. F. COS.
Аг. 4. Coh. II, 418, № 14. Годъ 140.
2233. Подобная № 2232. Аг. 3 $\frac{1}{2}$.
2234. Ав. Голова Антонина въ лавровомъ вѣнкѣ направо. Leg: ANTONINVS. AVG. PIVS. P. P.
Rv. Бюстъ М. Аврелія въ плащѣ налѣво. Leg: AVRELIVS. CAES. AVG. PII. F. COS. DES. S. C.
Ае. 9 $\frac{1}{2}$. Coh. II, 419, № 19. Годъ 139.
2235. Подобная № 2234. Ае. 8. Coh. II, 419, № 20. Годъ 139.
2236. Ав. Подобный № 2230.
Rv. Голова М. Аврелія направо. Leg: AVRELIVS. CAESAR. AVG. PII. F. COS. S. C.
Ае. 10. Coh. II, 419, № 23. Годъ 140.

2237. Подобная № 2236. Ae. 8. Coh. II, 419, № 24. Годъ 140.
2238. Подобная № 2236. На Rv. Бюсть въ плащѣ Марка Аврелія
Ae. 10. Coh. II, 419, № 25. Годъ 140.
2239. Подобная № 2238. Ae. 10.
2240. Подобная № 2236. Ae. 8. Coh. II, 420, № 29. Годъ 140.

с) Фаустина старшая († 141).

Faustina Augusta Antonini Augusti Pii. Жена Антонина.

2241. Av. Бюсть Фаустины старшей направо. Leg: DIVA. FAV-
STINA.
Rv. Храмъ на восьми колоннахъ; внутри его статуя; на фрон-
тонѣ квадрига и двѣ статуи. Leg: AED. DIV. FAV-
STINAE.
Ag. 4. Coh. II, 422, № 1.
2242. Подобная № 2241. Ag. 4.
2243. Av. Подобный № 2241.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ шаръ и руль. Leg:
AETERNITAS.
Ag. 4. Coh. II, 423, № 5.
2244. Av. Подобный № 2241.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ птицу и приподнимаетъ
платье. Leg: AETERNITAS.
Ag. 4. Coh. II, 423, № 7.
1245. Av. Подобный № 2241.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, протянувъ правую руку; въ лѣ-
вой держитъ жезлъ. Leg: AETERNITAS.
Ag. 4. Coh. II, 423, № 10.
2246. Подобная № 2245. Ag. 4.
2247. Av. Бюсть Фаустины направо. Leg: DIVA. AVG. FAVSTINA.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ шаръ и жезлъ. Leg:
AETER. ...
Ag. 4. Coh. II, 424, № 13.
2248. Подобная № 2247. Ag. 4.
2249. Подобная № 2247. На Av. Leg: DIVA. FAVSTINA. Ag. 4.
2250. Av. Подобный № 2241.

- Rv. Женщина стоит налѣво, держитъ шаръ и оправляетъ покрывало. Leg: AETERNITAS.
Ag. 4. Coh. II, 424, № 14.
2251. Подобная № 2250. Ag. 4.
2252. Ав. Подобный № 2241.
Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ факель и жезль. Leg: AETERNITAS.
Ag. 4.
2253. Ав. Подобный № 2241.
Rv. Тронъ, на которомъ лежитъ жезль; впереди стоитъ навѣшнь.
Leg: AETERNITAS.
Ag. 4. Coh. II, 424, № 22.
2254. Подобная № 2253. Ag. 4.
2255. Подобная № 2253. На Rv. На тронѣ лежатъ: жезль и шаръ.
Ag. 4.
2256. Ав. Бюстъ Фаустины направо. Leg: DIVA. FAVSTINA.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ въ каждой рукѣ факель. Leg: AVGVSTA.
Au. 5. Coh. II, 425, № 25.
2257. Ав. Подобный № 2256.
Rv. Женщина стоитъ направо, держитъ жезль и колось. Leg: AVGVSTA.
Ag. 4. Coh. II, 425, № 27.
2258. Подобная № 2257. Ag. 4.
2259. Ав. Подобный № 2256.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ два колоса и горящій факель. Leg: AVGVSTA.
Ag. 4. Coh. II, 425, № 28.
2260. Подобная № 2259. Ag. 4.
2261. Подобная № 2259. На Rv. Женщина обращена направо.
Ag. 4. Coh. II, 425, № 29.
2262. Ав. Подобный № 2256.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ факель и поддерживаеъ платье. Leg: AVGVSTA.
Ag. 4. Coh. II, 425, № 31.
2263. Подобная № 2262. Ag. 4.
2264. Подобная № 2262. На Ав. бюстъ въ покрывалѣ. Ag. 3½.
2265. Ав. Подобный № 2256.

- Rv. Женщина стоит налѣво, протягиваетъ правую руку и держитъ жезлъ. Leg: AVGVSTA.
Ag. 4. Coh. II, 426, № 32.
2266. Подобная № 2265. Ag. 4¹/₂.
2267. Ав. Бюстъ Фаустины направо. Leg: DIVA. FAVSTINA.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ вѣнзъ и палладіумъ.
Leg: AVGVSTA.
Ag. 4. Coh. II, 426, № 37.
2268. Подобная № 2267. Ag. 4.
2269. Ав. Подобный № 2267.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и палладіумъ;
у ногъ ея жертвенникъ. Leg: AVGVSTA.
Ag. 3¹/₂. Coh. II, 426, № 40.
2270. Ав. Подобный № 2267.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ. Leg:
AVGVSTA.
Ag. 4. Coh. II, 426, № 41.
2271. Подобная № 2270. Ag. 4.
2272. Ав. Подобный № 2267.
Rv. Женщина сидитъ направо, держитъ жезлъ. Leg: AVGVSTA.
Ag. 4. Coh. II, 426, № 42.
2273. Подобная № 2272.
2274. Ав. Подобный № 2267.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ шаръ и опирается на
щитъ. Leg: AVGVSTA.
Ag. 4¹/₂. Coh. II, 427, № 46.
2275. Ав. Подобный № 2267.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, протягиваетъ правую руку и дер-
житъ коробку; у ногъ ея пылающій жертвенникъ. Leg:
AVGVSTA.
Ag. 3¹/₂. Coh. II, 427, № 47.
2276. Подобная № 2275. Ag. 3¹/₂.
2277. Ав. Подобный № 2267.
Rv. Тронъ; на немъ лежатъ: діадема и жезлъ. Leg: AVGVSTA.
Ag. 4. Coh. II, 427, № 52.
2278. Ав. Подобный № 2267.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ колосъ и жезлъ. Leg:
CERES.

Ар. 4. Coh. II, 428, № 57.

2279. Подобная № 2278. Ар. 4.

2280. Ав. Бюсть Фаустины направо. Leg: DIVA. FAVSTINA.

Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ колосья и фавель. Leg: CERES.

Ар. 4. Coh. II, 428, № 58.

2281. Подобная № 2280. Ар. 4.

2282. Ав. Бюсть Фаустины направо. Leg: FAVSTINA. AVG.....NI.
AVG. P. P.

Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ чашу и облачивается
на кресло. Leg: CONCORDIA. AVG.

Ар. 4. Coh. II, 429, № 61. Годъ 138—141.

2283. Ав. Подобный № 2280.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и рогъ изобилія.
Leg: CONCORDIA. AVG.

Ар. 4. Coh. II, 429, № 63.

2284. Ав. Бюсть Фаустины направо. Leg: DIVA. AVG. FAVSTINA.

Rv. Антонинъ въ тогѣ стоитъ направо, держитъ книгу и по-
даетъ руку Фаустинѣ, стоящей противъ него съ жезломъ
въ рукѣ. Leg: CONCORDIAE.

Ар. 4. Coh. II, 429, № 65.

2285. Подобная № 2284. Ар. 4.

2286. Ав. Подобный № 2284.

Rv. Женщина стоитъ налѣво, протягиваетъ правую руку, въ
лѣвой держитъ зажженный фавель. Leg: CONSECRATIO.

Ар. 4. Coh. II, 429, № 67.

2287. Подобная № 2286. На Ав. легенда: DIVA. FAVSTINA.

Ар. 4. Coh. II, 430, № 68.

2288. Ав. Подобный № 2287.

Rv. Павлинъ стоитъ направо, повернувъ голову назадъ. Leg:
CONSECRATIO.

Ар. 4. Coh. II, 430, № 72.

2289. Подобная № 2288. На Ав. Голова накрыта покрываломъ.

Ар. 4. Coh. II, 430, № 73.

2290. Ав. Подобный № 2284.

Rv. Орелъ съ приподнятыми крыльями смотритъ налѣво. Leg:
CONSECRATIO.

Ар. 4. Coh. II, 430, № 77.

2291. Подобная № 2290. На Ав. Голова накрыта покрываломъ.
Аг. 4. Coh. II, 430, № 78.
2292. Ав. Подобный № 2284.
Rv. Храмъ на шести колоннахъ; на фронтонахъ: квадрига и двѣ статуи. Leg: DEDICATIO. AEDIS.
Аг. 4. Coh. II, 430, № 80.
2293. Подобная № 2292. Аг. 4.
2294. Ав. Бюстъ Фаустины направо. Leg: DIVA. FAVSTINA.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ факель и рогъ изобилія.
Leg: FECVNDITAS.
Аг. 4.
2295. Ав. Бюстъ Фаустины направо. Leg: FAVSTINA. AVGVSTA.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, держитъ чашу и жезлъ; у ногъ ея павлинь. Leg: IVNONI. REGINAE.
Аг. 4. Coh. II, 431, № 89.
2296. Подобная № 2295. Аг. 4.
2297. Ав. Подобный № 2295.
Rv. Тронъ, на которомъ лежитъ жезлъ; подъ трономъ павлинь съ распущеннымъ хвостомъ. Leg: IVNONI. REGINAE.
Аг. 4 Coh. II, 431, № 90.
2298. Ав. Бюстъ Фаустины направо. Leg: DIVA. AVG. FAVSTINA.
Rv. Женщина стоитъ налѣво, протягиваетъ руку надъ жертвенникомъ и держитъ коробку. Leg: PIETAS. AVG.
Аг. 4. Coh. II, 432, № 96.
- 2298 а. Подобная № 2298. Аг. 4^{1/2}.
2299. Подобная № 2298. На Ав. голова накрыта покрываломъ.
Аг. 4. Coh. II, 432, № 98.
2300. Ав. Подобный № 2298.
Rv. Женщина стоитъ направо, поднимая обѣ руки. Передъ нею жертвенникъ. Leg: PIETAS. AVG.
Аг. 4. Coh. II, 433, № 105.
2301. Ав. Подобный № 2298.
Rv. Храмъ на шести колоннахъ; на фронтонахъ квадрига и двѣ статуи. Leg: PIETAS. AVG.
Аг. 4. Coh. II, 433, № 106.
2302. Подобная № 2301. Аг. 4.
2303. Ав. Бюстъ Фаустины направо. Leg: DIVA. FAVSTINA.
Rv. Женщина сидитъ налѣво, держитъ жезлъ. Leg: VESTA.

**Отъ декана Физико-Математическаго факультета Императорскаго
Университета Св. Владиміра.**

Деканъ Физико-Математическаго факультета Императорскаго Университета Св. Владиміра симъ доводитъ до общаго свѣдѣнія, что съ разрѣшенія г. Министра Народнаго Просвѣщенія назначенъ конкурсъ на свободныя въ названномъ Университетѣ экстраординатуры *по каведрамъ технической химіи и географіи*, при чемъ, на основаніи ВЫСОЧАЙШАГО разрѣшенія отъ 2 марта 1902 года, къ конкурсу допускаются и лица, имѣющія только степень магистра по названнымъ предметамъ.

Срокъ конкурса трехмѣсячный, начиная съ 15 февраля 1905 года; лица, желающія принять участіе въ конкурсѣ, благоволятъ до истеченія этого срока, прислать на имя декана факультета, вмѣстѣ со своимъ о томъ заявленіемъ также краткое жизнеописаніе и по экземпляру своихъ печатныхъ трудовъ или, по крайней мѣрѣ, перечень таковыхъ съ указаніемъ изданій, въ которыхъ они напечатаны.

Деканъ *О. Баранецкій.*

Отъ декана Юридическаго факультета Императорскаго Университета Св. Владиміра.

По распоряженію г. Министра Народнаго Просвѣщенія открывается конкурсъ на замѣщеніе вакантныхъ *кафедръ римскаго права и политической экономіи и статистики* въ Императорскомъ Университетѣ Св. Владиміра.

На основаніи ВЫСОЧАЙШАГО повелѣнія 9-го марта 1902 года, къ конкурсу допускаются лица, имѣющія ученую степень *доктора* или *магистра* означенныхъ наукъ. Желаящіе принять участіе въ означенномъ конкурсѣ благоволятъ представить факультету въ трехмѣсячный срокъ со дня настоящаго объявленія (т. е. не позднѣе 10-го мая 1905 года): 1) заявленіе о желаніи занять одну изъ названныхъ кафедръ, 2) свои ученые труды и 3) свое curriculum vitae.

Деканъ Юридическаго
факультета *Н. Цытовичъ.*

**Отъ декана Физико-Математическаго факультета Императорскаго
Университета Св. Владиміра.**

Съ разрѣшенія Г. Министра Народнаго Просвѣщенія снмъ
объявляется конкурсъ на свободную экстраординатуру по кафедрѣ
химіи въ Императорскомъ Университетѣ Св. Владиміра. На
основаніи ВЫСОЧАЙШАГО разрѣшенія отъ 2 марта 1902 года къ
конкурсу допускаются и лица, имѣющія только степень магистра.

Срокъ конкурса трехмѣсячный, начиная 25 марта сего 1905
года. Лица, желающія принять участіе въ конкурсѣ благоволятъ
прислать на имя декана Физико-Математическаго факультета, вмѣстѣ
со своимъ о томъ заявленіемъ, также краткое жизнеописаніе и по
экземпляру своихъ научныхъ трудовъ или, по крайней мѣрѣ, пере-
чень таковыхъ, съ указаніемъ изданій, въ которыхъ они напеча-
таны.

Деканъ О. Баранецкій.

Отъ Комитета Вспомогательнаго Общества „Санаторій“.

Комитетъ Вспомогательнаго Общества „Санаторій“ на Эссентукской группѣ Кавказскихъ Минеральныхъ водъ доводитъ до общаго свѣдѣнія:

Желающіе поступить въ санаторіи приглашаются заявлять объ этомъ въ Комитетъ Общества съ 15-го марта по 1-ое мая въ Москву, Хлѣбный пер., д. № 9, съ 1-го мая въ Эссентуки. Къ заявленію прилагаются: описаніе служебнаго, матеріальнаго и семейнаго положенія, свидѣтельство врача о необходимости лѣчиться въ Эссентукахъ (безъ гербовыхъ марокъ), почтовые марки на отвѣтъ и указаніе, въ какую очередь желательно поступить: въ первую аккурратно съ 15-го мая, во вторую съ первыхъ чиселъ іюля по 1-ое сентября. Полный пансіонъ стоитъ 40 руб. въ мѣсяцъ съ человѣка. Почти всѣ комнаты на двоихъ. При прочихъ равныхъ условіяхъ предпочтеніе отдается членамъ Общества, которые вносятъ 10 рублей въ годъ. Санаторіи предназначены исключительно для малосостоятельныхъ людей труда всякихъ профессій, нуждающихся въ лѣченіи на Эссентукской группѣ.

Предсѣдатель Комитета *М. Зерновъ*.

Объявленія.

СОБРАНІЕ СОЧИНЕНІИ Н. И. КОСТОМАРОВА.

ИСТОРИЧЕСКІЯ МОНОГРАФІИ И ИЗСЛѢДОВАНІЯ.

Изданіе Общества для нособія нуждающимся литераторамъ и ученымъ Литературнаго Фонда въ восьми большихъ книгахъ.

Цѣна по подпискѣ безъ пересылки 20 рублей, уплачиваемыхъ въ такомъ порядкѣ: при выдачѣ I книга уплачивается 7 рублей, а затѣмъ 3 р. при выдачѣ II книги и по 2 рубля при выдачѣ III, IV, V, VI и VII книгъ, VIII же книга будетъ выдана бесплатно.

По выходѣ въ свѣтъ всего изданія цѣна будетъ повышена. Въ отдѣльной продажѣ I и VII кн. по 3 р. 50 к., II, IV, V и VI по 4. р., III—2 р. 50 VIII—4 р. 50 к.

ПОДПИСКА ПРИНИМАЕТСЯ

въ книжномъ складѣ типографіи М. М. Стасюлевича, въ С. Петербургѣ, В. О., 5 линія, домъ № 28.

Плата за пересылку взимается, по почтовой стоимости, при доставкѣ книгъ.

Всѣ двадцать одинъ томъ историческихъ монографій и изслѣдованій Н. И. Костомарова въ предлагаемомъ изданіи размѣщаются въ восьми книгахъ слѣдующимъ образомъ:

Въ первую книгу вошли томы I-й, II-й и III-й, содержащіе въ себѣ: I-й томъ: Мысли о федеративномъ началѣ въ древней Руси.—Два русскія народности.—Черты народной южнорусской

исторіи.—Мистическая повѣсть о Нифонтѣ.—Легенда о кровосмѣсителяхъ.—О значеніи Великаго Новгорода.—Должно ли считать Бориса Годунова основателемъ крѣпостного права?—Великорусскіе религіозные вольнодумцы въ XVI вѣкѣ: Матвѣй Башкинъ и его соучастники. Θεодосій Косой.—Иванъ Сусанинъ. II-й томъ: Иванъ Свирговскій, украинскій козацкій гетманъ XVI вѣка.—Гетманство Выговскаго.—Бунтъ Стеньки Разина.—По поводу мыслей свѣтскаго человѣка о книгѣ „Сельское духовенство“. III-й томъ: Куликовская битва.—Ливонская война.—Южная Русь въ концѣ XVI вѣка. (Подготовка церковной уніи.—Бунтъ Косинскаго и Наливайки.—Унія).—Литовская народная поэзія.—Объ отношеніи русскоѣ исторіи къ географіи и этнографіи.

Во вторую книгу вошли томы IV-й, V-й и VI-й, составляющіе монографію „Смутное Время Московскаго Государства въ началѣ XVII столѣтія“.

Въ третью книгу вошли томы VII-й и VIII-й, составляющіе монографію „Сѣверно-русскія народоправства во времена удѣльно-вѣчевого уклада. (Исторія Новгорода, Пскова и Вятки).

Въ четвертую книгу вошли томы IX-й, X-й и XI-й, составляющіе монографію „Богданъ Хмельницкій“.

Въ пятую книгу вошли томы XII-й, XIII-й и XIV-й, содержащіе въ себѣ: XII-й томъ: Начало единодержавія въ древней Руси. Гетманство Юрія Хмельницкаго.—Церковно-историческая критика въ XVII вѣкѣ.—Исторія раскола у раскольниковъ.—Вспоминаніе „молоканахъ“. XIII-й томъ: Преданія первоначальной русской лѣтописи въ соображеніяхъ съ русскими народными преданіями въ пѣсняхъ, сказкахъ и обычаяхъ.—Личность царя Ивана Васильевича Грознаго.—О слѣдственномъ дѣлѣ по поводу убіенія царевича Димитрія.—Личности Смутнаго Времени.—Кто виноватъ въ Смутномъ Времени?—Великорусская народная пѣсенная поэзія. XIV-й томъ: Аѳанасій Филипповичъ.—Петръ Могила передъ судомъ изслѣдователей нашего времени.—Богданъ Хмельницкій—данникъ Оттоманской Порты.—О казакахъ.—Царевичъ Алексѣй Петровичъ.—Павелъ Полуботокъ.—Екатерина Алексѣевна, первая русская императрица.—Самодержавный отрокъ.

Въ шестую книгу войдутъ томы XV-й и XVI-й, содержащіе въ себѣ: XV-й томъ: „Руина“. Историческая монографія. 1663—1687 гг. (Гетманство Бруховецкаго, Многогрѣшнаго и Самойловича). XVI-й томъ: Мазепа и Мазепинцы.

Въ седьмую книгу войдутъ томы XVII-й и XVIII-й, составляющіе монографію подъ заглавіемъ „Послѣдніе годы Рѣчи-Посполитой“ и

Въ восьмую книгу войдутъ томы XIX-й, XX-й и XXI-й, содержащіе въ себѣ: XIX-й томъ: Очеркъ домашней жизни и нравовъ великорусскаго народа въ XVI и XVII столѣтіяхъ.—Старинные Земскіе Соборы. XX-й томъ: Очеркъ торговли Московскаго Государства въ XVI и XVII столѣтіяхъ. XXI-й томъ: Историческое значеніе южнорусскаго народнаго пѣсеннаго творчества.

1—2.

ВЫШЛО ВЪ СВѢТЪ

Соч. КУНО ФИШЕРА: „ИСТОРІЯ НОВОЙ ФИЛОСОФІИ“.

Т. III-й. Лейбницъ, его жизнь, сочиненія и ученіе. Переводъ съ нѣмецкаго Н. Н. Полилова. Съ портретомъ Лейбница. Изд. Д. Е. Жуковскаго. Спб. 1895, стр. 735, ц. 4 р.

Т. VII. Шеллингъ, его жизнь, сочиненія и ученіе. Переводъ со 2-го дополн. нѣмец. изданія прив.-доц. Н. О. Лоссаго. Съ портретомъ Шеллинга, Спб. 1905. Стр. 893, ц. 5 руб.

Главный складъ: Спб., Большая Подъяческая, д. 39—8. Тов. „Общественная польза“.

1—2.

9-й годъ изданія.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1905 ГОДЪ

на

ЕЖЕМѢСЯЧНЫЙ ТЕХНИЧЕСКІЙ ЖУРНАЛЪ, ИЗВѢСТІЯ

ЮЖНО-РУССКАГО ОБЩЕСТВА ТЕХНОЛОГОВЪ,
ИЗДАВАЕМЫЙ ПО СЛѢДУЮЩЕЙ ПРОГРАММѢ:

1) Свѣдѣнія о дѣятельности Общества: протоколы общихъ собраній, адреса членовъ Общества, родъ ихъ службы и т. п. 2) Различныя статьи по вопросамъ техники и промышленности. Электротех-

ника. 3) Фабричное и железнодорожное дѣло. 4) Техническое образование и техническія учебныя заведенія въ Россіи и за границей. 5) Политико экономическія статьи по вопросамъ промышленности. Статистика. Управление фабриками и заводами. Фабрично заводская гигиѣна. 6) Главнѣйшія правительствующія распоряженія и мѣропріятія относительно фабрикъ и заводовъ. 7) Хроника. Обзоръ техническихъ журналовъ. Рецензіи. Библіографія и проч. 8. Полемика. Корреспонденція. Вопросы и отвѣты. 9) Смѣсь Біографія и некрологи. 10) Объявленія.

Подписная цѣна на журналъ съ доставкой и пересылкой:

Для членовъ Общества 1 руб. || Отдѣльный номеръ 45 коп
 Для постороннихъ лицъ и учрежд. 5 " || За перемѣну адреса 25 "

ПЛАТА ЗА ОБЪЯВЛЕНІЯ.

Годовыя начиная съ любого номера.

	$\frac{1}{2}$ стр.	$\frac{1}{2}$ стр.	$\frac{1}{4}$ стр.
На обложкѣ:			
Вторая страница	120 руб.	80 руб.	60 руб.
Третья страница	100 "	60 "	40 "
Четвертая страница	160 "	100 "	75 "
Впереди текста	100 "	75 "	50 "
Позади текста	80 "	60 "	40 "

Разовыя объявленія.

$\frac{1}{2}$ стр.	$\frac{1}{2}$ стр.	$\frac{1}{4}$ стр.
20 руб.	12 руб.	8 руб.

Мелкія объявленія: годовыя по 40 коп. за строку петита въ 4 столбца.

" " разовыя по 10 " " " " " 4 "

За объявленія по особому заказу взимается повышенная плата по соглашенію.

Разсылка объявленій, не превышающихъ 1 лота, принимается по 1 руб 50 коп. за 100 экземпляровъ.

Подписка принимается на журналъ и объявленія въ Харьковѣ, Петровскій переулокъ д. № 18.

Университетскія Извѣстія въ 1905 году будутъ выходить ежемѣсячно книжками, содержащими въ себѣ до 20 печатныхъ листовъ. Цѣна за 12 книжекъ Извѣстій безъ пересылки шесть рублей пятьдесятъ копѣекъ, а съ пересылкой семь рублей. Подписка и заявленія объ обмѣнѣ изданіями принимаются въ канцеляріи Правленія Университета.

Студенты Университета Св. Владиміра платятъ за годовое изданіе Университетскихъ Извѣстій 3 руб. сер., а студенты прочихъ Университетовъ 4 руб.; продажа отдѣльныхъ книжекъ не допускается.

Университетскія Извѣстія высылаются только по полученіи подписныхъ денегъ.

Гг. иногородные могутъ обращаться съ требованіями своими къ комиссіонеру Университета Н. Я. Оглоблину въ С.-Петербургъ, Екатерининская улица, № 4-й, и въ Кіевъ, Крещатикъ, въ книжный магазинъ его же, или непосредственно въ Правленіе Университета Св. Владиміра.

Гл. Редакторъ В. Ухотниковъ.

2125-19

